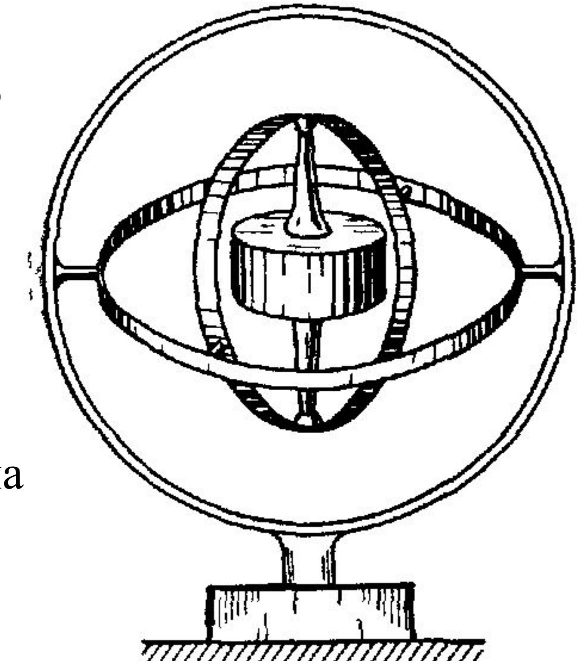
ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЛЕКЦИЯ 9:

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ГИРОСКОПА

1. Что такое гироскоп**?**

Гироскопом (или волчком) называют быстро вращающееся вокруг оси симметрии однородное тело вращения, ось которого может изменять свое направление в пространстве.

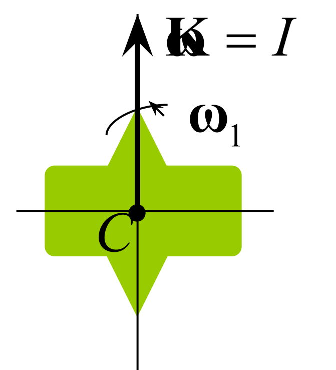


Гироскоп, закрепленный так, что его центр тяжести С совпадает с неподвижной точкой гироскопа называется уравновешенным.

Если никакие внешние силы (кроме силы тяжести) на уравновешенный гироскоп не действуют, то

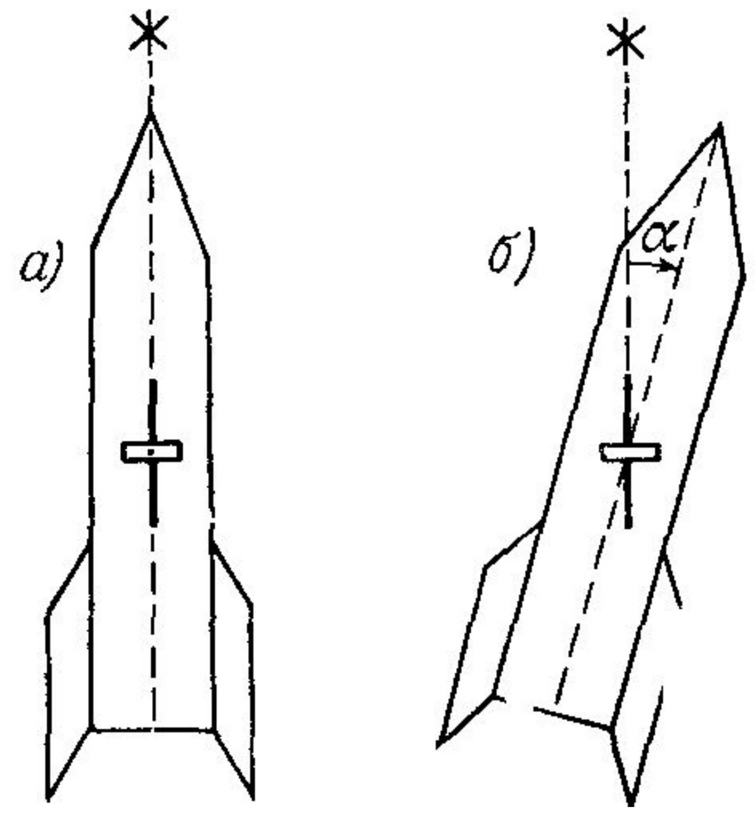
$$\boxed{\mathbf{K} = \text{const}}$$

т.е. ось будет сохранять свое начальное направление относительно инерциальной системы отсчета, а угловая скорость ω_1 будет постоянной.



