1	**2**	**3**	**4**	**5**
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

В4. В треугольнике ABC BD — биссектриса (см. рис. 20) . Угол A равен 94°, угол ABD равен 7°. Найдите градусную меру угла C.

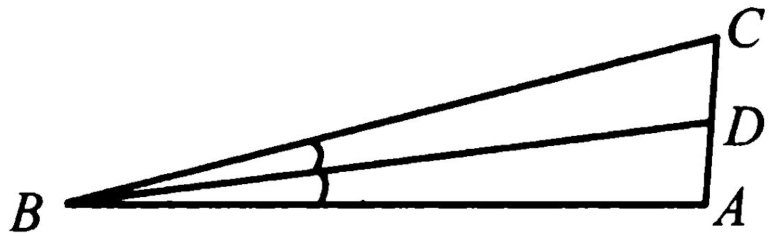


Рис. 20.

В6. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис. 21). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

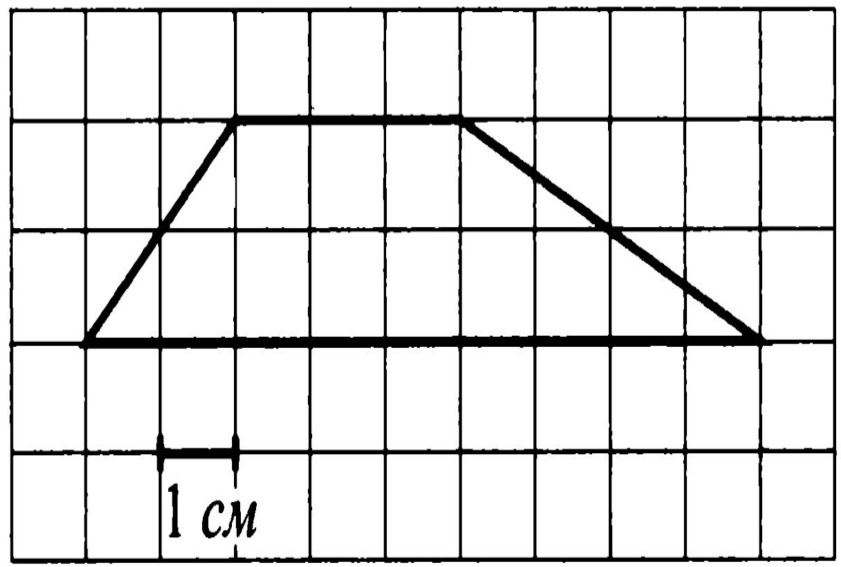
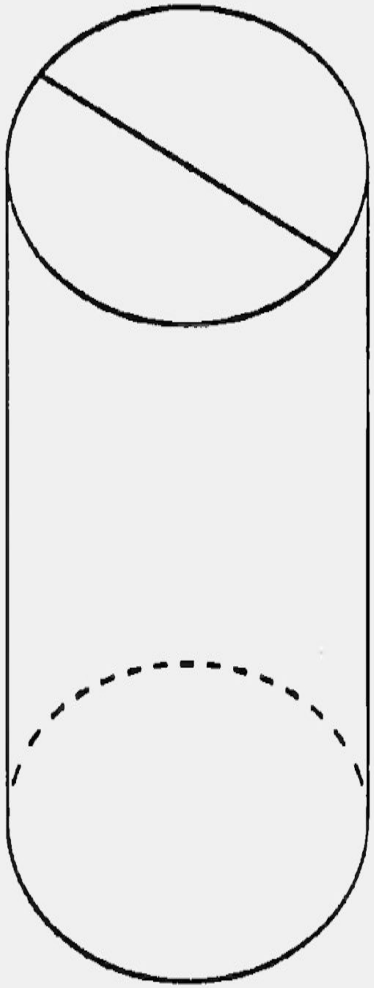


Рис. 21.

B9 Площадь боковой поверхности цилиндра равна 18π , а диаметр основания равен 9. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: 2.

B9. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 3 (см. рис. 23). Найдите объём параллелепипеда.

