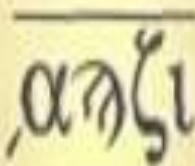


MCMXVII



системы
числения



Система счисления — это способ записи чисел с помощью спец. знаков — **цифр**

Числа: 12, 423, 11001, CXL

Цифры: 0, 1, 2, 3, 4, C, X, L

Алфавит сист. сч. — это множество **цифр**, используемых в ней. (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

Основание сист. сч. — мощность алфавита (кол-во цифр в алфавите)

Типы систем счисления:

- **непозиционные** — значение цифры не зависит от ее *позиции* в числе;
- **позиционные** — значение цифры зависит...

Непозиционные системы

Славянская кириллическая система счисления была

создана в IX веке вместе со славянской алфавитной системой для перевода священных библейских книг греческими монахами братьями Кириллом и Мефодием.

Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
аз	веди	глаголь	добро	есть	зело	земля	иже	фита
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѣ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
и	како	люди	мыслете	наш	кси	он	покой	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѣ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
рцы	слово	твердь	ук	ферт	жа	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

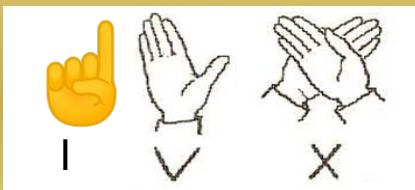




Римская система счисления

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Предполагаемое
происхождение
римских цифр

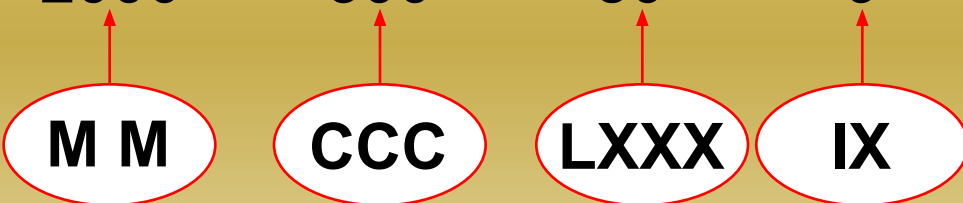


Правила записи чисел:

- Одинаковые цифры, записанные подряд суммируются. (поряд запис-ся не >3х цифр)
III=1+1+1=3
- Если меньшая цифра стоит справа от большей, то она прибавляется, если слева - то вычитается. **VI=5+1=6, IV=5-1=4**
(Причём перед L и C может стоять только X, перед D и M - только C, перед X и V - только I.)

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9 = \text{MM CCC LXXX IX}$$



Самостоятельно:

запишите в римской системе счисления **сегодняшнее число, месяц и год.**

Славянская и Римская системы счисления

В настоящее время используются только в декоративных целях:

- номера глав в книгах:
- обозначение веков:
«Пираты XX века»
- на циферблате часов



Часы
Суздальского
Кремля



Часы
Московского
Кремля

Позиционные системы

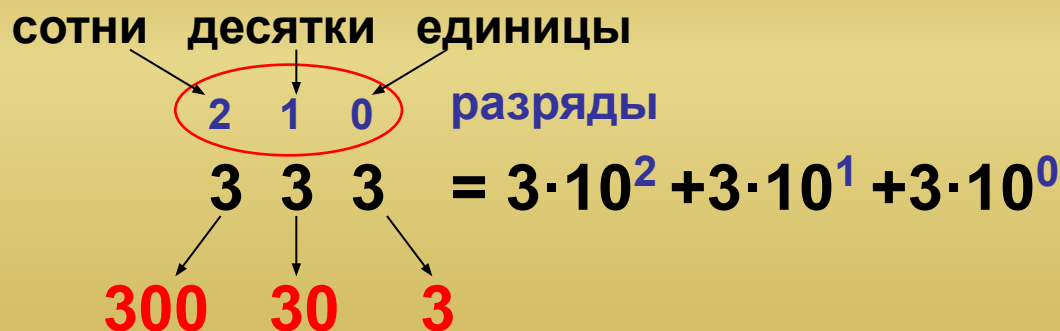
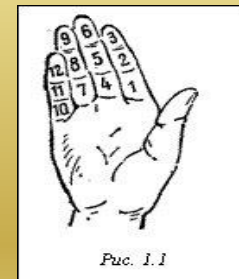
(значение цифры определяется ее позицией в записи числа.)

