

# Решение неравенств второй степени с одной переменной.

## Урок в 9 классе.

**Муниципальное общеобразовательное  
учреждение средняя  
общеобразовательная школа №15 г.  
Кузнецка Пензенской области.**

**Учитель: Горохова Людмила  
Викторовна.**

**Задача:** Планируется разбить прямоугольный цветник, который будет примыкать к дому. Заготовленного штакетника хватит на изгородь длиной 20м. Какими должны быть длина и ширина цветника, чтобы он имел площадь не менее  $48 \text{ м}^2$ .

Если за  $x$  м принять длину стороны цветника, примыкающей к дому, то решение задачи сведется к решению неравенств:

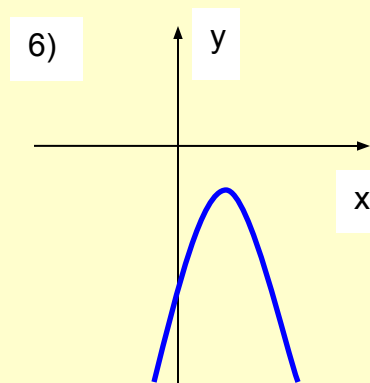
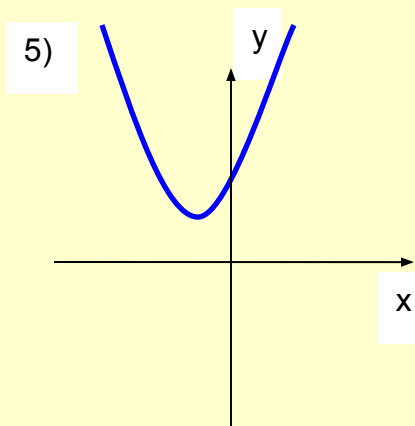
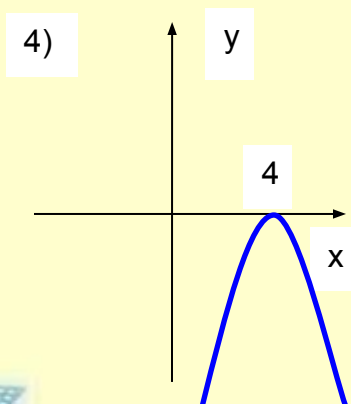
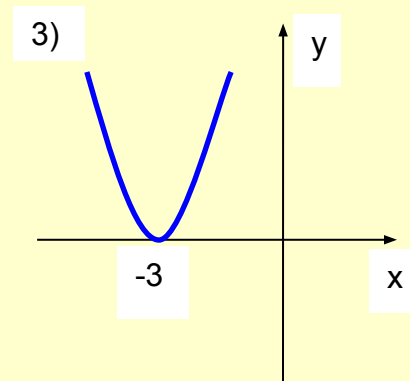
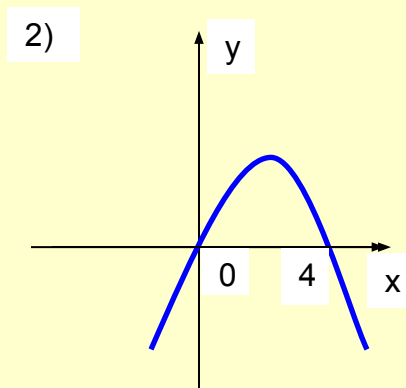
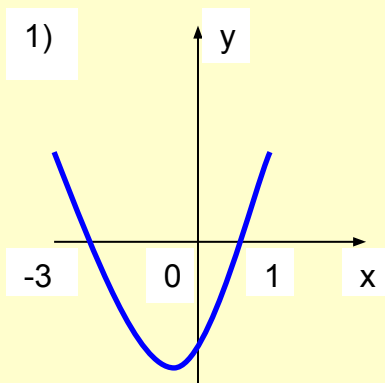
$$(20 - 2x)x \geq 48$$

Используя преобразования, эти неравенства можно привести к такому неравенству второй степени:

$$x^2 - 10x + 24 \leq 0$$



**Работа в группах:** На рисунке даны графики квадратичных функций. Анализируя эти графики, заполните таблицу.



# Проверим!

№ п/п	a	D	Нули функции	Интервалы положительных значений	Интервалы отрицательны х значений
1	$a > 0$	$D > 0$	$x_1 = -3, x_2 = 1$	$(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$	$(-3; 1)$
2					
3					
4					
5					
6					



Какие из неравенств вы бы назвали  
неравенствами второй степени:

• 1)  $6x^2 - 13x > 0$ ;                      2)  $x^2 - 3x - 14 > 0$ ;

• 3)  $(5+x)(x-4) > 7$ ;                      4)  $\frac{2x-3}{5} > 0$ ;

• 5)  $\frac{x-5}{x^2-4x+5} > 0$  ;                      6)  $\frac{x^3-5}{x+5} > 0$  ;

• 7)  $8x^2 > 0$ ;                                      8)  $(x-5)^2 - 25 > 0$ ;



