Применение

производной

Производная функции

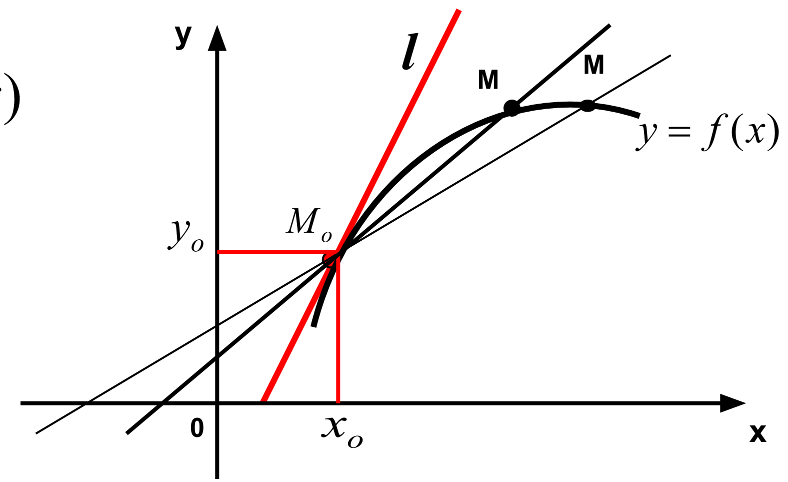
- **Пусть** функция $f(x)$ определена в некоторой окрестности точки x (включая точку x).
- **Определение 1.**

$$\boxed{f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}}$$

Производной функции $f(x)$ называется предел отношения **приращения функции** к **приращению аргумента**, когда **приращение аргумента** стремится к нулю.

- **Определение 2.**

Касательной прямой l к графику функции $y=f(x)$ в точке x_o называется ***предельное положение секущей*** M_oM, когда $M\to M_o$

