

Квадратичная функция, ее график и свойства

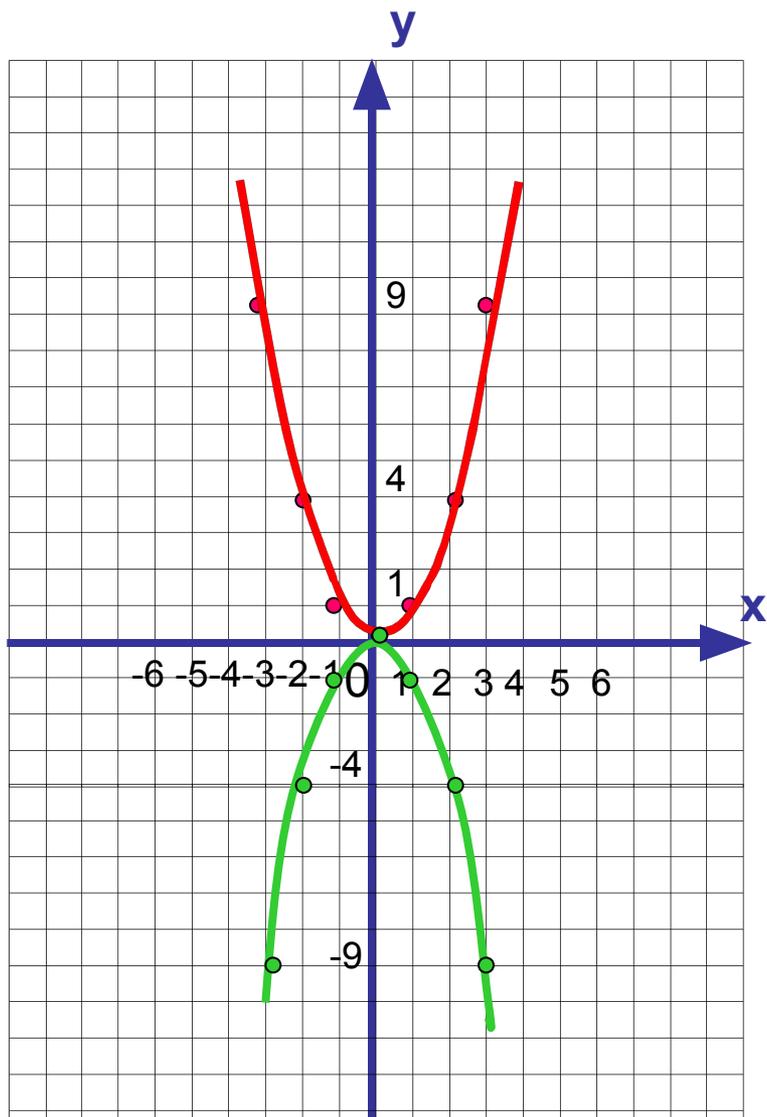
$$y = ax^2 + bx + c$$

ГДЕ: a, b, c – числа

x – независимая переменная

$$a \neq 0$$

График функции $y = a x^2$,



при $a=1$

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|---|---|---|---|
| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |

