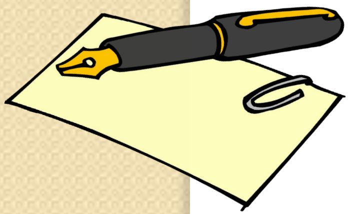
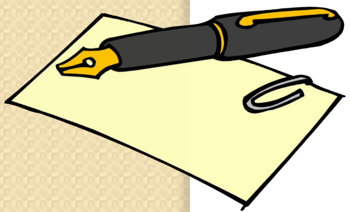


Урок одной задачи C_2

Пентяшкина Татьяна Петровна учитель МБОУ ССОШ№1

Вольно-Надеждинское

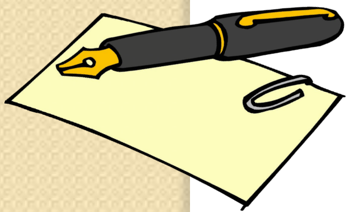
Приморский край



Задача С2
КИМ 5 июня 2013г.

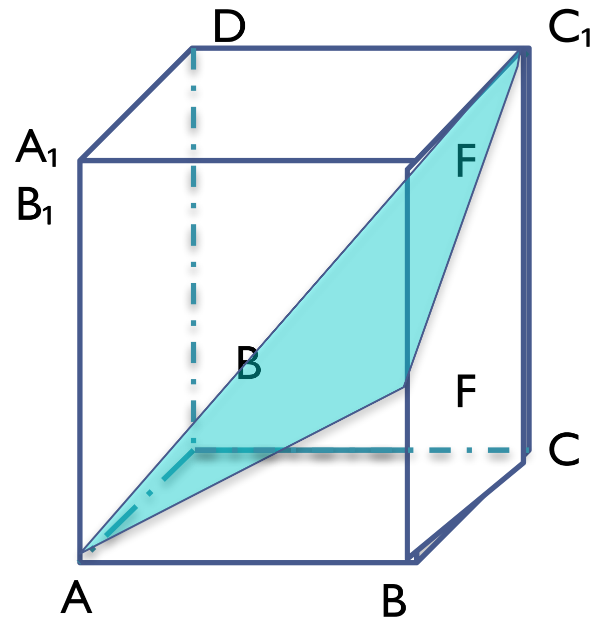
Рассмотрим задачу С2 КИМ 2012 года

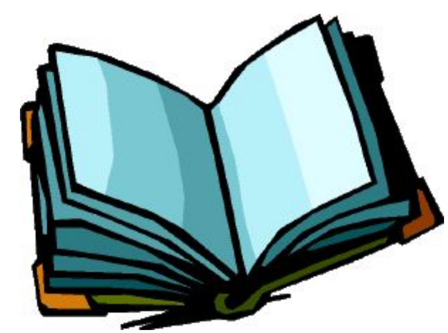
В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ известны ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, F и C_1.

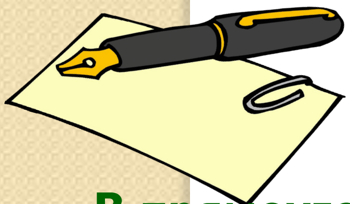


Стандартная ошибка учащихся

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ известны ребра $AB=6$, $AB=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, F и C_1.



