

8 класс

Подобные треугольники.

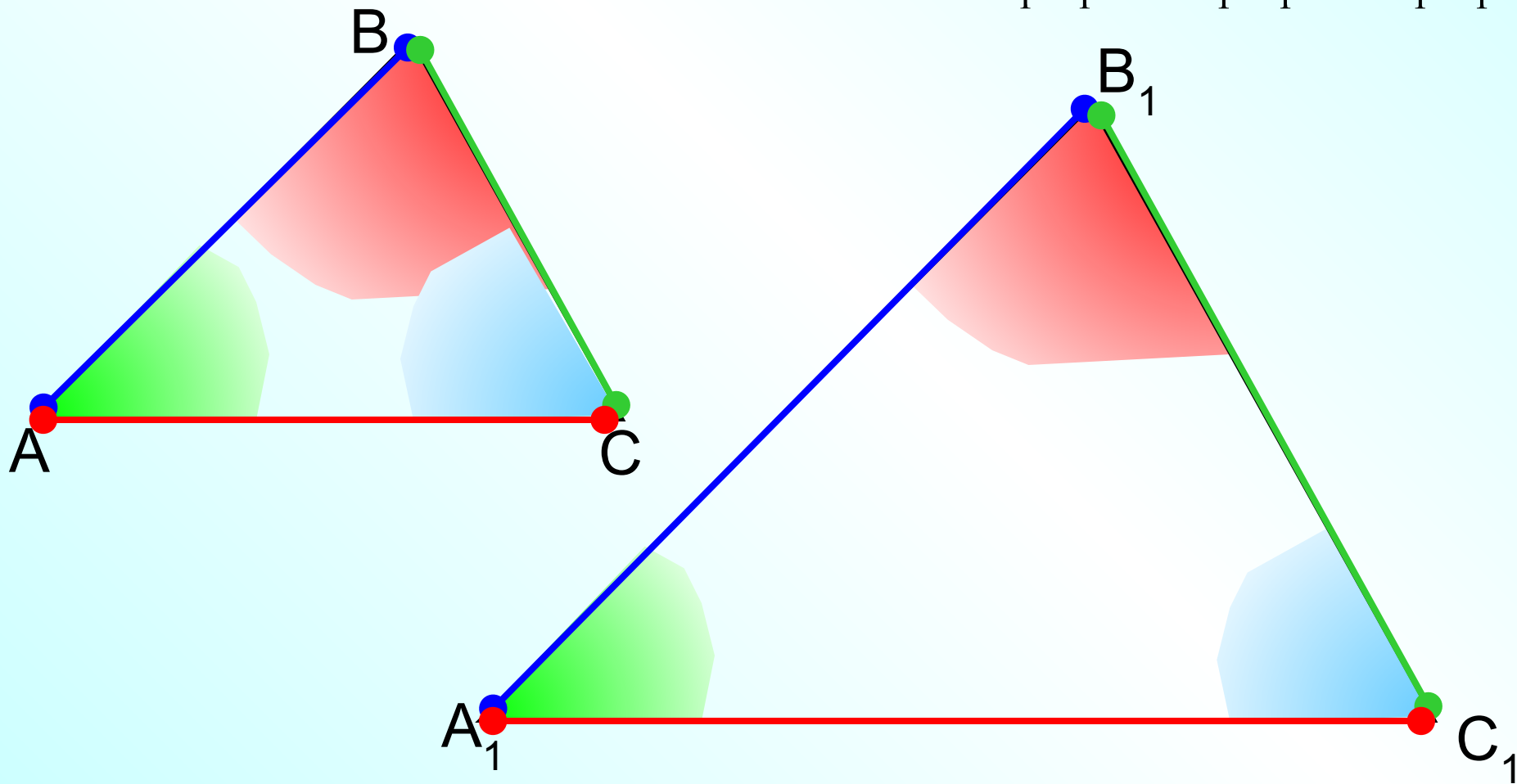
Признаки подобия треугольников.

Л.С. Атанасян      Геометрия 7-9

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника соответственно пропорциональны сходственным сторонам другого.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1, \quad \angle C = \angle C_1$$

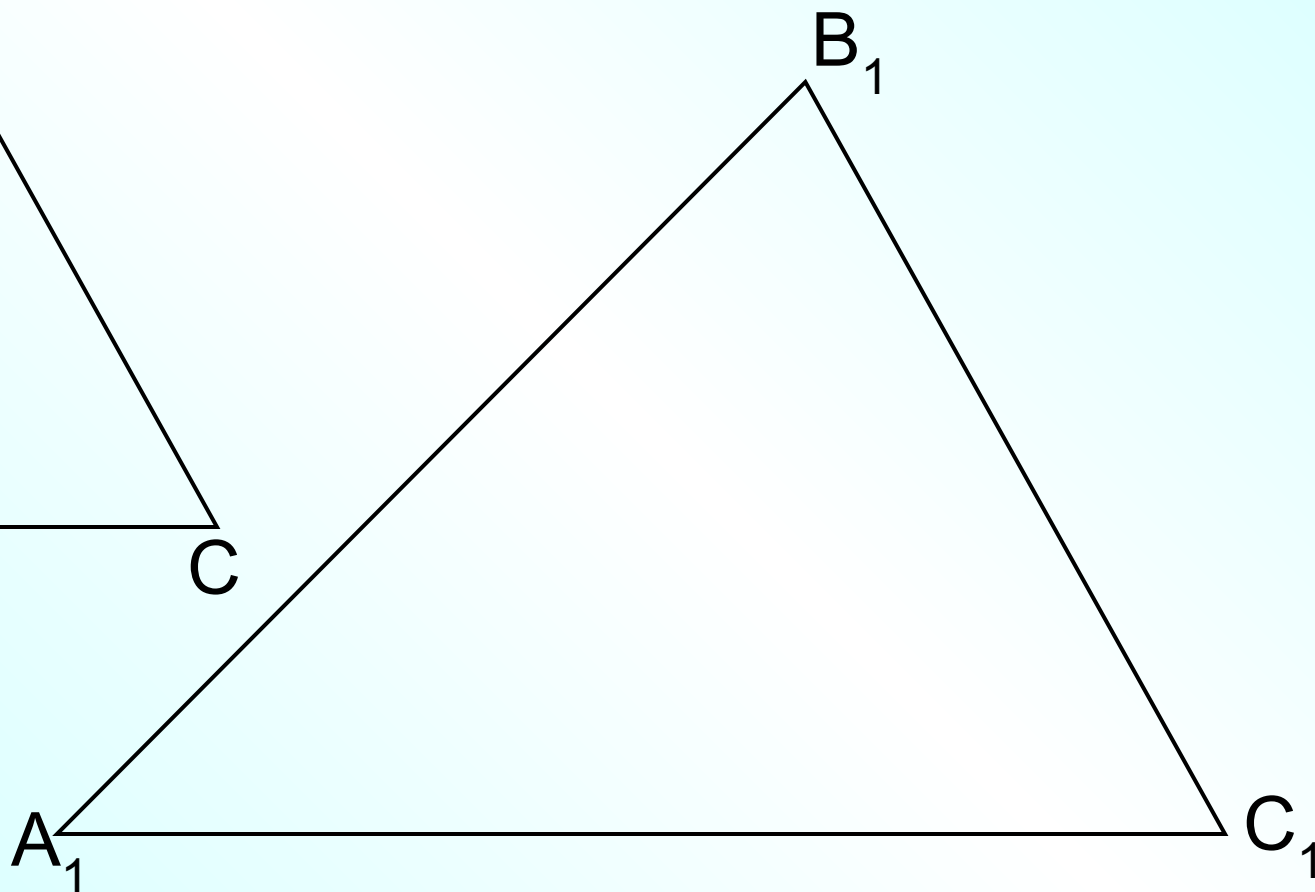
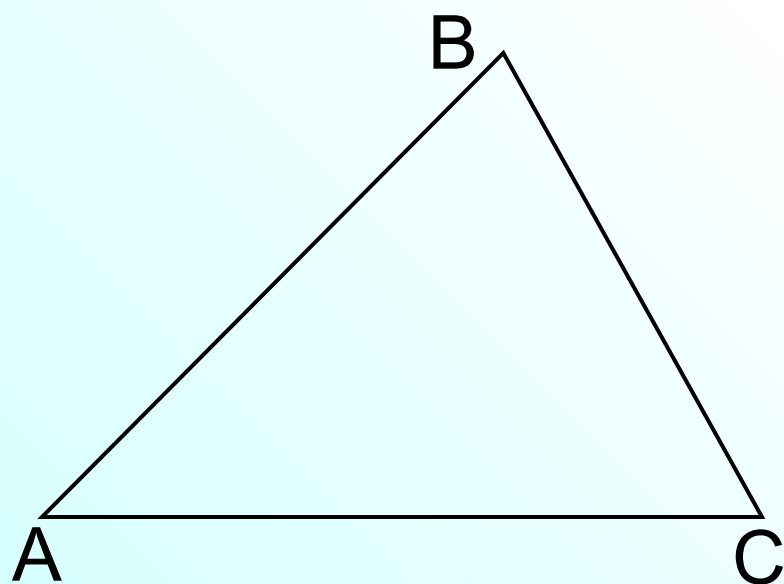
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Число  $k$ , равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия.