при $a=-1$

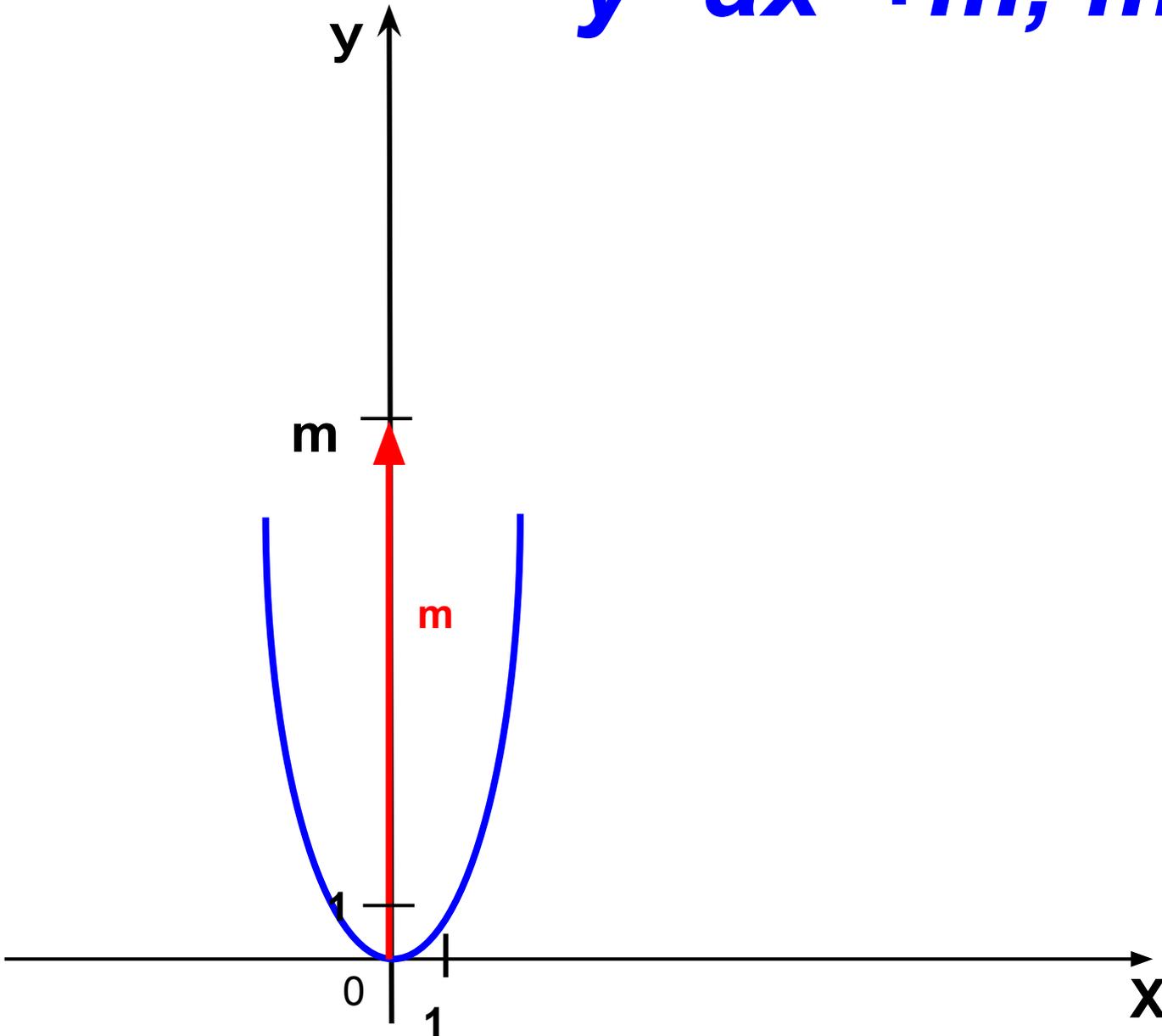
| | | | | | | | |
|---|----|----|----|---|----|----|--|
| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | |
| y | -9 | -4 | -1 | 0 | -1 | -4 | |

-9

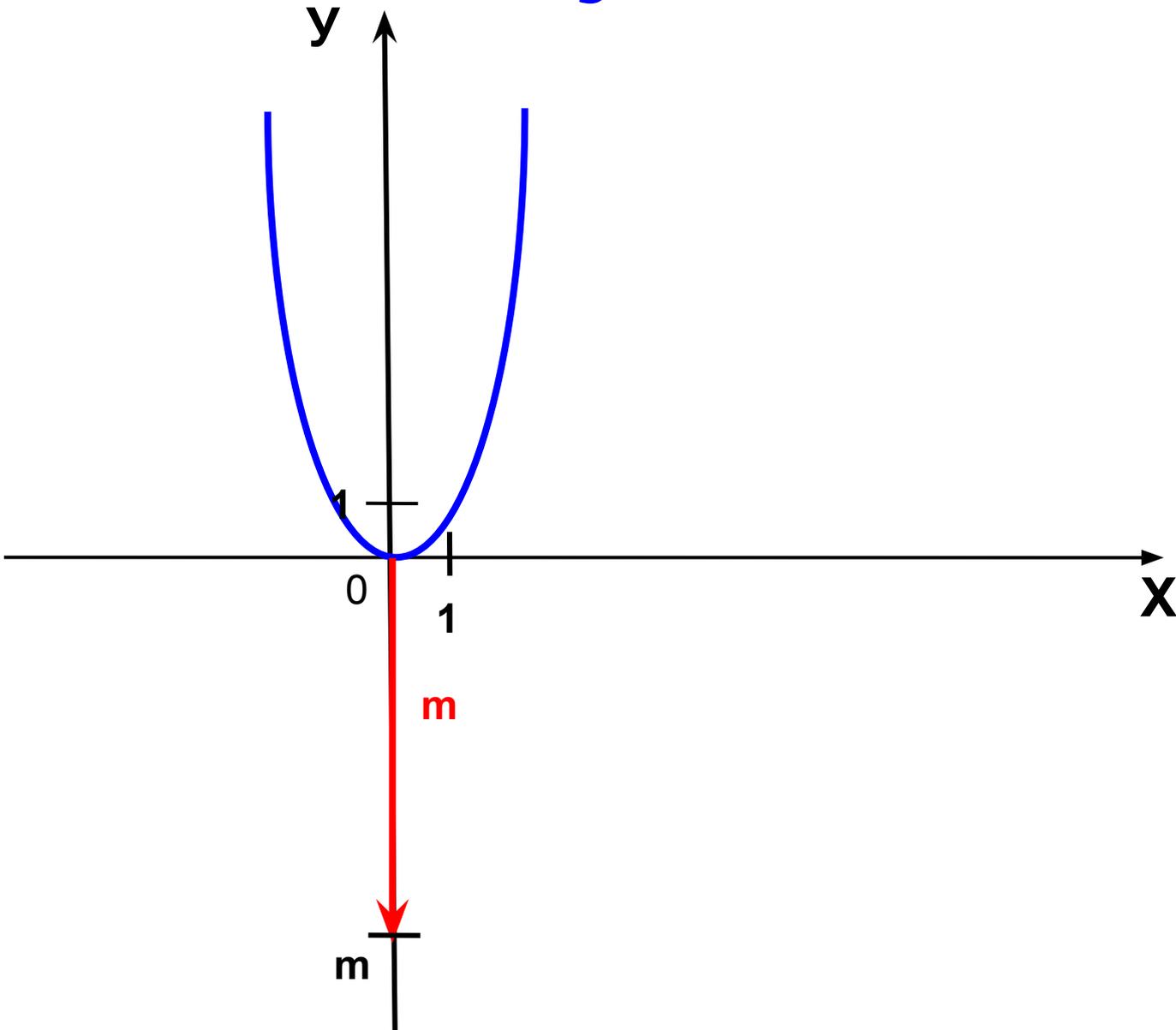
- **Преобразование графика**
- **квадратичной функции**