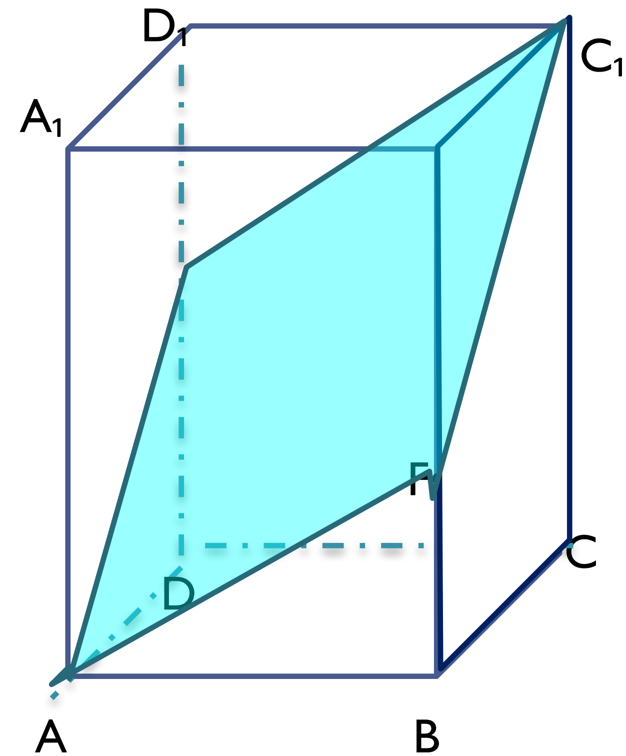




Задача С2 2013г

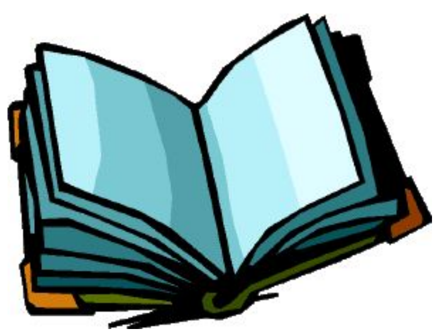
В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ известны ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, F и C_1.

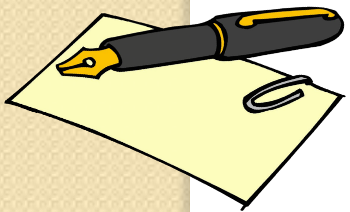
B_1 •E



1. способ решения.

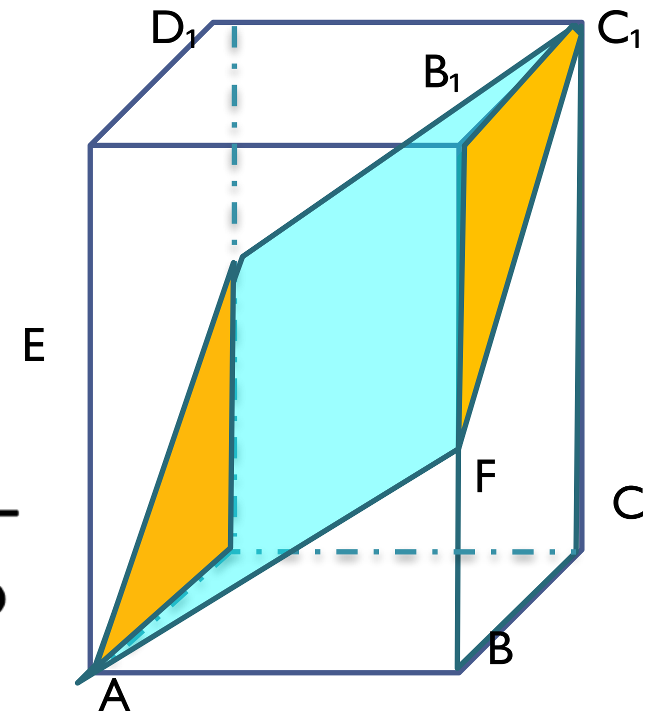
Отрезок AE параллелен C_1F принадлежит ребру DD_1). Плоскость сечения пересекает плоскость CC_1D_1 по прямой C_1E, параллельной AF, Следовательно, искомое сечение - параллелограмм AEC_1F





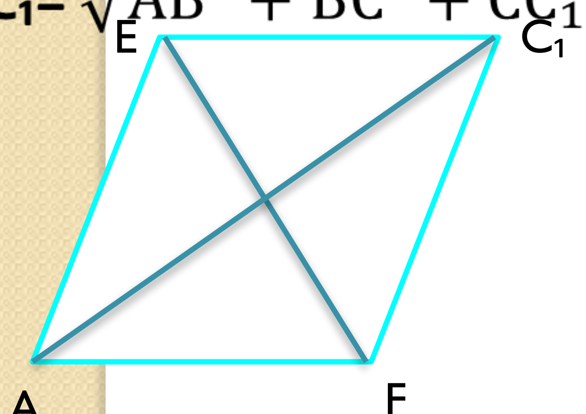
Задача С2 2013г.