Десятичная система:

первоначально – счет на пальцах
изобретена в Индии, заимствована арабами, завезена в Европу

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр): 10



1 0 -1 -2 -3

$$46,285 = 4 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$$

сокращённая форма
записи числа

развернутая форма
записи числа

Другие позиционные системы:

Название	Алфавит	Основание
Двоичная	0, 1	2
Троичная	0, 1, 2	3
Восьмеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	8
Шестнадцатеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F (10), (11), (12), (13), (14), (15)	16

$11, 11_2, 12, 2_3, 673, 2_8, 8A, F_{16}$

- **Шестидесятеричная** - первая позиционная система счисления. Была придумана в Древнем Вавилоне. В ней использовалось шестьдесят цифр. До сих пор мы используем эту систему счисления при измерении времени: **1 час = 60 мин, 1 мин = 60 сек**



- **Двенадцатеричная** - широкое распространение получила в XIX веке.
(1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)

Число 12 или дюжина употребляется при исчислении столовых приборов. В наборе их ровно дюжина. Набор фломастеров или карандашей содержит дюжину или полдюжины штук. Круг содержит тридцать дюжин градусов, в сутках - две дюжины часов

- **Двадцатеричная** (1 франк = 20 су)



Перевод целых чисел в позиционных СС

Правило перевода целых чисел из 10-ой СС

1. Делить нацело исходное число и получаемые частные на основание СС до тех пор, пока частное не станет меньше основания СС.
2. Записать полученные остатки от деления в обратной посл-ти.

Правило перевода чисел в 10-ую СС:

Записать число в развёрнутом виде и вычислить полученную сумму.

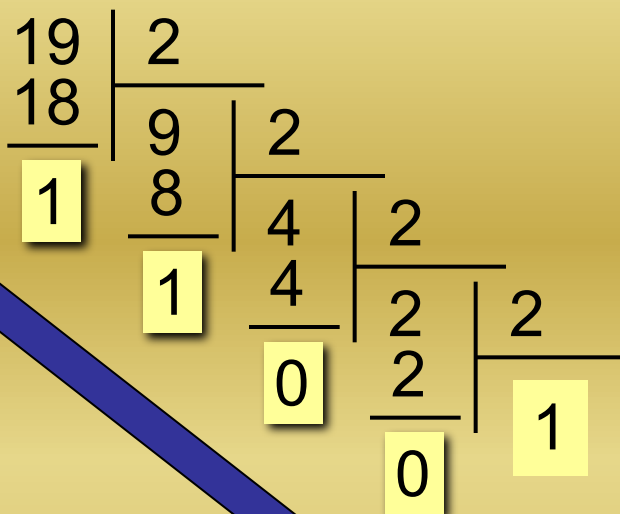
Задание №1 :

Переведите число 19_{10} в 2-ую, 3-ую, 8-ую и 16-ую СС и обратно

Задание №1 :

Переведите число 19_{10} в 2-ую СС и обратно

10 → 2



$$19_{10} = 10011_2$$

2 → 10

4 3 2 1 0 разряды

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Самостоятельно:

Переведите числа в 2-ую, 3-ую, 8-ую и 16-ую СС и обратно

а) 25_{10} б) 134_{10}

Задание №2 :

Переведите число 100_{10} в 8-ую СС и обратно

10 → 8

$$\begin{array}{r|l} 100 & 8 \\ \hline 96 & 12 \\ \hline 4 & 8 \\ & \hline & 4 \\ & \hline & 1 \end{array}$$

$$100 = 144_8$$

8 → 10

2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$

Задание №3 :

Переведите число 107_{10} в 16-ую СС и обратно

$$107 = 6B_{16}$$

10 → 16

$$\begin{array}{r|l} 107 & 16 \\ \hline 96 & 6 \\ \hline \end{array}$$

11

B

16 → 10

C

2 1 0 разряды

$$1C5_{16} = 1 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$$

$$= 256 + 192 + 5 = 453$$

Перевод дробных чисел

10 → 2

$$0,375 = 0,011_2$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$0,750$$

$$0,75$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$1,50$$

$$0,5$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$1,0$$



2 → 10

0 -1 -2 -3

$$0,011_2$$

разряды

$$= 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$$

$$= 0,25 + 0,125 = 0,375$$

$$0,7 = ?$$

$$0,7 = 0,101100110...$$

$$= 0,1(0110)_2$$

Многие дробные числа нельзя представить в виде **конечных** двоичных дробей.

Для их точного хранения требуется **бесконечное** число разрядов.

Большинство дробных чисел хранится в памяти с ошибкой.

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0,25$$

Задания для самостоятельного выполнения:

$$0,625_{10} = ?_2$$

$$3,875_{10} = ?_2$$

Перевод чисел
из двоичной системы
счисления в восьмеричную и
шестнадцатеричную систему
счисления
и обратно

Правило перевода из 2-ой СС в 8-ую:

Разбить исходное число на триады, начиная справа.
Каждую триаду заменить восьмеричной цифрой .

Задание 1: $1001011101111_2 = ?_8$

001 001 011 101 111₂

1	1	3	5	7
---	---	---	---	---

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Правило перевода из 8-ой СС в 2-ую:

Каждую восьмеричную цифру заменить на соответствующую двоичную *триаду*!

