

ГОТОВИМСЯ к ОГЭ 2015



ЗАДАЧИ ВТОРОЙ ЧАСТИ

*Разработано учителем математики
Баюковской ООШ Муслюмовского
района РТ Хазиевой А. Ф.*



*Если вы хотите
научиться плавать,
то смело входите в воду,
а если хотите
научиться решать
задачи,
то решайте их!*

(Д. По́я)



Таблица 1. Распределение заданий по частям работы.

№	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла для каждой части работы от максимального первичного балла за всю работу, равного 38
1.	Часть 1	С выбором ответа	4	4	11
2.	Часть 1	С кратким ответом	16	16	42
3.	Часть 2	С развернутом ответом	6	18	47
	Итого		26	38	100

Таблица 2. Распределение заданий части 2 по КЭС.

Код по КЭС	Название раздела содержания	Количество заданий
2	Алгебраические выражения	1
3	Уравнения и неравенства	1
5	Функции и графики	1

Таблица 3. Распределение заданий части 2 по КТ.

Код по КТ	Название требования	Количество заданий
2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	1
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	1
4	Уметь строить и читать графики функций	1

Таблица 4. Распределение заданий части 2 по КЭС.

Код по КЭС	Название раздела содержания	Количество заданий
7	Геометрия	3



Таблица 5. Распределение заданий части 2 по КТ.

Код по КТ	Название требования	Количество заданий
7.8	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений , распознавать ошибочные заключения	1
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	2

Таблица 6. Планируемый процент выполнения заданий части 2.

Модуль	Алгебра			Геометрия		
Номер задания	21	22	23	24	25	26
Уровень сложности	П	П	В	П	П	В
Ожидаемый процент выполнения	30-50	15-30	3-15	30-50	15-30	3-15

Решения и критерии оценивания заданий части 2
Модуль «Алгебра»



Задание 21.

Сократим дробь:

$$\frac{3^{2n+2} \cdot 5^{n-2}}{45^{n+1}} = \frac{3^{3n+2} \cdot 5^{n-2}}{3^{2n+2} \cdot 5^{n+1}} = 5^{n-2-(n+1)} = 5^{-3} = \frac{1}{125} = 0,008.$$

Ответ: 0,008.



Задание 21.

Решим уравнение $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$,

$$x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0,$$

$$x^2(x + 5) - (x + 5) = 0,$$

$$(x + 5)(x^2 - 1) = 0,$$

$$(x + 5)(x - 1)(x + 1) = 0,$$

$$x = -5, x = \pm 1.$$

Ответ: $-5; -1; 1.$



Задание 21.

Решим неравенство $\frac{18}{x^2 - 5x + 4} \leq 0$.

$18 > 0$, тогда $x^2 - 5x + 4 < 0$.

$x^2 - 5x + 4 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.

$x^2 - 5x + 4 < 0$, при $1 < x < 4$.

Ответ: (1;4).



Задание 21.

Решим систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} + \frac{y}{4} = 3, \\ 4x - y = 3. \end{cases}$$

Из второго уравнения $y = 4x - 3$ подставим в первое уравнение.

$$\frac{x+3}{2} + \frac{4x-3}{4} = 3, 2x+6+4x-3 = 12, 6x+3 = 12, x = \frac{3}{2}, x = 1,5.$$

$$y = 4 \cdot 1,5 - 3 = 3.$$

Ответ: (1,5; 3).



Таблица 7.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

Задание 22.



Памятка при решении задач на движение

Путь = скорость • время

При движении по реке:

- **Скорость по течению** = собственная скорость транспорта + скорость течения реки*
- **Скорость против течения** = собственная скорость транспорта - скорость течения реки*



Памятка для решения задач на проценты

Процентом числа называется его сотая часть.

Например:

1% от числа 500 – это число 5.

-нахождение процента от числа:

Найти 3 % от числа 500; 15 % от числа 60.

-нахождение числа по его процентам:

Найти число, 12% которого равны 30.

-нахождение % отношения чисел:

Сколько % составляет 120 от 600?



Памятка для решения задач на концентрацию, смеси, сплавы.

*концентрация (доля чистого вещества в
смеси)*

- количество чистого вещества в смеси

- масса смеси.