I способ решения



Треугольники ADE и C_1B_1F равны; следовательно, $DE=B_1F=\frac{3}{5}BB_1=6$; $BF=BB_1-B_1F=4$.

$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=2\sqrt{13}$; $AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=2\sqrt{13}$, значит, AEC_1F – ромб со стороной $2\sqrt{13}$, диагональю $AC_1=\sqrt{AB^2+BC^2+CC_1^{\,2}}=2\sqrt{38}$.



Тогда диагональ

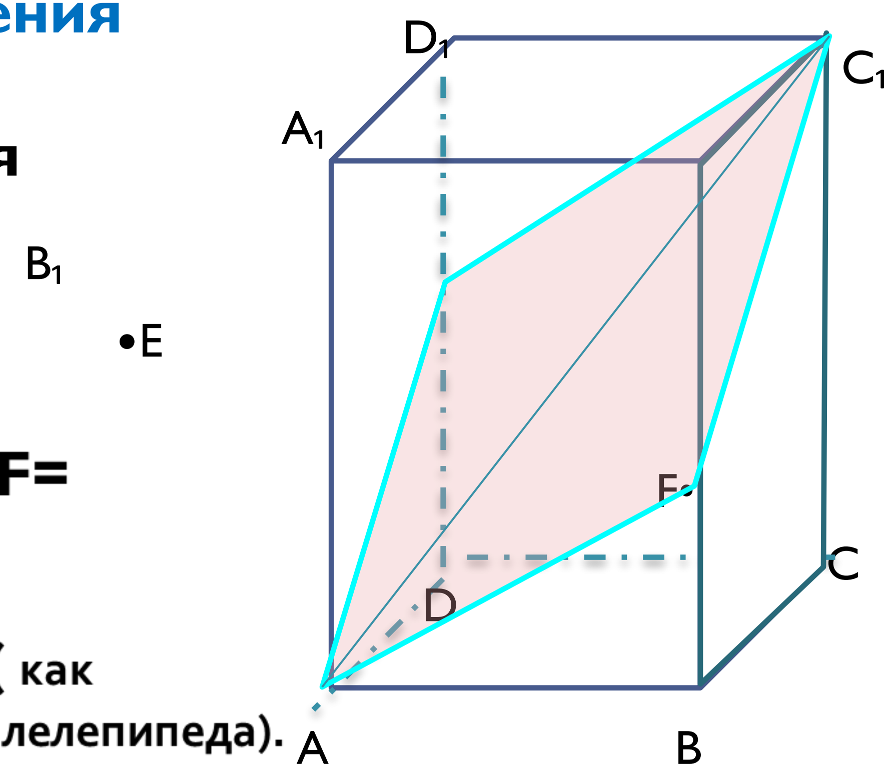
$$EF=\sqrt{AF^2-\frac{AC_1^{\,2}}{4}}=2\sqrt{14};$$

$$S=\frac{AC_1\bullet EF}{2}=4\sqrt{133}$$

Задача С2 2013г

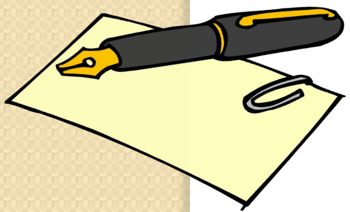
I. способ решения

Найду площадь сечения другим способом: $\Delta AEC_1=\Delta AFC_1$



AE=$\sqrt{AD^2+DE^2}$=2$\sqrt{13}$;**AF**=$\sqrt{AB^2+BF^2}$ =2$\sqrt{13}$, **AC1**=$\sqrt{AB^2+BC^2+CC_1^2}$=2$\sqrt{38}$(как диагональ прямоугольного параллелепипеда).