Задание 2: $1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$

Ответ: $1725_8 = 1111010101_2$

Задания для самостоятельного выполнения:

$$101101010010_2 =$$

$$11111101011_2 =$$

$$1101011010_2 =$$

$$3467_8 =$$

$$2148_8 =$$

$$7352_8 =$$

Правило перевода из 16-ой СС в 2-ую:

Заменить каждую шестнадцатеричную цифру на соответствующую двоичную *тетраду*!

Задание 2: $7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1 \underbrace{1010}_A_2$

Ответ: $7F1A_{16} = 111111100011010_2$

Правило перевода из 2-ой СС в 16-ую:

Разбить исходное число на тетрады, начиная справа.
Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой.

Задание 1: $1001011101111_2 = ?_{16}$

0001	0010	1110	1111
1	2	E	F

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

Задания для самостоятельного выполнения:

$$1010101101010110_2 =$$

$$111100110111110101_2 =$$

$$110110110101111110_2 =$$

$$C73B_{16} =$$

$$2FE1_{16} =$$

Перевод чисел из 16-ой СС в 8-ую и обратно



Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

Шаг 2. Разбить на триады:

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

Задания для самостоятельного выполнения:

$$A35_{16} = ?_8$$

$$765_8 = ?_{16}$$

Арифметические операции в позиционных системах счисления

Арифметические операции

сложение

$$0+0=0 \quad 0+1=1$$
$$1+0=1 \quad 1+1=\mathbf{1}0_2$$
$$1 + 1 + 1 = \mathbf{1}1_2$$

1 1 1 1 1

1 0 1 1 0₂

$$+ 111011_2$$

1 0 1 0 0 0 1

перенос

ВЫЧИСЛЕНИЕ

$$0-0=0 \quad 1-1=0$$
$$1-0=1 \quad \mathbf{1}0_2-1=1$$

заем

0 1 1 10₂ 0 10₂

~~1~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~1~~ 0 1₂

$$- \quad 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1_2$$

0 1 0 1 0 1 0

Задания для самостоятельного выполнения:

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ + 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ + 101110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 10011_2 \\ \hline \end{array}$$

Задания для самостоятельного выполнения:

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ - 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011_2 \\ - 110101_2 \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 110011_2 \\ - 10101_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ - 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

Арифметические операции

умножение

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ \times 10 \\ \hline 1_210101_2 \\ + 10101_2 \\ \hline 1101001_2 \end{array}$$

деление

$$\begin{array}{r} 10101_2 \big| 111_2 \\ - 111_2 \\ \hline 111_2 \\ - 111_2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Сложение и вычитание 8-ных чисел

• • •

$$\begin{array}{r} 156_8 \\ + 662_8 \\ \hline 1040_8 \end{array}$$

сложение

1 в перенос

$$6 + 2 = 8 = 8 + 0$$

1 в перенос

$$5 + 6 + 1 = 12 = 8 + 4$$

$$1 + 6 + 1 = 8 = 8 + 0$$

1 в перенос

Задания для самостоятельного выполнения:

$$\begin{array}{r} 353_8 \\ + 736_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1353_8 \\ + 777_8 \\ \hline \end{array}$$

ВЫЧИТАНИЕ

заем

$$\begin{array}{r} 456_8 \\ - 277_8 \\ \hline 157_8 \end{array}$$

$$(6 + 8) - 7 = 7$$

заем

$$(5 - 1 + 8) - 7 = 5$$

$$(4 - 1) - 2 = 1$$

Задания для самостоятельного выполнения:

$$\begin{array}{r} 156_8 \\ - 662_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1156_8 \\ - 662_8 \\ \hline \end{array}$$

Сложение и вычитание 16-ных чисел

сложение

$$\begin{array}{r} \text{A } 5 \text{ B}_{16} \\ + \text{C } 7 \text{ E}_{16} \\ \hline 1 \text{ 6 D } 9_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{10 } 5 \text{ 11} \\ + \text{12 } 7 \text{ 14} \\ \hline 1 \text{ 6 } \text{13} \text{ 9} \end{array}$$

1 в перенос

$$11 + 14 = 25 = 16 + 9$$

$$5 + 7 + 1 = 13 = \text{D}_{16}$$

1 в перенос

$$10 + 12 = 22 = 16 + 6$$

ВЫЧИТАНИЕ

заем

$$\begin{array}{r} \text{C } 5 \text{ B}_{16} \\ - \text{A } 7 \text{ E}_{16} \\ \hline 1 \text{ D } \text{D}_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{12 } 5 \text{ 11} \\ - \text{10 } 7 \text{ 14} \\ \hline 1 \text{ 13 } 13 \end{array}$$

заем

$$(11 + \text{16}) - 14 = \text{13} = \text{D}_{16}$$

$$(5 - \text{1}) + \text{16} - 7 = \text{13} = \text{D}_{16}$$

$$(12 - \text{1}) - 10 = 1$$

Задания для самостоятельного выполнения:

$$\begin{array}{r} \text{C B A}_{16} \\ + \text{A 5 9}_{16} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{1 B A}_{16} \\ - \text{A 5 9}_{16} \end{array}$$