

Теорема Менелая

Менелай



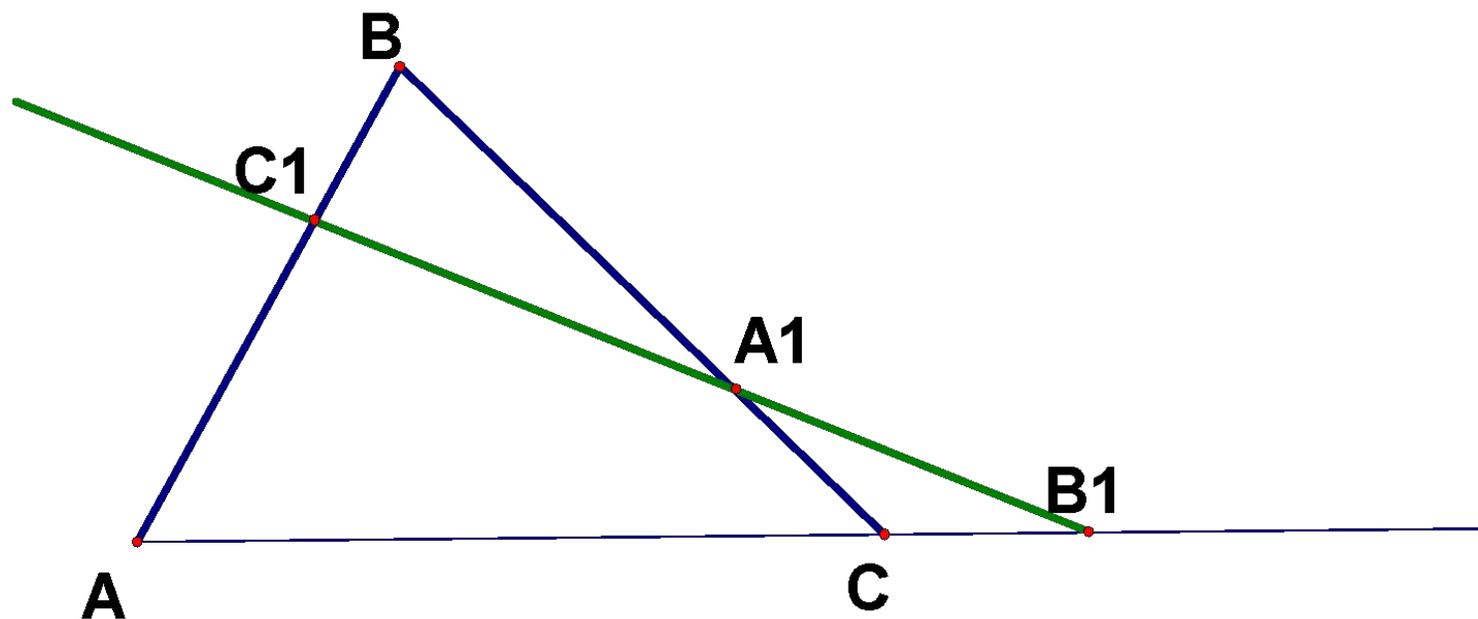
https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B0_%D0%BE%D0%EA%D0%F1%D0%ED%D0%E4%D0%F0%D0%E8%D0%F1%D0%EA%D0%E8%D0%EA

(I в.) – древнегреческий математик и астроном. Автор работ по сферической тригонометрии: написал 6 книг о вычислении хорд и 3 книги “Сферики”, сохранившиеся в арабском переводе. Для получения формул сферической тригонометрии использовал теорему, известную сегодня как *теорема Менелая*.