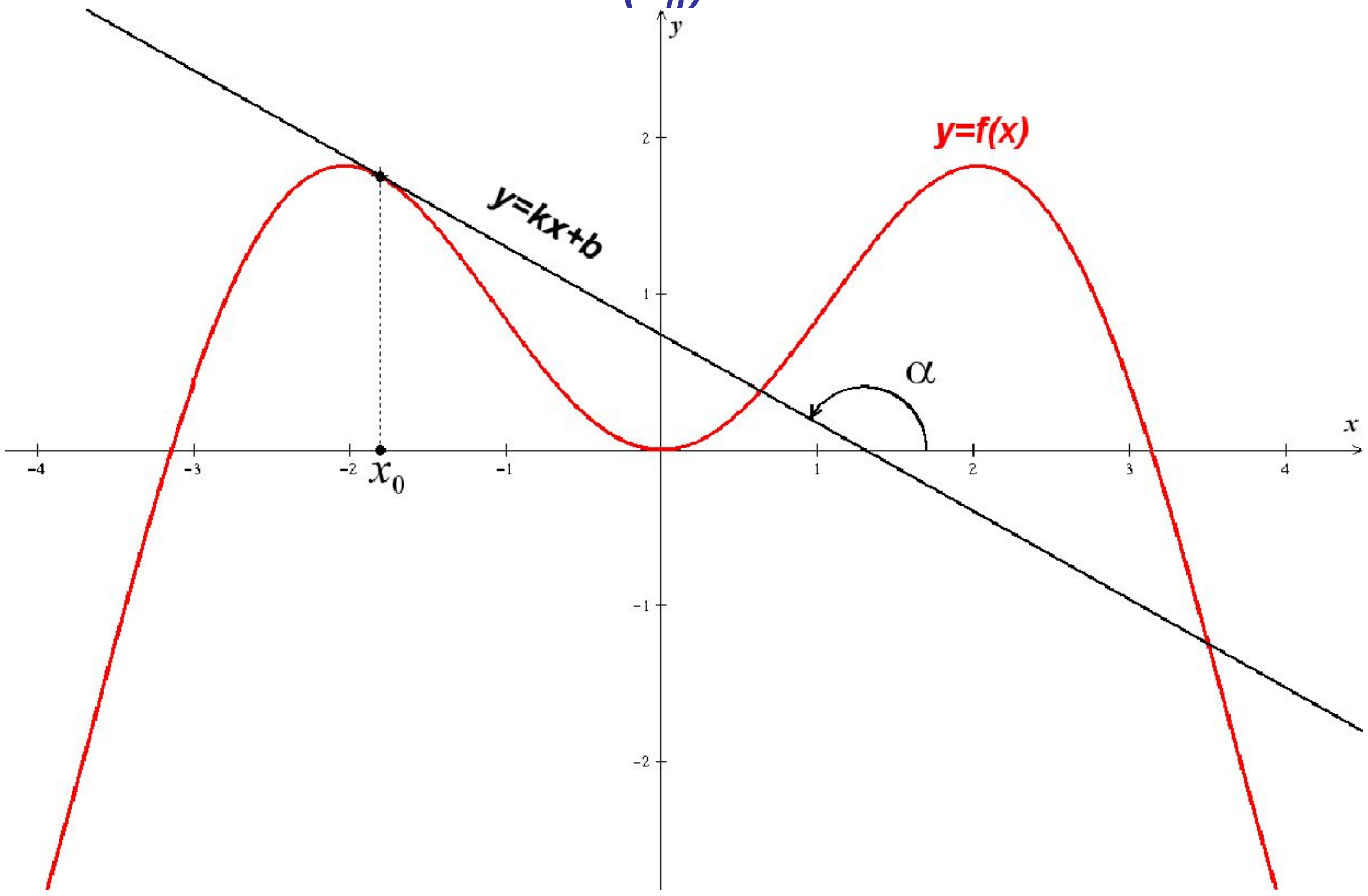


Геометрический смысл производной

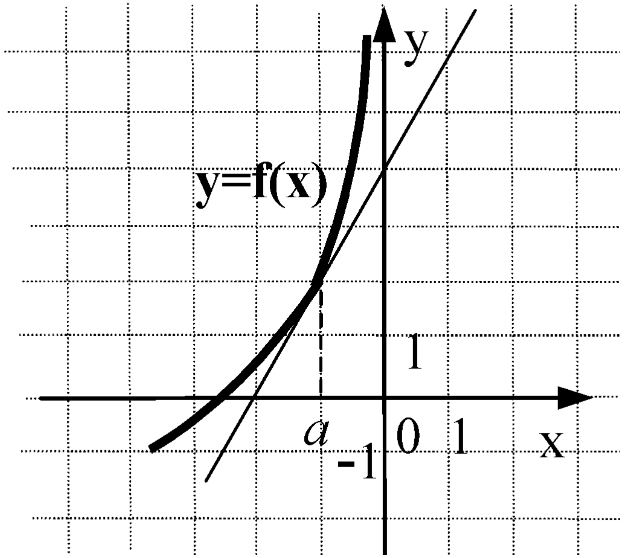
Знание углового коэффициента касательной к графику функции позволяет ответить на некоторые вопросы при исследовании этой функции.

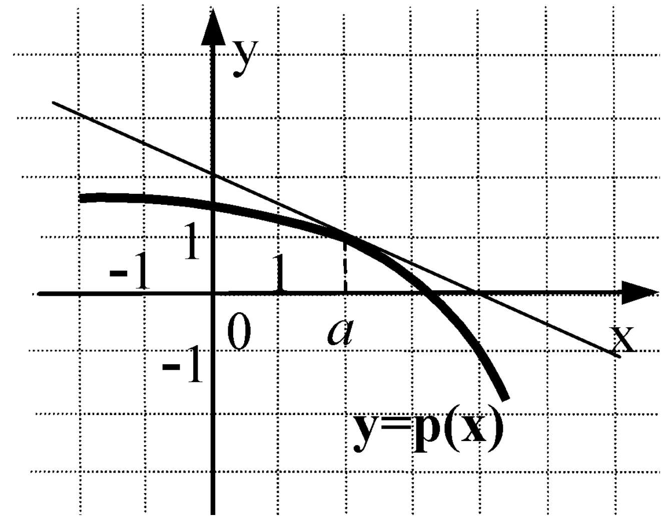
Уравнение касательной (прямой) имеет вид *y* =kx + b, где *k* – угловой коэффициент,
который характеризует угол, который образует прямая с положительным направлением оси *Ox*.