*масса смеси • концентрация = количество
чистого вещества.*



Памятка при решении задач на работу

-время работы

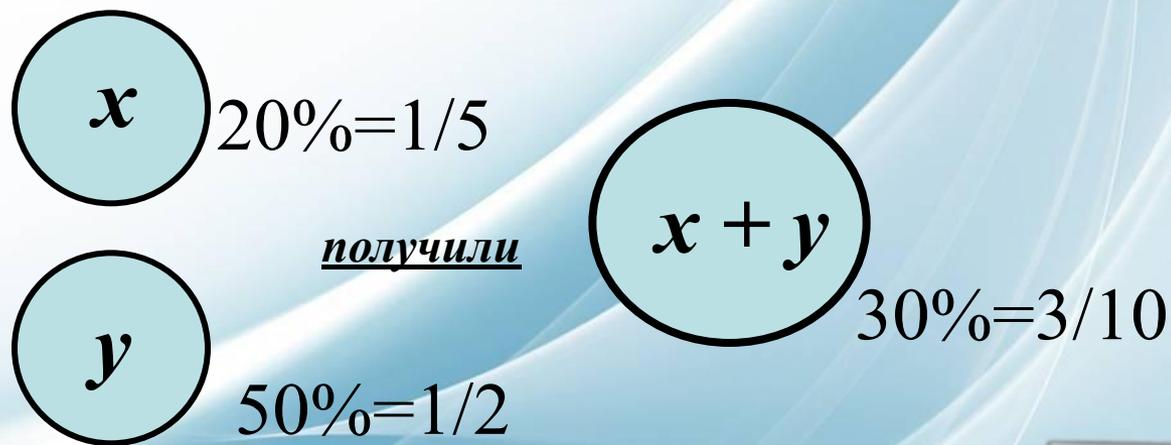
-объем работы

-производительность

*Объем работы = время работы •
производительность*



22. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого **20%**, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого **50%**, получился раствор, содержащий **30%** кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?



Составим уравнение:

$$1/5 \cdot x + 1/2 \cdot y = 3/10 \cdot (x + y)$$



Решаем уравнение: $1/5 \cdot x + 1/2 \cdot y = 3/10 \cdot (x + y)$

$$1/5 \cdot x + 1/2 \cdot y = 3/10 \cdot x + 3/10 \cdot y$$

$$1/5 \cdot x - 3/10 \cdot x = 3/10 \cdot y - 1/2 \cdot y$$

$$x (1/5 - 3/10) = y (3/10 - 1/2)$$

Надо найти отношение первого и второго растворов,
т.е. как $x : y$, поэтому уравнение делим на y :

Получаем: $x/y \cdot (-1/10) = -1/5$

$$x/y = (-1/5) : (-1/10) = -1/5 \cdot (-10/1) = + 2$$

Значит $x : y = 2:1$

Ответ: 2:1



22. На изготовление **180 деталей** первый рабочий тратит **на 3 часа меньше**, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый **за час** делает **на 3 детали больше**.

Решение.

Пусть x – производительность (дет./час) второго рабочего,
тогда

$(x+3)$ – производительность первого рабочего

Значит $\frac{180}{x+3}$ – время первого рабочего

$\frac{180}{x}$ – время второго рабочего



Составим уравнение по условию задачи:

$$\frac{180}{x+3} + 3 = \frac{180}{x} \quad \left| \begin{array}{l} x(x+3) \neq 0 \\ x \neq 0; x \neq -3 \end{array} \right.$$

$$180x + 3x^2 + 9x = 180x + 540$$

$$3x^2 + 9x - 540 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (-180) = 9 + 720 = 729 = 27^2$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm 27}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 24 : 2 = 12 \\ x_2 = -30 : 2 < 0 \text{ (не подходит)} \end{array}$$

Проверка.

Ответ: производительность второго рабочего 12 деталей в час



22. Из города **A** в город **B** выехала грузовая машина. Спустя **1,2 часа** из пункта **A** вслед за ней выехал автобус. Через **0,8 часа** после своего выезда он отставал от машины **на 24 км**. Найдите скорость автобуса, если известно, что она больше скорости грузовой машины **на 30 км/ч**.

Решение.

Пусть x – км/ч скорость автобуса, тогда
 $(x-30)$ – скорость грузовой машины.

