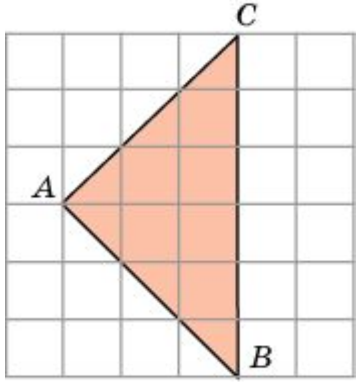
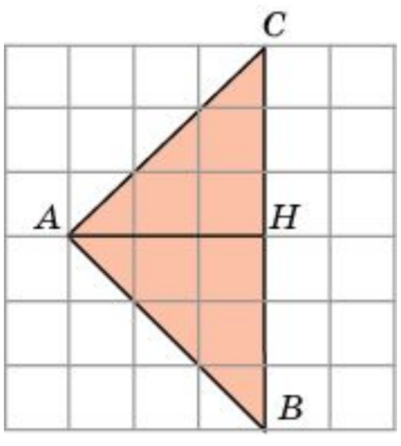
1. Найдите площадь треугольника ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.



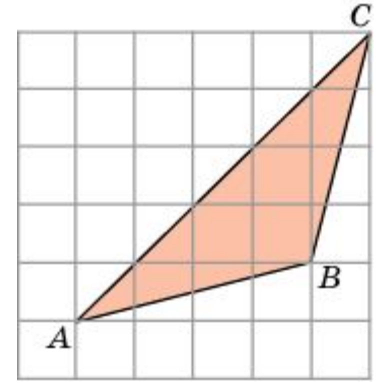
Решение 1. Заметим, что данный треугольник ABC является прямоугольным ($\angle A = 90^{o}$). Воспользуемся тем, что диагональ квадратной клетки со сторонами, равными 1, равна $\sqrt{2}$. Тогда катеты AB и AC данного треугольника будут равны $3\sqrt{2}$. Так как площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, то площадь данного треугольника будет равна , т.е. равна 9.

Решение 2. Проведем высоту AH. Тогда $BC = 6$, $AH = 3$ и, следовательно, $S = \dfrac{6 \cdot 3}{2} = 9$.

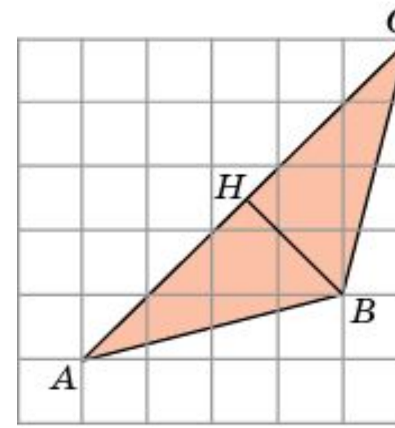


Ответ. 9.

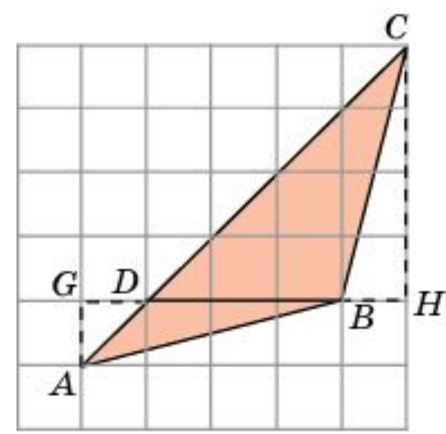
2. Найдите площадь треугольника ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Решение 1. Так как диагональ квадрата со стороной 1 равна $\sqrt{2}$, то сторона AC треугольника ABC равна $5\sqrt{2}$, высота BH, проведенная к этой стороне, равна $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. Следовательно, площадь данного треугольника равна 7,5.