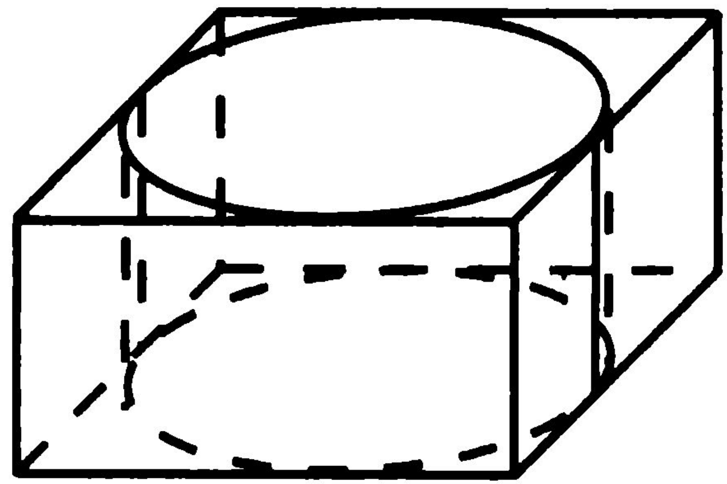


Рис. 23.

С2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все рёбра которой равны 5, найдите расстояние от точки C до прямой D_1E_1.

B4. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, CH — высота, $AB = 18$, $\sin \angle A = \frac{1}{3}$. Найдите BH.

B9. Объём куба равен 20. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины (см. рис. 31).

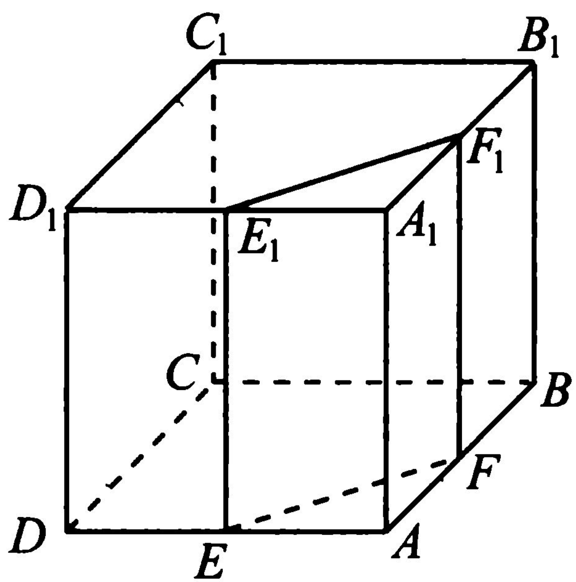
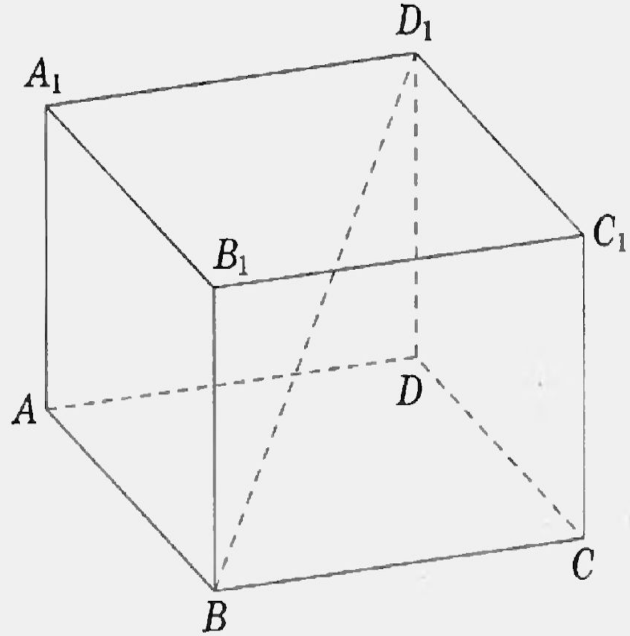


Рис. 31.

C2 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите угол между прямыми SB и CD.

B6 В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 53°, угол CAD равен 39°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

B9 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BD_1 = 6$; $CC_1 = 2$; AD = $\sqrt{7}$. Найдите длину ребра D_1C_1.



B4. PQ и KF — диаметры окружности с центром в точке O (см. рис. 36). Угол PQF равен 42°. Найдите угол KOP. Ответ дайте в градусах.