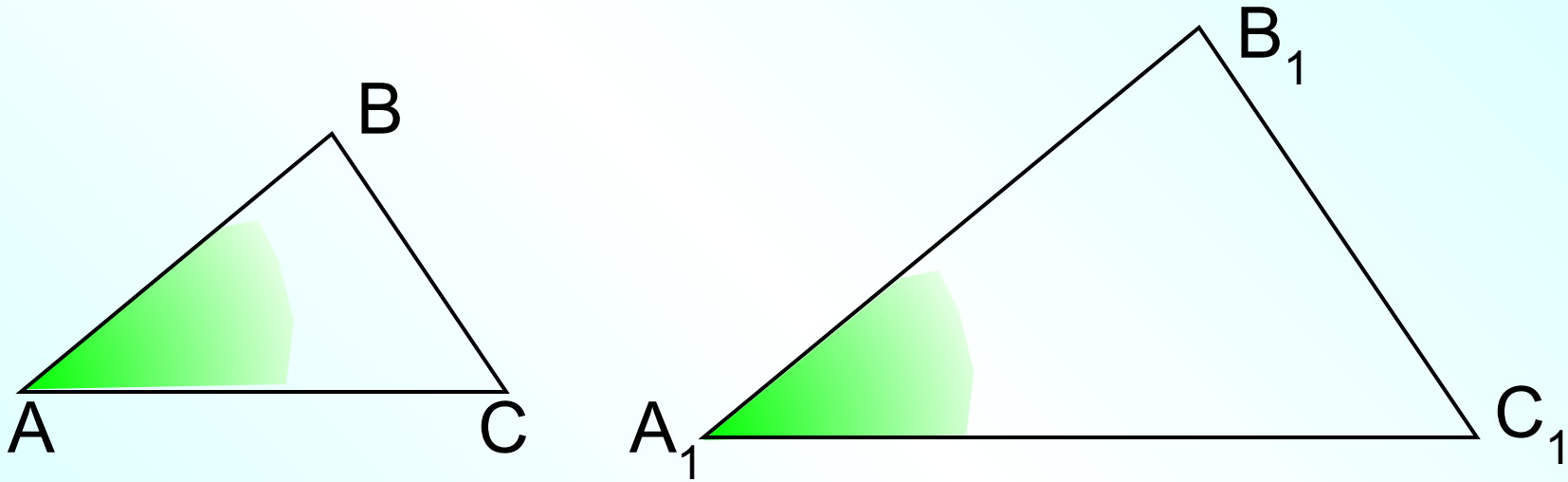
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



**Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.**

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$   $k$  — коэффициент подобия