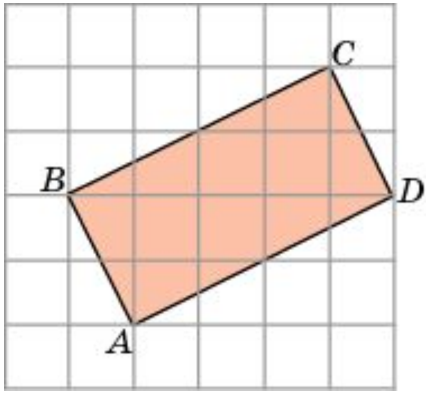


Решение 2. Разобьем данный треугольник ABC на два треугольника ABD и BDC. Их общая сторона BD равна 3, а высоты, к ней проведенные, равны соответственно 1 и 4. Площадь треугольника ABD равна 1,5, а площадь треугольника BDC равна 6. Площадь треугольника ABC равна сумме площадей этих треугольников и, следовательно, равна 7,5.

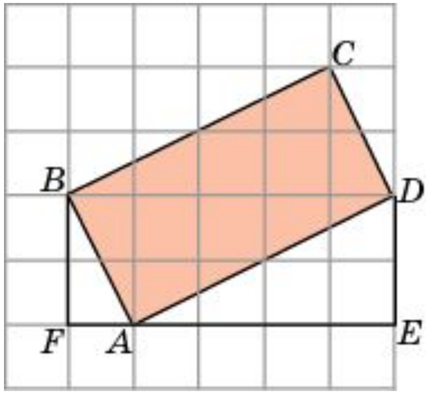


Ответ. 7,5.

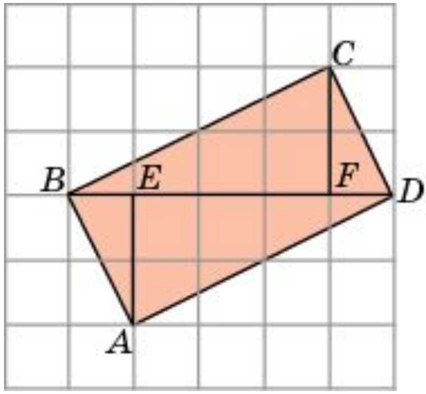
3. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Решение 1. Рассмотрим прямоугольный треугольник ADE. Катет AE равен 4, катет DE равен 2. Следовательно, по теореме Пифагора гипотенуза AD равна $2\sqrt{5}$. Аналогично, для прямоугольного треугольника ABF катет AF равен 1, катет BF равен 2, Следовательно, гипотенуза AB равна $\sqrt{5}$. Площадь данного прямоугольника равна произведению его соседних сторон, т.е. равна 10.

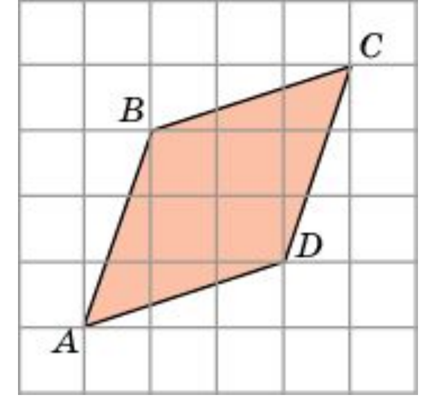


Решение 2. Разобьем данный прямоугольник $ABCD$ на два треугольника ABD и BCD. Сторона BD у них общая и равна 5. Высоты AE и CF, опущенные на эту сторону, равны 2. Так как площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту, опущенную на эту сторону, то площадь каждого из этих двух треугольников будет равна 5 и, следовательно, площадь прямоугольника будет равна 10.

