Способы решения квадратных уравнений

Подготовила Родькина Ирина
ученица 8 б класса

Цель работы: *знакомство с различными способами решения квадратных уравнений.*

Задачи:

- *изучить исторические сведения;*
- *приобрести новые знания;*
- *использовать различные источники информации;*
- *использовать современные информационные технологии;*
- *создать слайдовую презентацию;*
- *составить подборку задач на решение квадратных уравнений.*

Объект исследования*: квадратные уравнения.*

Предмет исследования: *способы решения квадратных уравнений.*

- Гипотеза: *существуют ли другие способы решения квадратных уравнений и как они используются в современном мире.*

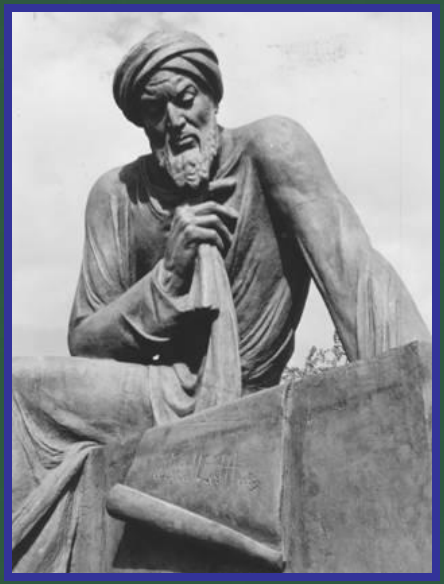
- Методы исследования: *сбор материала, обработка данных, наблюдение, сравнение, анализ, обобщение.*

Исторические сведения

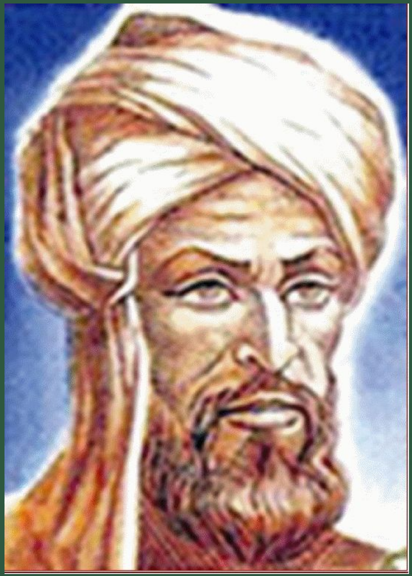
- *Квадратные уравнения могли решать ещё 2000 лет до н.э. вавилоняне. Во всех обнаруженных текстах задачи уже были уже с решениями без каких-либо указаний.*

Вклад математиков

Диофант



Брахмагупта

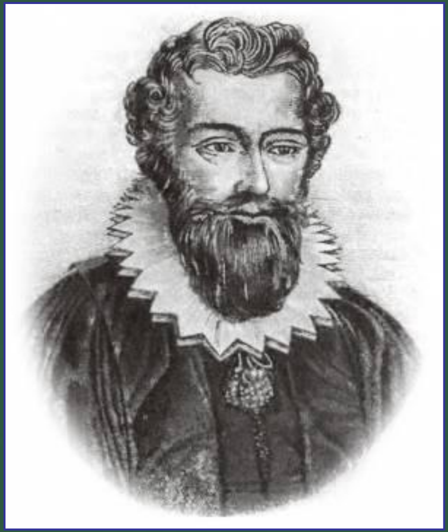


Мухаммед
аль – Хорезми

Вклад математиков

Леонардо
Фибоначчи

Михаель
Штифель



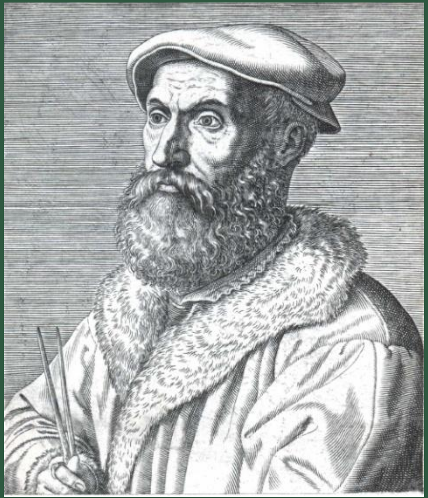
Франсуа
Виет

Это интересно

$$45x - 3795x^3 + 9534x^5 - \ldots - 45x^{43} + x^{45} = a$$

$$где \quad a = \sqrt{1\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{5}{16} - \sqrt{1\frac{7}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}}}}$$

