

# ЛЕКЦИЯ 11

## Тема 1.9. Простейшие движения твердого тела

*Иметь представление о поступательном движении, его особенностях и параметрах, о вращательном движении тела и его параметрах.*

*Знать формулы для определения параметров поступательного и вращательного движений тела.*

*Уметь определять кинематические параметры тела при поступательном и вращательном движениях, определять параметры любой точки тела.*

### Поступательное движение

Поступательным называют такое движение твердого тела, при котором всякая прямая линия на теле при движении остается параллельной своему начальному положению (рис. 11.1, 11.2).

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково: скорости и ускорения в каждый момент одинаковы. Поэтому для описания движения тела можно рассматривать движение одной его точки, обычно центра масс.

Поступательное движение может быть прямолинейным и криволинейным.

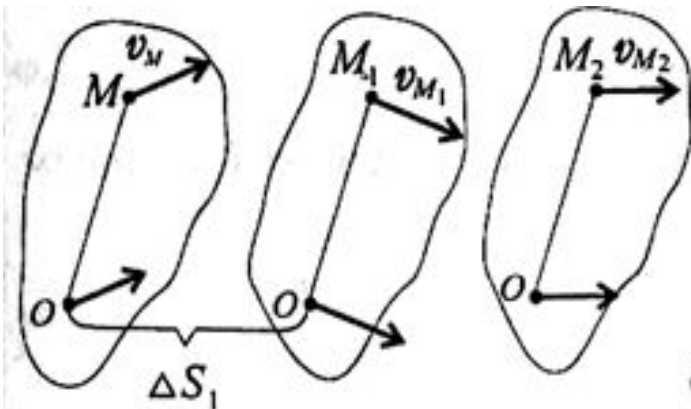


Рис. 11.1

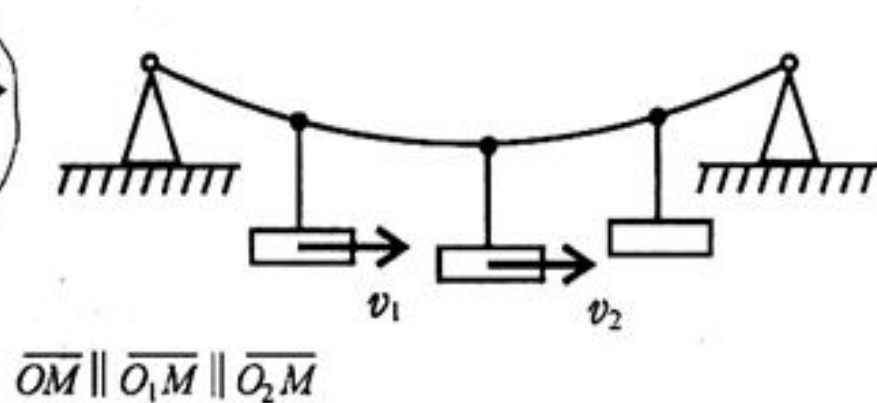


Рис. 11.2

## Вращательное движение

При вращательном движении все точки тела описывают окружности вокруг общей неподвижной оси.

Неподвижная ось, вокруг которой вращаются все точки тела, называется *осью вращения*.

При этом каждая точка движется по окружности, радиус которой равен расстоянию точки до оси вращения.

Точки на оси вращения не перемещаются.

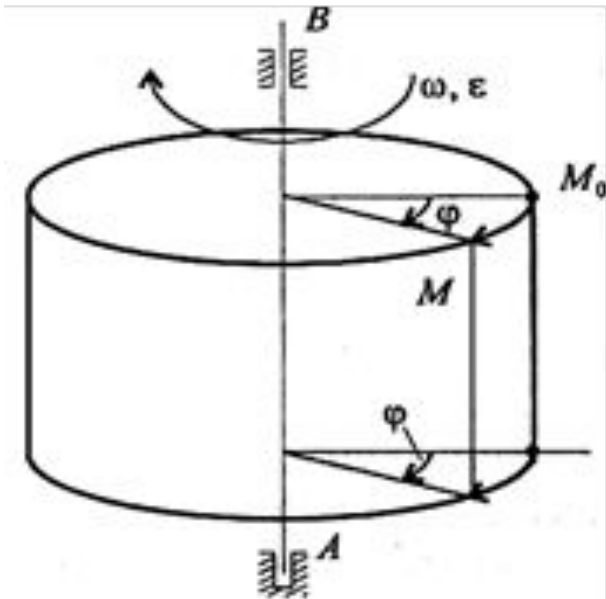


Рис. 11.3

Для описания вращательного движения тела вокруг неподвижной оси можно использовать только угловые параметры (рис. 11.3):

