

# Теорема Менелая

Менелай



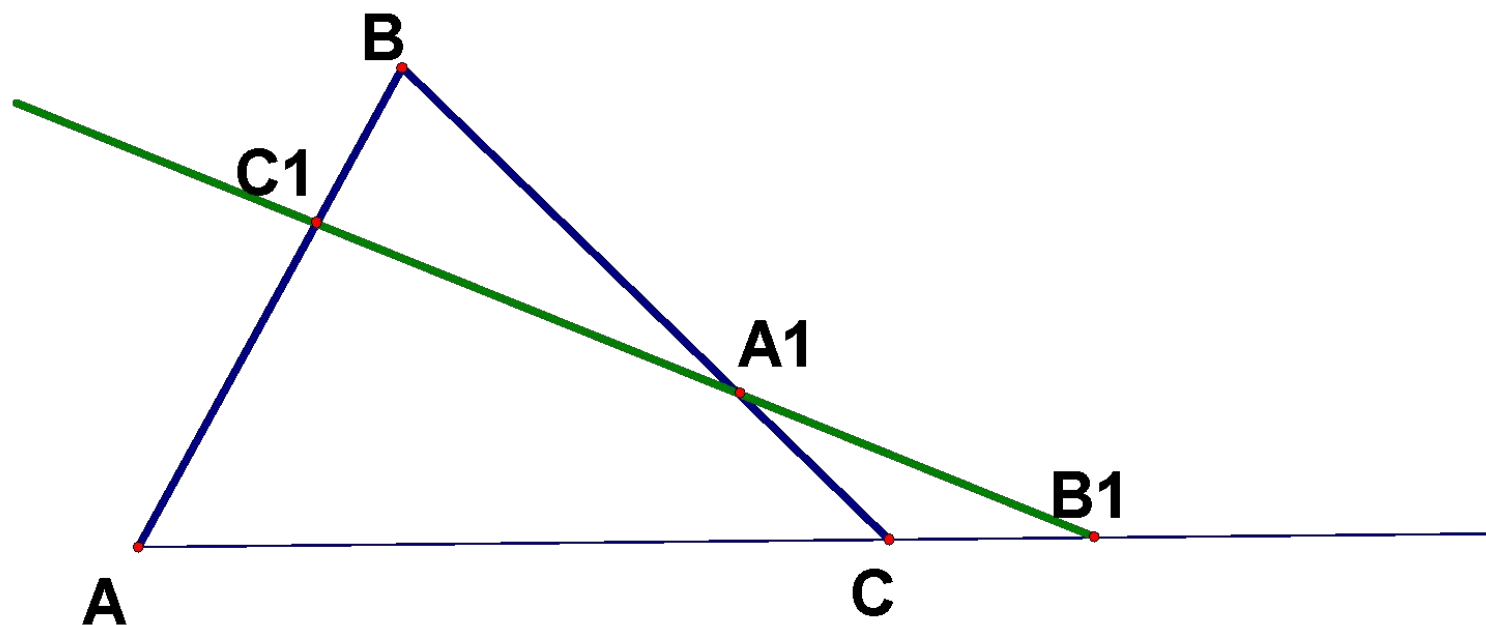
[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B0\\_%D0%BE%D0%EA%D0%F1%D0%ED%D0%E4%D0%F0%D0%E8%D0%F1%D0%EA%D0%E8%D0%EA](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B0_%D0%BE%D0%EA%D0%F1%D0%ED%D0%E4%D0%F0%D0%E8%D0%F1%D0%EA%D0%E8%D0%EA)

(I в.) – древнегреческий математик и астроном. Автор работ по сферической тригонометрии: написал 6 книг о вычислении хорд и 3 книги “Сферики”, сохранившиеся в арабском переводе. Для получения формул сферической тригонометрии использовал теорему, известную сегодня как *теорема Менелая*.