По теореме косинусов $a^2=в^2+c^2-2вc\cos\alpha$ **найду** $\cos\alpha=\cos AFC_1$



Задача С2 2013г

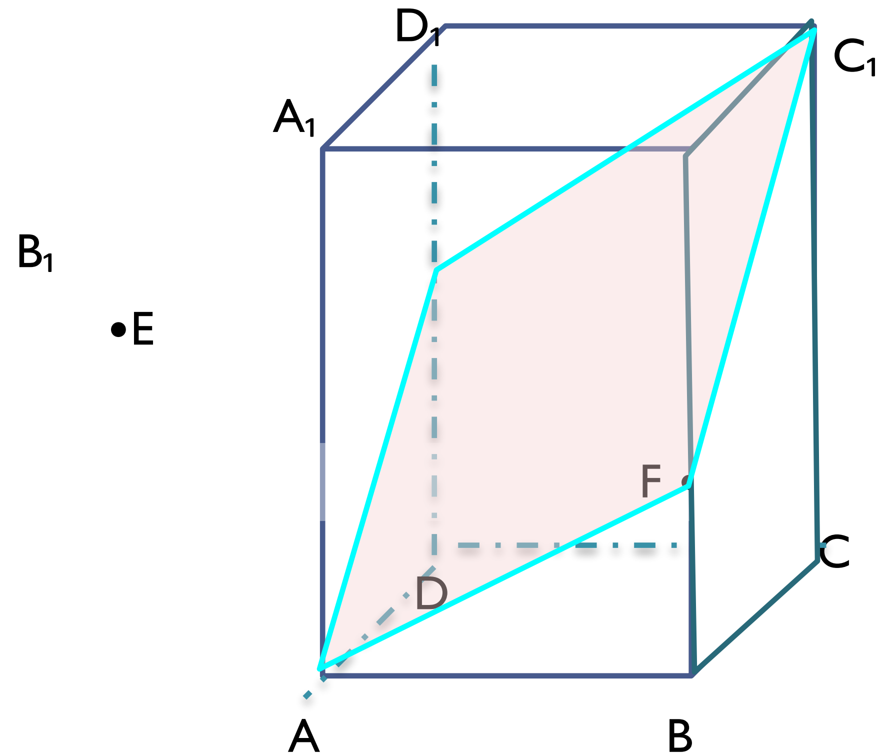
I. способ решения:

152=52+52-104cos α,

-cos α=$\frac{6}{13}$; тогда

$\sin\alpha = \sqrt{1-\left(-\frac{6}{13}\right)^2}$=$\frac{\sqrt{133}}{13}$,

$\sin\alpha$=$\frac{\sqrt{133}}{13}$



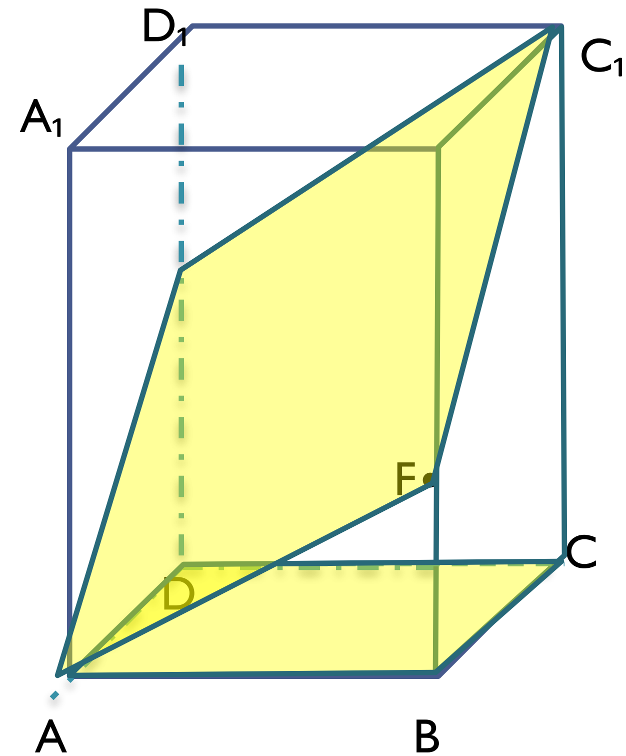
$S_{\Delta AFC_1}=\frac{1}{2}AF \cdot FC_1 \cdot \sin\alpha$;