Время движения автобуса: $0,8$ часа

Время движения машины: $1,2 + 0,8 = 2,0$ часа

Путь, пройденный автобусом: $0,8 \cdot x$

Путь, пройденный машиной: $2 \cdot (x-30)$



Составим уравнение по условию задачи:

$$0,8x + 24 = 2(x-30)$$

$$0,8x + 24 = 2x - 60$$

$$0,8x - 2x = - 24 - 60$$

$$- 1,2x = - 84$$

$$12x = 840$$

$$x = 840 : 12 = 70$$

Проверка (по условию задачи).

Ответ: скорость автобуса 70 км/ ч



Задание 22.

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч ?



Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывет от места отправления до места назначения и обратно, равно $(x/4+x/8)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часа.

Составим уравнение: $(x/4+x/8) = 3$

Решив уравнение, получим $x=8$.

Ответ: 8 км.



Таблица 8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
2	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с ее учетом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

Задание 23.

Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение. Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

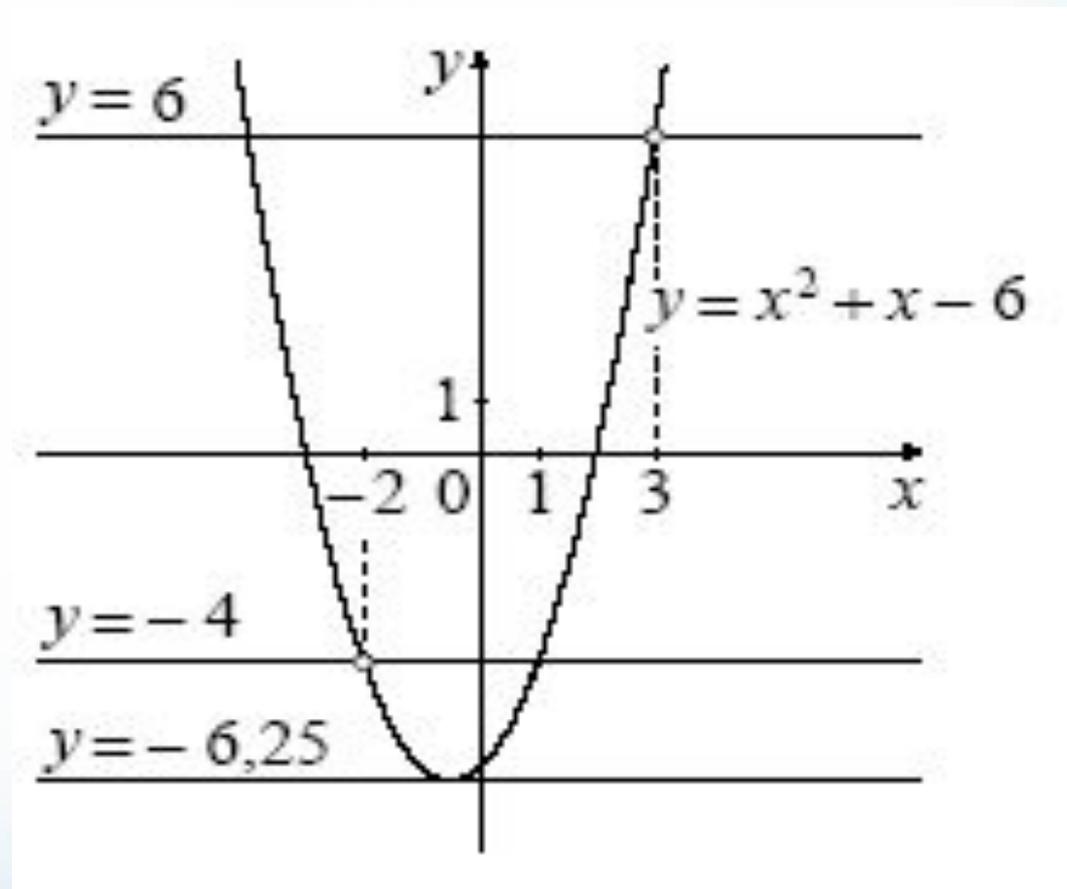


При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид:

$y = (x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$, ее график-парабола, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых-выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.





Поэтому $c = -6,25$; $c = -4$ или $c = 6$.



Задание 23.

Построим график функции.

$$y = \begin{cases} (x + 3)^2, & \text{при } |x + 2| < 3; \\ -\frac{20}{x}, & \text{при } |x + 2| \geq 3; \end{cases}$$

1) $y = (x + 3)^2$, при $|x + 2| < 3$. Решим неравенство $|x + 2| < 3$,
 $-3 < x + 2 < 3$,
 $-5 < x < 1$.