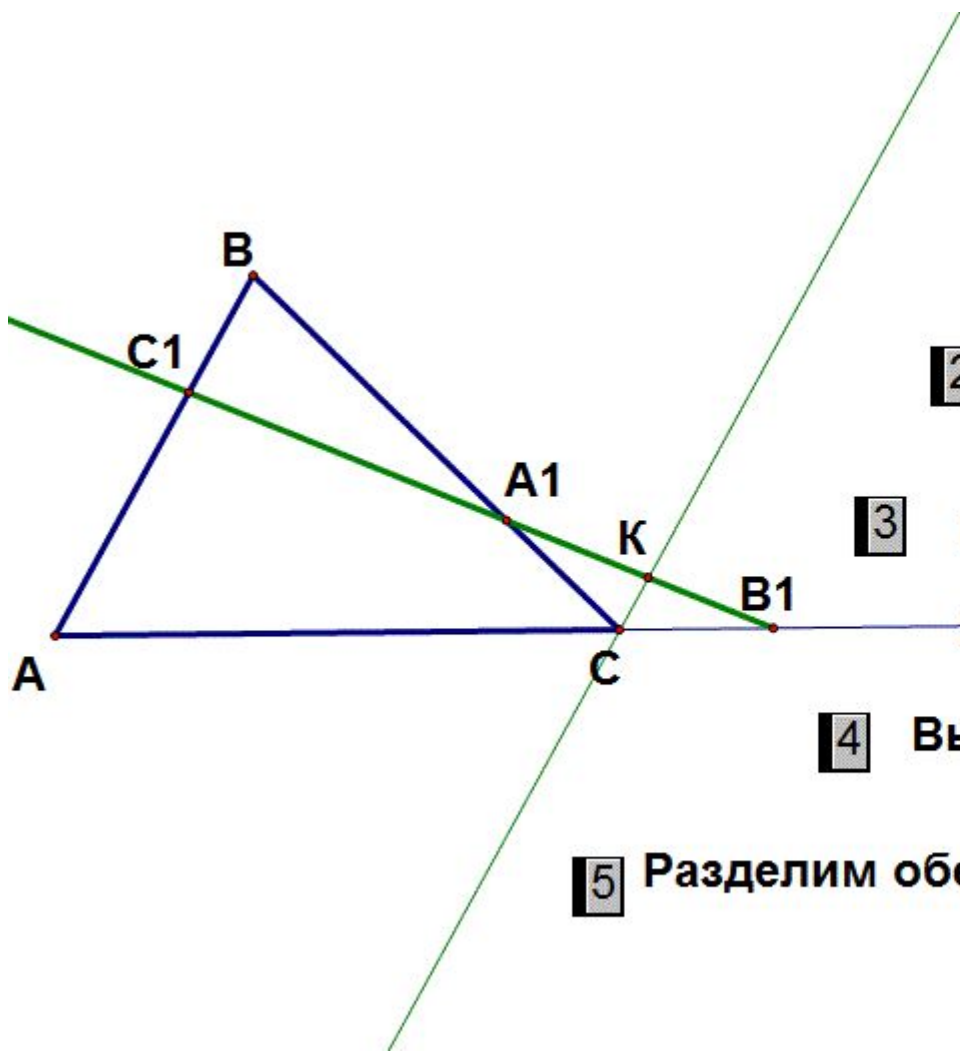
# Теорема Менелая

Пусть прямая пересекает треугольника  $ABC$ , причем  $C_1$  - точка пересечения со стороной  $AB$ , точка  $A_1$  - точка пересечения со стороной  $BC$ ,  $B_1$  - точка пересечения с продолжением стороны  $AC$ .

Тогда выполняется равенство  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$



# Теорема Менелая



Доказательство.

1 Проведем через C прямую СК параллельную АВ.

2 Рассмотрим  $\triangle AC_1B_1$   $\triangle СКB_1$  ( $\angle B_1$  - общий;  $\angle C_1AB_1 = \angle KCB_1$ )  
Значит  $\frac{AC_1}{СК} = \frac{AB_1}{CB_1}$

3 Рассмотрим  $\triangle BC_1A_1$   $\triangle СКА_1$  ( $\angle BA_1C_1 = \angle CA_1K$ ;  $\angle C_1BA_1 = \angle KA_1C$ )  
Значит  $\frac{BC_1}{СК} = \frac{BA_1}{A_1C}$

4 Выразим СК из обоих равенств.  $СК = \frac{AC_1 \cdot CB_1}{AB_1} = \frac{BC_1 \cdot A_1C}{BA_1}$

5 Разделим обе части **этого равенства** на  $\frac{BC_1 \cdot A_1C}{BA_1}$ . Получим  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$

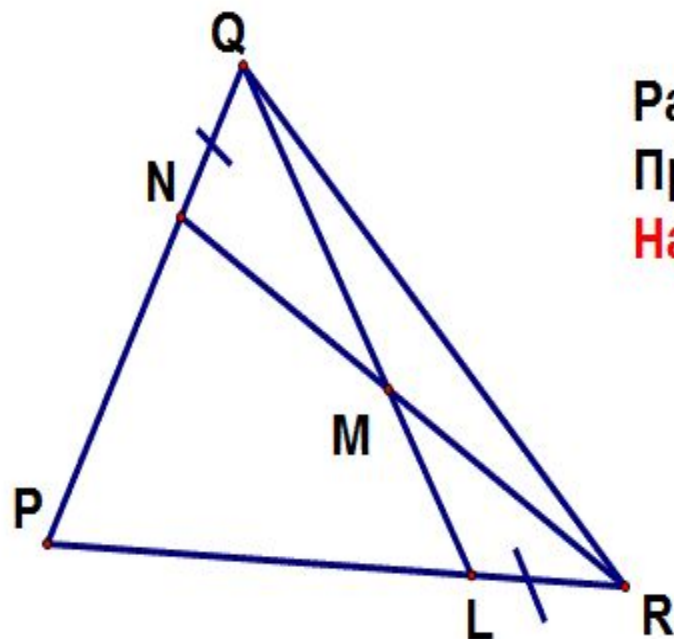
## Теорема Менелая.

Важное замечание!

Используя теорему Менелая, нужно "обходить треугольник по кругу" **от вершины треугольника до точки пересечения стороны и секущей, от точки пересечения стороны и секущей до вершины треугольника.**

На стороне PQ треугольника PQR взята точка N, на стороне PR - точка L так, что  $NQ = LR$ . Точка M пересечения отрезков NR и QL делит отрезок QL в отношении 3:2, считая от вершины Q. Найти  $\frac{PN}{PR}$ .

[комментарии к решению](#)



Рассмотрим  $\triangle PQL$  и секущую RN.

Применим теорему Менелая.

**Начнем с вершины P и движемся по часовой стрелке.**

# Теорема Менелая

**Домашнее задание. Выучить формулировку теоремы и решить задачу.**

**В треугольнике ABC медиана AM пересекает биссектрису CD в точке O. Найти отношение CO:OD, если BC = 10 см, AC = 20 см.**