Построение графиков функций
 $y=ax^2$ и $y=ax^2+m$

$$y = ax^2 + m, \quad m > 0$$

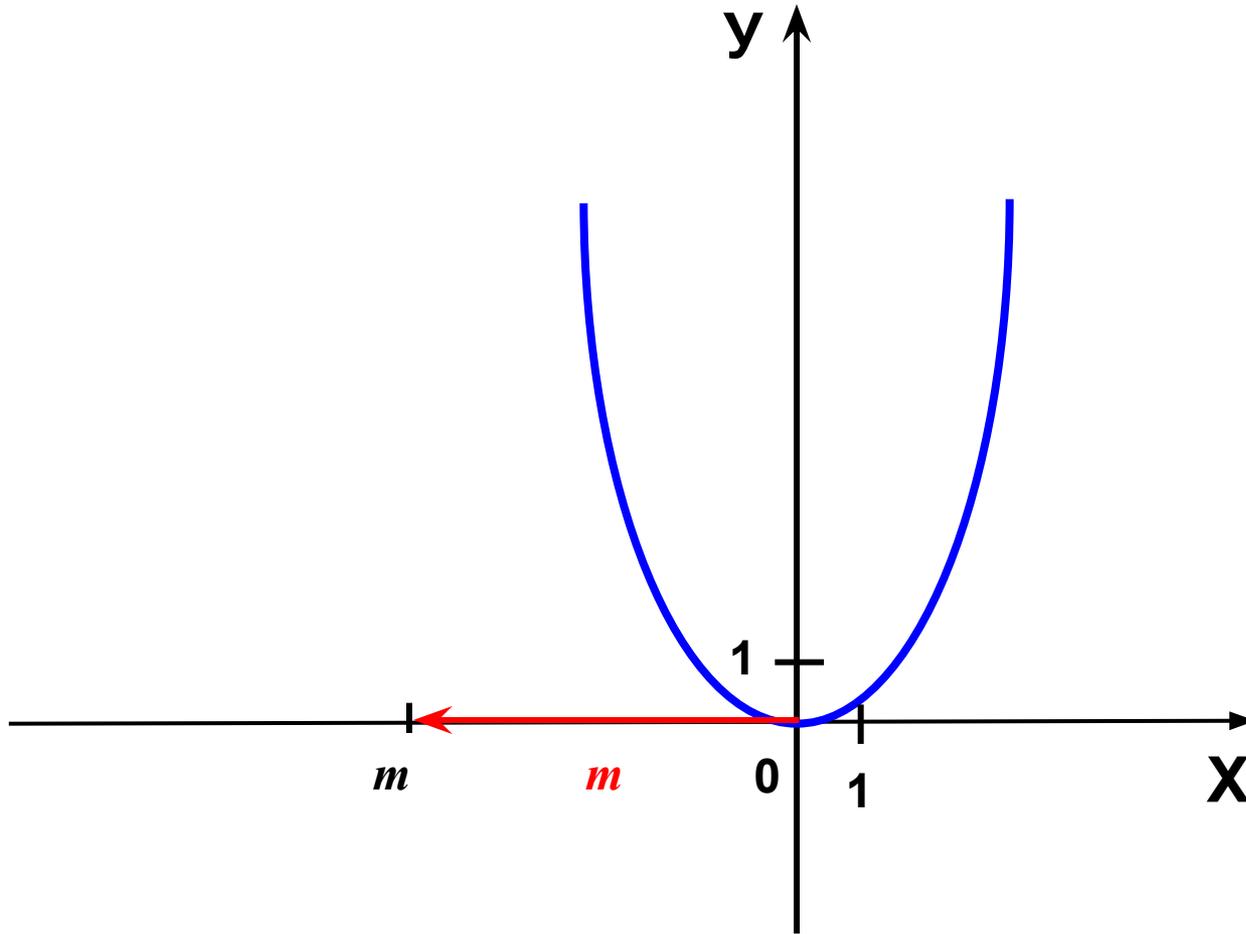


$$y = ax^2 + m, \quad m < 0$$

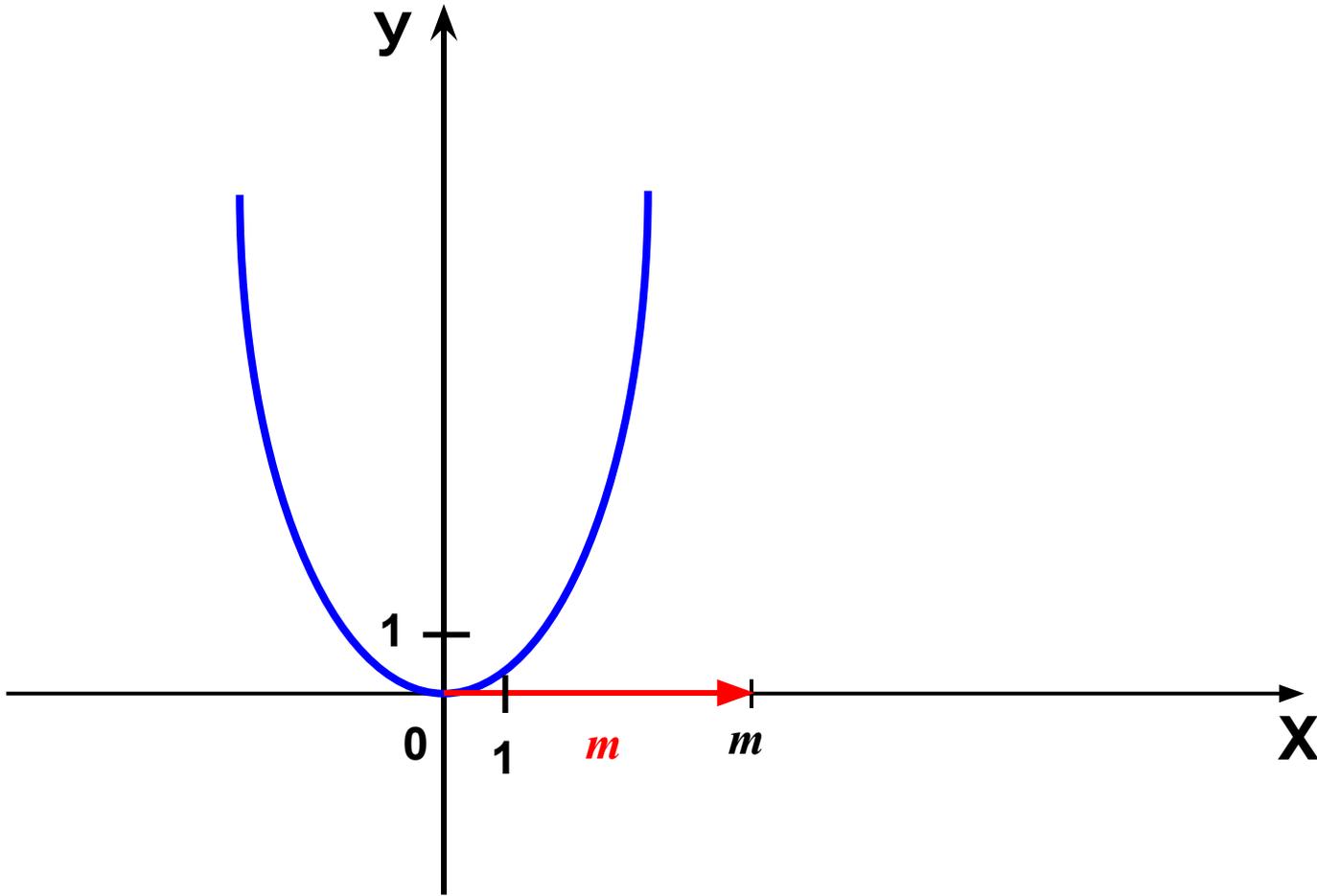


*Построение графиков функций
 $y=ax^2$ и $y=a(x+m)^2$.*

$$y = a(x+m)^2, \quad m > 0$$



$$y = a(x+m)^2, \quad m < 0$$



Графиком квадратичной функции
 $y = ax^2 + bx + c$ является парабола,