Учёные, изучающие квадратные уравнения

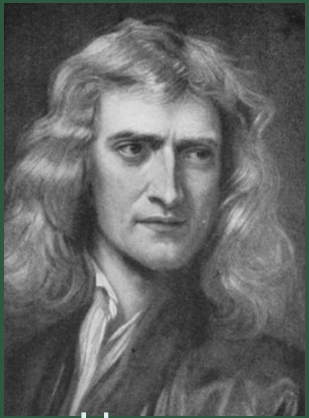


Тарталья

Кардано

Бомбелли

Жирар



Ньютон

Декарт

Появление значка корень

√ - *радикал*

radix – латинское «корень» r – R_x

Квадратное уравнение и его виды

Квадратное уравнение – уравнение вида

$ax^2 + bx + c = 0$,

где x- переменная, a,b и c-некоторые числа, причем, $a \neq 0$.

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ *хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.*

Неполные квадратные уравнения бывают трёх видов:

1) $ax^2 + c = 0$, *где* $b \neq 0$; $2x^2 + 4 = 0$

2) $ax^2 + bx = 0$, *где* $c \neq 0$; $9x^2 – 5x = 0$

3) $ax^2 = 0$. $6x^2 = 0$

Способы решения квадратных уравнений

- *Способ разложения на множители*

$7x^2 + 9x + 2 = 0$

$7x^2 + 7x + 2x + 2 = 0$

$7x (x + 1) + 2(x +1) =0$

$(7x +2) (x+1) = 0$

$7x +2 = 0$ или $x +1 = 0$

$x = –2/7$ или $x = –1$

Ответ: –2/7; –1

Способы решения квадратных уравнений

- *Способом выделения квадрата двучлена*

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x^2 + 4x + 4) - 4 - 12 = 0$

$(x + 2)^2 - 16 = 0$

$(x + 2)^2 = 16$

$x + 2 = 4$ *или* $x + 2 = -4$

$x_1 = 2;\ x_2 = -6$

Ответ: $2;\ -6$.

Способы решения квадратных уравнений

По теореме Виета (обратной)

Для приведённого квадратного уравнения

- $x^2 + px + q = 0$

$x_1 + x_2 = -p$

$x_1 * x_2 = q$.

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x + x = 5$, $x = 2$

$x * x = 6$ $x = 3$

Ответ: 2; 3

Для полного квадратного уравнения

$ax^2 + вx + c = 0$

$x_1 + x_2 = -в/a$

$x_1 * x_2 = c/a$

Способы решения квадратных уравнений

- *Используя свойства коэффициентов*

Пусть $ax^2 + bx + c = 0$, *где* $a \neq 0$

Если $a + b + c = 0$, *то* $x_1 = 1$, $x_2 = c/a$;

Если $a + c = b$, *то* $x_1 = -1$, $x_2 = -c/a$.

Примеры:

1) $345x^2 – 137x – 208 = 0$

$a + b + c = 345 – 137 – 208 = 0$, *значит*, $x = 1$,

$x = –208/345$

2) $313x^2 + 326x + 13 = 0$

$a + c = 313 + 13 = 326$, *значит*, $x = –1$, $x = –13/313$

Способы решения квадратных уравнений

- ***Решение по формулам***

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

где $D = \sqrt{b^2 - 4ac}$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Где D – дискриминант

Если D < 0, то уравнение не имеет корней.

