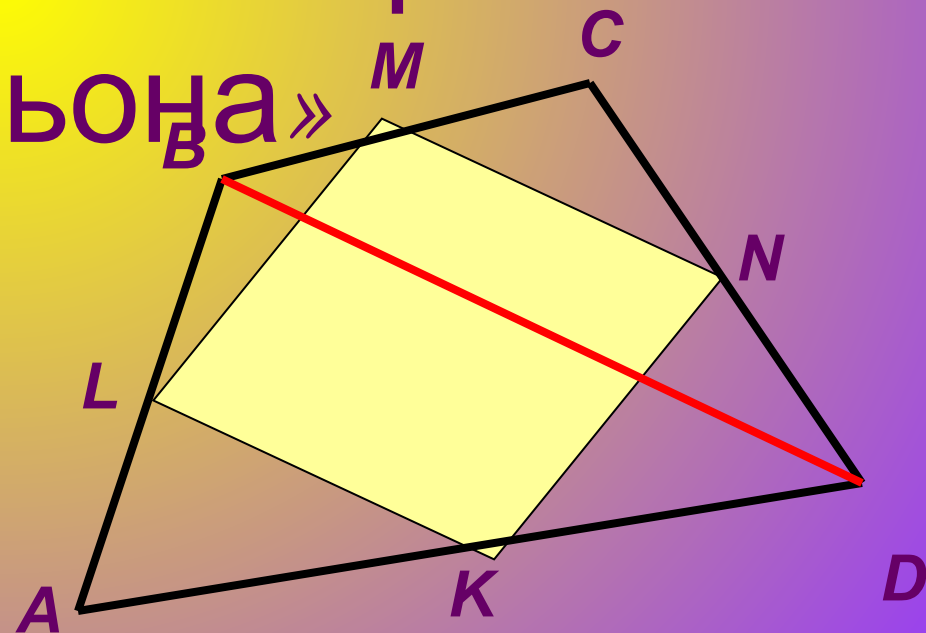


# Исследовательская работа по геометрии.

Тема: «Параллелограмм  
Вариньона»



# Вариньон Пьер



*(1654-22.12.1722, Париж)*

*Французский математик и механик. Член Французской АН с (1688). Родился в Каенне. Изучал философию и математику. С 1688-профессор математики в Коллеже Мазарини, с 1704-Коллеж де Франс.*

# Биография

Основные работы относятся к геометрии и статике. Исходя из теории сложных движений сформулировал (ок. 1710) закон параллелограмма сил. Развил понятие момента сил и предложил геометрическое доказательство теоремы о том, что момент равнодействующей двух сходящихся сил равен сумме моментов составляющих сил (теорема Вариньона). Установил (1687) теорему о скользящих векторах для случая сходящейся системы сил. Одним из первых начал пользоваться математическим анализом. Изучал равновесие и движение жидкости. Дал объяснение закона Торричелли. Полагая, что вес колонны воды пропорционален высоте  $h$ , нашёл выражение для закона Торричелли.

# Описание работы

*Мы провели исследование по теме:  
«Параллелограмм Вариньона»*

- ✓ *Сформулировали определение четырёхугольника Вариньона.*
- ✓ *Доказали свойство: «четырёхугольник Вариньона является параллелограммом».*
- ✓ *Определили вид параллелограмма Вариньона для различных видов*

✓ Доказали свойство площади параллелограмма Вариньона.

✓ Доказали свойство: «Многоугольник Вариньона для правильного многоугольника также является правильным».

✓ Заключение. Подобрали 7 задач, в которых использовали теоретический материал работы.

# Параллелограмм Вариньона

-это четырёхугольник с вершинами в серединах сторон данного четырёхугольника.

Свойство площади параллелограмма Вариньона  
теорема: площадь параллелограмма Вариньона  
равна половине площади данного  
четырёхугольника.

# Доказательство

Пусть  $S$ - площадь данного

четырехугольника  $ABCD$ ,  $s$ -площадь

четырехугольника  $KLMN$ , вершины

которого-  $K, L, M, \text{ и } N$  середины сторон

$AB, BC, CD$  и  $AD$  соответственно.

Поскольку  $KL$  и  $MN$ - средние линии

треугольников  $ABC$  и  $ADC$ , то

$$S_{\triangle DLK} = 1/4 S_{\triangle ADC}; S_{\triangle BMN} = 1/4 S_{\triangle ABC},$$

Поэтому:

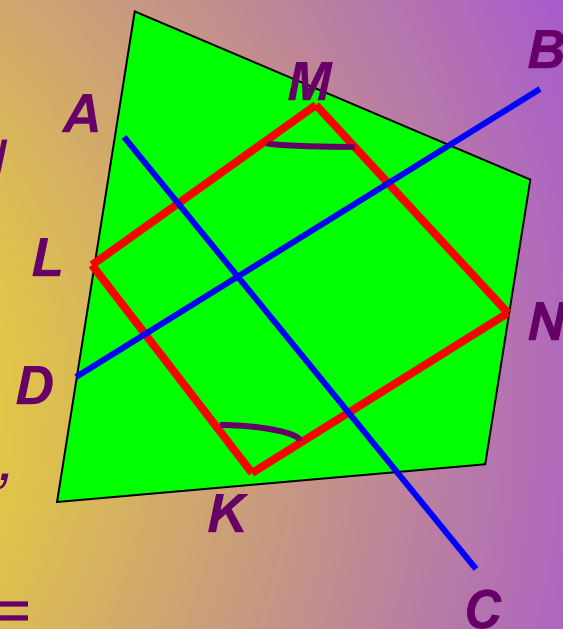
$$\begin{aligned} S_{\triangle DLK} + S_{\triangle BMN} &= 1/4 S_{\triangle ABC} + 1/4 S_{\triangle ADC} = \\ &= 1/4 (S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC}) = 1/4 S \end{aligned}$$

Аналогично:

$$S_{\triangle KNC} + S_{\triangle MAL} = 1/4 S$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} s &= S - S_{\triangle DLK} - S_{\triangle MBN} - S_{\triangle LAM} - S_{\triangle NCK} = S - 1/ \\ &4S - 1/4S = 1/2S \end{aligned}$$



# Определим вид параллелограмма

## Вариньона для ромба

Дано:  $ABCD$ -ромб.