ЗНАЧИТ: 
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

**Отношение периметров двух подобных треугольников равно коэффициенту подобия.**

ЗНАЧИТ: 
$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k$$

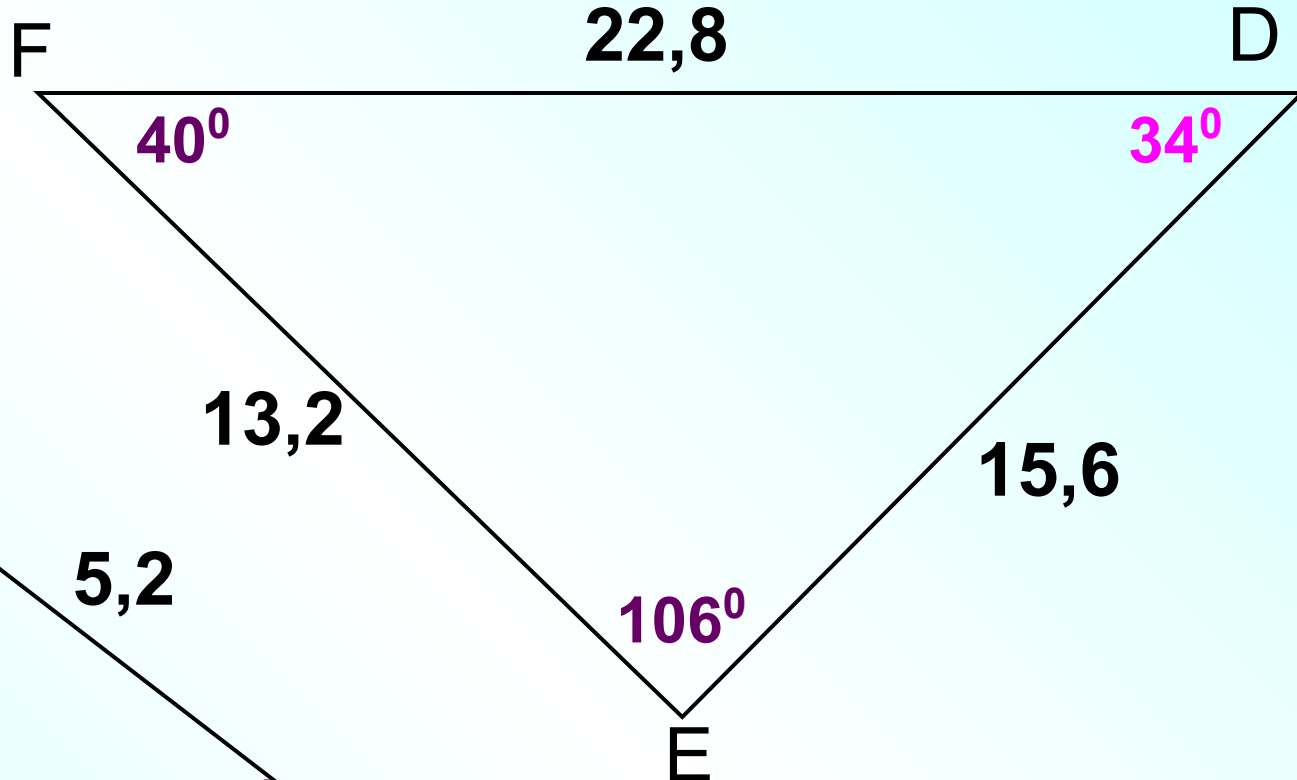
**№ 541**

Доказать:  $\triangle ABC \sim \triangle EFD$

$$\angle A = \angle E$$

$$\angle B = \angle D$$

$$\angle C = \angle F$$



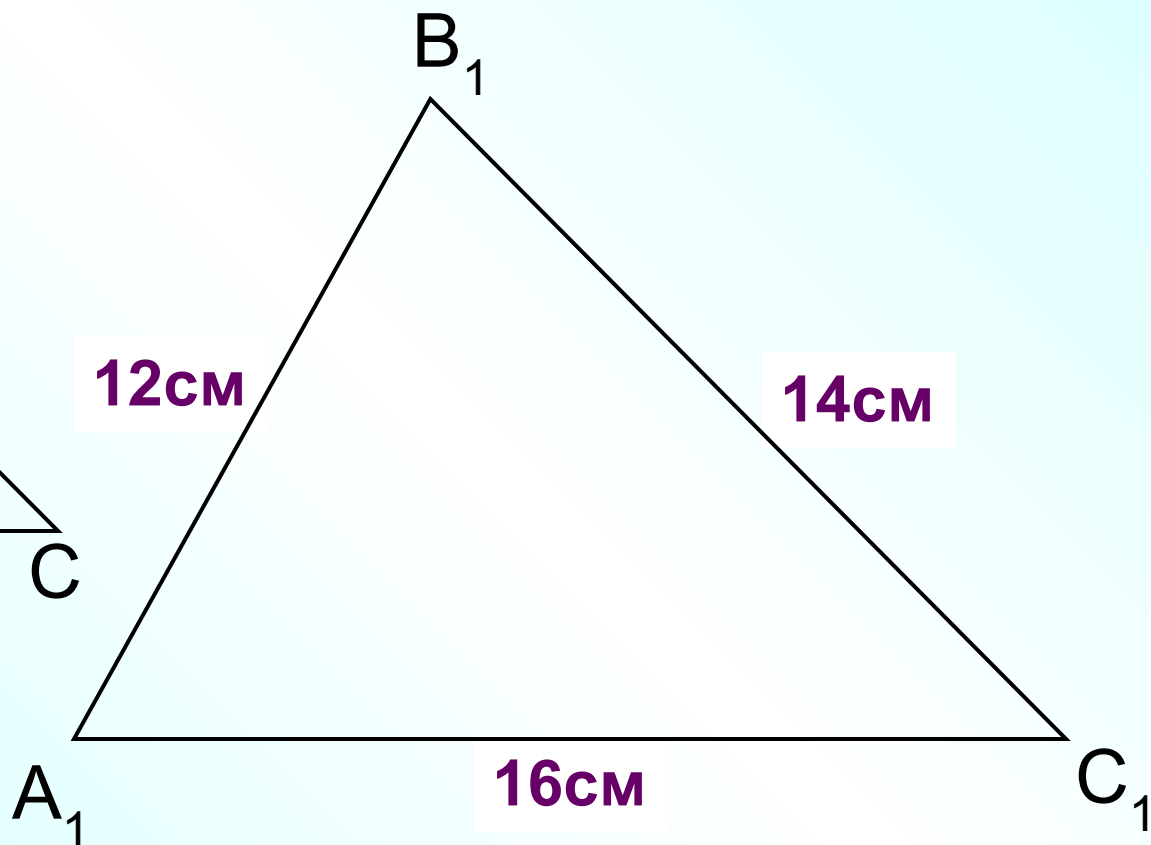
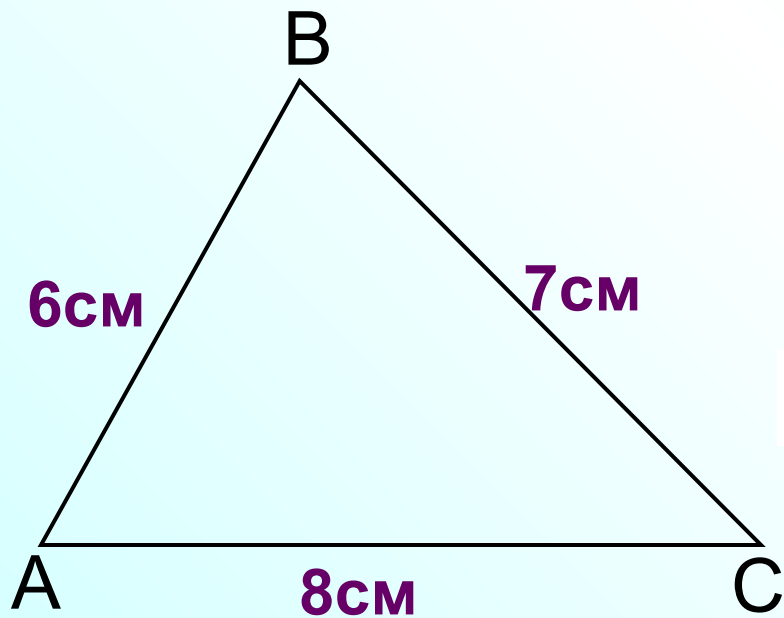
$$\frac{4,4}{13,2} = \frac{5,2}{15,6} = \frac{7,6}{22,8} \quad \text{Верно}$$

## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

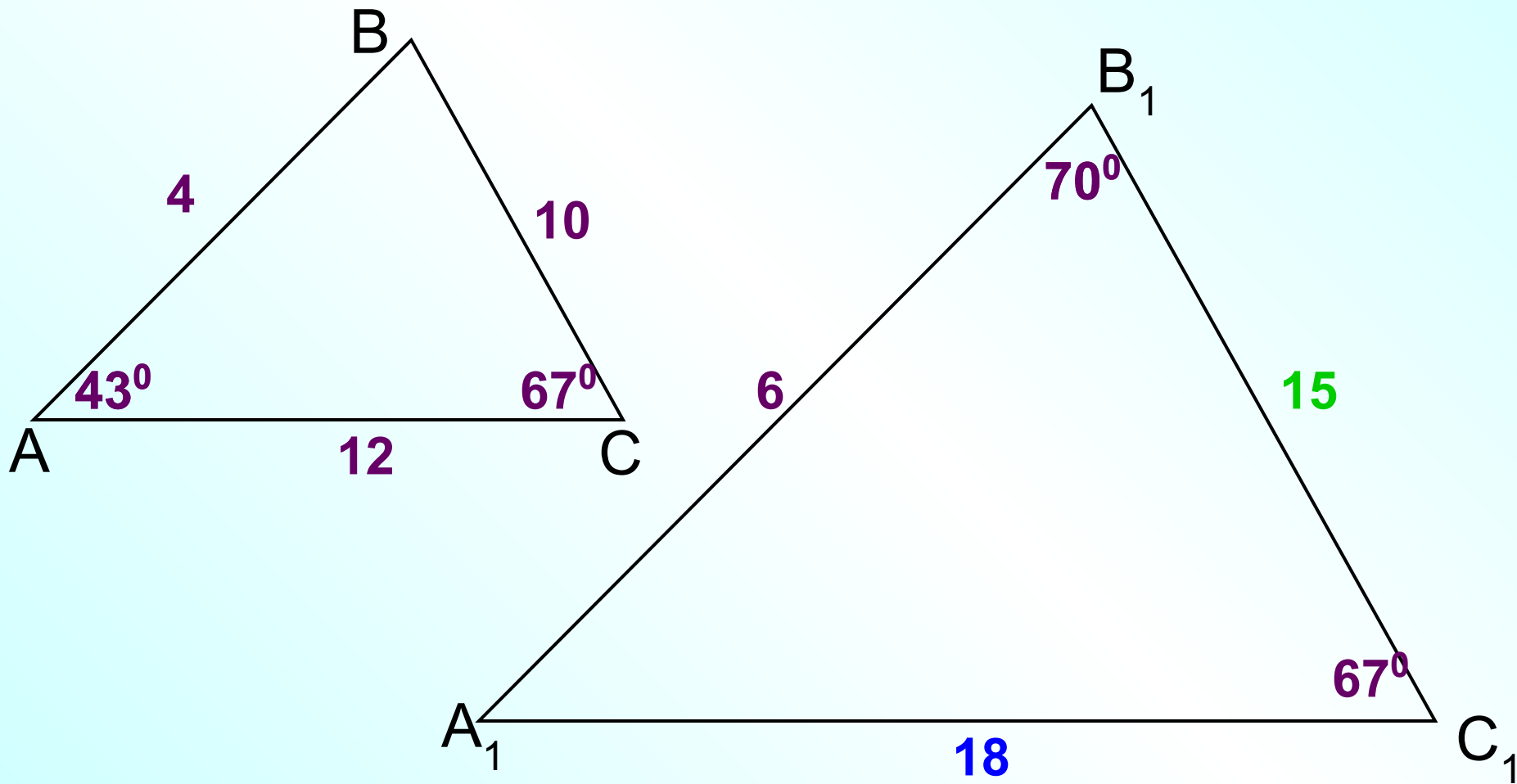
Найдите:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



Найти неизвестные стороны и углы подобных треугольников.