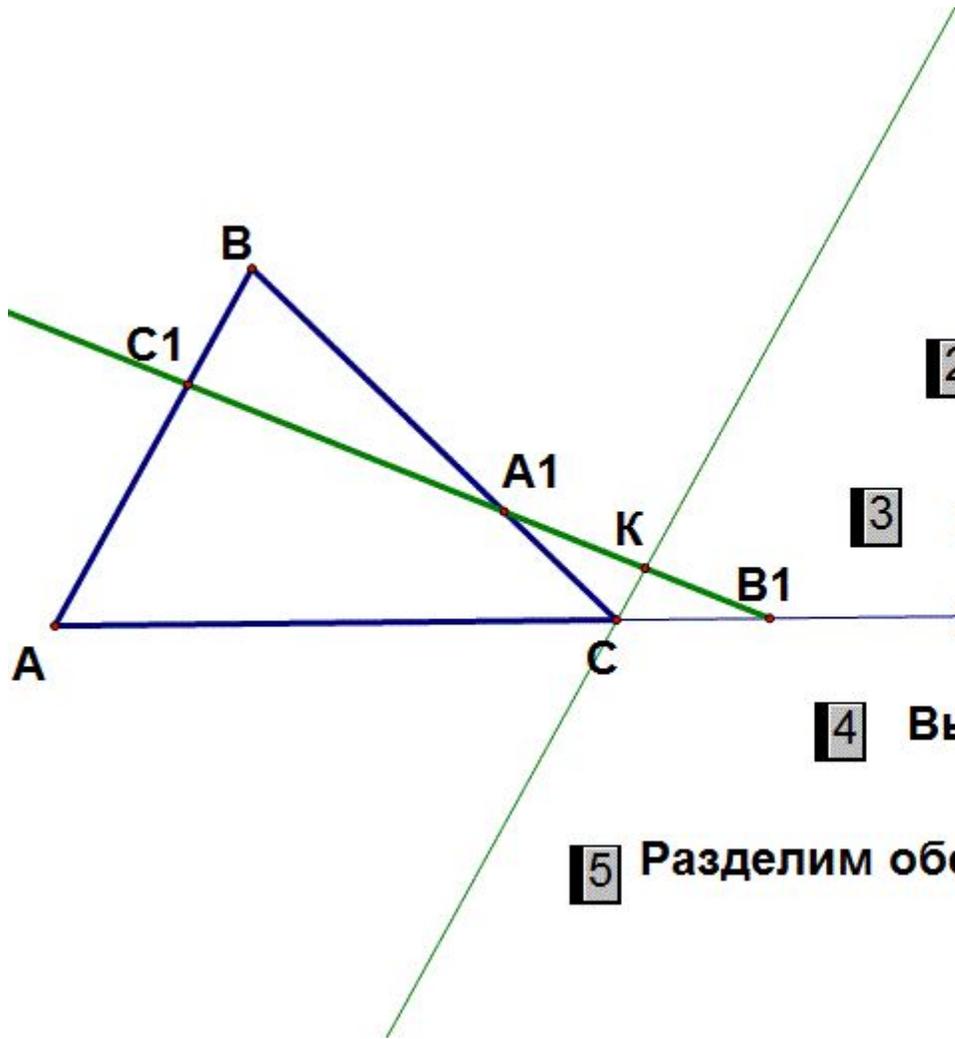
Теорема Менелая

Пусть прямая пересекает треугольника ABC , причем C_1 - точка пересечения со стороной AB , точка A_1 - точка пересечения со стороной BC , B_1 - точка пересечения с продолжением стороны AC .

Тогда выполняется равенство $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$



Теорема Менелая



Доказательство.

1 Проведем через C прямую СК параллельную АВ.

2 Рассмотрим $\triangle AC_1B_1$ $\triangle СКB_1$ ($\angle B_1$ - общий; $\angle C_1AB_1 = \angle KCB_1$)
Значит $\frac{AC_1}{СК} = \frac{AB_1}{CB_1}$

3 Рассмотрим $\triangle BC_1A_1$ $\triangle СКА_1$ ($\angle BA_1C_1 = \angle CA_1K$; $\angle C_1BA_1 = \angle KA_1C$)
Значит $\frac{BC_1}{СК} = \frac{BA_1}{A_1C}$

4 Выразим СК из обоих равенств. $СК = \frac{AC_1 \cdot CB_1}{AB_1} = \frac{BC_1 \cdot A_1C}{BA_1}$

5 Разделим обе части **этого равенства** на $\frac{BC_1 \cdot A_1C}{BA_1}$. Получим $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$

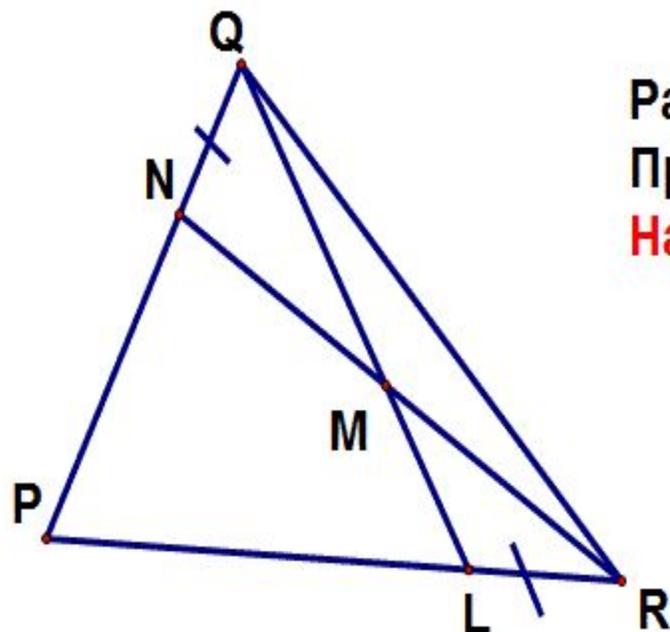
Теорема Менелая.

Важное замечание!

Используя теорему Менелая, нужно "обходить треугольник по кругу" **от вершины треугольника до точки пересечения стороны и секущей, от точки пересечения стороны и секущей до вершины треугольника.**

На стороне PQ треугольника PQR взята точка N, на стороне PR - точка L так, что $NQ = LR$. Точка M пересечения отрезков NR и QL делит отрезок QL в отношении 3:2, считая от вершины Q. Найти $\frac{PN}{PR}$.

[комментарии к решению](#)



Рассмотрим $\triangle PQL$ и секущую RN.

Применим теорему Менелая.

Начнем с вершины P и движемся по часовой стрелке.

Теорема Менелая

Домашнее задание. Выучить формулировку теоремы и решить задачу.

В треугольнике ABC медиана AM пересекает биссектрису CD в точке O. Найти отношение CO:OD, если BC = 10 см, AC = 20 см.