$\varphi$  — угол поворота тела,  $[\varphi] = \text{рад}$ ;

$\omega$  — угловая скорость, определяет изменение угла поворота в единицу времени,  $[\omega] = \text{рад/с}$ .

Для определения положения тела в любой момент времени используется уравнение  $\varphi = f(t)$ .

Следовательно, для определения угловой скорости можно пользоваться выражением

$$\omega = d\varphi/dt.$$

Иногда для оценки быстроты вращения используют угловую частоту вращения  $n$ , которая оценивается в оборотах в минуту.

Угловая скорость и частота вращения физически близкие величины:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$

Изменение угловой скорости во времени определяется угловым ускорением  $\varepsilon$ ,  $[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$ ;

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

### Частные случаи вращательного движения

**Равномерное вращение** (угловая скорость постоянна):

$$\omega = \text{const}.$$

Уравнение (закон) равномерного вращения в данном случае имеет вид:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

где  $\varphi_0$  – угол поворота до начала отсчёта.

Кинематические графики для этого вида движения изображены на рис. 11.4.

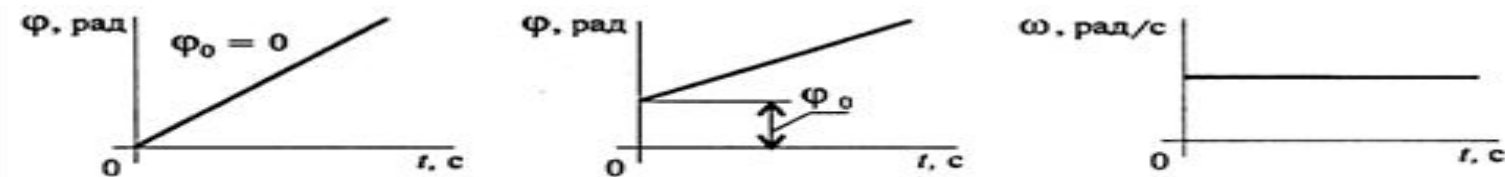


Рис. 11.4

**Равнопеременное вращение** (угловое ускорение постоянно):

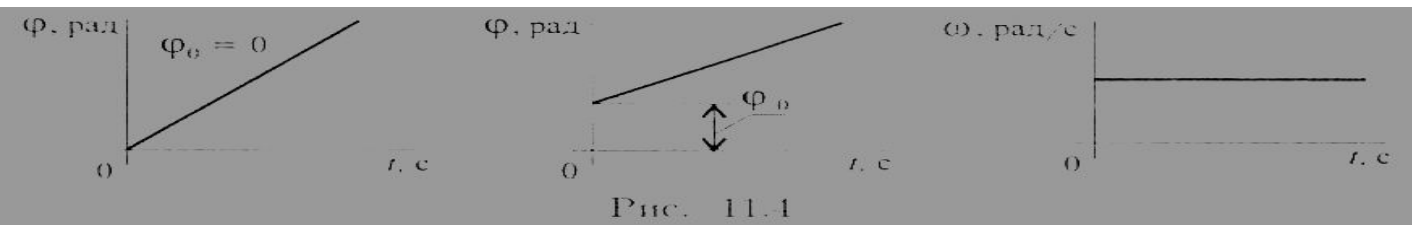
$$\varepsilon = \text{const}.$$

Уравнение (закон) равнопеременного вращения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где  $\varphi_0$  – угол поворота до начала отсчёта.

Кинематические графики для этого вида движения изображены на рис. 11.4.