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

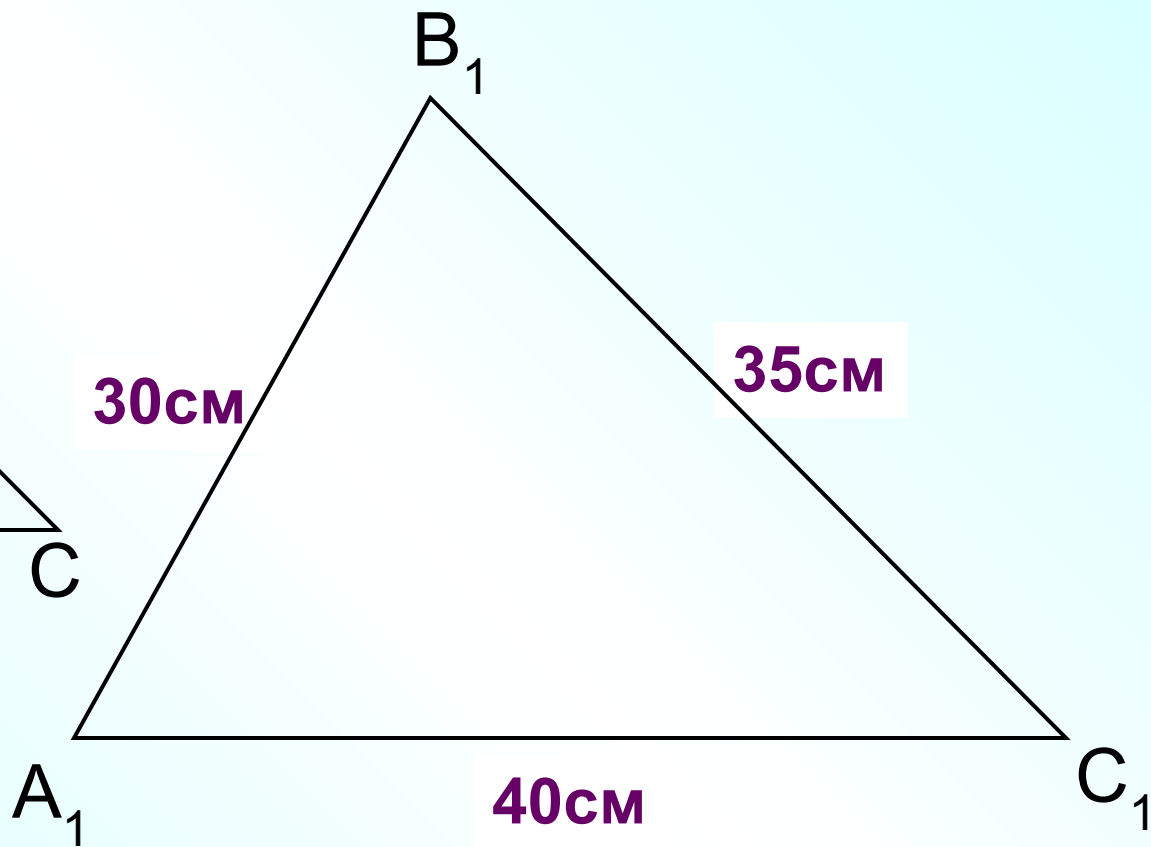
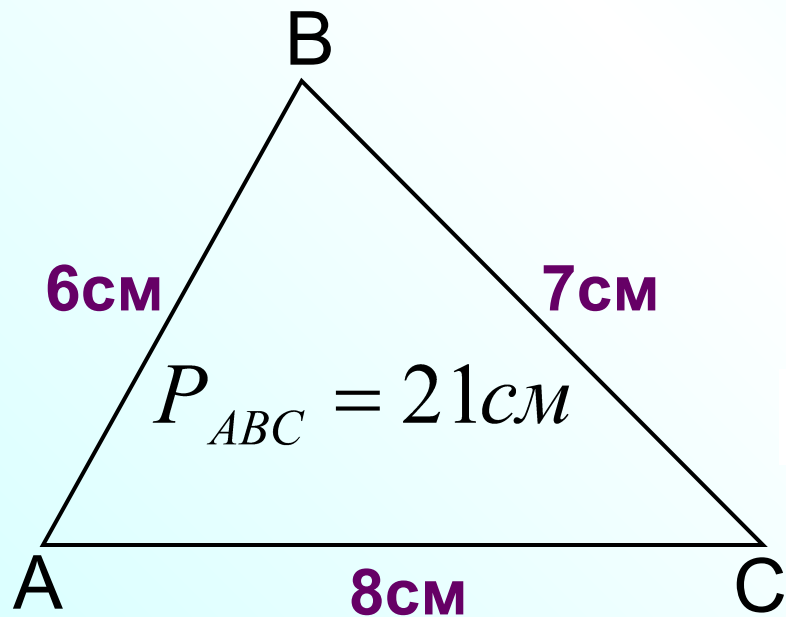


## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$P_{A_1B_1C_1} = 105 \text{ см}$$

Найдите:  $x, y, z$ .



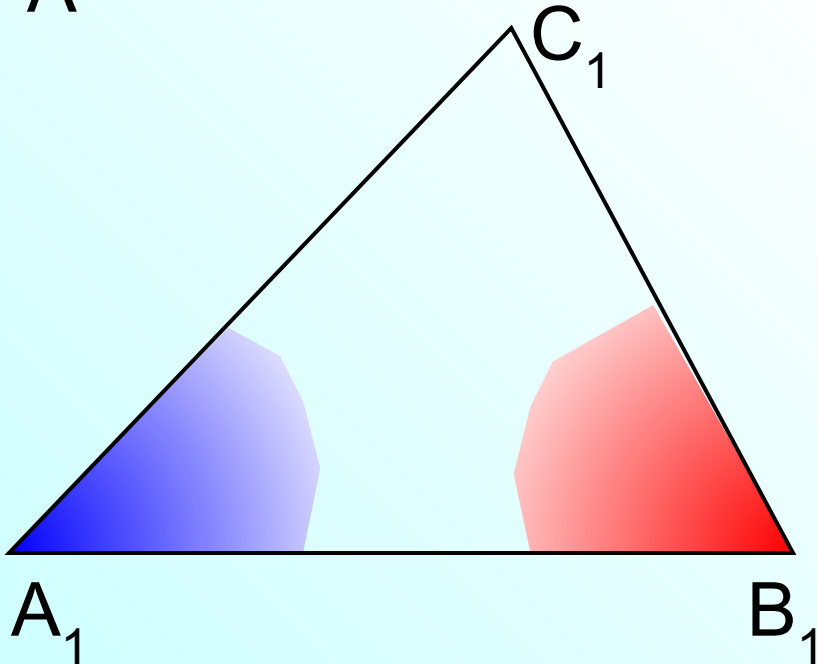
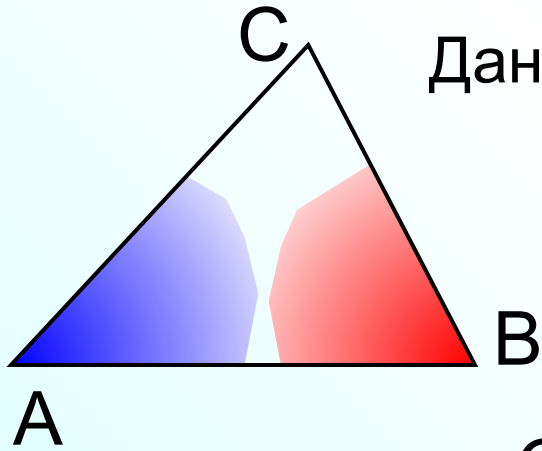
$$\frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 5$$



**I признак подобия треугольников.** Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\triangle A_1B_1C_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,

ЗНАЧИТ:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



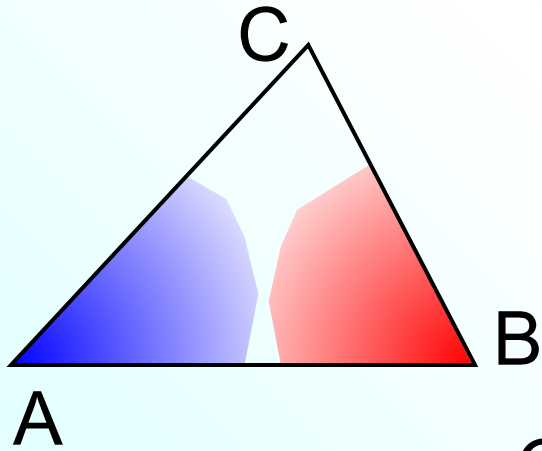
3).

$$\angle A = \angle A_1,$$

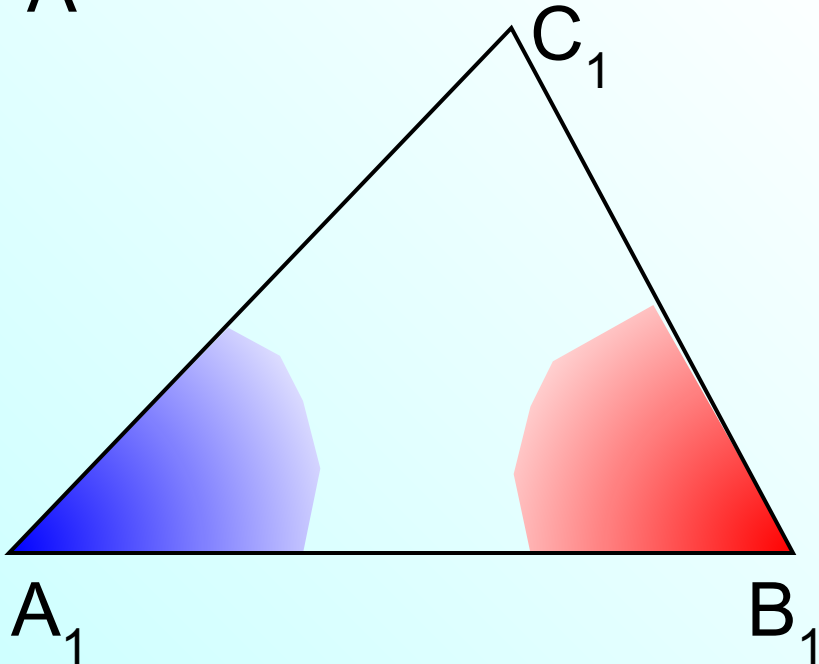
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

$$\angle B = \angle B_1,$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{BA \cdot CB}{B_1A_1 \cdot C_1B_1}$$



$$\frac{\cancel{AB} \cdot AC}{\cancel{A_1B_1} \cdot A_1C_1} = \frac{\cancel{BA} \cdot CB}{\cancel{B_1A_1} \cdot C_1B_1}$$