Если D=0, то уравнение имеет 1 корень

Если D>0, то уравнение имеет 2 корня

1) $2x^2 - 4x + 2 = 0$, $D = 0$, 1 корень

2) $x^2 - 8x + 9 = 0$, $D = 28 > 0$, 2 корня

3) $2x^2 - 3x + 10 = 0$, $D = -71 < 0$, корней нет

Способы решения квадратных уравнений

- *Способ переброски*

$ax^2 + bx + c = 0$

Умножая обе его части на а, получаем уравнение $a^2x^2 + abx + ac = 0$.

Пусть $ax = y$, откуда $x = y/a$;

тогда приходим к уравнению $y^2 + by + ac = 0$, равносильно данному.

Его корни y_1 и y_2 найдем с помощью теоремы Виета

$y_1 + y_2 = -в$

$y_1 + y_2 = ac$

и окончательно: $x_1 = y_1/a$ и $x_1 = y_2/a$

При этом способе коэффициент *а* умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его называют **способом «переброски»**

Способы решения квадратных уравнений

- *Способ переброски*

$2x^2 + 3x – 2 = 0$, умножим обе части на 2

$2x=y$, получим

$y + 3y – 4 = 0$

$y \ \ + y = –3$

$y \ \ * y = –4$

$y = – 4$ или $y = 1$

$x \ = – 4: 2 = –2$ или $x = 1:2=0,5$

Ответ: –2; 0,5

Способы решения квадратных уравнений

- *Графический способ*

Если в уравнении $x^2 + px + q = 0$ *перенести второй и третий члены в правую часть, то получим* $x^2 = -px - q$.

Построим графики зависимостей: $y = x^2$ и $y = -px - q$.

График первой зависимости – ***парабола****, проходящая через начало координат. График второй зависимости* ***– прямая****.*

Возможны следующие случаи:

-прямая и парабола могут пересекаться в двух точках, т.е. - два решения;

- прямая и парабола могут касаться, т.е. - одно решение;

- прямая и парабола не имеют общих точек, т.е. – нет решения.

Способы решения квадратных уравнений

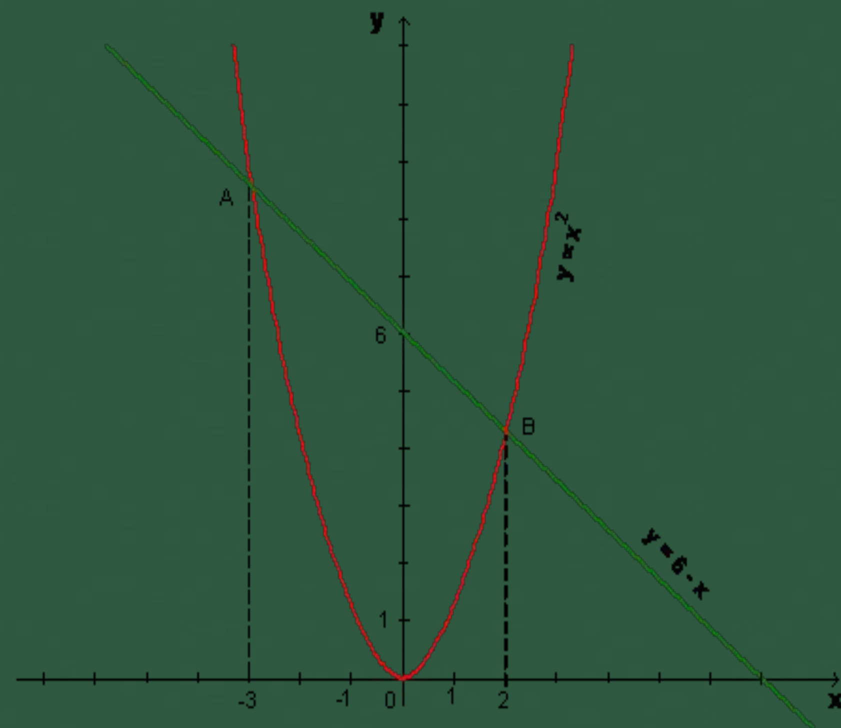
- *Графический способ*

$x^2 + x - 6 = 0$

$x^2 = 6 - x$

$y = x^2$

$y = 6 - x$



A и B точки пересечения графиков функций

Способы решения квадратных уравнений

- *Графический способ*

С помощью программы «Advanced Grapher»