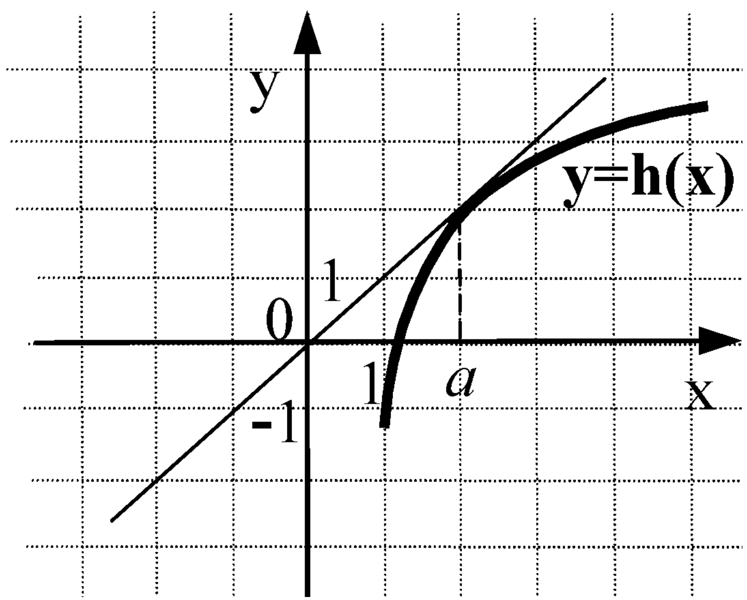
$$f'(x_0) = k$$

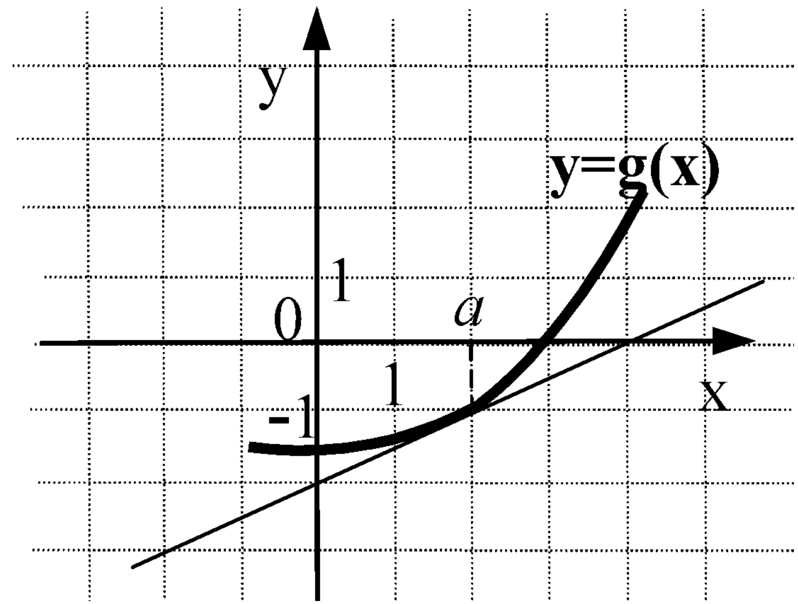


Укажите функцию, производная которой в точке *a* равна 1.