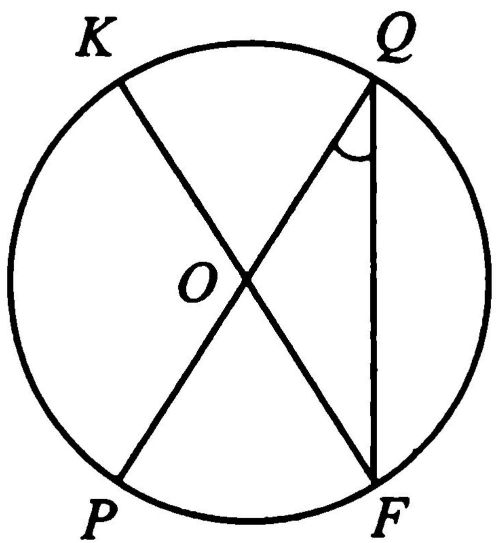


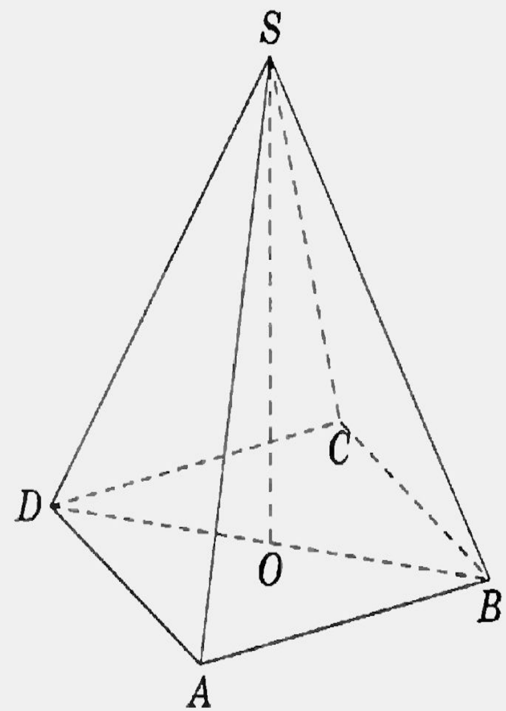
Рис. 36.

C2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой E_1F_1.

C4 В треугольнике ABC $AB = 7$, $BC = 9$, $CA = 4$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD:DC = 1:5$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

B6 В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 12$, $\cos A = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите высоту CH.

B9 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SO = 12$, $BD = 18$. Найдите боковое ребро SA.



В6. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 1), (1; 4), (10; 0), (10; 7) (см. рис. 37).

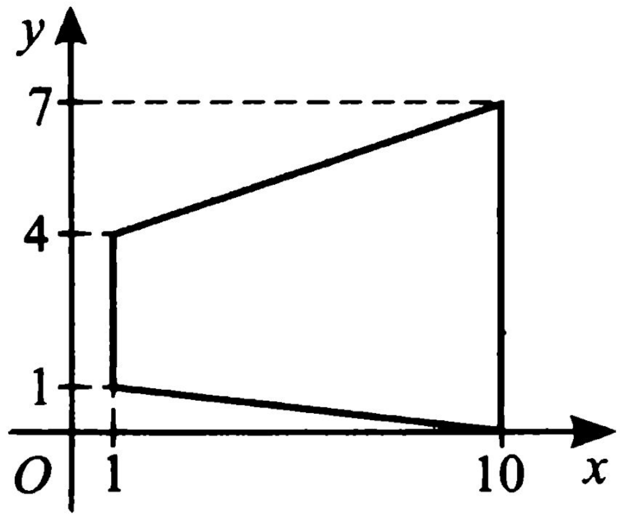


Рис. 37.

B6. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 2), (1; 5), (10; 3), (10; 8) (см. рис. 41).

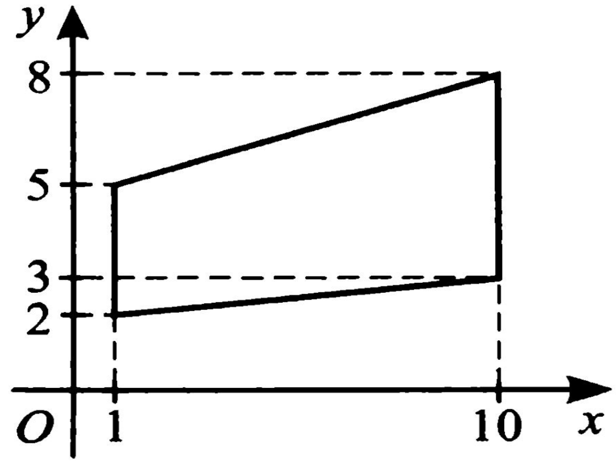
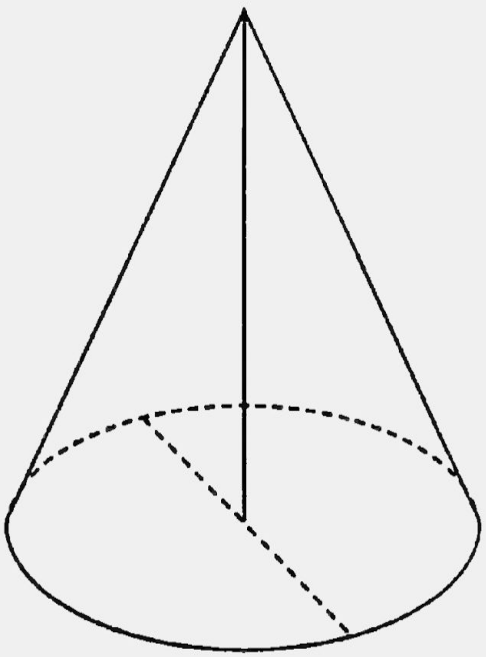


