

Готовимся к ЕГЭ-2015  
по математике.  
реальный КИМ ЕГЭ- 2014 (1  
часть)  
основная волна  
(запад)

---

Учитель математики МБОУ СОШ № 143  
г. Красноярска  
Князькина Т. В.

▼ В летнем лагере 310 детей и 28 воспитателей. В автобус помещается не более 40 пассажиров. Какое наименьшее число автобусов требуется заказать, чтобы перевести всех детей и воспитателей из лагеря в город?

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$a$  - число детей;

$b$  - количество воспитателей;

$c$  - вместимость автобуса.

Интересует величина  $N$  -  
целая часть с **избытком** числа

$$n = \frac{a + b}{c}$$

В данном случае:

$$a := 310 : b := 28 : c := 40 :$$

$$n = \frac{a + b}{c} = n = \frac{169}{20} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} n = 8.4500$$

$$N = \left\lceil \frac{a + b}{c} \right\rceil = N = 9$$

$$N = \text{ceil} \left( \frac{a + b}{c} \right) = N = 9$$

**ОТВЕТ**

9

В старинной книге полезных советов «Домострой» имеется рецепт десерта Шарлотка. Для приготовления Шарлотки следует взять 12 фунтов яблок. Сколько килограммов яблок надо взять хозяйке для приготовления Шарлотки? Считайте, что 1 фунт равен 400 грамм.

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$a$  - необходимая масса яблок в фунтах;

$b$  - эквивалент 1 фунта в граммах ( $1 \text{ г} = 0.001 \text{ кг}$ ).

Искомая масса яблок  $c$  в килограммах:

$$c = \frac{a \cdot b}{1000}$$

В данном случае:

$$a := 12 : b := 400 :$$

$$c = \frac{a \cdot b}{1000} = c = \frac{24}{5} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} c = 4.8000$$