$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1}$$

## Блиц-опрос

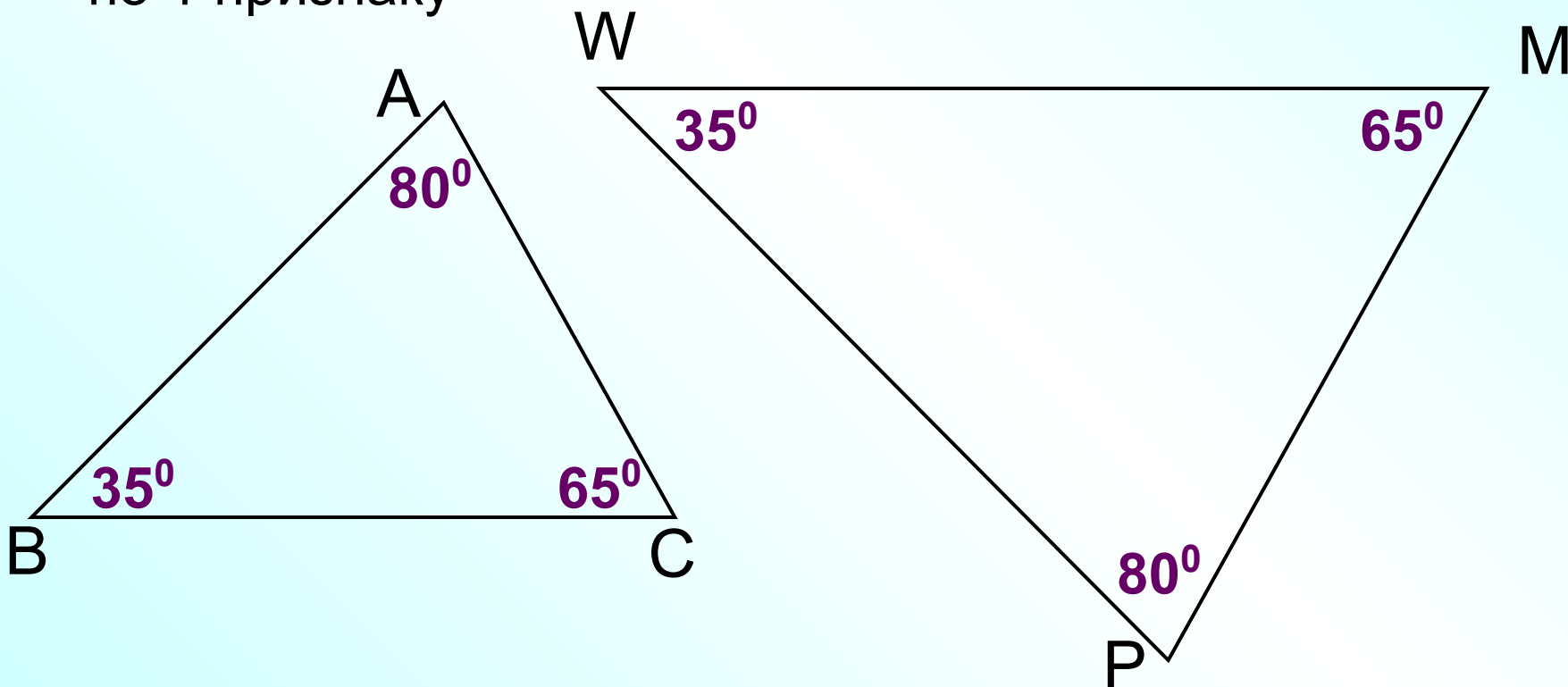
Докажите подобие треугольников.

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.

$$\angle B = \angle W, \quad \angle A = \angle P$$

$\triangle ABC \sim \triangle PWM$   
по 1 признаку

$$\frac{AB}{WP} = \frac{BC}{WM} = \frac{AC}{MP}$$



## Блиц-опрос

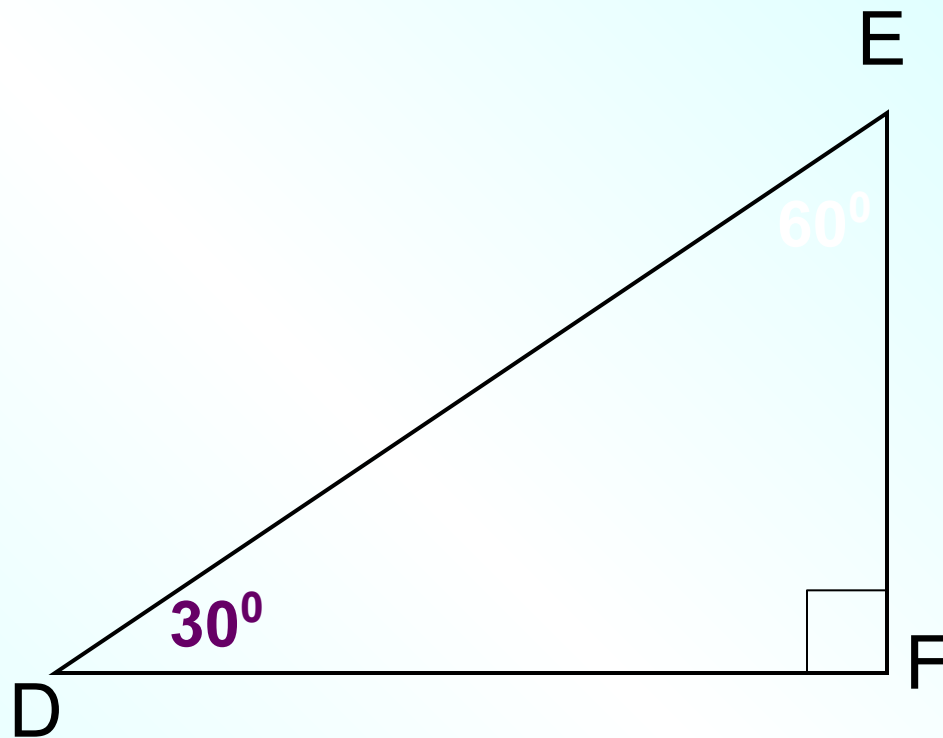
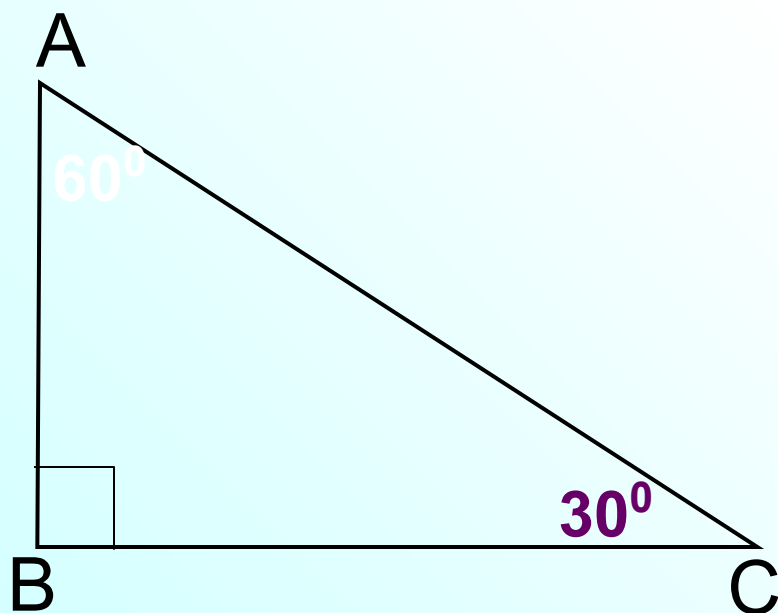
Докажите подобие треугольников.