Графиком функции является часть параболы, определённой на множестве $(-5; 1)$ и принимающей значения $[0; 16]$. Ветви направлены вверх, вершина в точке $(-3; 0)$. Составим таблицу и построим график (см. рис. 21).

x	-5	-3	-1	0	1
$y = (x + 3)^2$	4	0	4	9	16

$$2) y = -\frac{20}{x}, |x + 2| \geq 3.$$

Решим неравенство $|x + 2| \geq 3$.

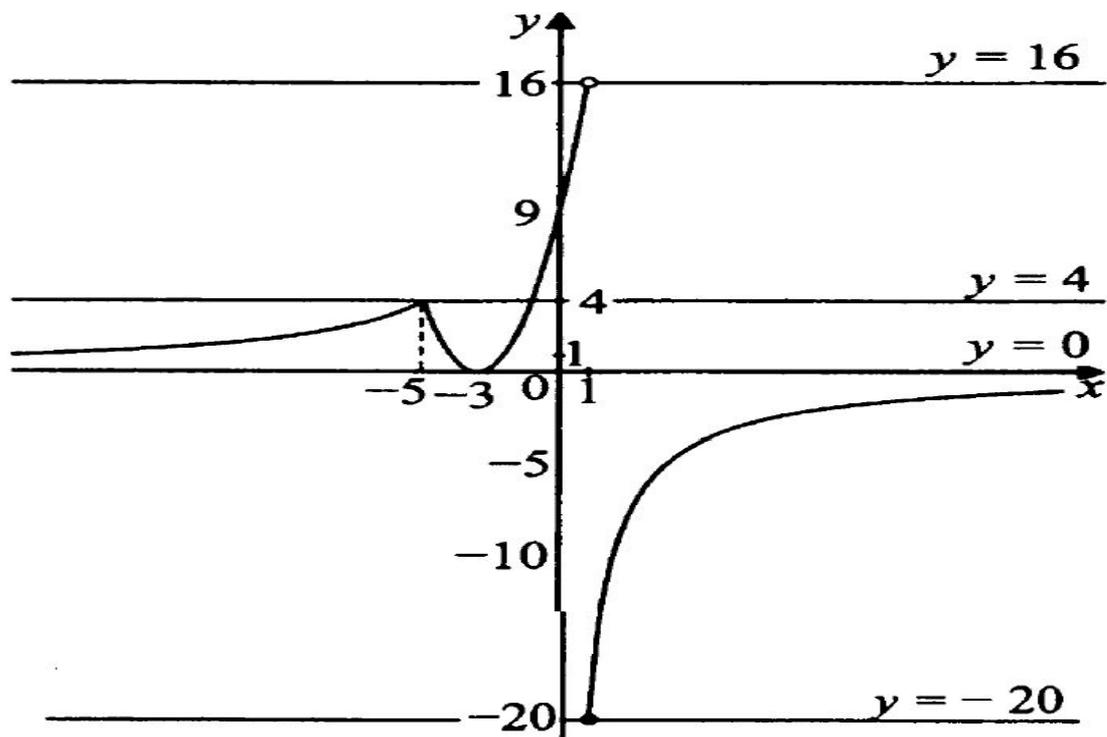
$$\begin{cases} x + 2 \geq 3, \\ x + 2 \leq -3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq -5. \end{cases}$$

Графиком этой функции является часть гиперболы, определённая на множестве $(-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$, ветви находятся во 2-й и 4-й четвертях. Составим таблицу и построим график (см. рис. 21).

x	-10	-8	-5	1	2	4	5
$y = -\frac{20}{x}$	2	2,5	4	-20	-10	-5	-4

3) Прямая $y = c$ пересекает построенный график функции в одной точке, когда $c \in [-20; 0] \cup (4; 16)$.



Ответ: $[-20; 0] \cup (4; 16)$.



Задание 23.