Определить вид параллелограмма Вариньона.

1. Рассмотрим  $\triangle ABD$

$LE$ -средняя линия

Т.е получим, что  $EL \parallel BD$ , и  $EL = 1/2 BD$

2. Аналогично, рассматривая

$\triangle BCD$  получим, что  $FK \parallel BD$ ,  $FK = 1/2 BD$

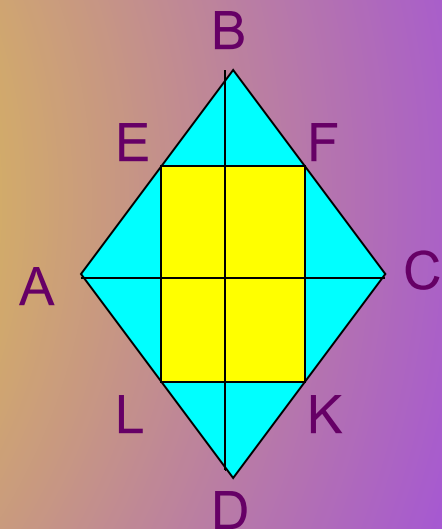
То есть  $EL = FK$ ;  $EL \parallel FK$ ,

значит четырёхугольник  $EFKL$  является параллелограммом, так как две противоположные стороны четырёхугольника равны и параллельны.

А так как диагонали ромба пересекаются под прямым углом, то и параллельные им стороны четырёхугольника

будут тоже пересекаться под прямым углом.

Следовательно, если исходной фигурой является ромб, то параллелограмм Вариньона принимает вид прямоугольника.





Определили вид  
параллелограмма

Вариньона для

различных видов

четырёхугольников

*Для прямоугольника*



*Для равнобокой трапеции*



*Для квадрата*



Мы подобрали и  
решили 7 задач, где  
использовали  
теоретический  
материал нашей  
исследовательской  
работы.

# Хотелось бы представить вашему вниманию одну из решённых задач:

*ABCD*- прямоугольник, *M*, *K*, *P* и *T*-  
середины его сторон,  $AB=6\text{см}$ ,  $AD=12\text{см}$ .

Найти площадь четырехугольника *MKPT*.

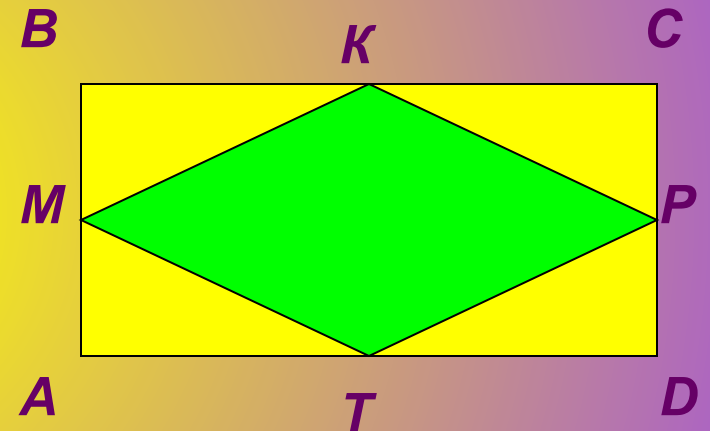
**Решение:**

*MKPT* является параллелограммом  
Вариньона.

Используя свойство площади  
параллелограмма Вариньона: площадь  
параллелограмма Вариньона равна  
половине площади данного  
четырёхугольника, получим:

Площадь *MKPT* =  $1/2$  площади *ABCD* =>  
 $S = 1/2 \cdot 6 \cdot 12 = 36$  (кв.см)

Ответ: 36(кв.см)



# Заключение

*Мы рассмотрели вопросы, связанные с теоремами о параллелограмме Вариньона, и нашли их широкое практическое применение при решении задач.*

*Эти знания позволили нам более глубоко познакомиться с данным материалом, и применять их в нестандартных ситуациях. Поиск новой информации из различных печатных источников, а так же из сети Интернет расширил наши знания по предмету геометрии. Мы смогли попробовать себя в новой ситуации, когда знания приобретались нами самостоятельно без помощи учителя, а это в свою очередь позволило нам поверить в себя и в свои возможности. Намеченный нами план был выполнен, и мы планируем продолжить нашу исследовательскую работу на тему «Дельтоид», где будут использоваться полученные нами знания.*

# *Мы пользовались следующей литературой :*

- ✓ *Сборник тестовых заданий по геометрии 9 класс, «Интеллект-Центр» Москва 2001.*
- ✓ *Задачи по геометрии 7-11кл., авторы: Б. Г. Зив, В. М. Мейлер, А. Г. Баханский.*
- ✓ *Научный журнал «Математика в школе».*
- ✓ *Материалы из сети Интернет «Система задач по геометрии Р. К. Гордина».*