**ОТВЕТ**

4.8



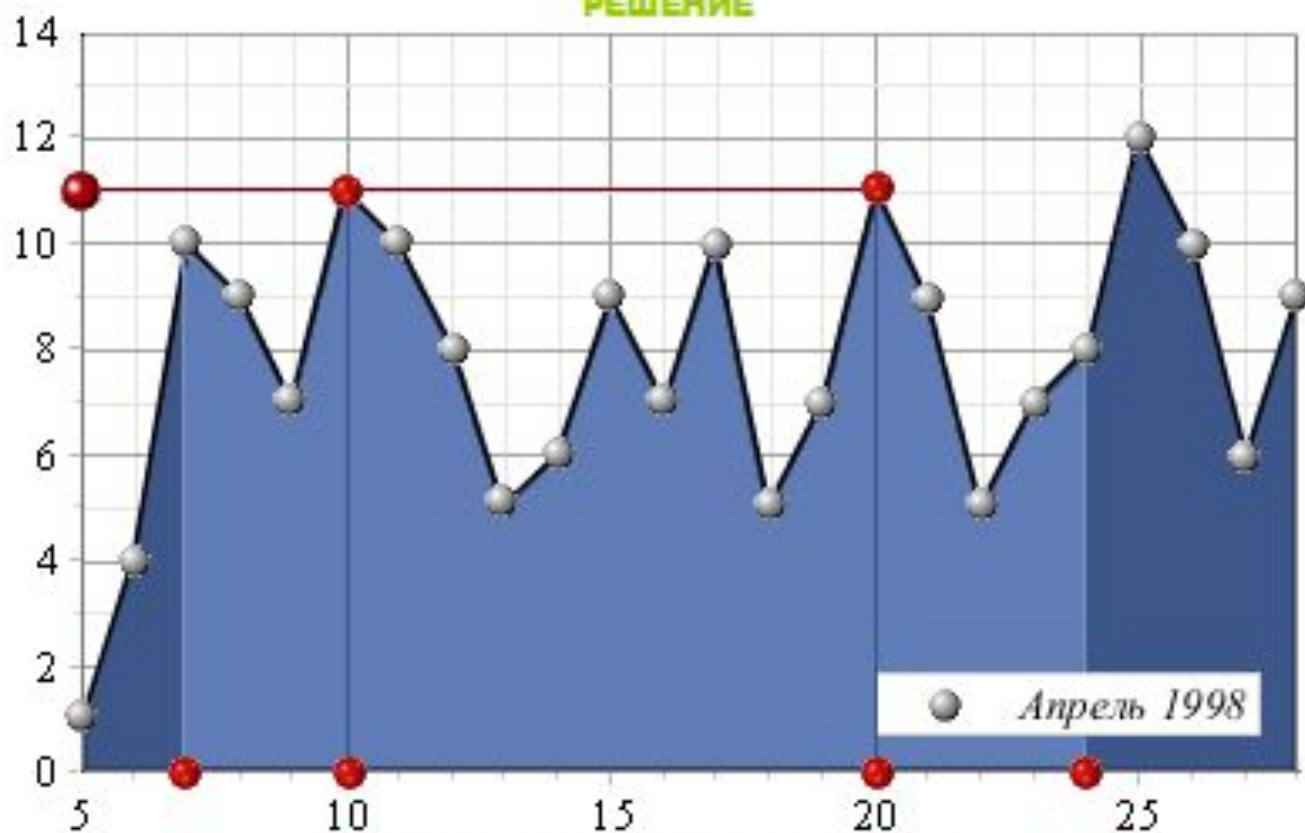


**в3** На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Сочи каждый день с 5 по 28 апреля 1998 года.

На оси абсцисс отмечены дни, на оси ординат - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией.

Определите по рисунку наибольшую среднесуточную температуру воздуха в Сочи в период с 7 по 24 апреля.

**РЕШЕНИЕ**



Непосредственно из диаграммы следует:

$$\text{ИСКОМОЕ} = t_{10} = t_{20} = 11$$

**ОТВЕТ**

11

**В4** Для группы иностранных гостей требуется купить 30 путеводителей.

Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

**РЕШЕНИЕ**

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
<b>А</b>	255	350	Нет
<b>Б</b>	270	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 8000 р.
<b>В</b>	245	450	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7500 р.

Пусть:

$N$  - количество путеводителей;

$A, B, C$  - цена одного путеводителя в каждом из магазинов (руб.);

$a, b, c$  - соответствующие стоимости доставки (руб.);

$m, n, p$  - акционные суммы (руб.).

Трижды вычислим возможные затраты:  $X, Y, Z$ , - и результаты сравним.

В данном случае:

$$\text{restart} : N := 30 : A := 255 : B := 270 : C := 245 : a := 350 : b := 300 : c := 450 : m := 0 : n := 8000 : p := 7500 :$$

$$X = N \cdot A + a = X = 8000$$

$$Y = N \cdot B = Y = 8100$$

$$Z = N \cdot C + c = Z = 7800$$

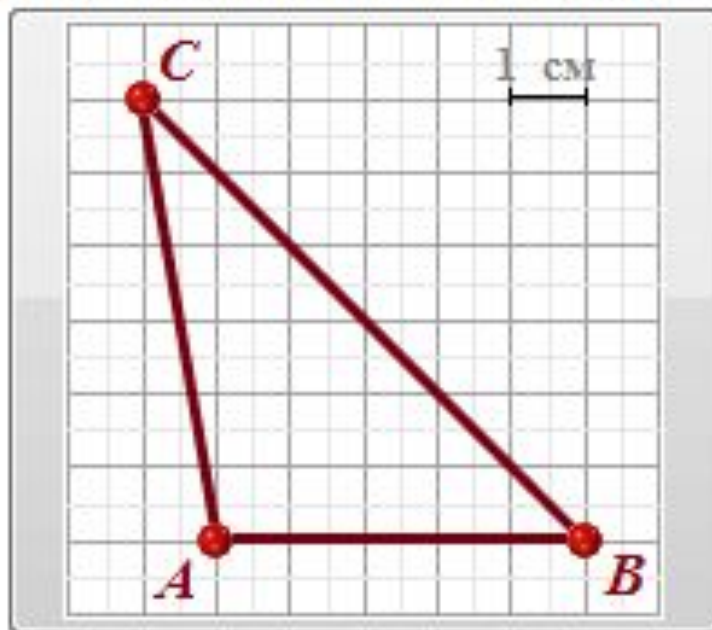
(Учли, что бесплатная доставка будет только в магазине **Б**).

**ОТВЕТ**

7800



- ▼ **B5** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображен треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AB$  (в сантиметрах).