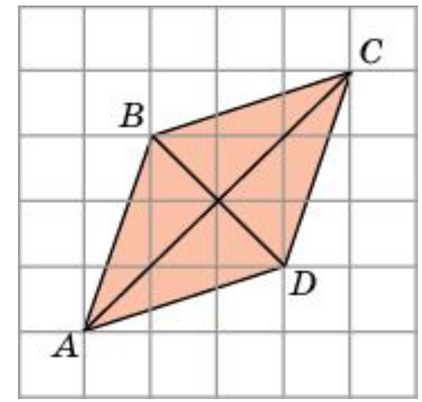


Ответ. 10.

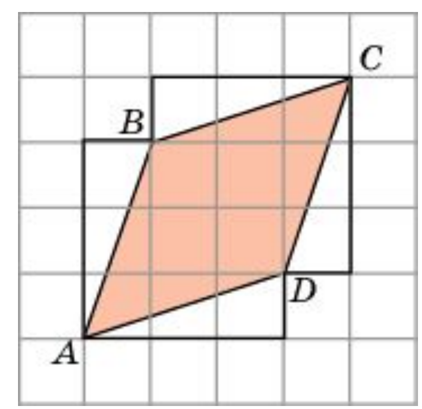
4. Найдите площадь ромба $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Решение 1. Напомним, что площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. Воспользуемся тем, что диагональ квадратной клетки со сторонами, равными 1, равна $\sqrt{2}$. Тогда диагонали AC и BD данного ромба будут равны соответственно $2\sqrt{2}$ и $4\sqrt{2}$, а его площадь будет равна 8.

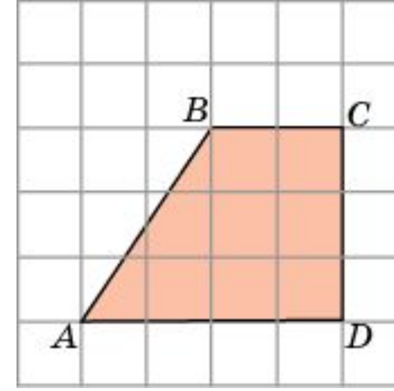


Решение 2. Достроим на сторонах ромба четыре равных прямоугольных треугольника, катеты которых равны 1 и 3. Площадь каждого такого треугольника равна 1,5. Ромб вместе с этими треугольниками образует фигуру, состоящую из четырнадцати единичных квадратов. Следовательно, ее площадь равна 14. Вычитая из нее площадь четырех треугольников, получим, что площадь ромба равна 8.



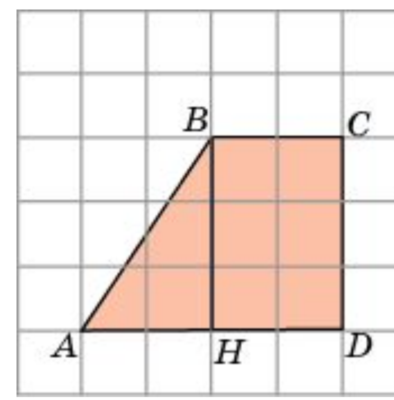
Ответ. 8.

5. Найдите площадь трапеции *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



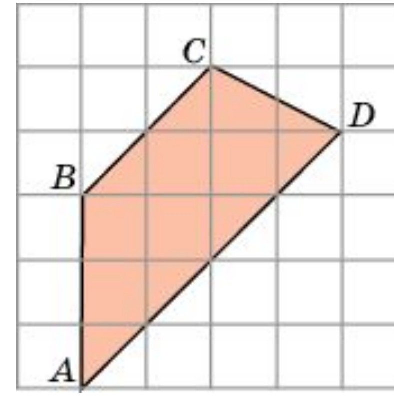
Решение 1. Основания *AD* и *BC* данной трапеции равны соответственно 4 и 2. Высотой является боковая сторона *CD*. Она равна 3. Так как площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту, то площадь данной трапеции будет равна 9.