Решим уравнения:

1) $2x^2 - 9x + 7 = 0$

2) $4x^2 – 4x – 1 = 0$

3) $x^2 – 6x + 9 = 0.$

Способы решения квадратных уравнений

- *С помощью циркуля и линейки*

Корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) можно рассматривать как абсциссы точек пересечения окружности с центром

$Q\left(-\frac{b}{2a};\frac{a+c}{2a}\right)$, проходящей через точку $A(0;1)$,

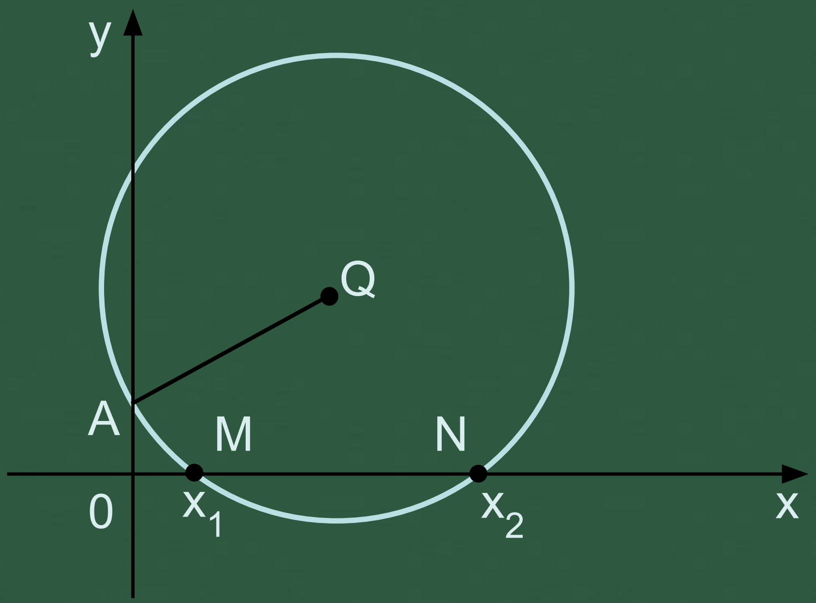
и оси Ox.

Решение уравнения сводится к построению на координатной плоскости окружности с центром Q и радиусом QA (для этого и понадобятся инструменты) и определению абсцисс точек пересечения окружности с осью Ox.

Возможны 3 случая:

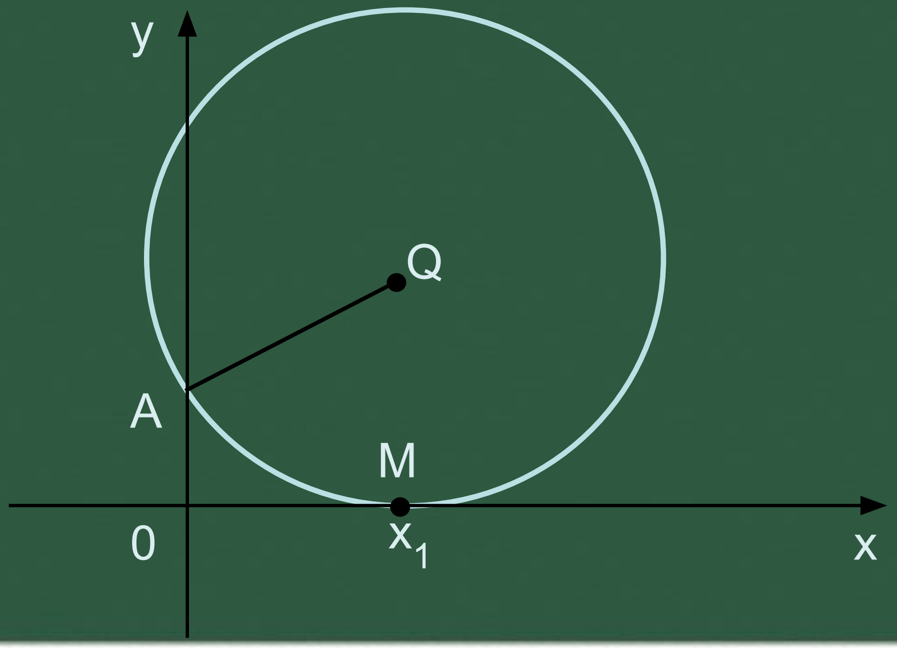
1 случай

Если QA> $\frac{a+c}{2a}$ то окружность пересекает ось Ox в двух точках M(x_1 ; 0) и N((x_2 ; 0), уравнение имеет корни x_1 , x_2



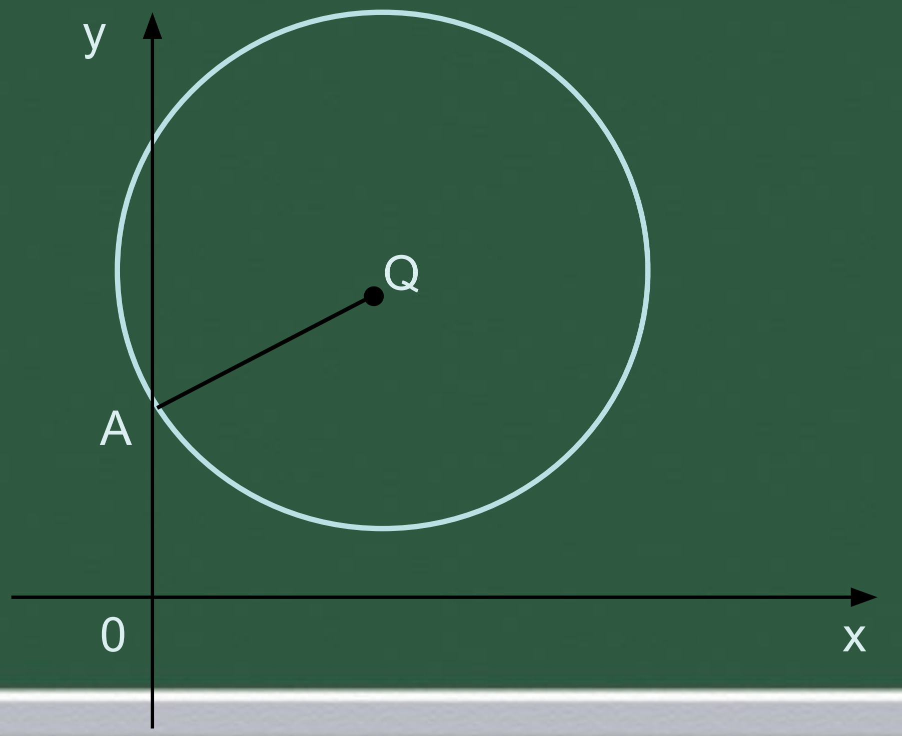
2 случай

Если QA= $\frac{a+c}{2a}$ то окружность касается оси Ох в точке M(x_1 ; 0), уравнение имеет корень x_1 .



3 случай

Если QA< $\frac{a+c}{2a}$ то окружность не имеет общих точек с осью Ох, у уравнения нет корней.



Пример 1

Решите уравнение $x^2-2x+1=0$.