которая получается из параболы
 $y = ax^2$ параллельным переносом.

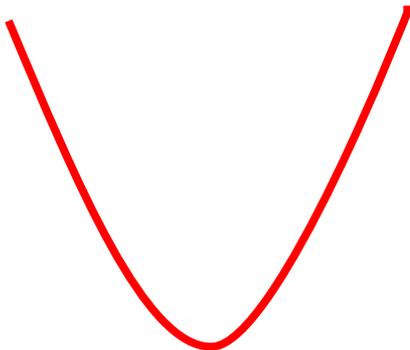
Если коэффициент

$a > 0$, то

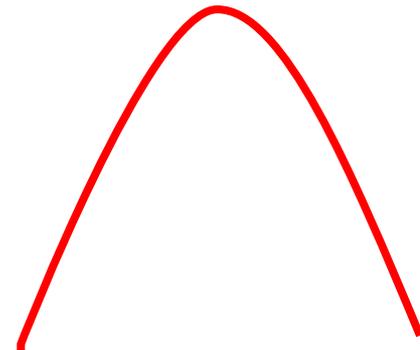
$a < 0$, то

ветви параболы направлены

вверх



вниз

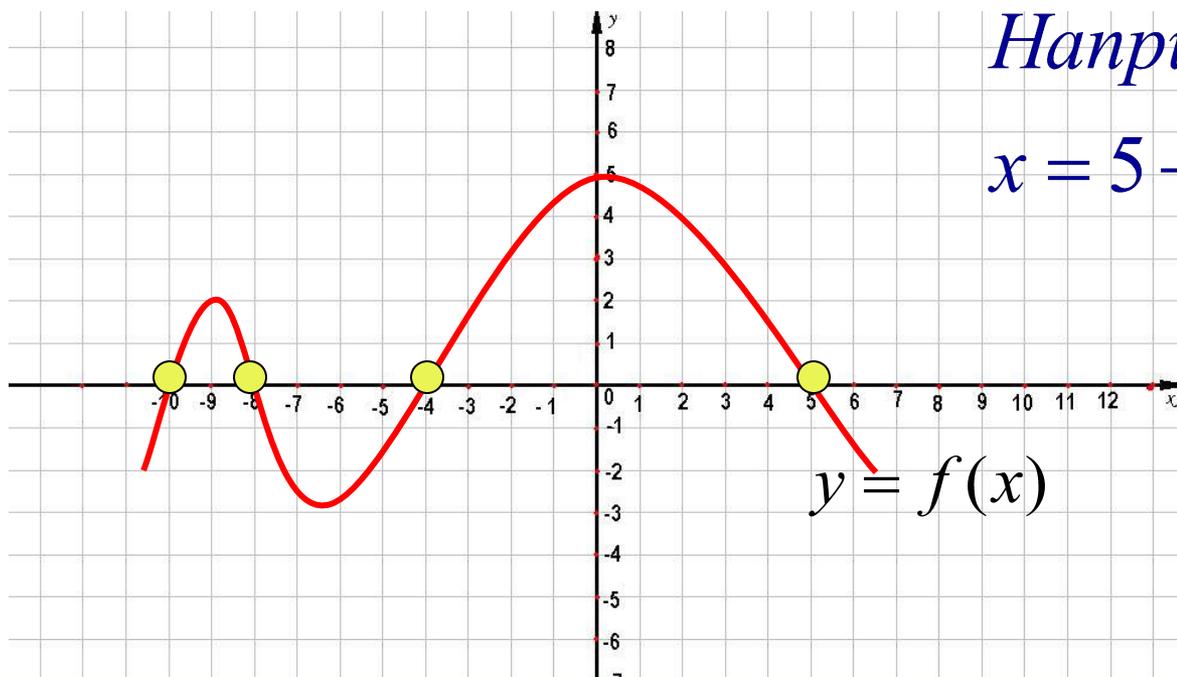


Значения аргумента, при которых функция обращается в нуль, называют нулями функции.