**РЕШЕНИЕ**  
**РИСУНОК**

Пусть  $AB = c$  - длина основания треугольника.  
Длина средней линии  $MN$ :

$$m = \frac{c}{2}$$

В данном случае:

*restart* :  $c := 5$  :

$$m = \frac{c}{2} = m = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} m = 2.5000$$

**ОТВЕТ**

2.5

**В6** Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 49 шахматистов среди которых 7 участников из России, в том числе Иван Котов. Найдите вероятность того, что в первом туре Иван Котов будет играть с каким-либо шахматистом из России.

**РЕШЕНИЕ**



Задача на классическое определение вероятности.

Пусть  $n = 49$  - общее количество шахматистов,  $m = 7$  - число соотечественников.

Интересует событие «спортсмен будет играть с каким-либо шахматистом-соотечественником».

Ему благоприятствуют из всех возможных  $n - 1$  исходов только  $m - 1$ .

Искомая вероятность:  $p = (m - 1) / (n - 1)$ .

$$p = \frac{m - 1}{n - 1} = p = \frac{1}{8} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} p = 0.12500$$

**ОТВЕТ**

0.125

▼ **B7** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} = 5^{x+5}$ .

**РЕШЕНИЕ**

Перейдём от показательного уравнения к линейному, не забывая о равносильности:

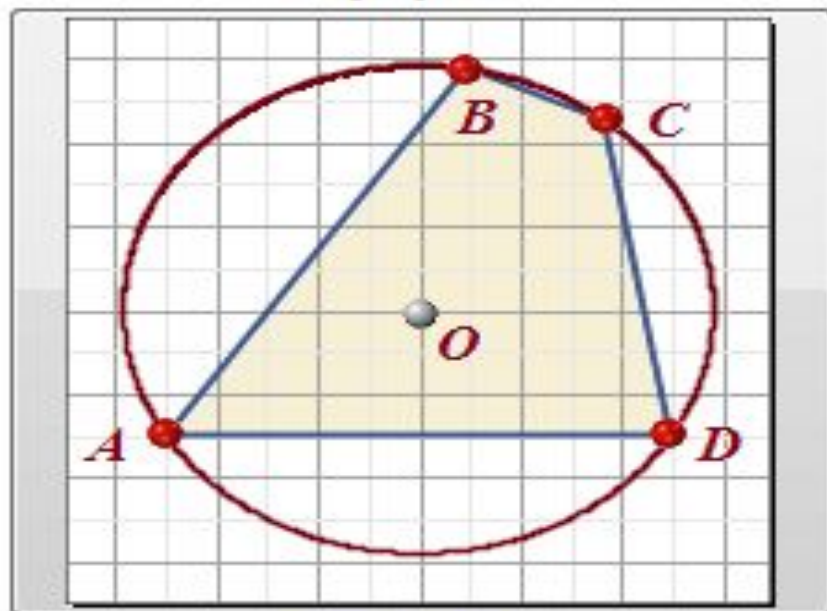
$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} = 5^{x+5} &\Leftrightarrow (5^{-2})^{x+2} = 5^{x+5} \Leftrightarrow \\ 5^{-2x-4} = 5^{x+5} &\Leftrightarrow -2x - 4 = x + 5 \Leftrightarrow \\ 3x &= -9 \Leftrightarrow x = -3\end{aligned}$$

**ОТВЕТ**

-3



▼ **вв** Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $65^\circ$  и  $41^\circ$ .  
Найдите больший из оставшихся углов этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



**РЕШЕНИЕ**  
**РИСУНОК**

Пусть  $\angle BAD = \alpha$ ,  $\angle ADC = \beta$ ,  $\angle BCD = x$ ,  $\angle ABC = y$ .