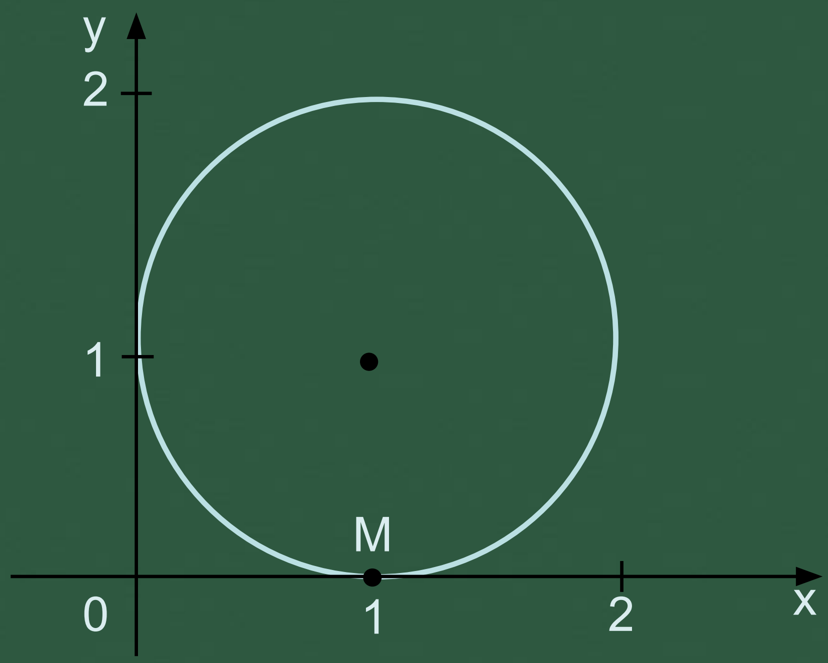
Решение:

$-в/2а=1,(а+с)/2а=1,$

$Q(1;1)$, $A(0;1)$

$QA=1$,

Окружность касается Ох в т.М, уравнение имеет 1 корень.



Ответ: x=1.

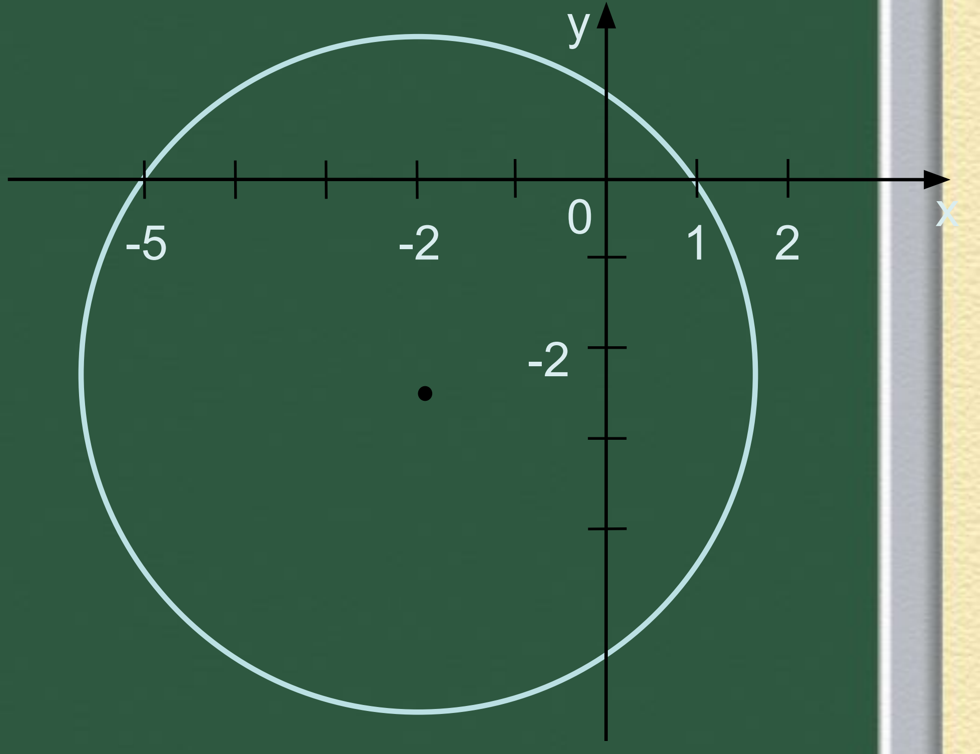
Пример 2

Решите уравнение $x^2+4x-5=0$.

Решение:$-в/2а=-2$; $(а+с)/2а=-2$

$Q(-2;-2)$,$A(0;1)$

$QA>-2$,окружность пересекает ох в двух точках, уравнение имеет 2 корня.