$S_{\Delta AFC_1} = 2\sqrt{133}$

$S_{AFC^1E}=2\cdot 2\sqrt{133}=4\sqrt{133}$

Задача С2 2013г

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины В. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, F и C_1



2. способ решения:

Площадь ортогональной проекции многоугольника равна произведению площади этого многоугольника на косинус угла между плоскостями многоугольника и его проекции

ABCD ортогональная проекция плоскости сечения AFC_1E прямоугольного параллелепипеда

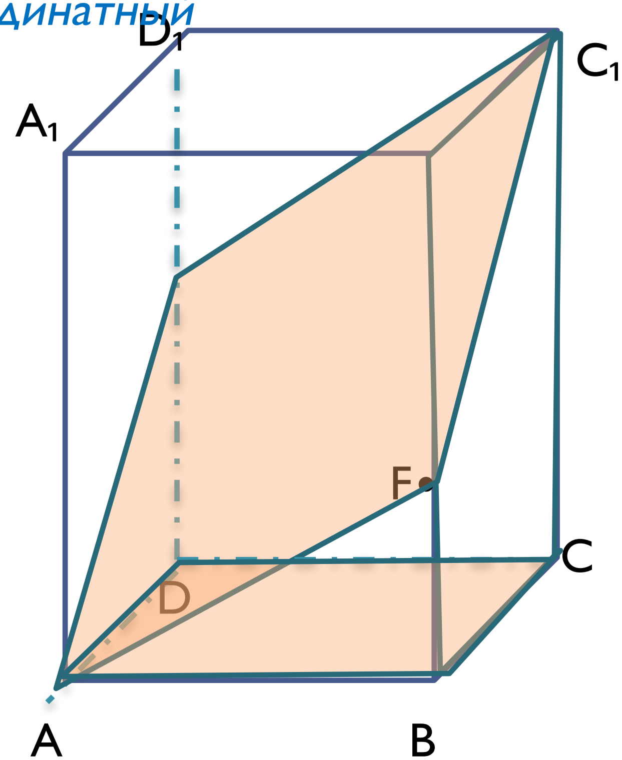
Задача С2 2013г

2. способ решения:(векторно-координатный метод)

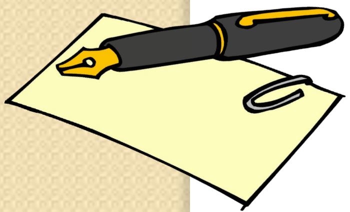
$$S_{AFC^1E} = \frac{S_{ADCD}}{\cos a}$$

Угол a между плоскостями равен углу между прямыми, перпендикулярными к этим плоскостям.

Поэтому угол между плоскостями равен углу между ненулевыми векторами , перпендикулярными этим плоскостям,
*т. е. между **векторами нормалей**.*



Найду координаты вектора нормали к плоскости AFC_1E



Задача С2 2013г

2. способ решения:

Итак, BF=$\frac{2}{5}$BB$_1$=4. Введу систему координат: D(0;0;0), A(4;0;0), C$_1$(0;6;10), F(4;6;4);

