Решение тригонометрических уравнений

Формула нахождения корней уравнения вида

$\sin x = a$?

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$$

Формула нахождения корней уравнения вида

$\cos x = a$?

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$$

Формула нахождения корней уравнения вида

$tg\, x = a$?

$$x = arctga + \pi n, n \in Z$$

Решите уравнения:

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

$$cosx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

$$tgx = -\sqrt{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

Тригонометрические уравнения

Уравнение содержит только
синусы или косинусы
(синусы и косинусы)

Однородные уравнения
1 степени

Уравнение содержит
тангенсы и котангенсы

Однородные
уравнения
2 степени

Уравнение содержит только синусы или косинусы (синусы и косинусы)

$$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0 \qquad \sin x = t$$

$$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0 \qquad \cos x = t$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

Уравнение содержит только синусы или косинусы (синусы и косинусы)

$$a\left(1-\cos^2 x\right)+b\cos x+c=0 \qquad \cos x=t$$

$$a\left(1-\sin^2 x\right)+b\sin x+c=0 \qquad \sin x=t$$

$$at^2+bt+c=0$$

Однородные уравнения

$$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + \dots + a_n \cos^n x = 0$$

Сумма показателей степеней при **sin *x*** *и* **cos *x***

у всех слагаемых такого уравнения равна ***n***.

Разделим на $\cos^n x$. ***Получим:***

$$a_0 tg^n x + a_1 tg^{n-1} x + \dots + a_n = 0$$

первой степени

$$a\sin x + b\cos x = 0 \qquad \Big| :\cos x$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{b}{a}$$

$$x = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a}{b}\right) + \pi k,\ k \in Z$$

второй степени

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0 \quad |:\cos^2 x$$

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) = 0$$

Уравнение содержит тангенсы и котангенсы

$$a\,tg^2x + b\,tgx + c = 0 \qquad tgx = t$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

$$a\,tgx + b\,ctgx + c = 0 \qquad ctgx = \frac{1}{tgx}$$

$$a\,tgx + \frac{b}{tgx} + c = 0 \qquad tgx = t$$

$$at + \frac{b}{t} + c = 0$$

Методы решения тригонометрических уравнений

Указать метод решения уравнения:

$$\sin^2 x - 5\sin x + 4 = 0$$

sin x = t , t ∈ [1;-1]

$$t^2 - 5t + 4 = 0;$$

$$D = 9;$$

$t_1 = 4;$ посторонний корень

$$t_2 = 1$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Методы решения тригонометрических уравнений

Указать метод решения уравнения:

$$\sin^2 x - 7\sin x\cos x + 10\cos^2 x = 0$$

Однородное уравнение второй степени, делим на $\cos^2 x$.

$tg^2 x - 7tgx + 10 = 0;$

$tgx = t;$

$t^2 - 7t + 10 = 0;$

$D = 9;$

$t_1 = 5;$ $t_2 = 2;$

$tgx = 5$ $tgx = 2$

$x = arctg5 + \pi n; n \in Z$ $x = arctg2 + \pi k, k \in Z$

Методы решения тригонометрических уравнений

Указать метод решения уравнения:

$$\sin x + \cos x = 0$$

Однородное уравнение первой степени, делим на cosx.

$$tgx + 1 = 0;$$

$$tgx = -1;$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Методы решения тригонометрических уравнений

Указать метод решения уравнения:

$$8\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$$

Уравнение содержащие синус и косинус, заменяем cos²x на 1 - sin²x

$$8 - 8\sin^2 x + \sin x + 1 = 0;$$

$$8\sin^2 x - \sin x - 9 = 0;$$

$$\sin x = t, \quad t \in \; [-1;1]$$

$$D = 289;$$

$$t_1 = \frac{9}{8} \quad \textit{посторонний корень} \quad ;$$

$$t_2 = -1$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$$