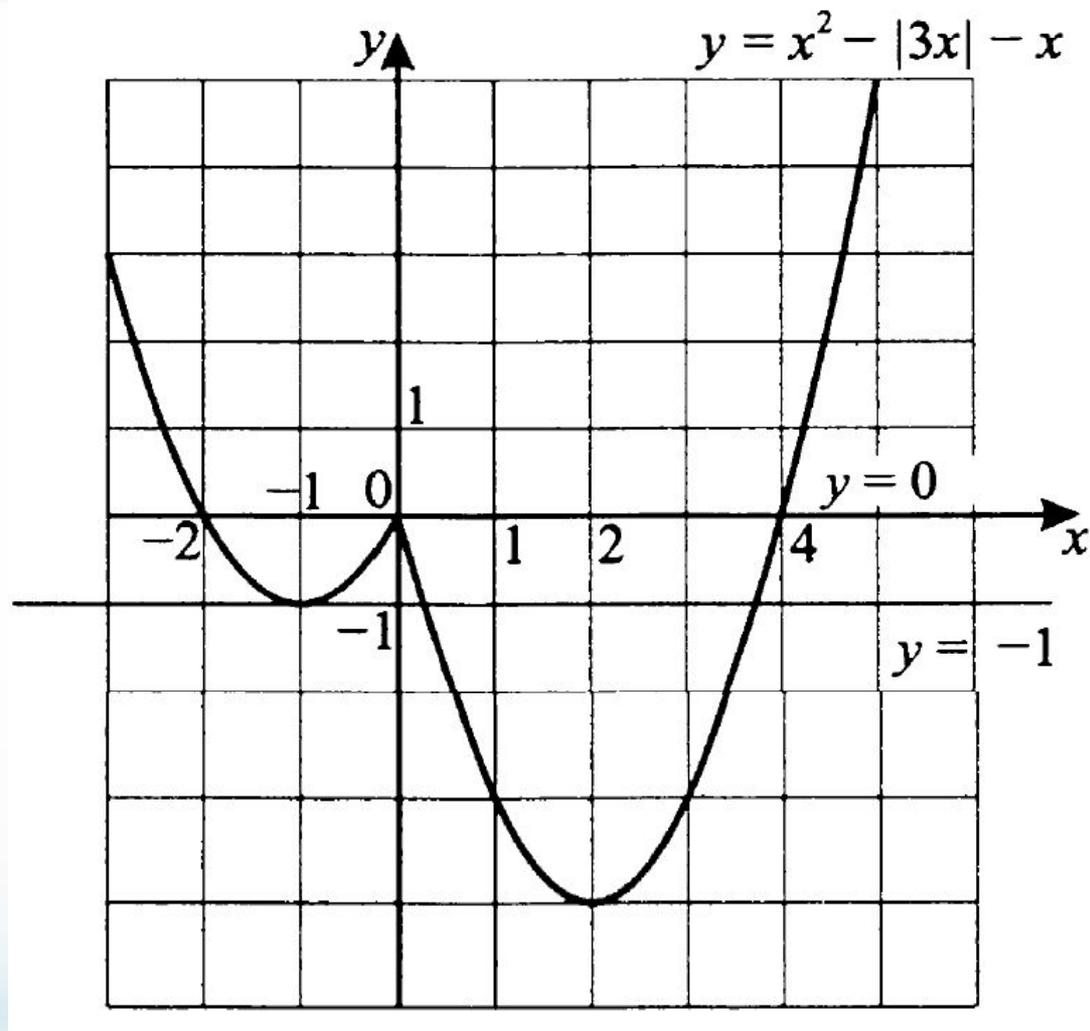
Построим график функции $y = x^2 - |3x| - x$

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$$

1. Графиком функции $y = x^2 - 4x, x \geq 0$ является часть параболы, ветви которой направлены вверх ($a = 1, a > 0$), вершина в точке с координатами $(2; -4)$, $y = 0$ при $x = 0$ и $x = 4$.

2. Графиком функции $y = x^2 + 2x, x < 0$ является часть параболы, ветви которой направлены вверх ($a = 1, a > 0$), вершина в точке с координатами $(-1; -1)$, $y = 0$ при $x = -2$.

3. При $C = -1$ и $C = 0$ прямая $y = C$ и график функции $y = x^2 - |3x| - x$ имеют ровно три общие точки.