По свойству вписанных углов:

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ, \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\alpha + x = 180^\circ, \beta + y = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$x = 180^\circ - \alpha, y = 180^\circ - \beta.$$

Искомая величина:

$$\varphi = \max\{180^\circ - \alpha, 180^\circ - \beta\}$$

В данном случае:

$$\text{restart} : \alpha := 41 : \beta := 65 :$$

$$\varphi = \max(180 - \alpha, 180 - \beta) = \varphi = 139$$

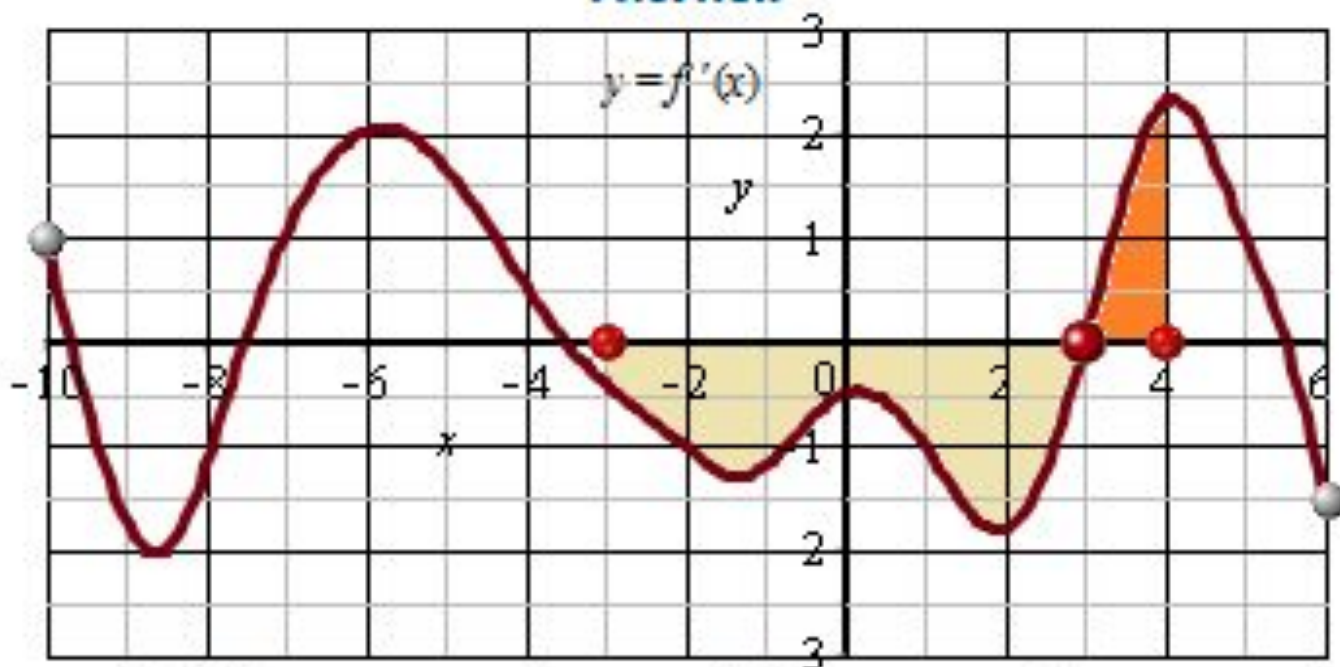
**ОТВЕТ**

139

▼ **В9** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  - производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 6)$ .  
В какой точке отрезка  $[-3; 4]$  функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение?

**РЕШЕНИЕ**

**РИСУНОК**



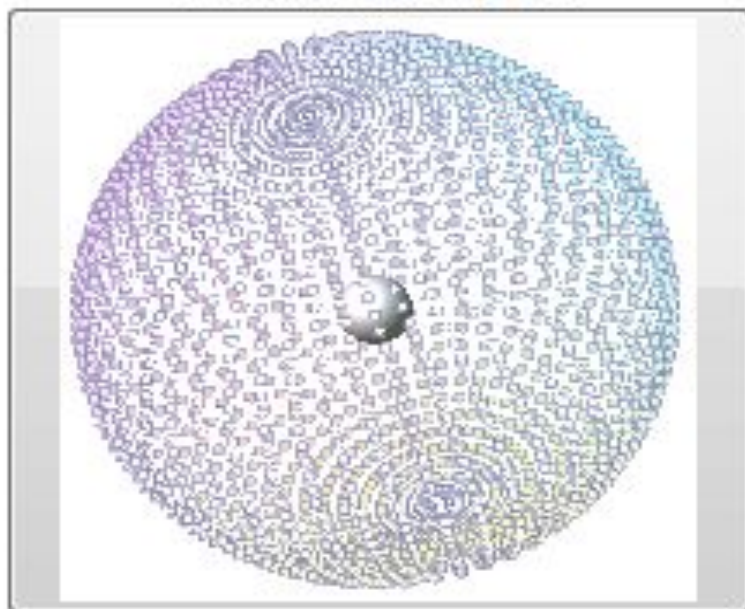
На отрезке  $[-3; 4]$  производная функции  $f'(x)$  в точке  $x = 3$  меняет свой знак с «-» на «+» (при переходе слева направо).