Промежутки монотонности функции

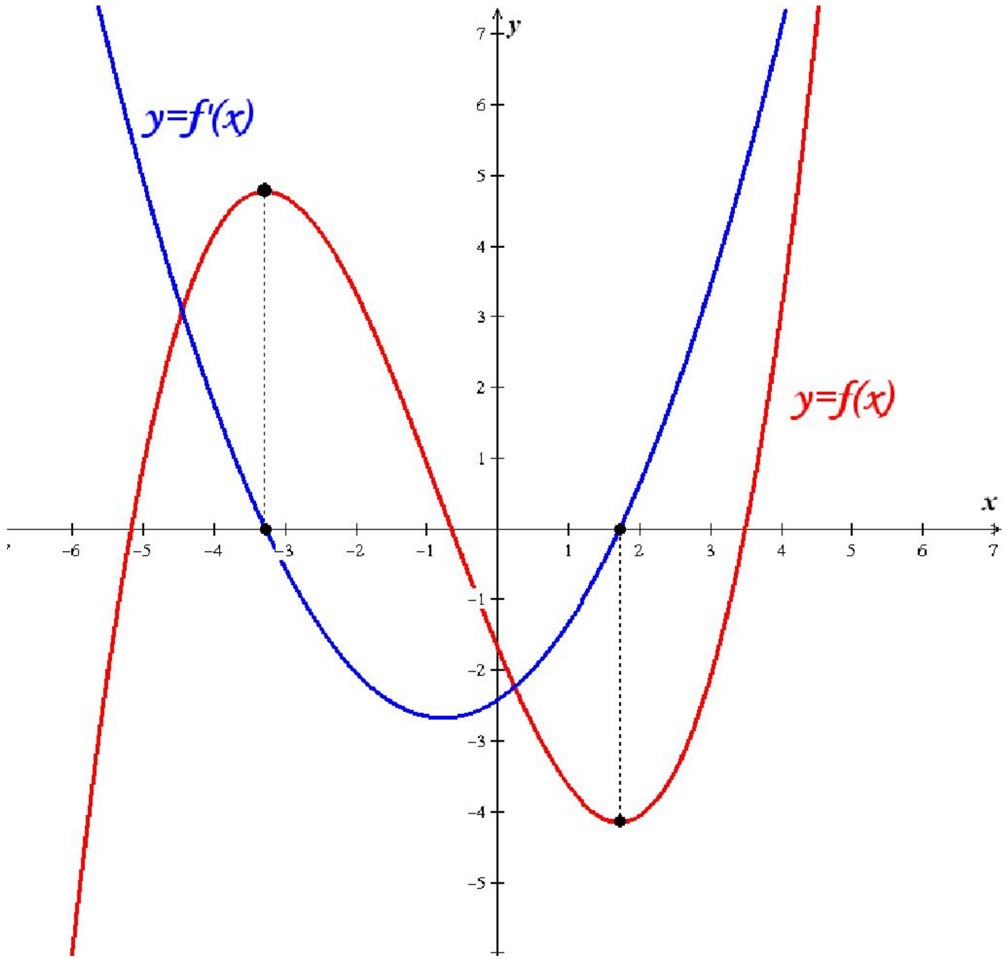
Промежутки монотонности функции – это промежутки оси *х*, на которых функция *возрастает* (промежутки возрастания) или *убывает* (промежутки убывания).

Геометрически – это интервалы оси *х*, где график функции идет вверх или вниз.

Если дифференцируемая функция *возрастает* на промежутке, то ее производная *неотрицательна* на этом промежутке.

Если дифференцируемая функция *убывает* на промежутке, то ее производная *неположительна* на этом промежутке.

Связь между свойствами функции и свойствами ее производной можно проиллюстриро-вать на их графиках в одной системе координат.



Достаточные условия возрастания и убывания функции

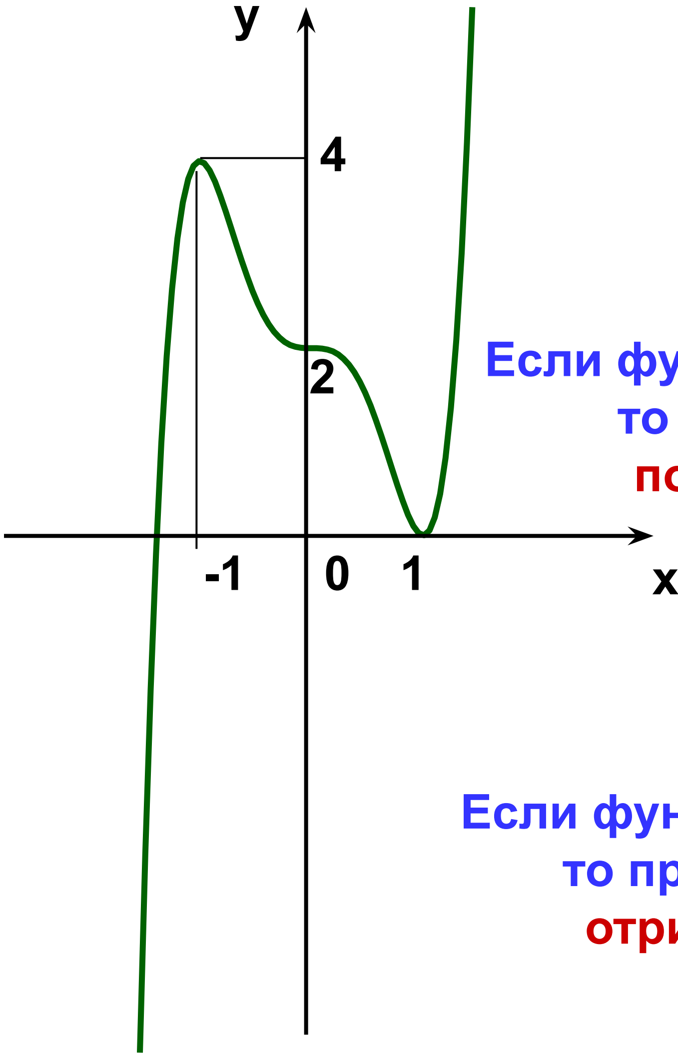
Достаточное условие возрастания функции:

если в каждой точке интервала (a;b) производная $f'(x)>0$, то функция монотонно возрастает на этом интервале.

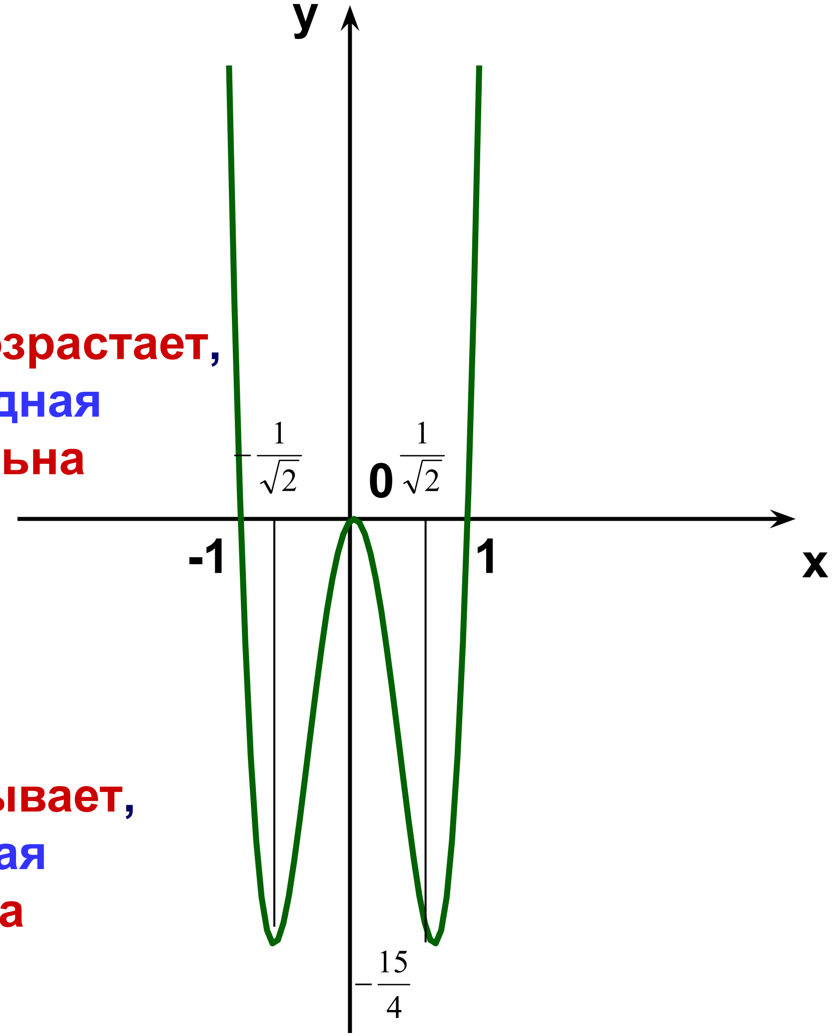
Достаточное условие убывания функции:

если в каждой точке интервала (a;b) производная $f'(x)<0$, то функция монотонно убывает на этом интервале.