Решение 2. Из точки *B* опустим перпендикуляр *BH* на *AD*. Он разобьет трапецию на прямоугольный треугольник *ABH* и прямоугольник *HBCD*. Катеты прямоугольного треугольника равны 2 и 3, следовательно, его площадь равна 3. Смежные стороны прямоугольника равны 2 и 3, следовательно, его площадь равна 6. Площадь трапеции равна сумме площадей треугольника и прямоугольника и, следовательно, равна 9.

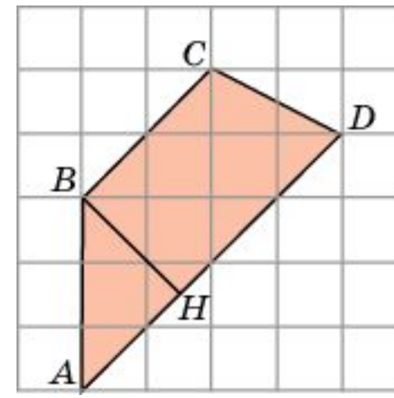


Ответ. 9.

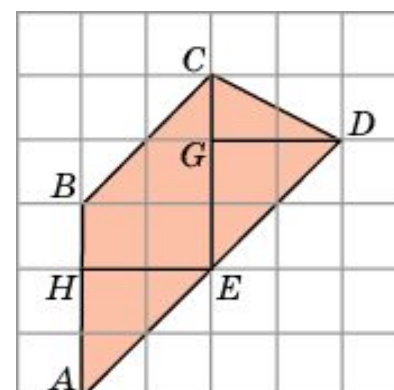
6. Найдите площадь трапеции $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Решение 1. Основания AD и BC трапеции равны соответственно $2\sqrt{2}$ и $4\sqrt{2}$. Высота BH трапеции равна $3\sqrt{2}/2$. Так как площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту, то площадь данной трапеции будет равна 9.

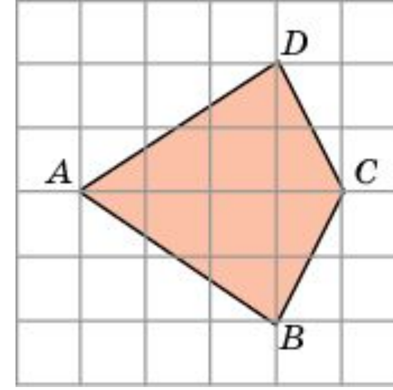


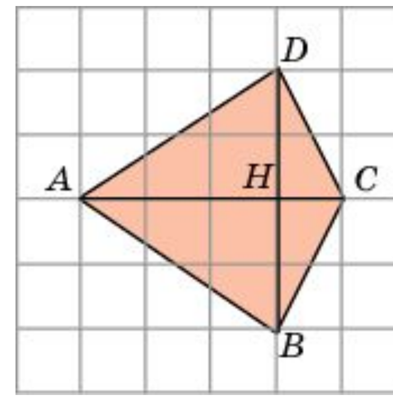
Решение 2. Разобьем трапецию на параллелограмм $ABCE$ и треугольник CDE. Сторона AB параллелограмма $ABCE$ равна 3, высота EH, к ней проведенная, равна 2, следовательно, площадь этого параллелограмма равна 6. Сторона CE треугольника CDE равна 3, высота DG, к ней проведенная, равна 2, следовательно, площадь этого треугольника равна 3. Площадь трапеции равна сумме площадей параллелограмма и треугольника и, следовательно, равна 9.



Ответ. 9.

7. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



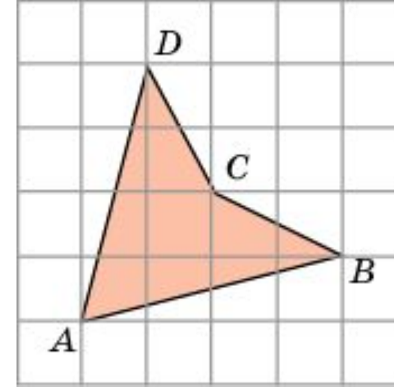


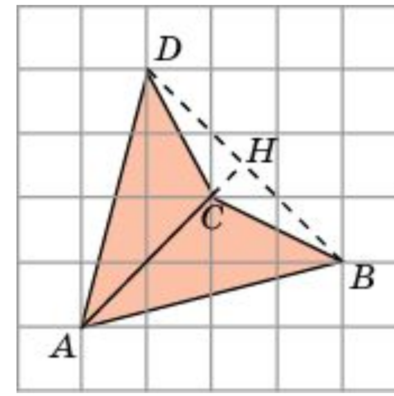
Решение 1. Разобьем данный четырехугольник на два треугольника ABC и ACD. Сторона AC у них общая и равна 4. Высоты BH и DH равны 2. Следовательно, площади этих треугольников равны 4 и, значит, площадь четырехугольника равна 8.

Решение 2. Разобьем данный четырехугольник на два треугольника ABD и BCD. Сторона BD у них общая и равна 4. Высоты AH и CH равны соответственно 3 и 1. Следовательно, площади этих треугольников равны соответственно 6 и 2. Значит, площадь четырехугольника равна 8.

Ответ. 8.

8. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



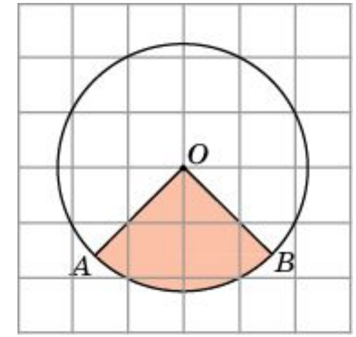


Решение 1. Разобьем данный четырехугольник на два треугольника ACB и ACD. Сторона AC у них общая и равна $2\sqrt{2}$. Высоты BH и DH равны $3\sqrt{2}/2$. Следовательно, площади этих треугольников равны 3. Значит, площадь четырехугольника равна 6.

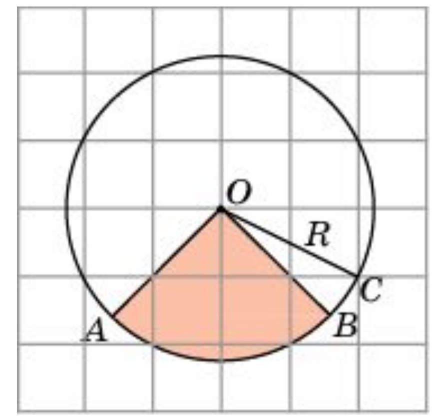
Решение 2. Площадь данного четырехугольника равна разности площадей треугольников ABD и CBD. В треугольнике ABD сторона BD равна $3\sqrt{2}$, высота AH равна $5\sqrt{2}/2$. Следовательно, его площадь равна 7,5. В треугольнике CBD сторона BD равна $3\sqrt{2}$, высота CH равна $\sqrt{2}/2$. Следовательно, его площадь равна 1,5. Таким образом, площадь данного четырехугольника равна 6.

Ответ. 6.

9. Найдите площадь S сектора, считая стороны квадратных клеток равными 1.
В ответе укажите S/π .



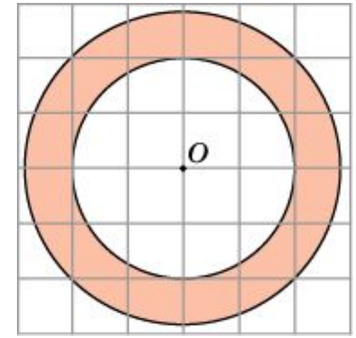
Решение 1. Напомним, что площадь S кругового сектора вычисляется по формуле $S=\frac{\pi R^2\varphi}{360}$, где R – радиус круга, φ - градусная величина угла сектора. В нашем случае φ = 90°. Радиус R равен $\sqrt{5}$. Подставляя данные значения в формулу площади сектора, получим S = $5\pi/4$. Откуда $S/\pi=1,25$.