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.

$$\angle B = \angle F, \quad \angle C = \angle D$$

$\triangle ABC \sim \triangle EFD$  по 1 признаку

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{DF}$$



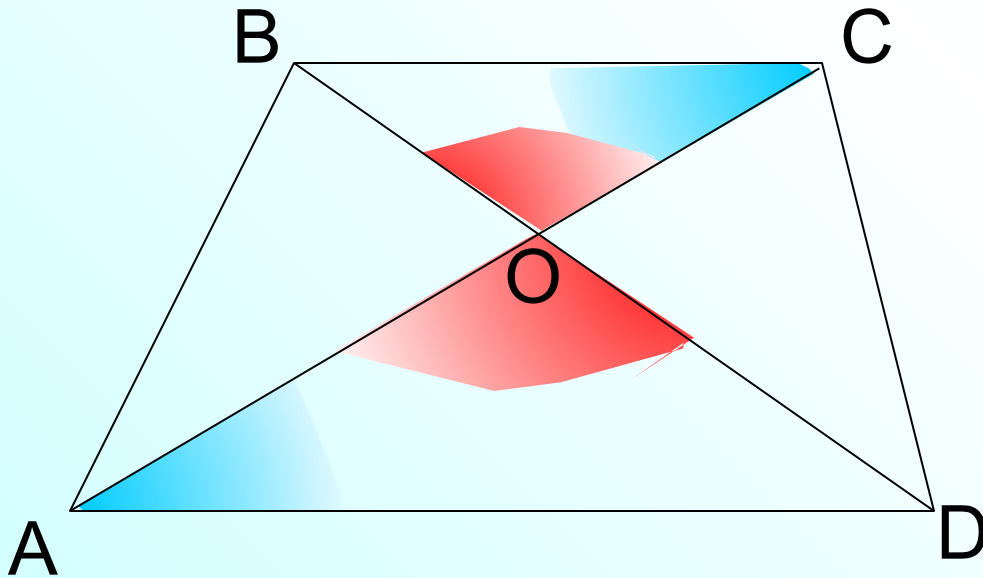
## Блиц-опрос

ABCD – трапеция. Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle BOC = \angle AOD, \quad \angle OAD = \angle OCB$$

$\triangle AOD \sim \triangle COB$  по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.



$$\frac{BC}{AD} = \frac{OB}{OD} = \frac{AO}{OC} \quad ?$$

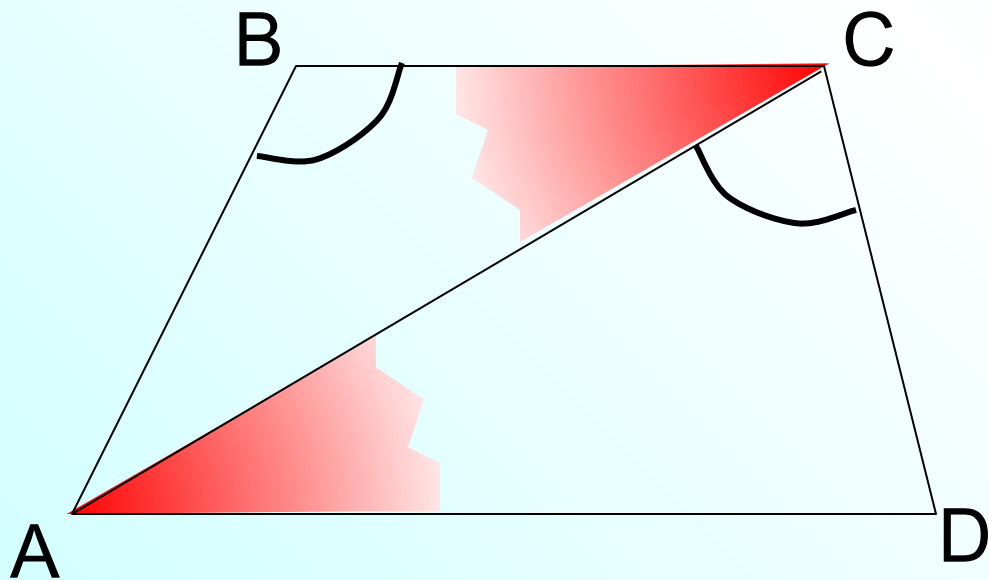
## Блиц-опрос

ABCD – трапеция. Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle B = \angle ACD, \quad \angle BCA = \angle CAD$$

$\triangle ACD \sim \triangle CBA$  по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.



$$\frac{BA}{CD} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{AC}$$

## Блиц-опрос

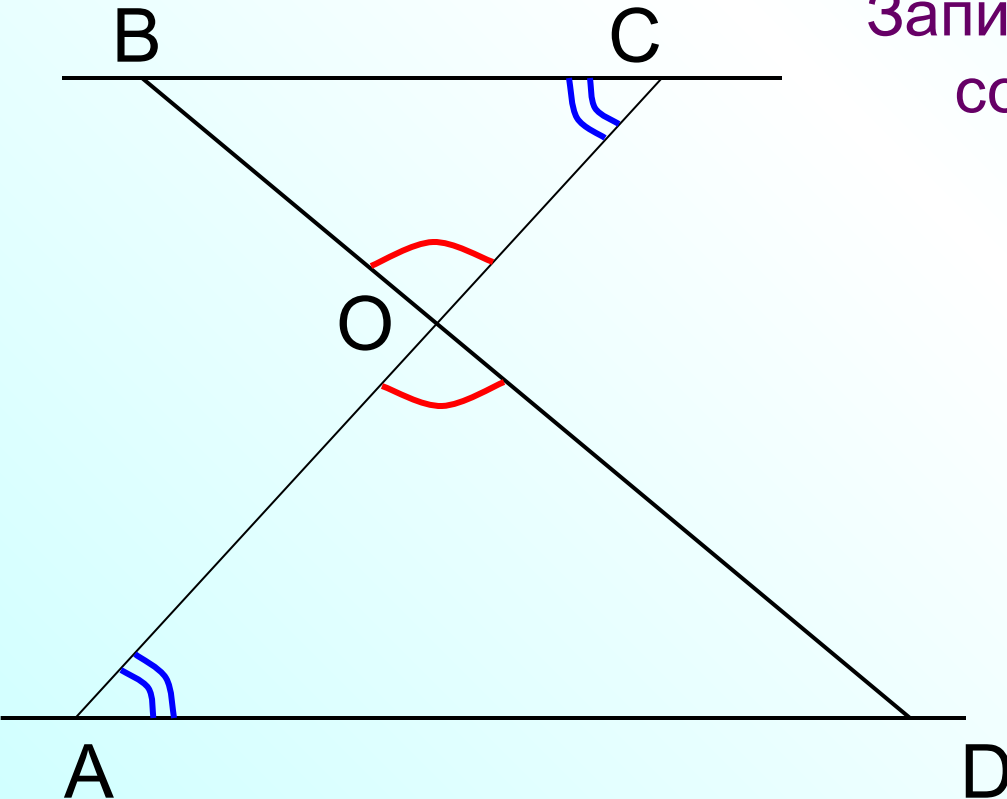
$BC \parallel AD$ . Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle BOC = \angle AOD, \quad \angle BCO = \angle OAD$$