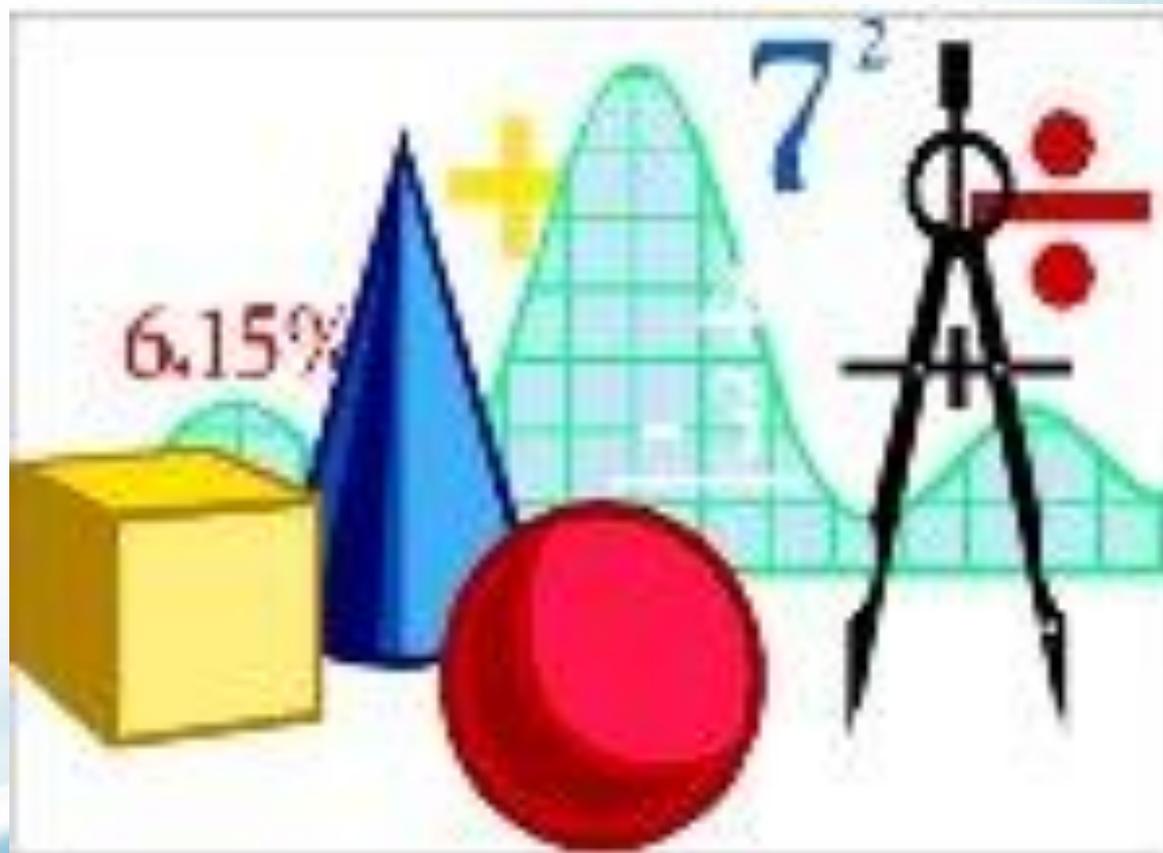
Ответ: $-1; 0$.



Таблица 9.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	График построен правильно, верно указаны все значения s , при которых прямая $y = s$ имеет с графиком только одну общую точку
3	График построен правильно, указаны не все верные значения s
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
4	Максимальный балл

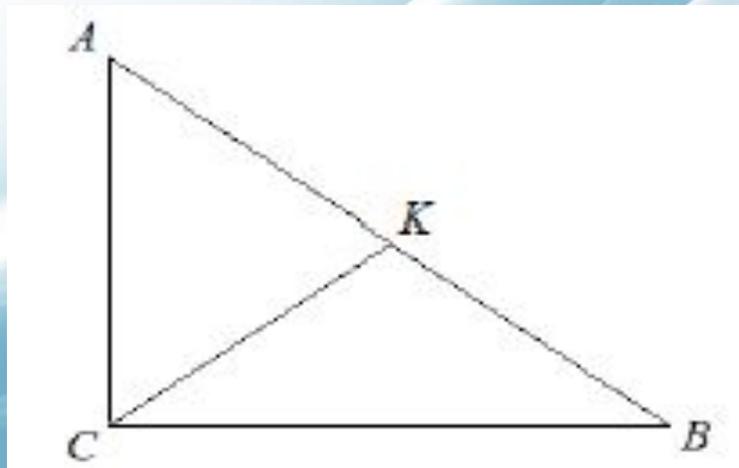
Модуль «Геометрия»



Задание 24.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.





$$CK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.



