

# Тригонометрические формулы

Основные тригонометрические  
тождества тригонометрических  
функций



Формулы суммы и разности  
аргументов



тригонометрических функций  
Формулы двойного



аргумента

тригонометрических  
Формулы понижения  
степени



(половинного аргумента)

Формулы преобразования суммы и  
разности тригонометрических функций в  
произведение



Введение вспомогательного аргумента



Формулы преобразования  
произведений



# Основные тригонометрические тождества

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \qquad ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$tg \alpha \cdot ctg \alpha = 1$$

$$1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + ctg^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



## Формулы суммы и разности аргументов тригонометрических функций

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$tq(\alpha + \beta) = \frac{tq \alpha + tq \beta}{1 - tq \alpha \cdot tq \beta}$$

$$tq(\alpha - \beta) = \frac{tq \alpha - tq \beta}{1 + tq \alpha \cdot tq \beta}$$



## Формулы двойного аргумента тригонометрических функций

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 = \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$



## Формулы понижения степени (половинного аргумента)

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$



# Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$



## Введение вспомогательного аргумента

$$A \sin \alpha + B \cos \alpha = C \sin(\alpha + t)$$

$$A \sin \alpha - B \cos \alpha = C \sin(\alpha - t)$$

$$\text{где } C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

*t* – вспомогательный аргумент



## Формулы преобразования произведений тригонометрических функций в суммы

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