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$



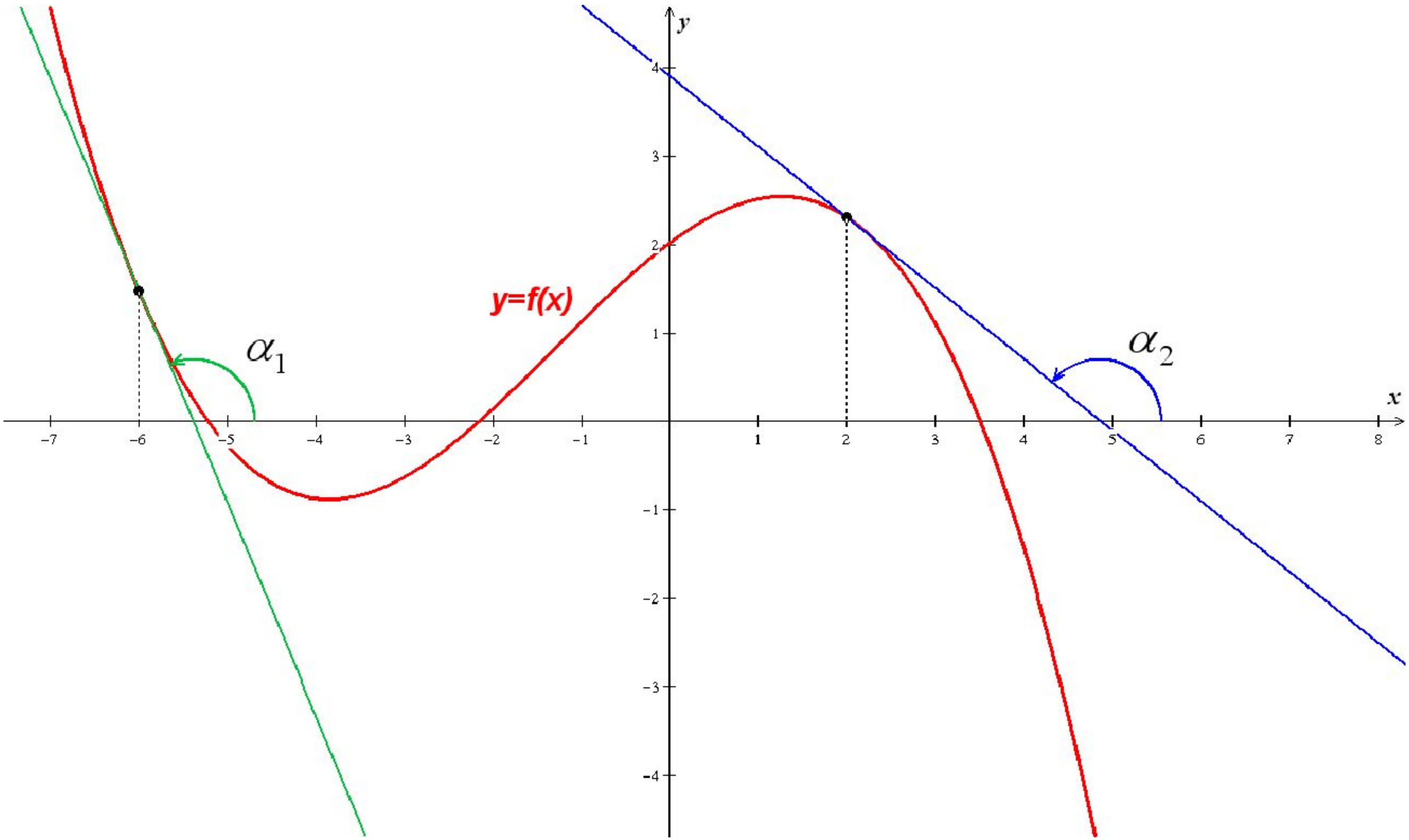
$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$