2. Основное свойство гироскопа

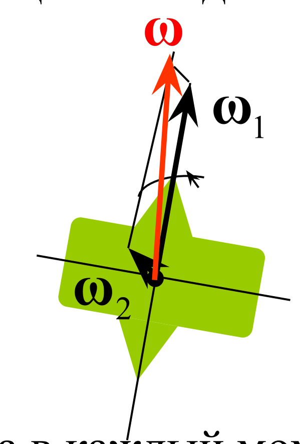
$$\boxed{\mathbf{K} = \mathrm{const}}$$



3. Основное допущение элементарной теории

Если на гироскоп действуют какие-нибудь внешние силы; тогда гироскоп, кроме собственного вращения, будет совершать еще прецессионное и нутационное движения.

Собственное вращение + ~~нутация~~ + прецессия
мала



$$\boxed{\omega_2 \ll \omega_1}$$

$\omega_1 \approx 6000\ \text{c}^{-1}$ $\omega_2 \approx 0.01\ \text{c}^{-1}$

Считается, что и при наличии прецессии угловая скорость гироскопа в каждый момент времени равна угловой скорости его собственного вращения и направлена вдоль оси симметрии гироскопа. При этом допущении вектор кинетического момента будет также в любой момент времени равен $I\omega_1$ и направлен по оси гироскопа.

$$\boxed{\mathbf{K} = I\boldsymbol{\omega}_1}$$

Теория, построенная на этом допущении называется **элементарной** или **прецессионной** теорией гироскопа

4. Теорема Резаля

Теорема Резаля есть кинематическая интерпретация теоремы об изменении количеств движения материальной системы

(1) $$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \mathbf{M}^e$$

$\mathbf{u}$

скорость конца вектора кинетического момента равна главному моменту всех внешних сил.

В элементарной теории гироскопов величина и направление вектора кинетического момента нам известна!

$$|\mathbf{K}| = I\omega_1$$

$\mathbf{K}$ [illegible] оси симметрии гироскопа

С помощью (1) можно

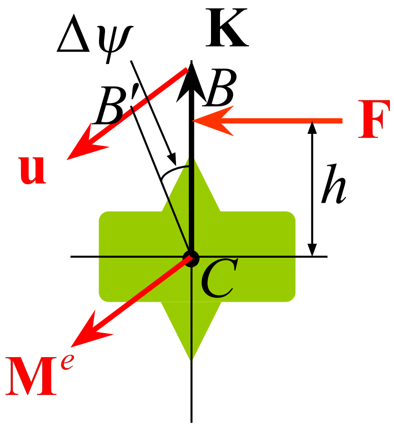
А) получить закон движения оси симметрии гироскопа по заданному моменту внешних сил

В) зная закон движения оси гироскопа, определить момент сил, под действием которых происходит это движение.

5. Реакция гироскопа на внешние силы

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \mathbf{M}^e \qquad M^e = Fh$$

$\mathbf{u}$



1) Под действием силы F ось гироскопа начнет отклоняться не в сторону действия силы, а в ту сторону, куда направлен вектор момента M этой силы относительно неподвижной точки O (т. е. перпендикулярно к силе).

2) С прекращением действия силы отклонение оси гироскопа прекращается. (безынерционность движения оси гироскопа).

Толчок: большая сила F действует в течении короткого времени τ

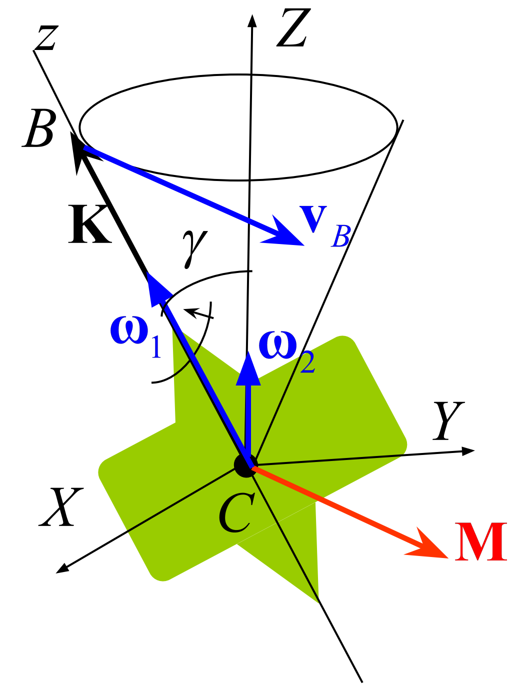
$F\tau$ конечно

$$BB' = Fh\tau \qquad \Delta\psi = \frac{BB'}{CB} = \frac{Fh\tau}{J\omega_1} \ll 1$$

Вывод: действие мгновенной силы практически не изменяет направления оси гироскопа, т.е, быстро вращающийся гироскоп обладает устойчивостью по отношению к сохранению направления его оси.