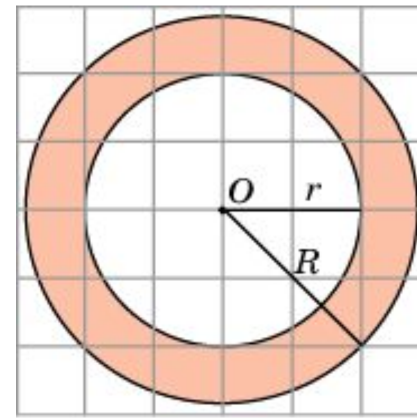
Решение 2. Заметим, что данный сектор является одной четвертой частью круга и, следовательно, его площадь равна одной четвертой площади круга. Площадь круга равна πR^2 , где R – радиус круга. В нашем случае R = $\sqrt{5}$ и, следовательно, площадь S сектора равна $5\pi/4$. Откуда $S/\pi=1,25$. .

Ответ. 1,25.

10. Найдите площадь S кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите S/π.

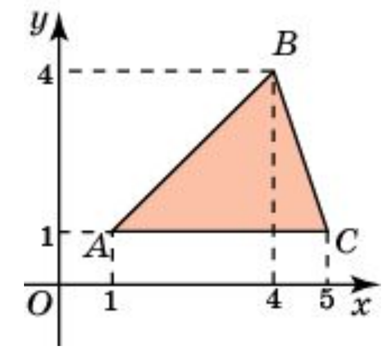


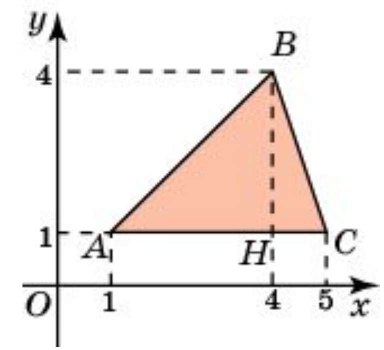
Решение. Площадь кольца равна разности площадей внешнего и внутреннего кругов. Радиус R внешнего круга равен $2\sqrt{2}$, радиус r внутреннего круга равен 2. Следовательно, площадь S кольца равна 4π и, следовательно, $S/\pi = 4$.



Ответ. 4.

11. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1, 1), (4, 4), (5, 1).

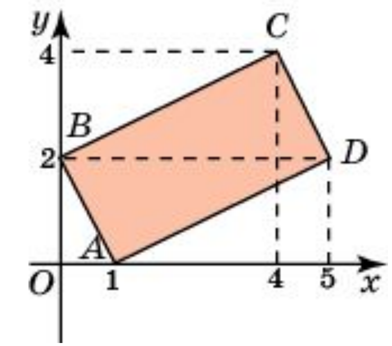




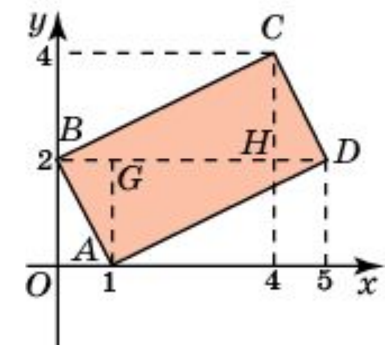
Решение. Из вершины *B* треугольника *ABC* опустим высоту *BH*. Она равна 3. Сторона *AC* равна 4. Следовательно, площадь треугольника равна 6.

Ответ. 6.

12. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1, 0), (0, 2), (4, 4), (5, 2).



Решение. Разобьем четырехугольник *ABCD* на два треугольника *ABD* и *BCD*. Высоты *AG* и *CH* этих треугольников, опущенные на сторону *BD*, равны 2, сторона *BD* равна 5. Следовательно, площади этих треугольников равны 5 и, значит, площадь четырехугольника *ABCD* равна 10.



Ответ. 10.