Если функция возрастает, то производная положительна

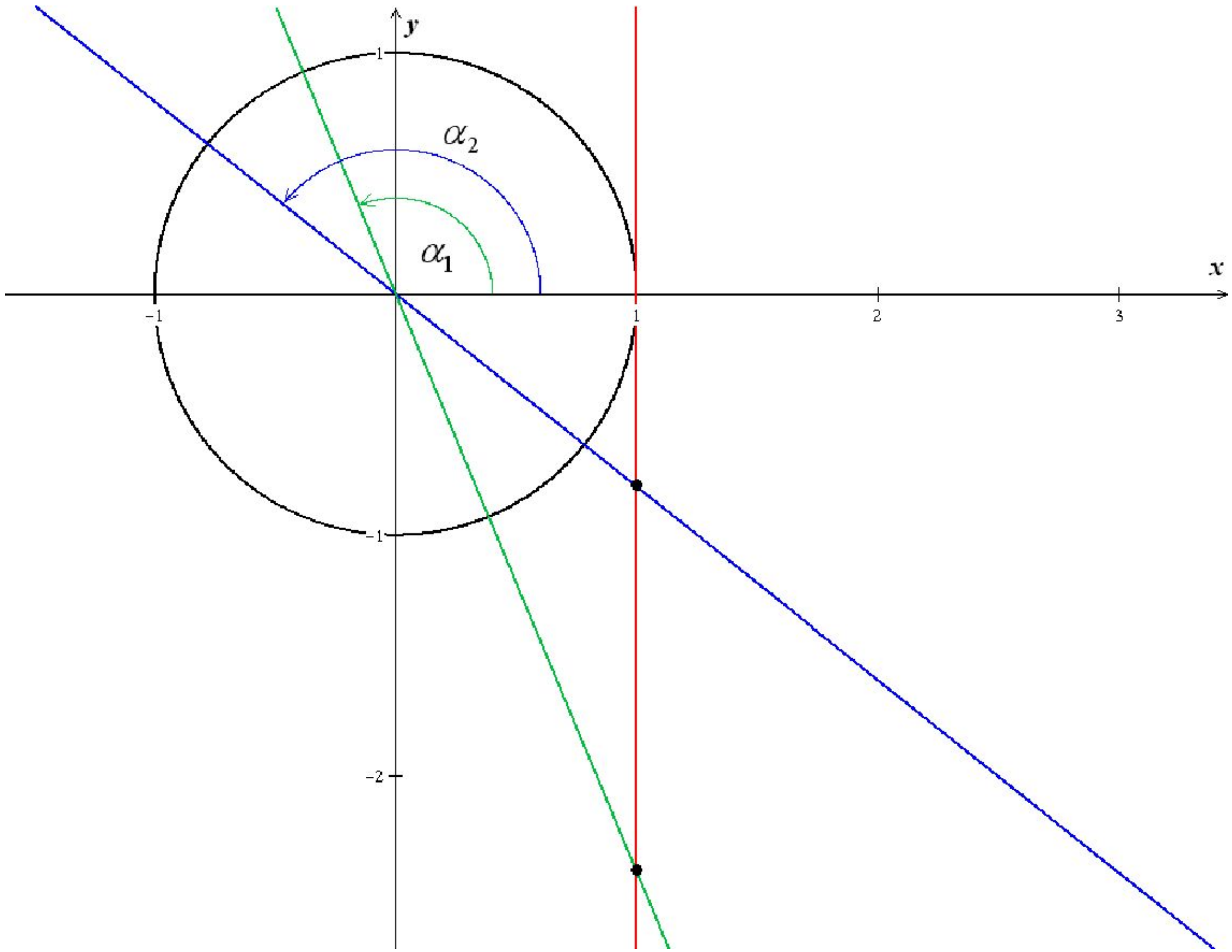
Если функция убывает, то производная отрицательна

На рисунке изображён график функции y = f (x) и отмечены точки - 6 и 2.
В какой из этих точек значение производной наибольшее?



tg α_1< tg α_2 , следовательно, *f '(-6)< f '(2).*

Ответ: ***2.***



Точки экстремума

Точки экстремума – точки, лежащие внутри области определения, в которых функция принимает самое большое (максимум) или самое малое (минимум) значение по сравнению со значениями в близких точках.

Геометрически - в точках экстремума график функции выгибается вверх или вниз.

Необходимое условие экстремума функции. В точке экстремума функции её производная обращается в ноль или не существует.

Достаточное условие зкстремума

Если в некоторой точке X_0 производная функции *f (x)* обращается в нуль и, кроме того, проходя через неё слева направо, меняет свой знак с «+» на «-»,

то X_0 – точка ***максимума*** функции *f (x)*.

Если производная меняет знак с «-» на «+», то X_0 – точка ***минимума*** функции f(x)

Девиз урока

«Слушаю – забываю.
Смотрю – запоминаю.
Делаю – понимаю»

Конфуций.