Поэтому  $x = 3$  - точка минимума и, заодно, - точка наименьшего значения функции  $f(x)$  на отрезке.

**ОТВЕТ**

3

- ▼ **В10** Даны два шара. Диаметр первого шара в 8 раз больше диаметра второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



**РЕШЕНИЕ**  
**РИСУНОК**

Пусть  $D$  и  $d$  - диаметры сфер,  $D/d = k$ .  
Соответствующие площади поверхностей:

$$S = \pi D^2, s = \pi d^2$$

Искомое отношение:

$$n = \frac{S}{s} = \frac{\pi D^2}{\pi d^2} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = k^2$$

В данном случае:

restart :  $k := 8$  :

$$n = k^2 = n = 64$$

**ОТВЕТ**

64



**В11** Найдите значение выражения

$$\sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8}$$

**РЕШЕНИЕ**

Упростим иррациональность и применим тригонометрическую формулу понижения степени:

$$Z = \sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8}$$

$$Z = \sqrt{2 \cdot 6^2} - \sqrt{2 \cdot 12^2} \cdot \frac{1 - \cos \frac{21\pi}{4}}{2}$$

$$Z = 6 \cdot \sqrt{2} - 6 \cdot \sqrt{2} \cdot \left( 1 - \cos \left( 5\pi + \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

Воспользуемся периодичностью косинуса:

$$Z = 6 \cdot \sqrt{2} \cdot \left( 1 - \left( 1 - \cos \left( \pi + \frac{\pi}{4} \right) \right) \right)$$

Воспользуемся формулой приведения:

$$Z = 6 \cdot \sqrt{2} \cdot \left( 1 - 1 - \cos \frac{\pi}{4} \right)$$

$$Z = -6 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$Z = -6 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -6$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \left( \frac{21\pi}{8} \right) = 6\sqrt{2} - 12\sqrt{2} \sin^2 \left( \frac{3}{8}\pi \right) \stackrel{\text{simplify trig}}{=} -6$$

**ОТВЕТ**

-6

- ▼ **B12** Гоночный автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  в конце пути вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  - пройденный автомобилем путь. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль чтобы, проехав 250 метров, приобрести скорость 60 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

**РЕШЕНИЕ**

Выразим ускорение из предложенной формулы скорости:

$$v = \sqrt{2la} \xrightarrow{\text{solve for } a} a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{l}$$

Не забудем метры перевести в километры.

В данном случае:

$$\text{restart : } l := \frac{250}{1000} : v := 60 :$$

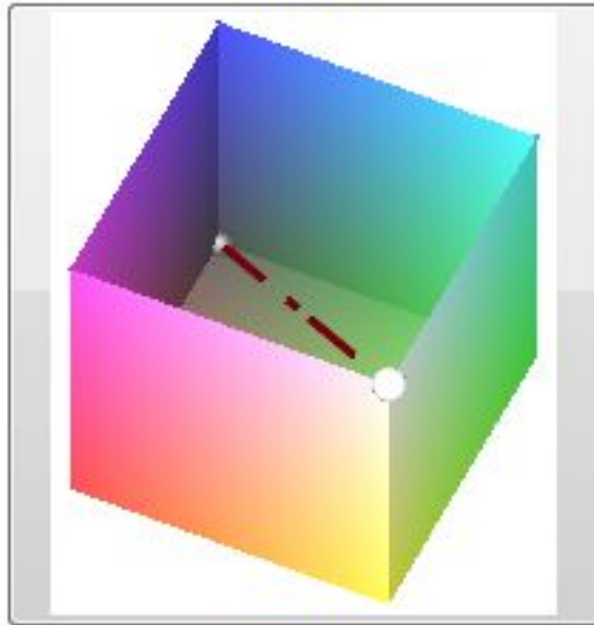
$$a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{l} = a = 7200$$

**ОТВЕТ**

7200

В13 Диагональ куба равна  $\sqrt{48}$ . Найдите объем куба.