•E

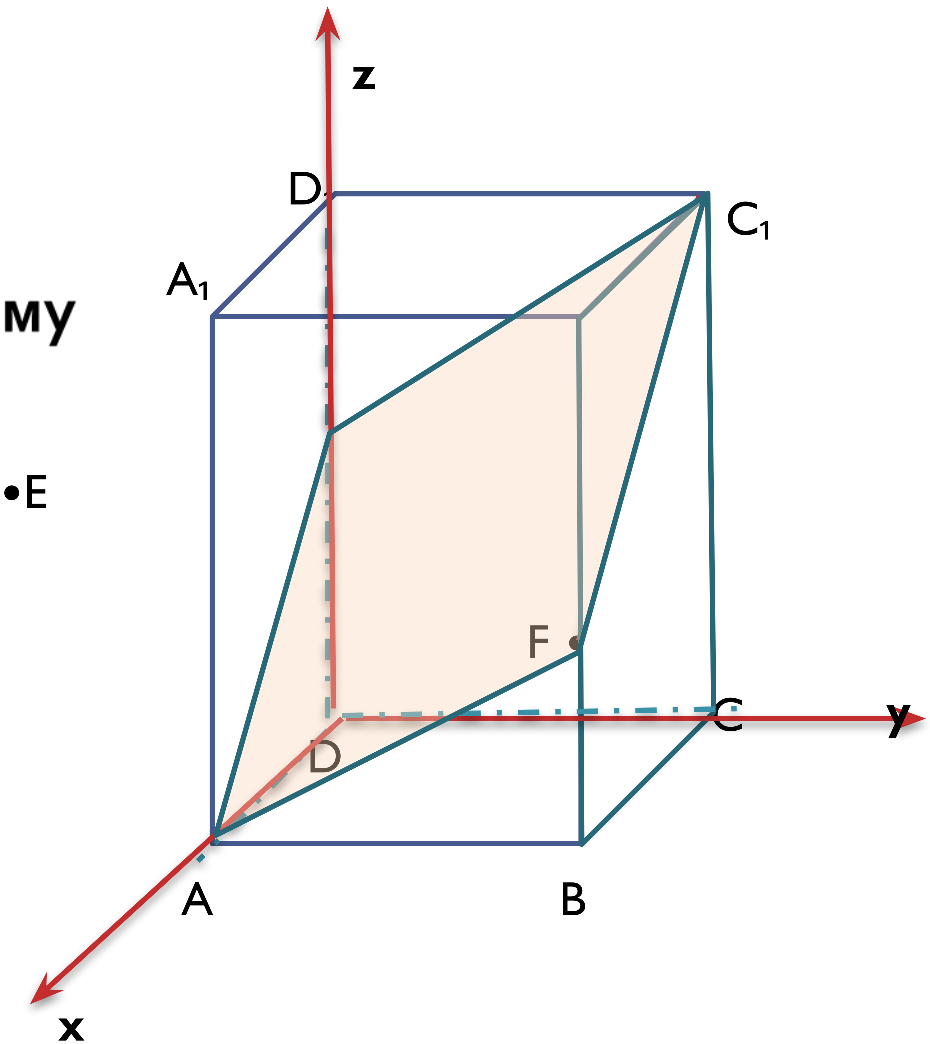
$\overrightarrow{AF}\{0;6;4\}$, $\overrightarrow{C_1F}\{4;0;-6\}$

$\vec{n}\{x;y;z\}$- вектор нормали,

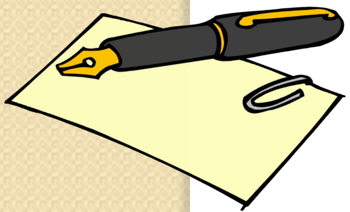
$\vec{n}\perp$(AFC$_1$),если

$\vec{n}\bullet\overrightarrow{AF}$=0, $\vec{n}\bullet\overrightarrow{FC_1}$=0.

$$\begin{cases} 0x+6y+4z=0 \\ 4x+0y-6z=0, \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{3z}{2} \\ y=-\frac{2z}{3} \end{cases}, \ \vec{n}\left\{\frac{3}{2};-\frac{2}{3};1\right\}.$$



$|\vec{n}|=\frac{\sqrt{133}}{5}$



Задача С2 2013г

2. способ решения:

$\overrightarrow{DD_1} \perp$(ABC),

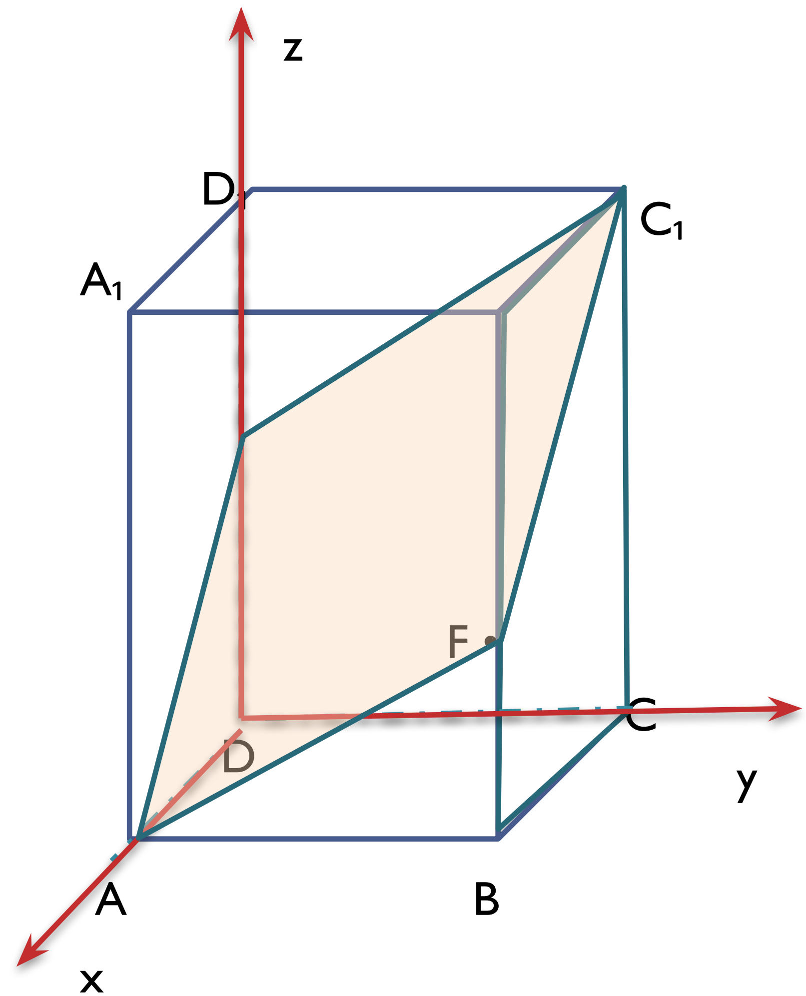
$\overrightarrow{DD_1} \perp$(AFC$_1$),

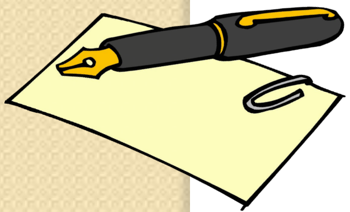
$\overrightarrow{DD_1}\{0;\,0;\,10\}$,

$|\overrightarrow{DD_1}|$=10.

$$\cos a = \frac{|\vec{n} \bullet \overrightarrow{DD_1}|}{|\vec{n}| \bullet |\overrightarrow{DD_1}|} = \frac{6}{\sqrt{133}}$$

$$S_{AFC^1E} = \frac{S_{ABCD}}{\cos a} = 4\sqrt{133}.$$





Литератур
а.

1. Атанасян Л.С. Геометрия: учебник для 10-11 классов общеоразовательных учреждений.-М.: Просвещение,2011.
2. Смирнова И.М.,Смирнов В.А. Эффектиная подготовка к ЕГЭ.
 - М.: Экзамен, 2008
3. Рыбкин Н. Сборник задач по геометрии. Стереометрия для
 9 и 10 классов.-М.: Просвещение, 1972.
4. Ким по математике 11класс 2013.