**Равнопеременное вращение** (угловое ускорение постоянно):

$$\varepsilon = \text{const.}$$

Уравнение (закон) равнопеременного вращения

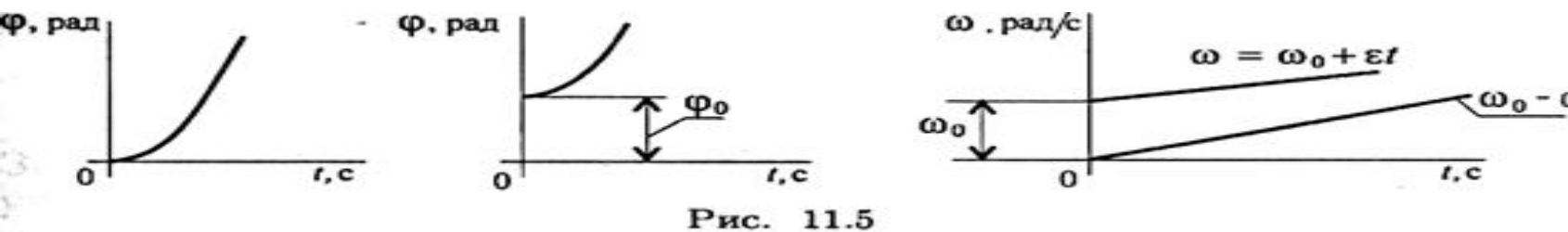
$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где  $\omega_0$  — начальная угловая скорость.

Угловое ускорение **при ускоренном** движении — величина *положительная*, угловая скорость будет все время возрастать.

Угловое ускорение **при замедленном** движении — величина *отрицательная*; угловая скорость убывает.

Для данного движения кинематические графики представлены на рис. 11.5.



## Скорости и ускорения точек вращающегося тела

Тело вращается вокруг точки  $O$ . Определим параметры движения точки  $A$ , расположенной на расстоянии  $r_A$  от оси вращения (рис. 11.6, 11.7).

Путь точки  $A$ :  $S_A = \omega r_A$

Линейная скорость точки  $A$ :  $v_A = \omega r_A$

Ускорения точки  $A$ :  $a_{tA} = \varepsilon r_A$  — касательное;  
 $a_{nA} = \omega^2 r_A$  — нормальное, где  $r_A$  — радиус окружности, траектории точки  $A$ .