$$\triangle COB \sim \triangle AOD$$

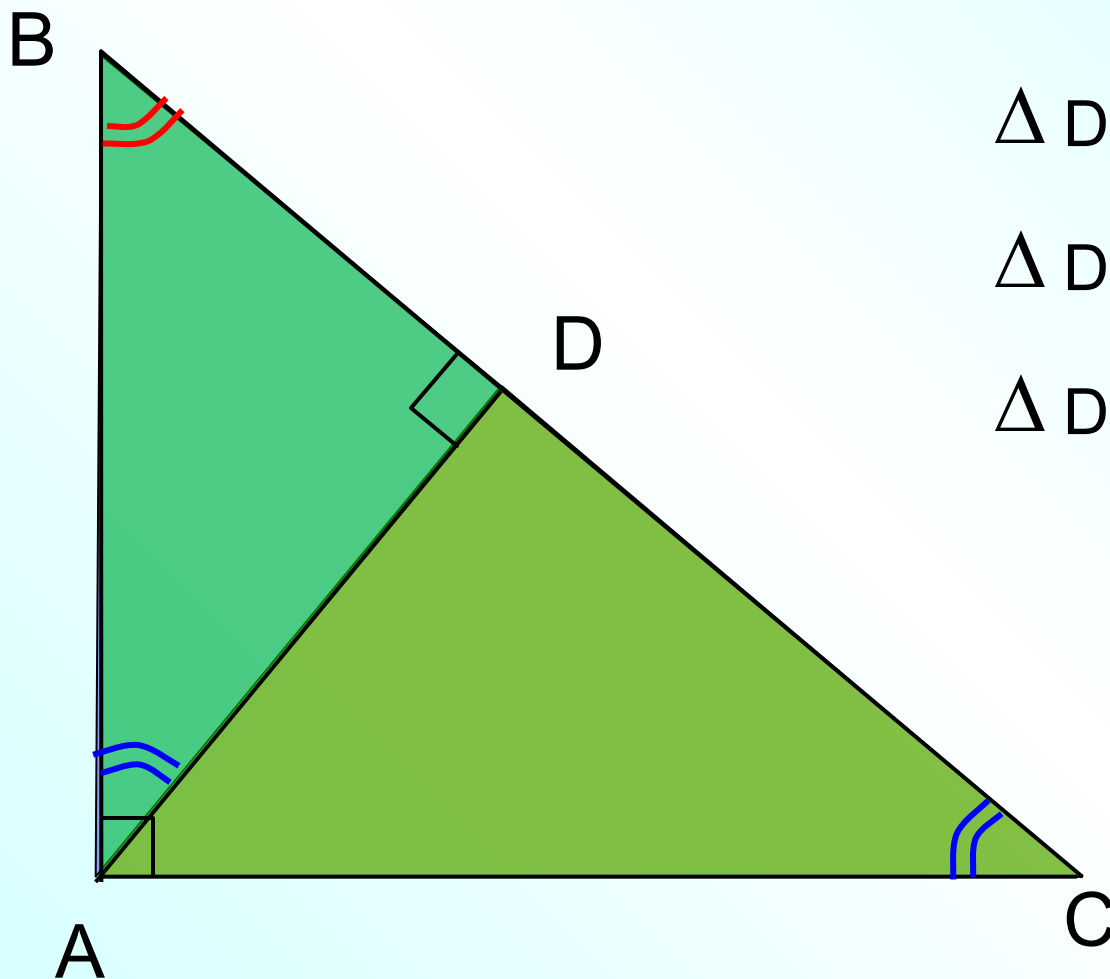
Запишите равенство отношений соответствующих сторон.

$$\frac{BC}{AD} = \frac{BO}{OD} = \frac{OC}{OA}$$



## Блиц-опрос

Сколько пар подобных треугольников можно найти?



$$\triangle DCA \sim \triangle ACB$$

$$\triangle DBA \sim \triangle ABC$$

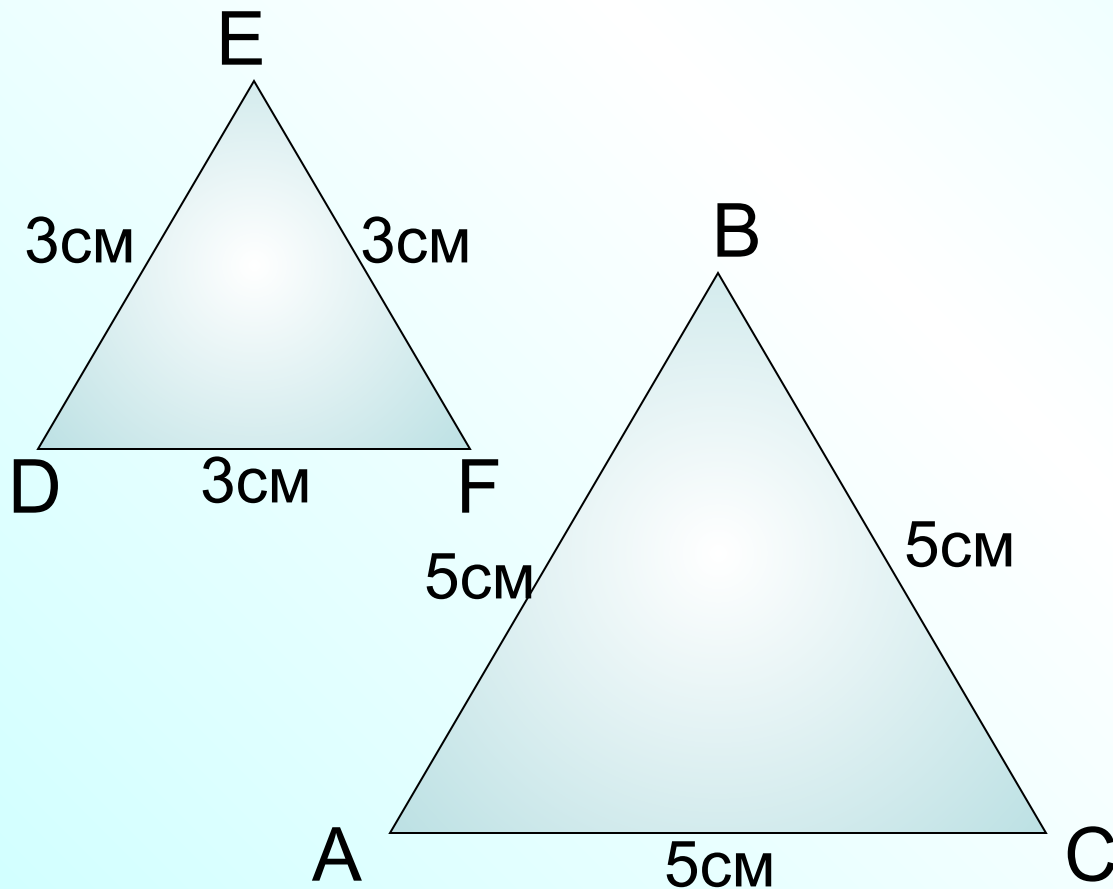
$$\triangle DCA \sim \triangle DAB$$



Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

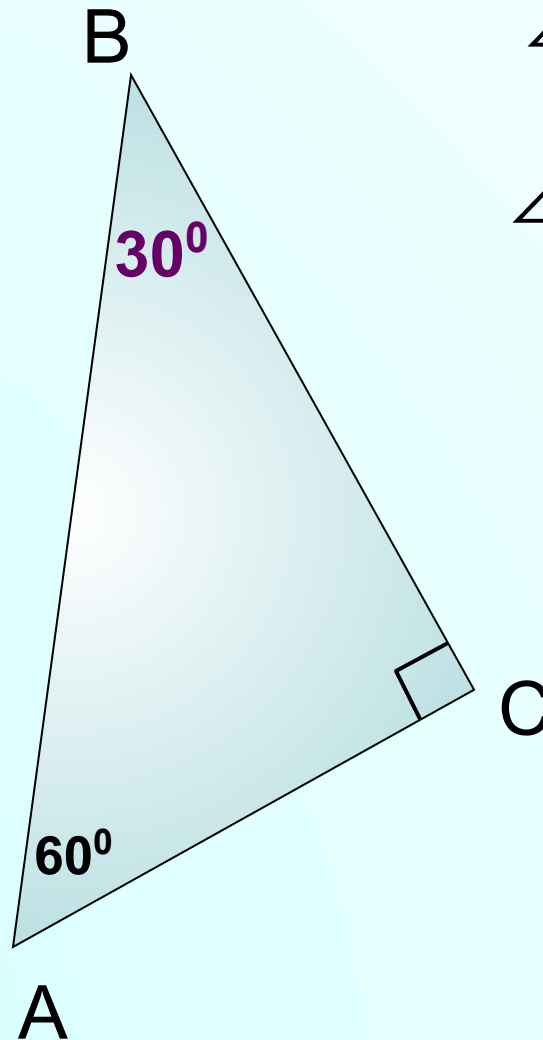
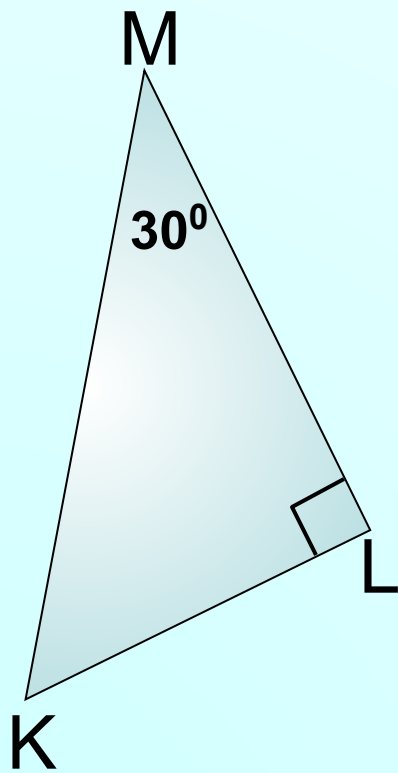
$$\angle E = \angle B = 60^\circ,$$

$$\angle D = \angle A = 60^\circ,$$



$\triangle DEF \sim \triangle ABC$   
по 1 признаку

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.