Если $f(x) = 0$, то x – нуль функции

Например,

$x = 5$ – нуль функции.



По графику найдите остальные нули функции

Ответ: $x = 5, x = -4, x = -8, x = -10$ – нули функции.

Найти нули функции

$$y = 2x^2 - 5x + 2$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$a = 2, b = -5, c = 2.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9.$$

Так как $D > 0$, то уравнение имеет два корня.

Найдем их по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = \frac{5 - 3}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$x_2 = \frac{5 + 3}{4} = 2$$

Ответ : $x_1 = 0,5, x_2 = 2$

Дискриминантом квадратного уравнения
 $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение
 $b^2 - 4ac$

Его обозначают буквой D ,
т.е. $D = b^2 - 4ac$

Возможны три случая:

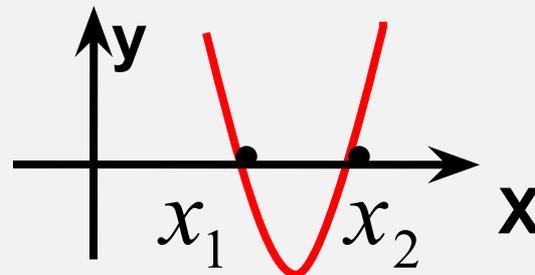
$\square D > 0$ 2 корня

$\square D = 0$ 1 корень

$\square D < 0$ нет корней

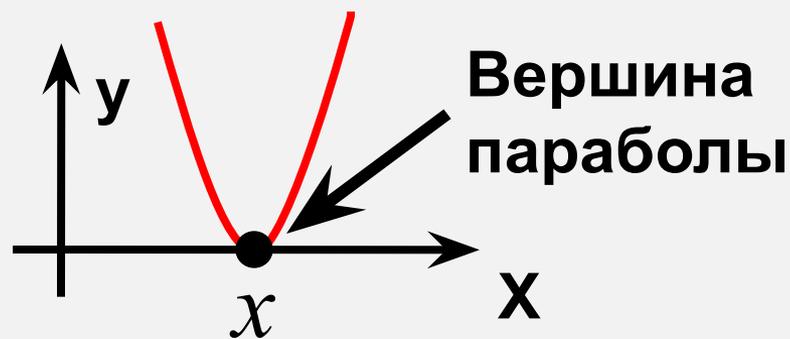
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

□ если $D > 0$, то парабола пересекает ось X в двух точках

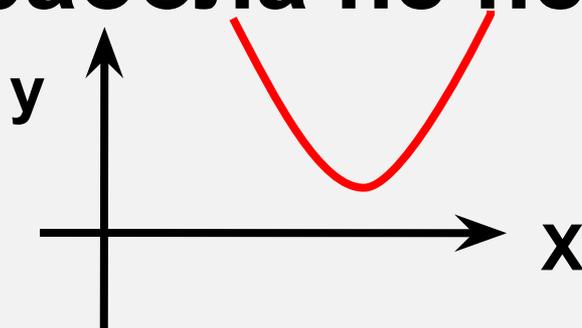


□ если $D = 0$, то парабола касается оси X в одной точке

$$x_0 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a} = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