# Сформулируем определение неравенства второй степени

## Определение:

Неравенство,  
левая часть  
которого есть  
многочлен второй  
степени, а правая –  
ноль,  
называется  
**неравенством  
второй степени.**

Все квадратные  
неравенства могут  
быть приведены к  
одному из следующих  
видов:

1)  $ax^2 + bx + c > 0;$

2)  $ax^2 + bx + c < 0;$

3)  $ax^2 + bx + c \geq 0;$

4)  $ax^2 + bx + c \leq 0.$



Вернемся к задаче про цветник.  
Решим неравенство  $x^2 - 10x + 24 \leq 0$

**Ответ: сторона цветника имеет  
размеры больше 4 м и меньше**



Решить неравенство:

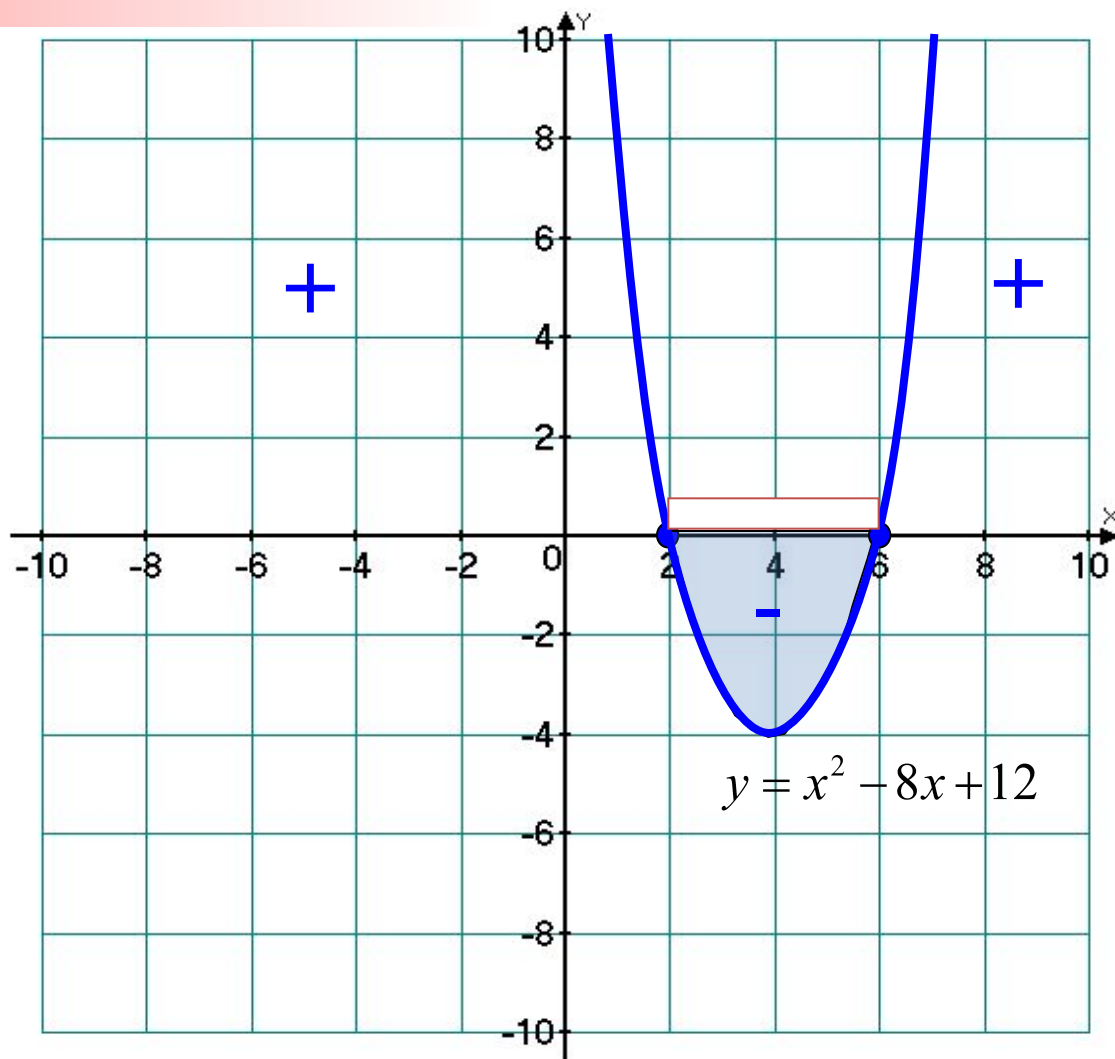
$$x^2 - 8x + 12 \leq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$2 \leq x \leq 6$$

$$x \in [2; 6]$$





Решить неравенство:

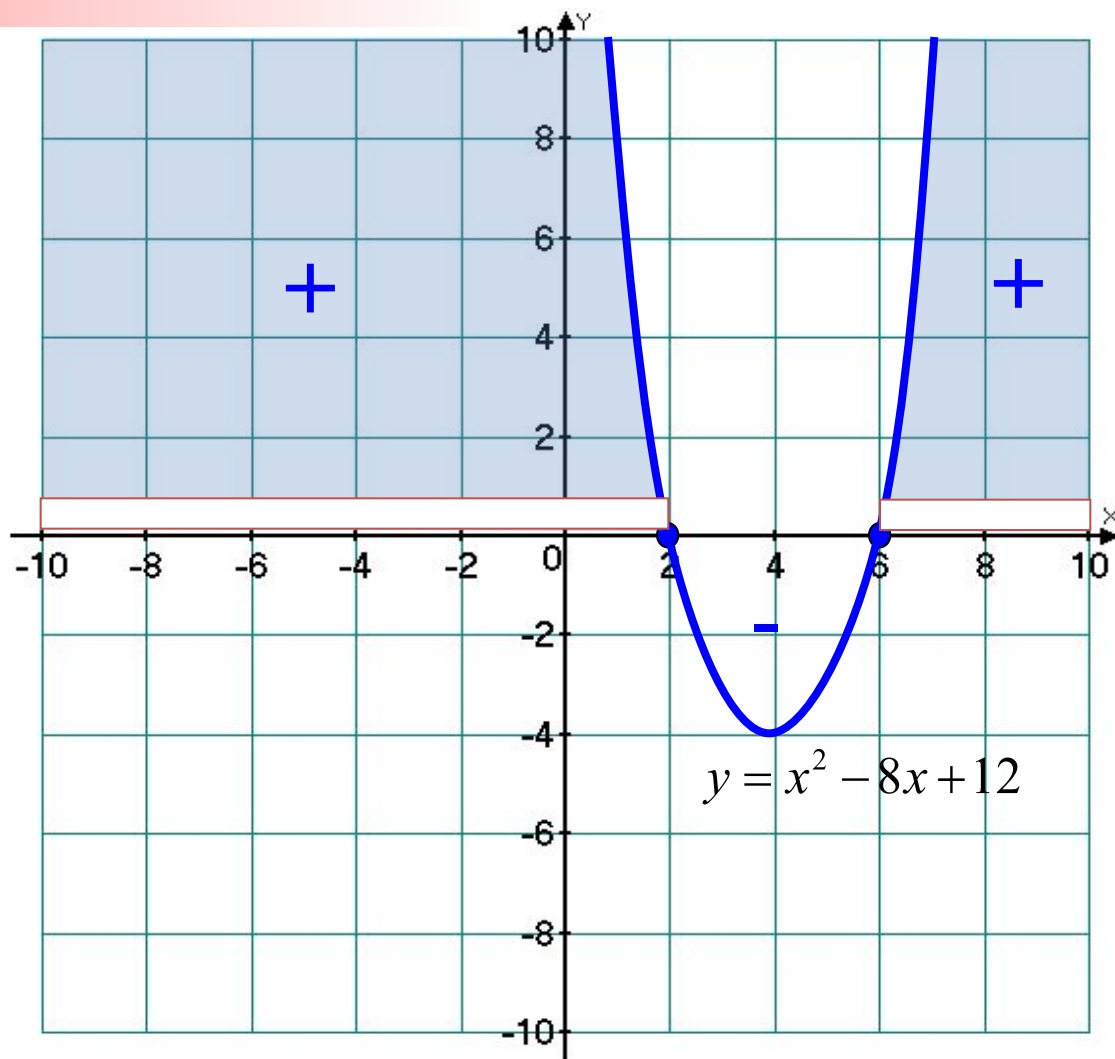
$$x^2 - 8x + 12 > 0 \quad x^2 - 8x + 12 \geq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$x \leq 2, \quad x \geq 6$$

$$x \in (-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$$



Решить неравенство:

$$-x^2 + 8x - 12 \geq 0$$

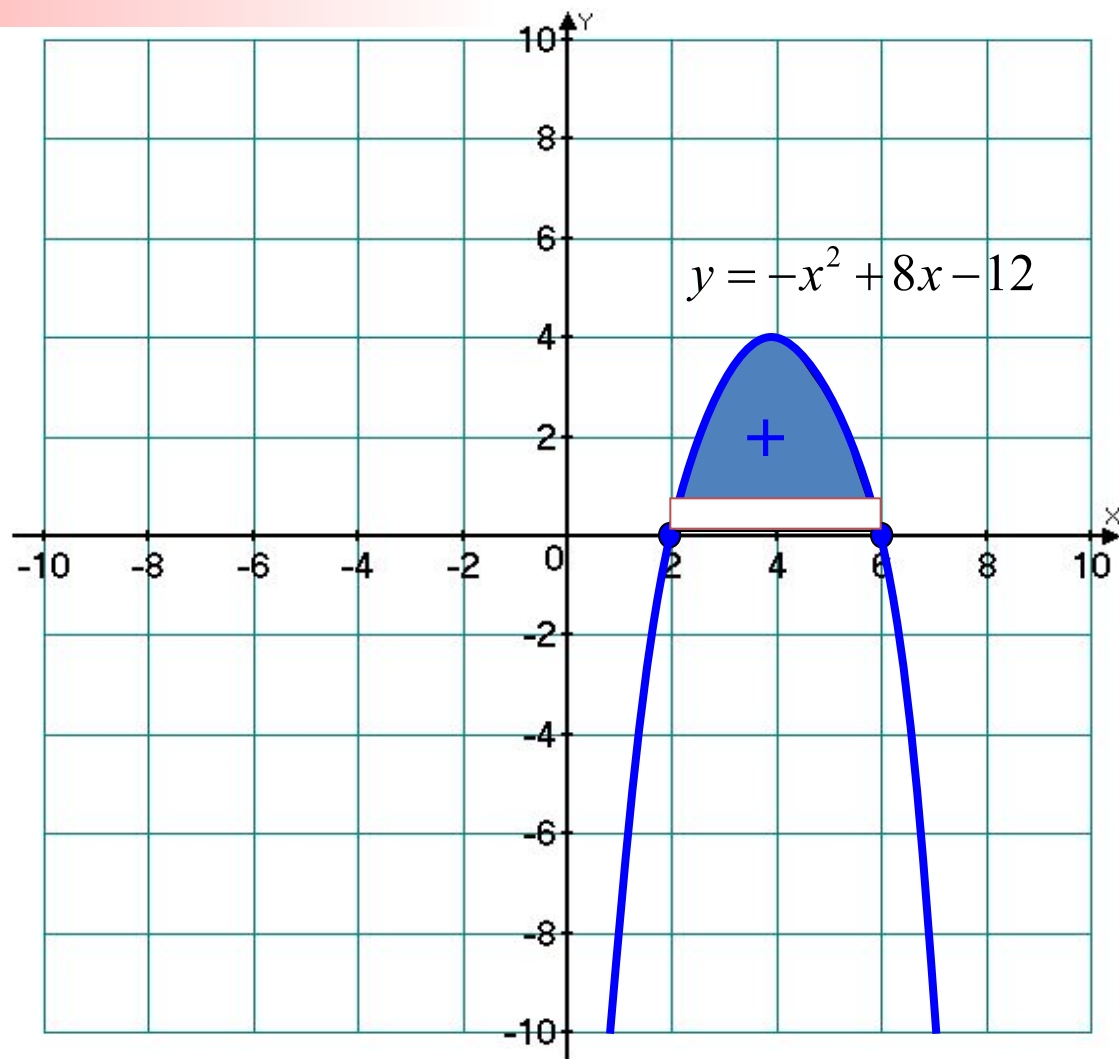
$$-x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$2 \leq x \leq 6$$

$$x \in [2; 6]$$



Решить неравенство:

$$-x^2 + 8x - 12 \leq 0$$

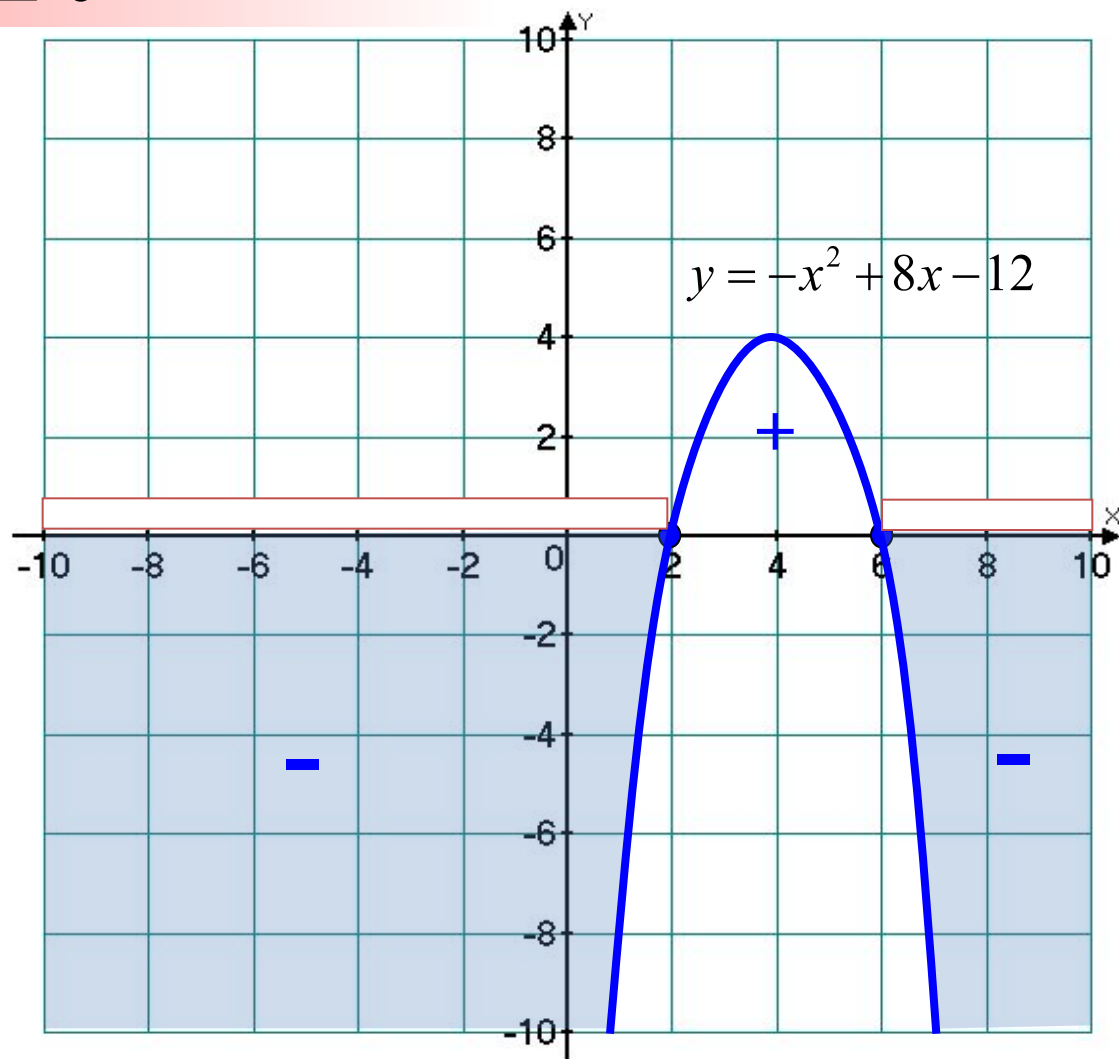
$$-x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$x \leq 2, \quad x \geq 6$$