Ответ: $x=-5$, $x=1$.

Пример 3

Решите уравнение $x^2-4x+5=0$.

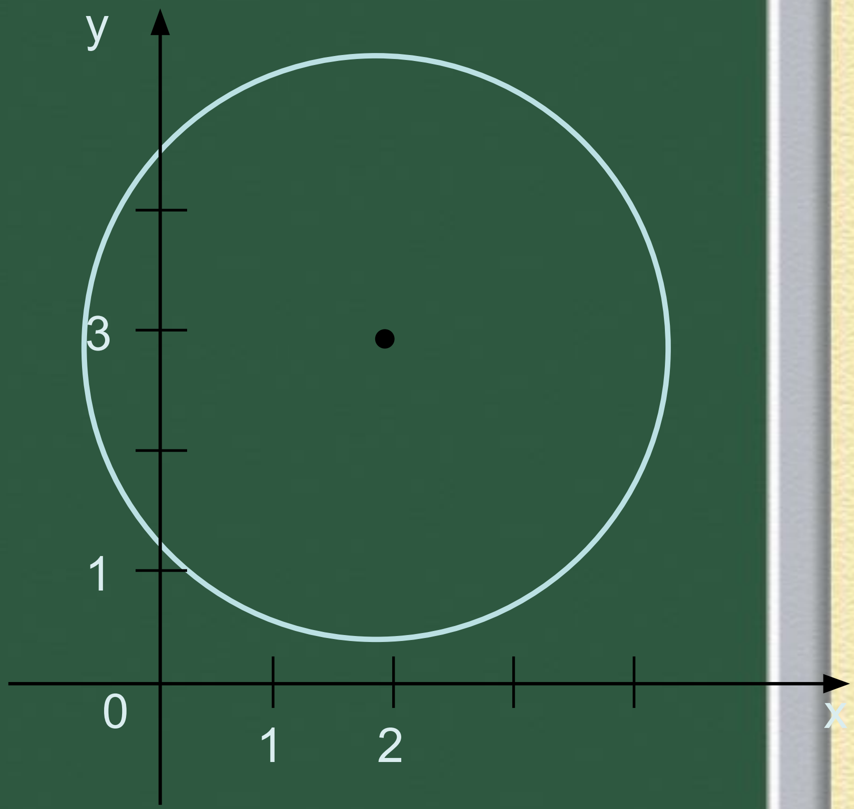
Решение:

$-в/2а=2$, $(а+с)/2а=3$

Q(2;3), A(0;1)

QA<3, поэтому окружность не пересекает ось ох.

Уравнение корней не имеет.



Ответ: нет корней.

Способы решения квадратных уравнений

Использование языков программирования

```
Program  kwur;
var a,b,c,d,x1,x2: real;
begin
write('введите коэффициенты уравнения a,b,c'); readln(a,b,c);
d:=b*b-4*a*c;
If d>=0 then
begin
x1:=(-b+sqrt(d))/(2*a); x2:=(-b-sqrt(d))/(2*a);
writeln('x1=',x1,' x2=',x2)
end
else  writeln('действительных корней нет')
end.
```