6. Закон прецессии гироскопа

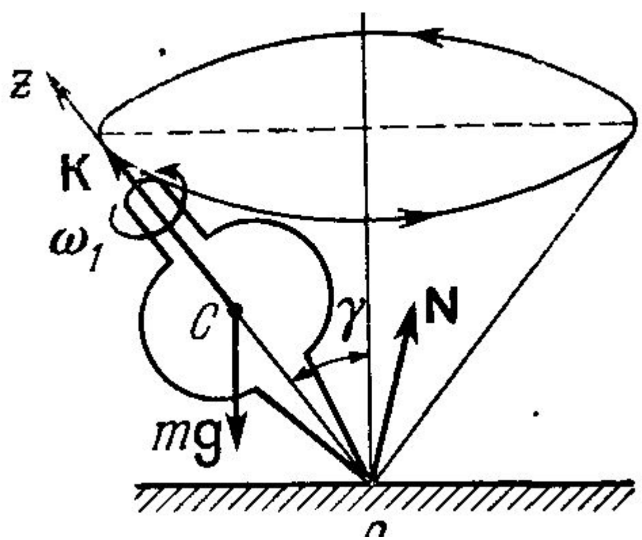
$\mathbf{M} \perp \boldsymbol{\omega}_1$ $\quad \mathbf{v}_B = \mathbf{M}$ $\quad \mathbf{v}_B = \boldsymbol{\omega}_2 \times \overrightarrow{CB} = \boldsymbol{\omega}_2 \times I\boldsymbol{\omega}_1$



$$\boxed{\boldsymbol{\omega}_2 \times I\boldsymbol{\omega}_1 = \mathbf{M}}$$

$$\omega_2 = \frac{M}{I\omega_1 \sin\gamma}$$

Пример: прецессия оси волчка



$$M = mg\left|OC\right|\sin\gamma$$

$$\omega_2 = \frac{mg\left|OC\right|}{I\omega_1}$$

7. Момент гироскопической реакции

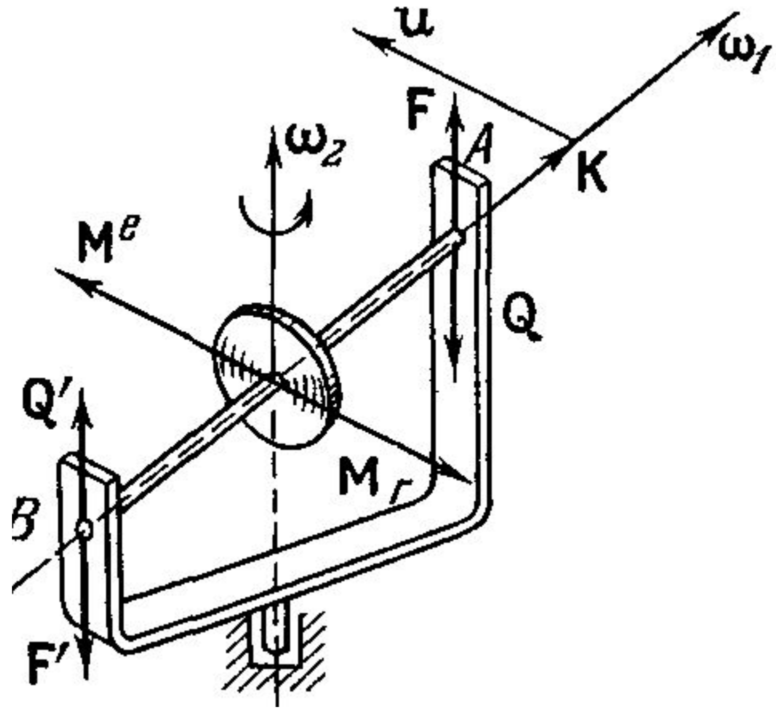
$$\boldsymbol{\omega}_2 \times I\boldsymbol{\omega}_1 = \mathbf{M}^e = \left(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}'\right)$$

На подшипники со стороны гироскопа действуют силы

$$\mathbf{F} = -\mathbf{Q} \qquad \mathbf{F}' = -\mathbf{Q}'$$

Главный момент этих сил относительно неподвижной точки называется гироскопическим моментом

$$\mathbf{M}_{\Gamma} = -\mathbf{M}^e = I\left(\boldsymbol{\omega}_1 \times \boldsymbol{\omega}_2\right)$$



Правило Жуковского: при сообщении оси гироскопа принудительной прецессии ось гироскопа стремится кратчайшим путем установиться параллельно оси принудительной прецессии таким образом, чтобы направления векторов $\boldsymbol{\omega}_1$ и $\boldsymbol{\omega}_2$ совпали.

8. Пример: параходная турбина

$$Q = \frac{J\omega_1\omega_2}{|AB|}$$