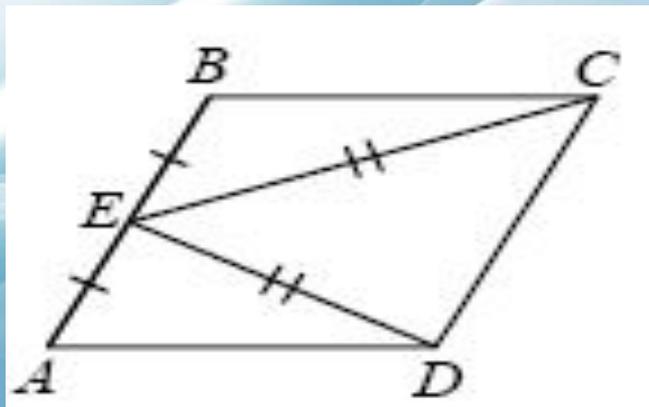
Таблица 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Задание 25.

В параллелограмме $ABCD$ точка E – середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.

Доказательство.





Треугольники ВЕС и АЕД равны по трем сторонам.

Значит, углы СВЕ и ДАЕ равны. Так как их сумма равна 180, то углы равны 90. Такой параллелограмм – прямоугольник.



Таблица 11.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

Задание 26.

Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12 . Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .



Решение. Пусть O – центр данной окружности, а Q – центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Точка касания M окружностей делит AC пополам.

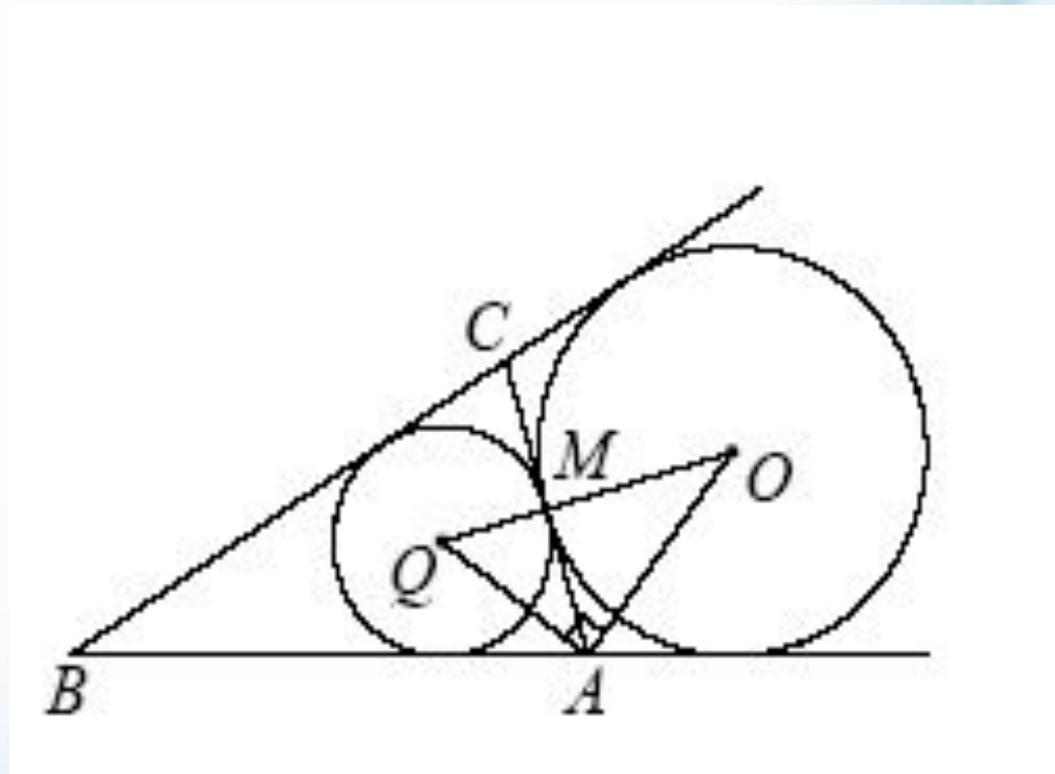
AQ и AO – биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой. Из прямоугольного треугольника OAQ

получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$.

Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$





Ответ:4,5



Таблица 12.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, чертеж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл

Спасибо за внимание!