Рис. 41.

C4 Основание равнобедренного треугольника равно 40, косинус угла при вершине равен $\frac{15}{17}$. Две вершины прямоугольника лежат на основании треугольника, а две другие — на боковых сторонах. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что одна из его сторон вдвое больше другой.

B9 Высота конуса равна 5, а диаметр основания — 24. Найдите образующую конуса.



B9. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объём параллелепипеда (см. рис. 38).

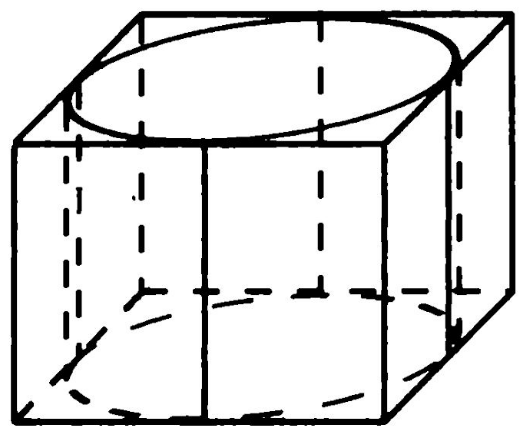
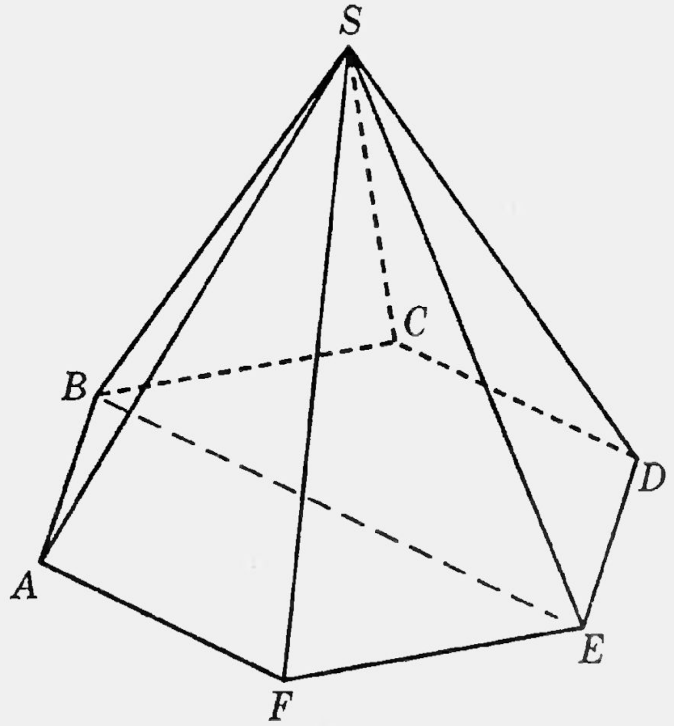


Рис. 38.

Решение.