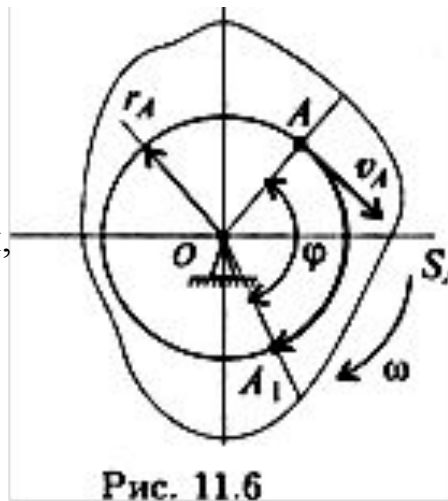


Рис. 11.6

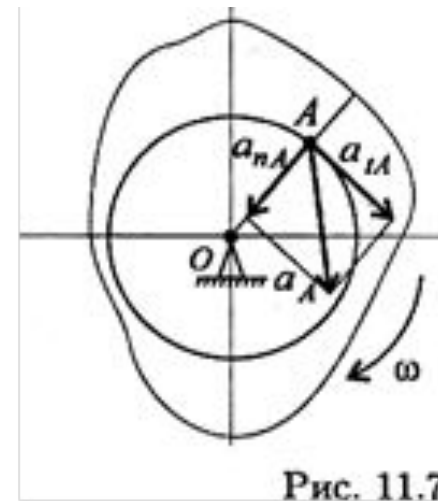


Рис. 11.7

### Примеры решения задач

**Пример 1.** По заданному графику угловой скорости (рис. 11.8) определить вид вращательного движения.

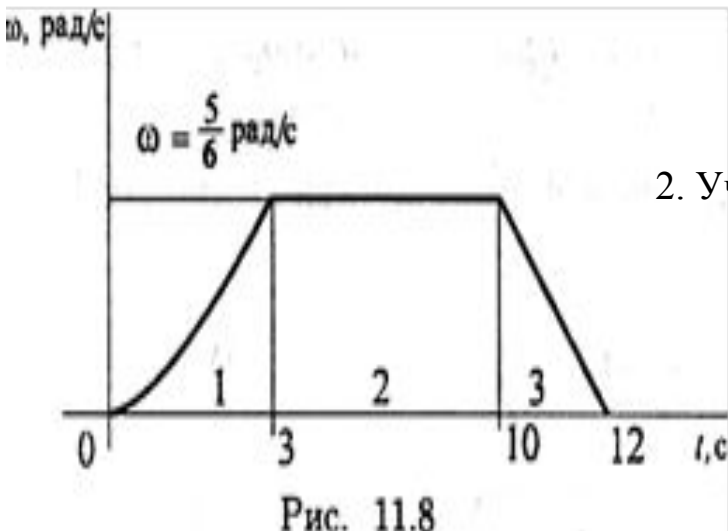


Рис. 11.8

### Решение

Участок 1 — неравномерное ускоренное движение,

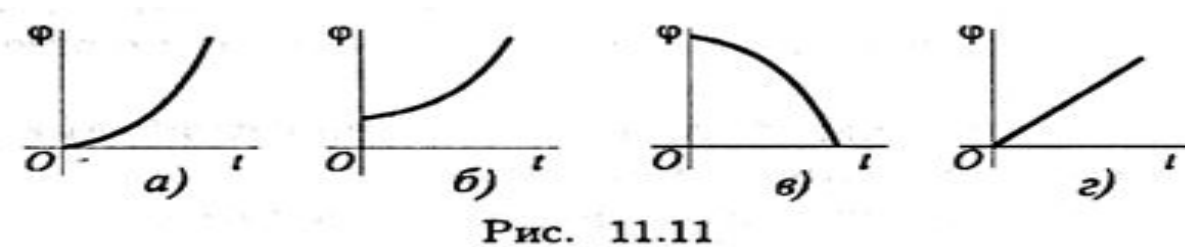
$$\omega = \varphi'; e = \omega'.$$

2. Участок 2 — скорость постоянна — движение равномерное,  $\omega = \text{const}$ .

3. Участок 3 — скорость убывает равномерно — равнозамедленное движение,  $e = \omega' < 0$ .

## Контрольные вопросы и задания

1. Какими кинематическими параметрами характеризуется поступательное движение и почему?
2. Запишите уравнение равномерного поступательного движения твердого тела.
3. Запишите уравнение равнопеременного поступательного движения твердого тела.
4. Запишите уравнения равномерного и равнопеременного вращательного движений твердого тела.
5. Задано уравнение движения тела  $S = f(t)$ . Как определяют скорость и ускорение?
6. Для заданного закона (уравнения) движения  $\varphi = 6,28 + 12t + 3t^2$  выберите соответствующий кинематический график движения (рис. 11.11).



7. Для движения, закон которого задан в вопросе 6, определите угловое ускорение в момент  $t = 5$  с.

## Тема 1.9. Кинематика. Простейшие движения твердого тела

В о п р о с ы	О т в е т ы	К о д
1. По заданному закону вращения вала $\varphi = 0,25t^3 + 4t$ определить вид движения ( $\varphi$ – в радианах; $t$ – в секундах).	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Переменное	4
2. Закон вращательного движения колеса $\varphi = 4t - 0,25t^2$ . Определить время до полной остановки.	6 с	1
	8 с	2
	10 с	3
	12 с	4
3. Определить число оборотов до полной остановки колеса. Движение описано в вопросе 2.	0	1
	1,25 оборотов	2
	2,55 оборотов	3
	3,65 оборотов	4

4. Колесо вращается с угловой скоростью 52 рад/с. Радиус колеса 45 мм. Определить полное ускорение точек на ободе колеса.	$71,7 \text{ м/с}^2$	1
	$101,6 \text{ м/с}^2$	2
	$121,7 \text{ м/с}^2$	3
	$173,7 \text{ м/с}^2$	4

5. Частота вращения вала меняется согласно графику. Определить полное число оборотов за время движения.	2530 рад	1
	385,4	2
	402,9	3
	2420 рад	4