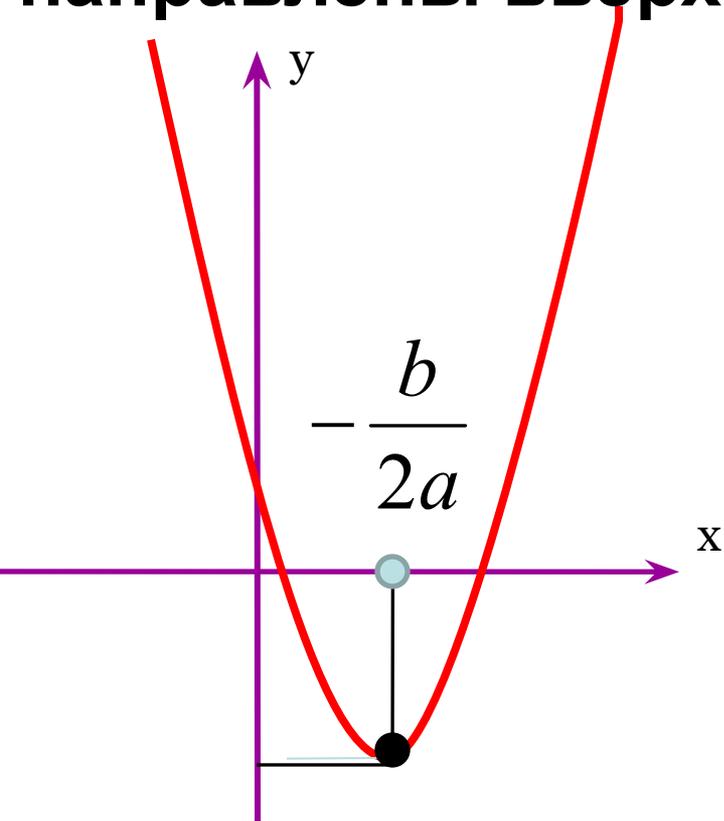


□ если $D < 0$, то парабола не пересекает ось X



При $a > 0$

ветви параболы
направлены вверх

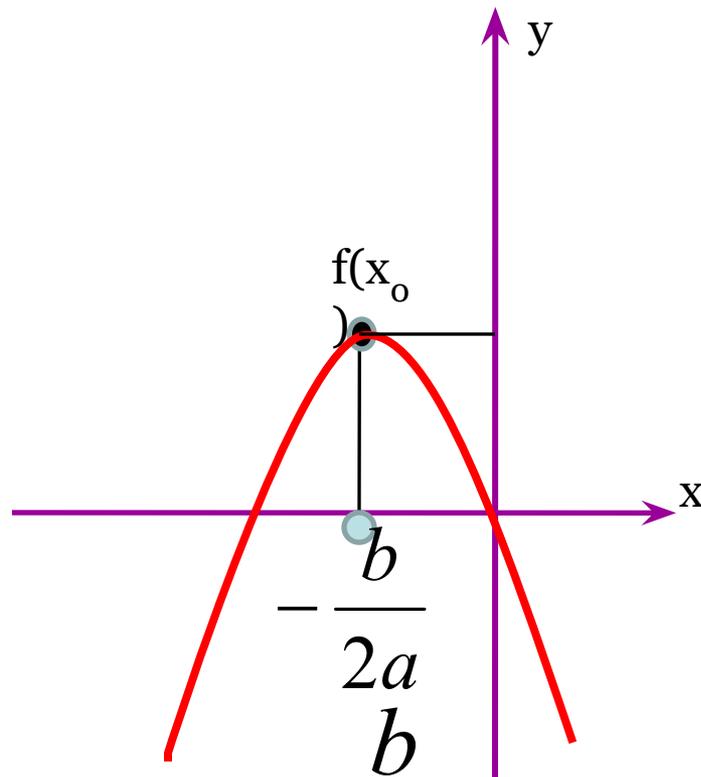


абсцисса вершины параболы

ордината вершины параболы

При $a < 0$

ветви параболы
направлены вниз



$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$y_0 = y(x_0)$$

Найти координаты вершины параболы
 $y=x^2-4x+3$

Вычислим координаты вершины параболы $(x_0; y_0)$

$$a=1, b=-4, c=3$$

$$x_0 = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_0 = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 =$$