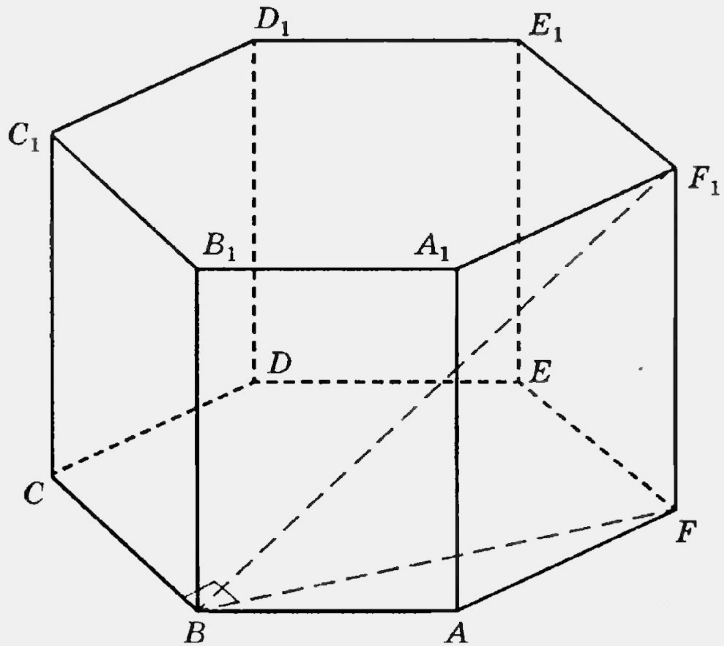
Вместо прямой CD рассмотрим параллельную ей прямую BE. Искомый угол равен углу SBE. Треугольник SBE равносторонний, поскольку $BE = 2$. Значит, $\angle SBE = 60°$



Ответ: $60°$.

Решение.

Проведем отрезки BF и BF_1. $BF \perp BC$, поскольку $\angle CBA = 120°$, а $\angle ABF = 30°$. BF — проекция BF_1 на плоскость основания. По теореме о трех перпендикулярах $BF_1 \perp BC$ и, значит, $BF_1 \perp E_1F_1$. Таким, образом искомое расстояние — длина отрезка BF_1.



Рассмотрим треугольник BFF_1. Он прямоугольный, $BF = \sqrt{3}$, $FF_1 = 1$. По теореме Пифагора находим: $BF_1 = \sqrt{3+1} = 2$.

Ответ: 2.

Решение.

Пусть $AD=d$, $BD=x$, $DC=y$. Подсчитывая разными способами периметры треугольников ADC и ABD, получаем: $DE=\frac{d+y-4}{2}$, $DF=\frac{d+x-7}{2}$. Возможны два случая.

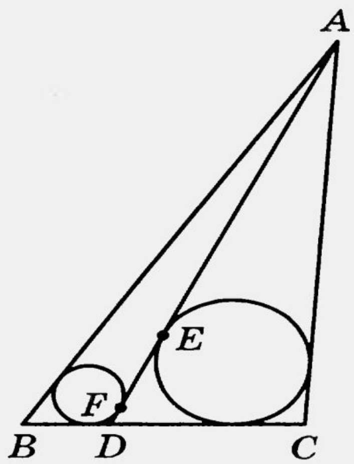


Рис. 1

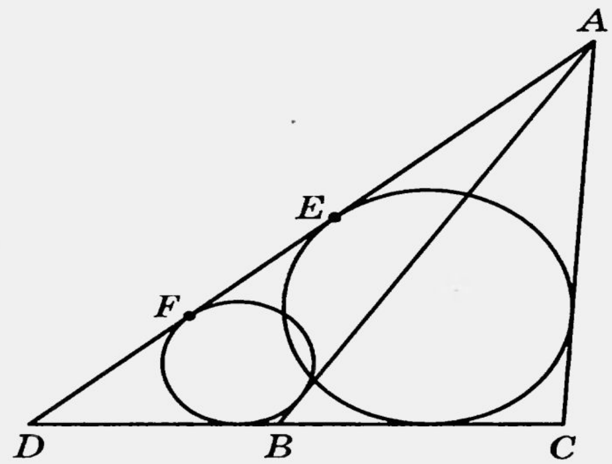


Рис. 2

1. Точка D лежит на отрезке BC (рис. 1). Тогда $x=1{,}5$, $y=7{,}5$. Значит, $EF=\frac{3+y-x}{2}=4{,}5$.

2. Точка D лежит вне отрезка BC (рис. 2). Тогда $x=\frac{9}{4}$, $y=x+9=\frac{45}{4}$. Значит, $EF=6$.

Ответ: 4,5 или 6.

Решение.

Пусть вершины K и L прямоугольника $KLMN$ лежат на основании BC равнобедренного треугольника ABC (точка K — между B и L), а вершины M и N — на боковых сторонах AC и AB соответственно.