Заключение

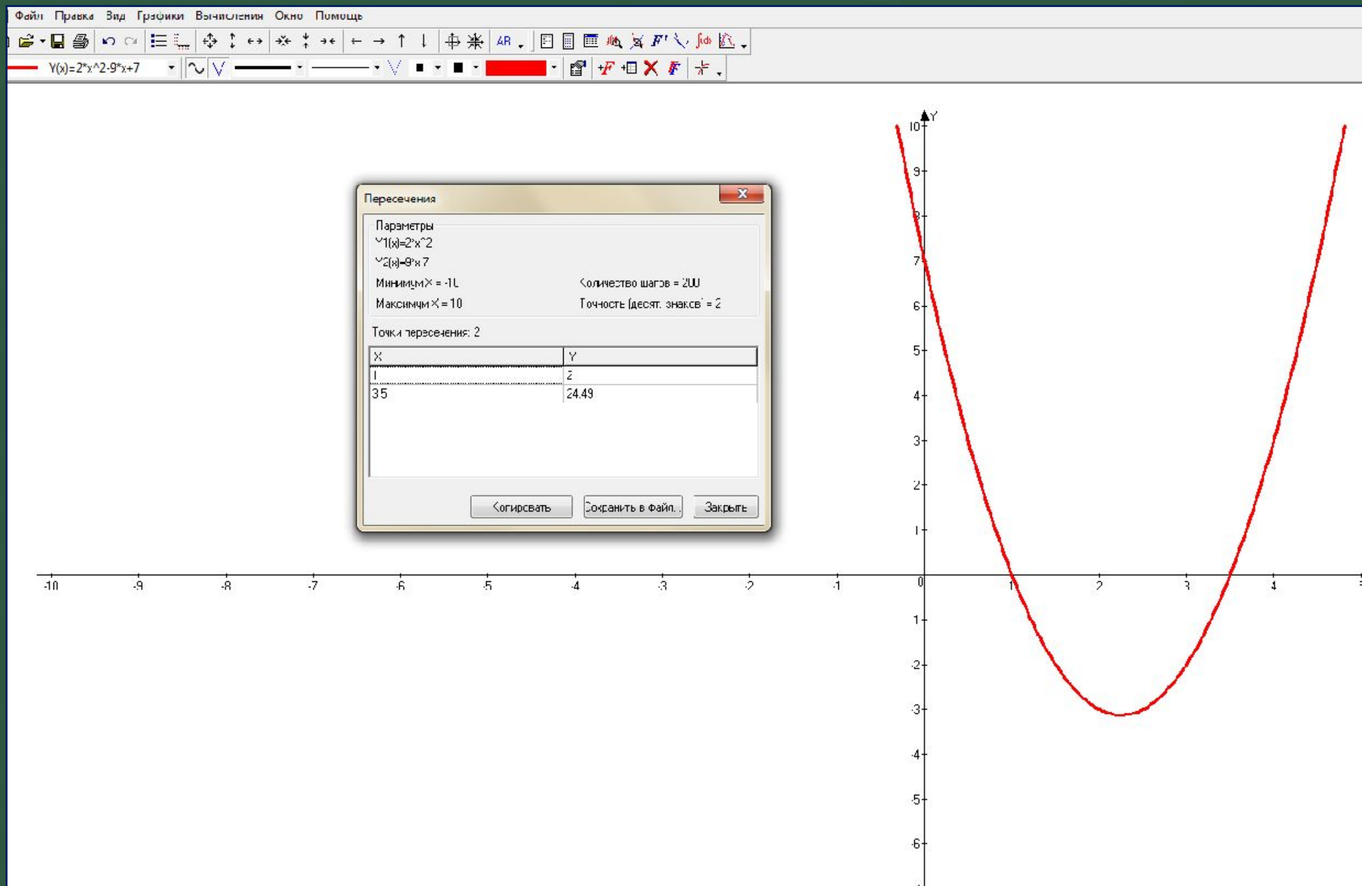
В процессе изучения данной темы, я ознакомилась с дополнительной литературой по истории математики, со способами решения квадратных уравнений. Рассматривала данные приёмы на конкретных примерах.

Из дополнительной литературы собрала задачи на нахождение корней квадратного уравнения.

Знание многих способов значительно упрощает многие вычисления, экономит время при решении задач. Однако не все способы дают точный ответ и удобны.

Мною изучены не все способы решения квадратных уравнений. Хотелось показать применение современных технологий, которые, конечно, упрощают сам процесс решения.

Моя работа дает возможность по-другому посмотреть на те задачи, которые ставит перед нами математика.


Файл Правка Вид Графики Вычисления Окно Помощь
Y(x)=2*x^2-9*x+7
Пересечения
Параметры
Максимум X = 10
Точки пересечения: 2
X
Y
3.5
24.49
Сохранить в файл..
Закрыть
Y