$$= 4 - 8 + 3 = -1$$

$(2; -1)$ -вершина параболы

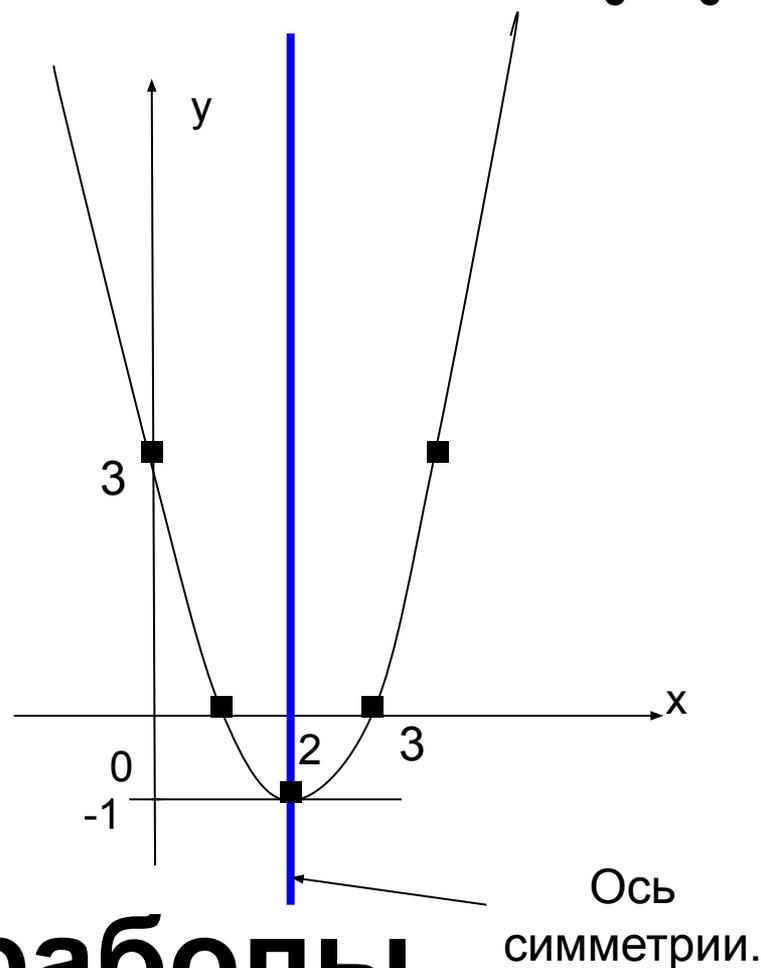


График любой квадратичной функции – парабола.

Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$

1) Найти координаты **вершины параболы** по формулам

2) построить в к $x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = y(x_0)$ соответствующую точку

3) провести через вершину ось симметрии.

4) Определить направление ветвей параболы.

5) Найти нули функции и отметить их на оси X

6) Найти координаты точки пересечения параболы с осью y (при $x=0$)

7) Если надо найти по формуле координаты дополнительных точек.

8) Отметить эти точки и точки, симметричные им, в координатной плоскости

9) Провести параболу

Построение графика $y=x^2-4x+3$

График-парабола, ветви направлены вверх

1. Координаты вершины параболы:

$$x_0=2, y_0=-1$$

2. Ось симметрии параболы – прямая, проходящая через точку

$(2; -1)$, параллельная оси ординат.

3. Нули функции

$$x^2-4x+3=0$$

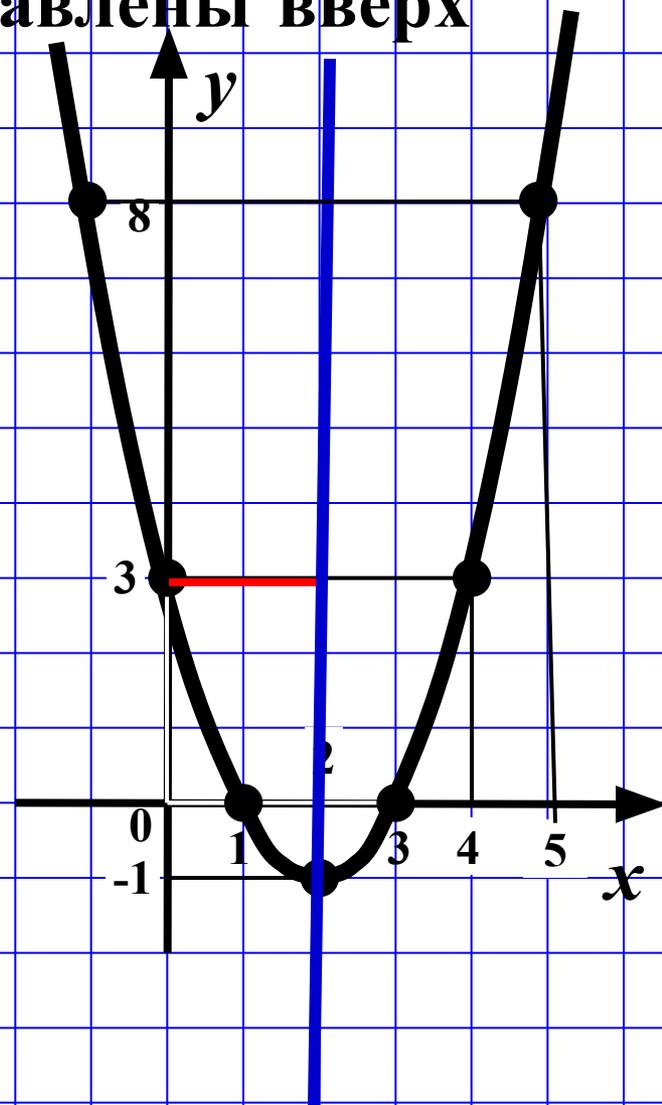
$$x_1=1, x_2=3$$

4. Точка пересечения с осью y :

$$\text{при } x=0 \quad y=0^2-4\cdot 0+3=3$$

5. Дополнительная точка

$$\text{при } x=5 \quad y=5^2-4\cdot 5+3=25-20+3=8$$





спасибо за урок