Обозначим $\angle BAC = \alpha$, $\angle ABC = \angle ACB = \beta$. Тогда

$$\cos\alpha = \frac{15}{17}, \quad \sin\alpha = \frac{8}{17}, \quad \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1+\frac{15}{17}}{\frac{8}{17}} = 4.$$

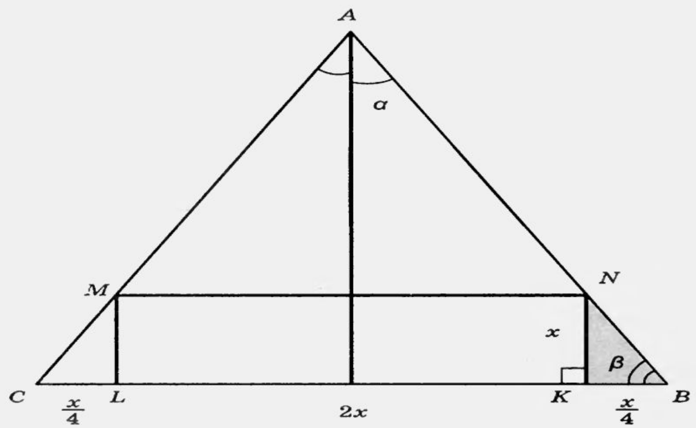


Рис. 1

Предположим, что сторона KL прямоугольника вдвое больше его стороны KN. Положим $KN = x$, $KL = 2x$. Из прямоугольного треугольника BKN находим, что $BK = KN\operatorname{ctg}\alpha = \frac{x}{4}$. Тогда $LC = BK = \frac{x}{4}$, а так как $KL = MN = 2x$, то

$$BC = BK + KL + LC = \frac{x}{4} + 2x + \frac{x}{4} = \frac{5}{2}x = 40,$$

откуда $x = 16$. Тогда $KL = 2x = 32$. Следовательно,

$$S_{KLMN} = KL \cdot KN = 16 \cdot 32 = 512.$$

Пусть теперь сторона KN прямоугольника вдвое больше его стороны KL. Положим $KL = y$, $KN = 2y$. Из прямоугольного треугольника BKN находим, что $BK = KN\operatorname{ctg}\alpha = \frac{y}{2}$. Тогда $LC = BK = \frac{y}{2}$, а так как $KL = MN = y$, то

$$BC = BK + KL + LC = \frac{y}{2} + y + \frac{y}{2} = 2y = 40,$$

откуда $y = 20$. Тогда $KN = 2y = 40$. Следовательно,

$$S_{KLMN} = KL \cdot KN = 20 \cdot 40 = 800.$$

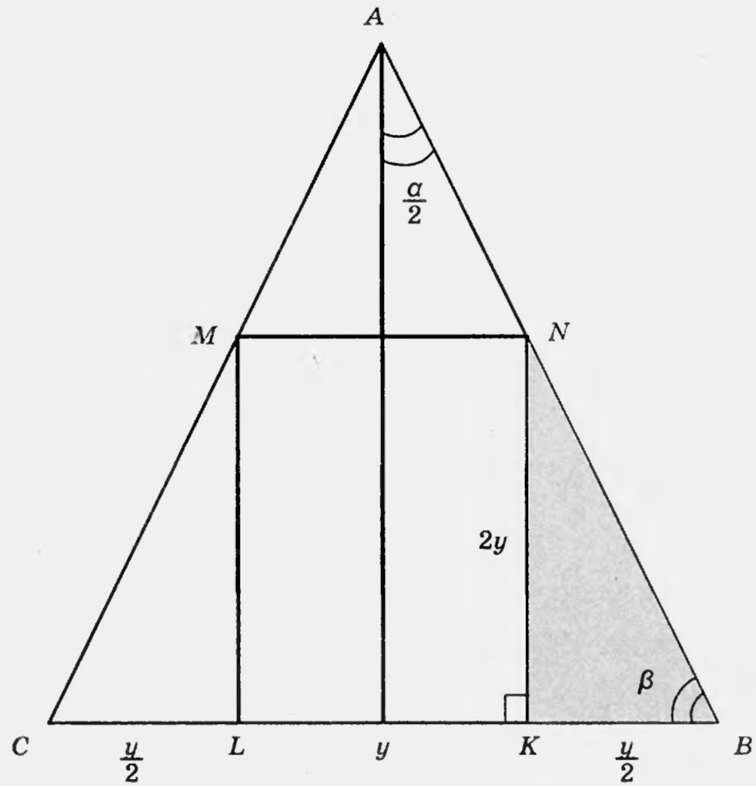


Рис. 2

Ответ: 512 или 800.