$$x \in ((-\infty; 2] \cup [6; +\infty))$$



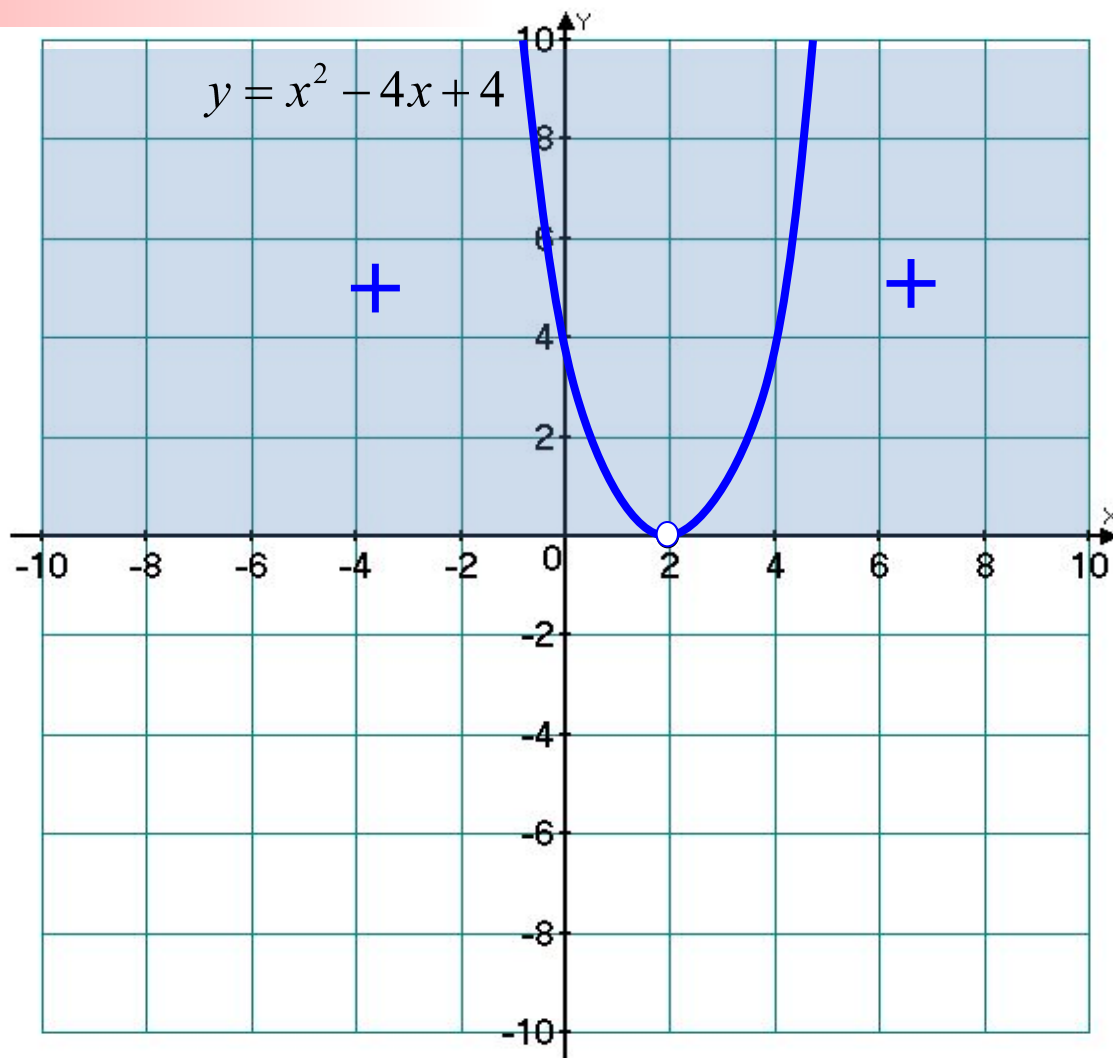
# Решить неравенство:

$$x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$D = 0; \quad = 2$$

Нет решений



Решить неравенство:

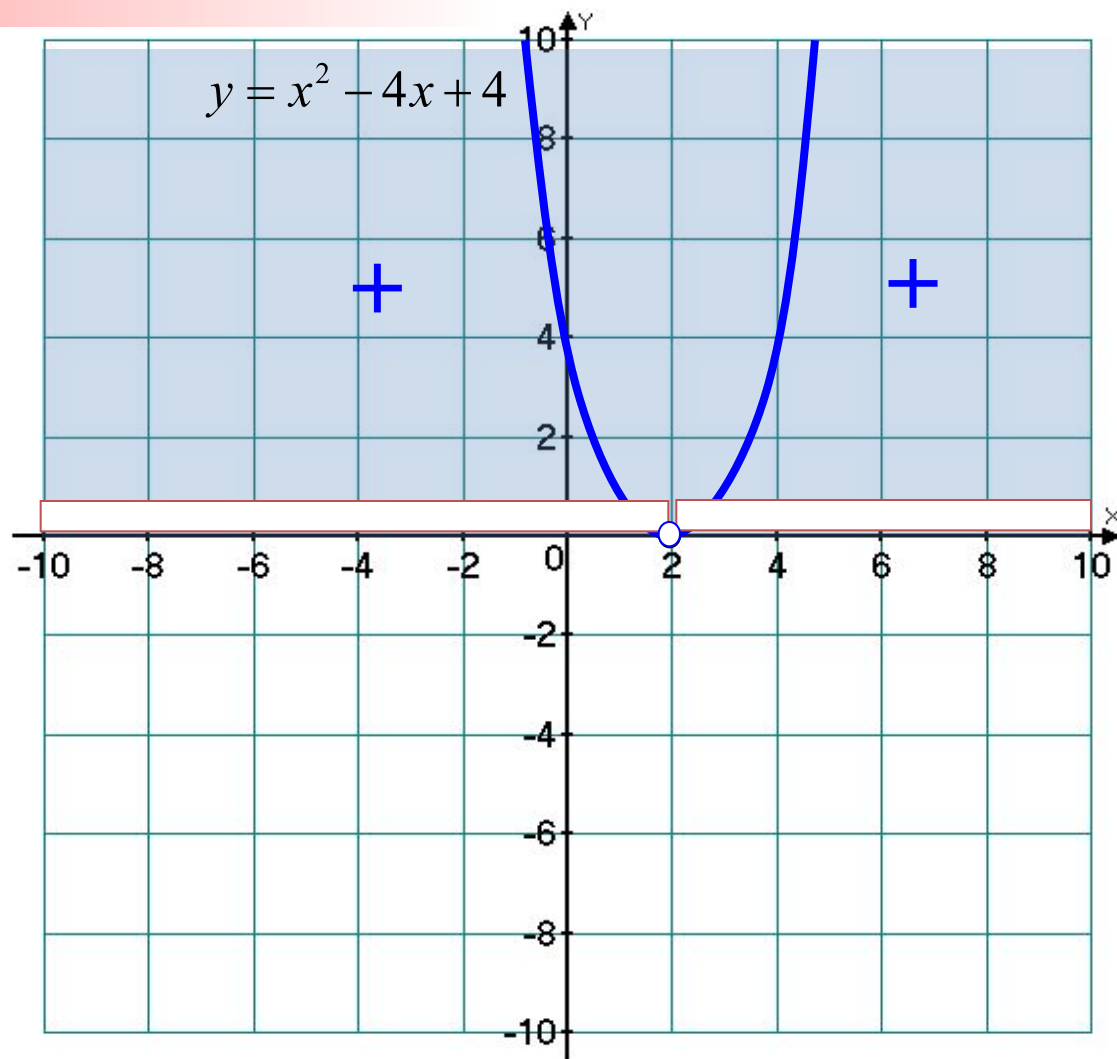
$$x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$D = 0; \quad = 2$$