**РЕШЕНИЕ**



**РИСУНОК**

Пусть  $a$  - длина ребра куба.

Длина его диагонали:

$$d = a \cdot \sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

Объем куба:

$$v = a^3 = \frac{d^3}{3\sqrt{3}}$$

В данном случае:

restart :  $d := \sqrt{48}$  :

$$v = \frac{d^3}{3\sqrt{3}} = v = 64$$

**ОТВЕТ**

64



**В14** Имеется два раствора. Первый содержит 10% соли, второй - 30% соли. Из этих двух растворов получили третий раствор массой 200 кг, содержащий 25% соли. На сколько килограммов масса первого раствора меньше массы второго?

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$m$  - процентная концентрация 1-го раствора,  $n$  - 2-го,  $p$  - 3-го;

$u$  - масса 1-го раствора,  $v$  - 2-го,  $w$  - 3-го;

$x = v - u$  - искомое.

На основании определения процентной концентрации раствора, имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u \cdot \frac{m}{100} + v \cdot \frac{n}{100}}{w} = \frac{p}{100} \\ u + v = w \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u \cdot m + v \cdot n = w \cdot p \\ v = w - u \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = w \cdot \frac{p - n}{m - n} \\ v = w \cdot \frac{m - p}{m - n} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$x = w \cdot \frac{m - p}{m - n} - w \cdot \frac{p - n}{m - n}$$

$$x = \frac{w \cdot (m + n - 2p)}{m - n}$$

В данном случае:

$$\text{restart : } m := 10 : n := 30 : p := 25 : w := 200 :$$

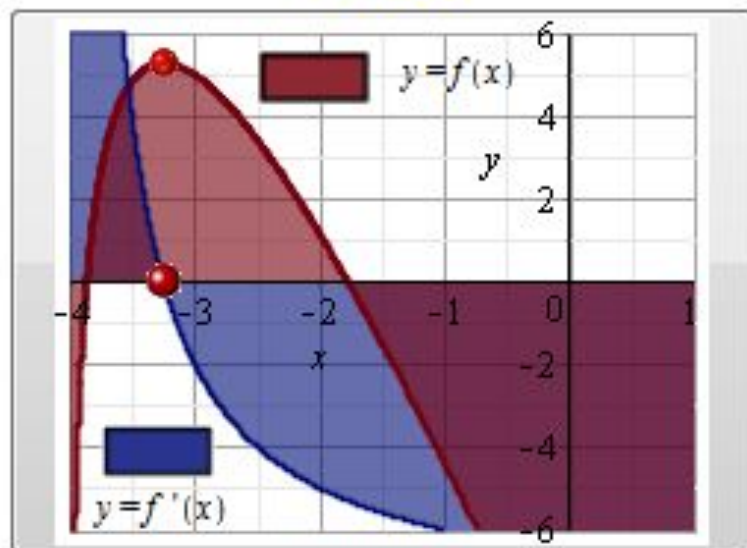
$$x = \frac{w \cdot (m + n - 2p)}{m - n} = x = 100$$

**ОТВЕТ**

100

**В15** Найдите точку максимума функции  $y = 2 \ln(x + 4)^3 - 8x - 19$ .

**РЕШЕНИЕ**



**РИСУНОК**

Функция

$y = 2 \ln(x + 4)^3 - 8x - 19 = 6 \ln(x + 4) - 8x - 19$   
 определена, непрерывна и дифференцируема для всех  $x \in (-4; \infty)$ .  
 Её производная:

$$y' = 6 \cdot \frac{1}{x + 4} - 8 = 2 \cdot \frac{3 - 4x - 16}{x + 4} = -8 \cdot \frac{x + \frac{13}{4}}{x + 4}$$

Точка  $x = -\frac{13}{4}$  - критическая. Поскольку при переходе через неё слева направо производная меняет знак с «+» на «-», то это искомая точка максимума.

*restart : maximize(2 \* ln((x + 4)^3) - 8 \* x - 19, x = -4 .. 1, location)*

$$7 + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right), \left\{ \left\{ x = -\frac{13}{4} \right\}, 7 + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right) \right\}$$

**ОТВЕТ**

-3.25