$$x < 2 \in \mathbb{R} > 2$$

$$x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$$



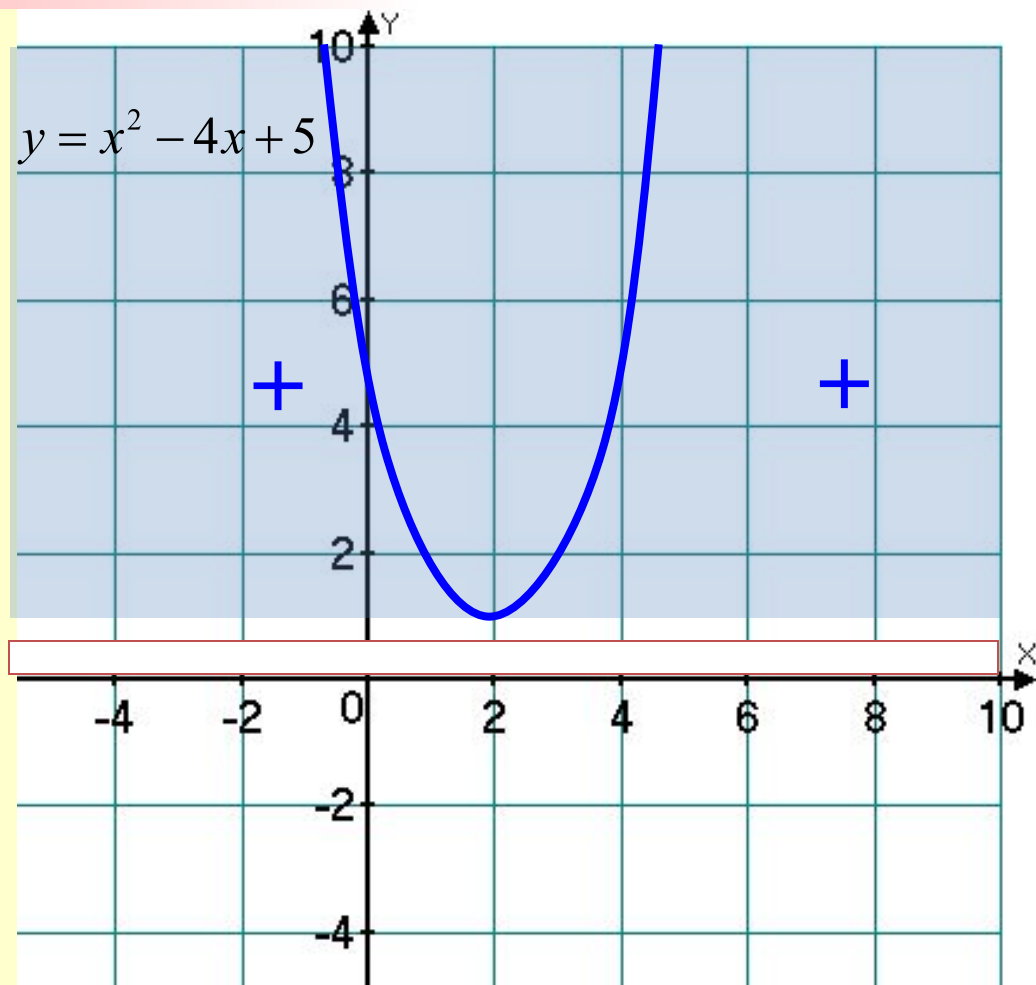
# Решить неравенство:

$$x^2 - 4x + 5 \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$D < 0$$

Нет решений  
 $x \in \mathbb{R}$



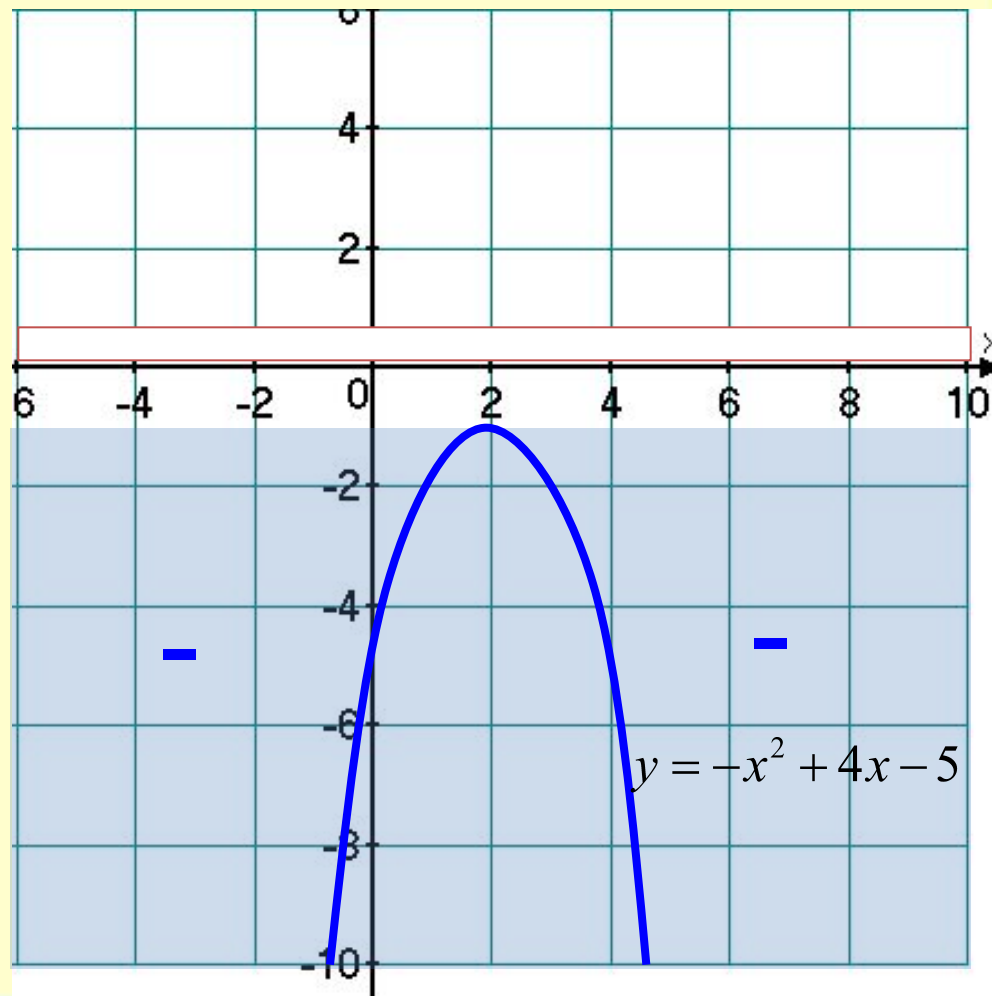
# Решить неравенство:

$$-x^2 + 4x - 5 < 0$$

$$-x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D < 0$$

Нет решений  
 $x \in \mathbb{R}$



## Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1. Приведите неравенство к виду  $ax^2+bx+c>0$  ( $ax^2+bx+c<0$ )
2. Рассмотрите функцию  $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них  $y=0$ ;  $x_1$  и  $x_2$  найдите, решая уравнение  $ax^2+bx+c=0$ )
5. Схематически постройте график функции  $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для которой  $y>0$  ( $y<0$ )
7. На оси абсцисс выделите те значения  $x$ , для которых  $y>0$  ( $y<0$ )
8. Запишите ответ в виде промежутков

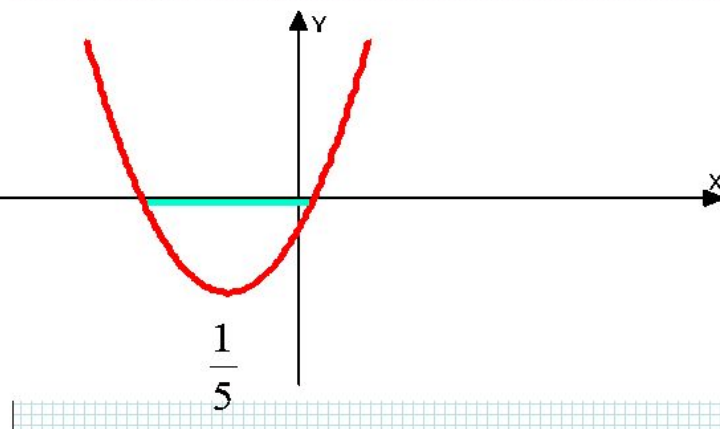
$$5x^2+9x-2<0$$

2. Рассмотрим функцию  $y=5x^2+9x-2$

3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

$$4. 5x^2+9x-2=0$$

$$x_1=-2; x_2=\frac{1}{5}$$





# Творческое задание:

- Для тел, брошенных вверх при отсутствии сопротивления воздуха, механика устанавливает следующее соотношение между высотой подъема тела над землей ( $h$ ), начальной высотой тела над землей ( $h_0$ ), начальной скоростью ( $v_0$ ), ускорением свободного падения ( $g$ ), углом наклона движения тела к земле  $\alpha$ :

$$h = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

- Дальность полета определяется по следующей формуле:

$$L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$



- Фонтан смотрится лучше, если капли воды достигают высоты, большей, чем высота статуи. Какой должна быть высота струи воды при высоте статуи Евы 3м и угле наклона  $60^\circ$ .



Мотоциклист совершает прыжок через 10 установленных в ряд автобусов. Длина ряда 40 м. До какой скорости должен разогнаться мотоциклист, чтобы при прыжке под углом в  $45^\circ$  выполнить этот прыжок?



Фонтан смотрится лучше, если капли воды достигают высоты, большей, чем высота статуи. Какой должна быть высота струи воды при высоте статуи Евы 3 м и угле наклона  $60^\circ$ .

[Подсказка](#)

Мотоциклист совершает прыжок через 10 установленных в ряд автобусов. Длина ряда 40 м. До какой скорости должен разогнаться мотоциклист, чтобы при прыжке под углом в  $45^\circ$  выполнить этот прыжок?

[Подсказка](#)



Фонтан смотрится лучше, если капли воды достигают высоты, большей, чем высота статуи. При высоте статуи Евы 3м и угле наклона  $60^\circ$ , получим неравенство

$$\frac{v_0^2 \sin 60^\circ}{2 \cdot 9,8} > 3$$



Мотоциклист совершает прыжок через 10 установленных в ряд автобусов. Длина ряда 40 м. До какой скорости должен разогнаться мотоциклист, чтобы при прыжке под углом в  $45^\circ$  выполнить этот прыжок?



$$\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} > 40$$



# Домашнее задание:

- §6, п. 14, № 304, 306.
- В дополнительной литературе или с помощью Интернет ресурсов постараться найти другие области применения квадратичных неравенств.