$$\angle L = \angle C,$$

$$\angle M = \angle B,$$

$\triangle KML \sim \triangle ABC$   
по 1 признаку

№ 550

Найдите  $x$ .

$$\angle ABC = \angle MBN$$

$$\angle A = \angle M$$

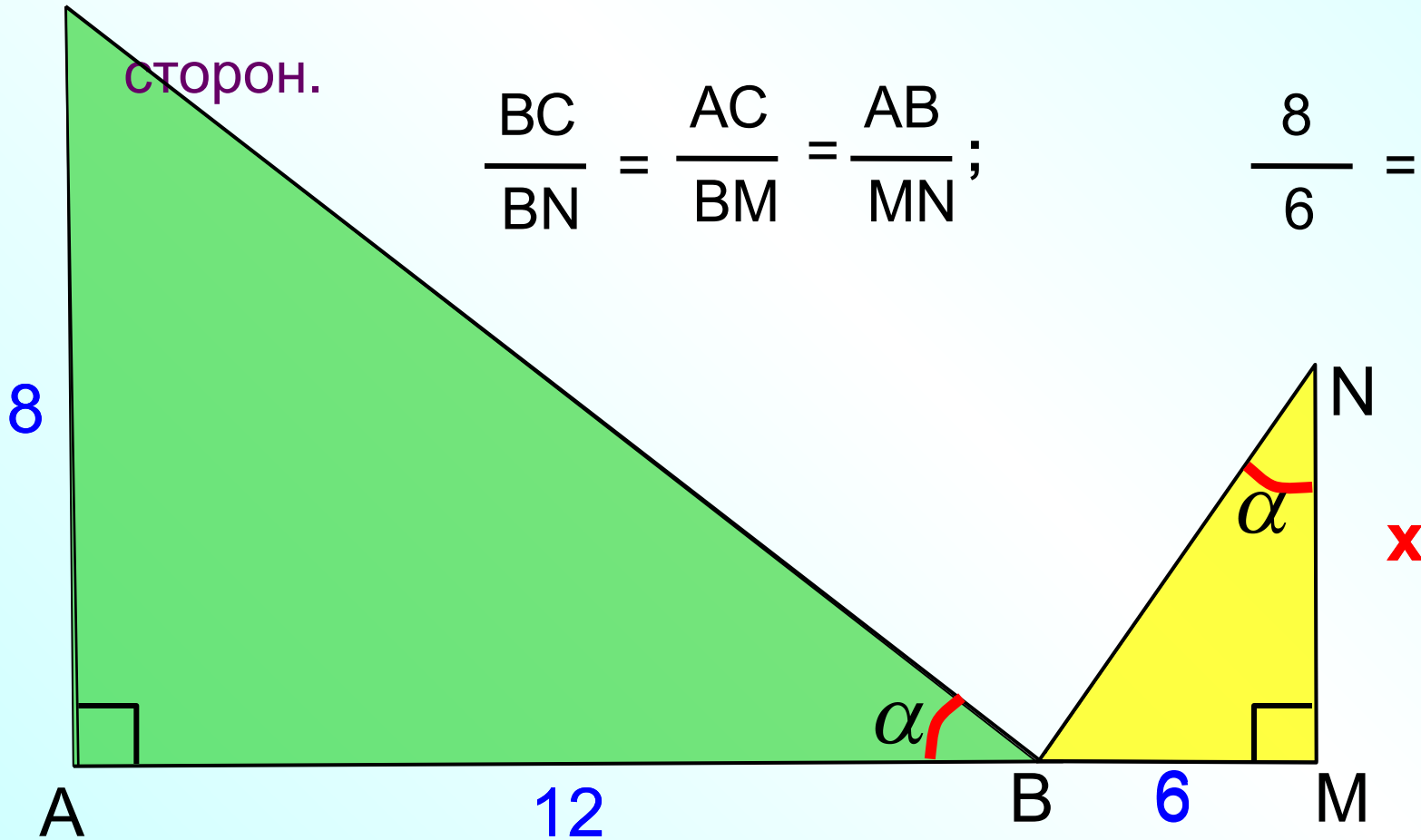
$\triangle ABC \sim \triangle MBN$   
по 1 признаку

С Запишите равенство отношений соответствующих

сторон.

$$\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{BM} = \frac{AB}{MN};$$

$$\frac{8}{6} = \frac{12}{x}$$



№ 550

Найдите  $x$ .

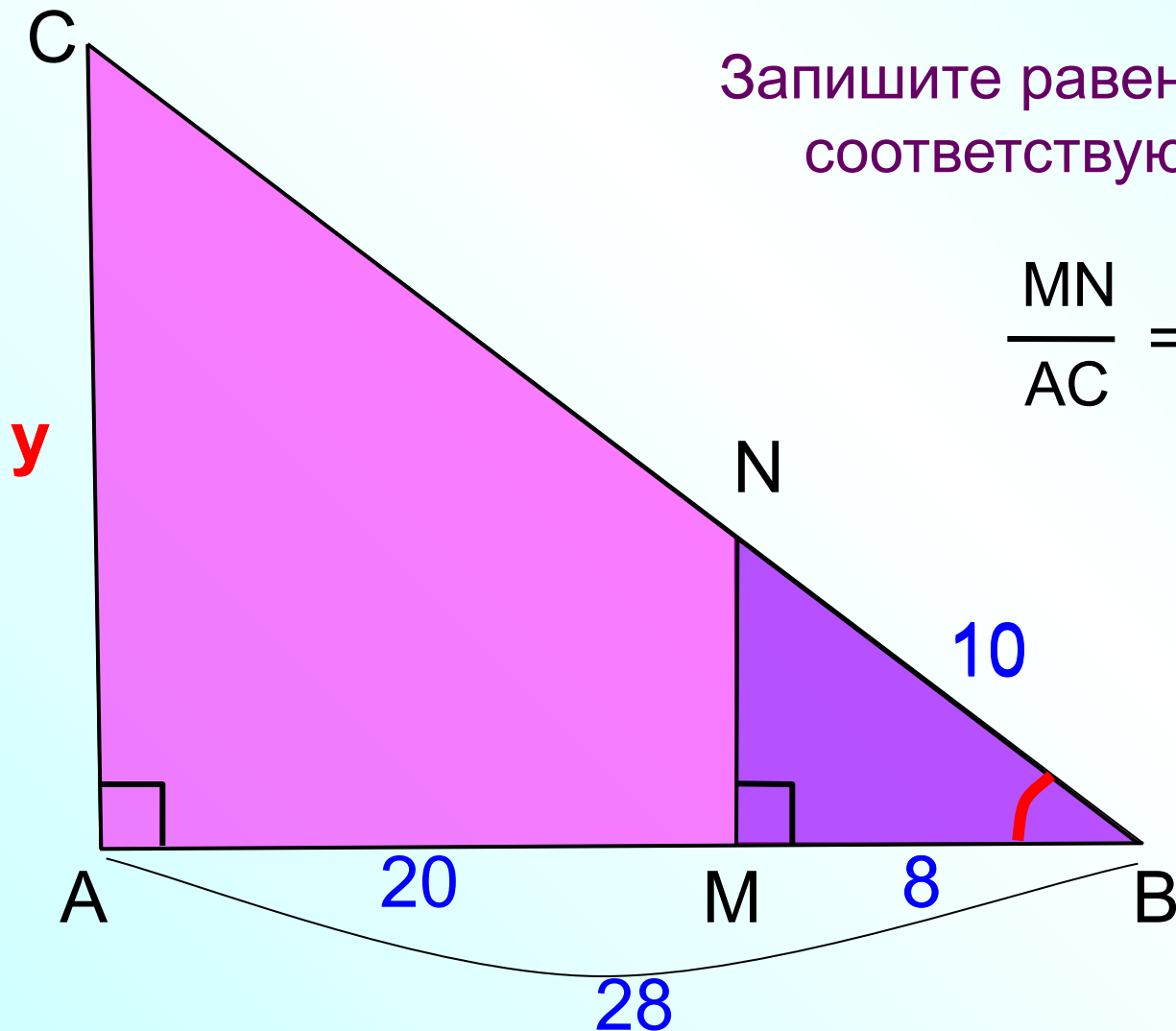
$\angle B$  – общий,

$\angle A = \angle BMN$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$



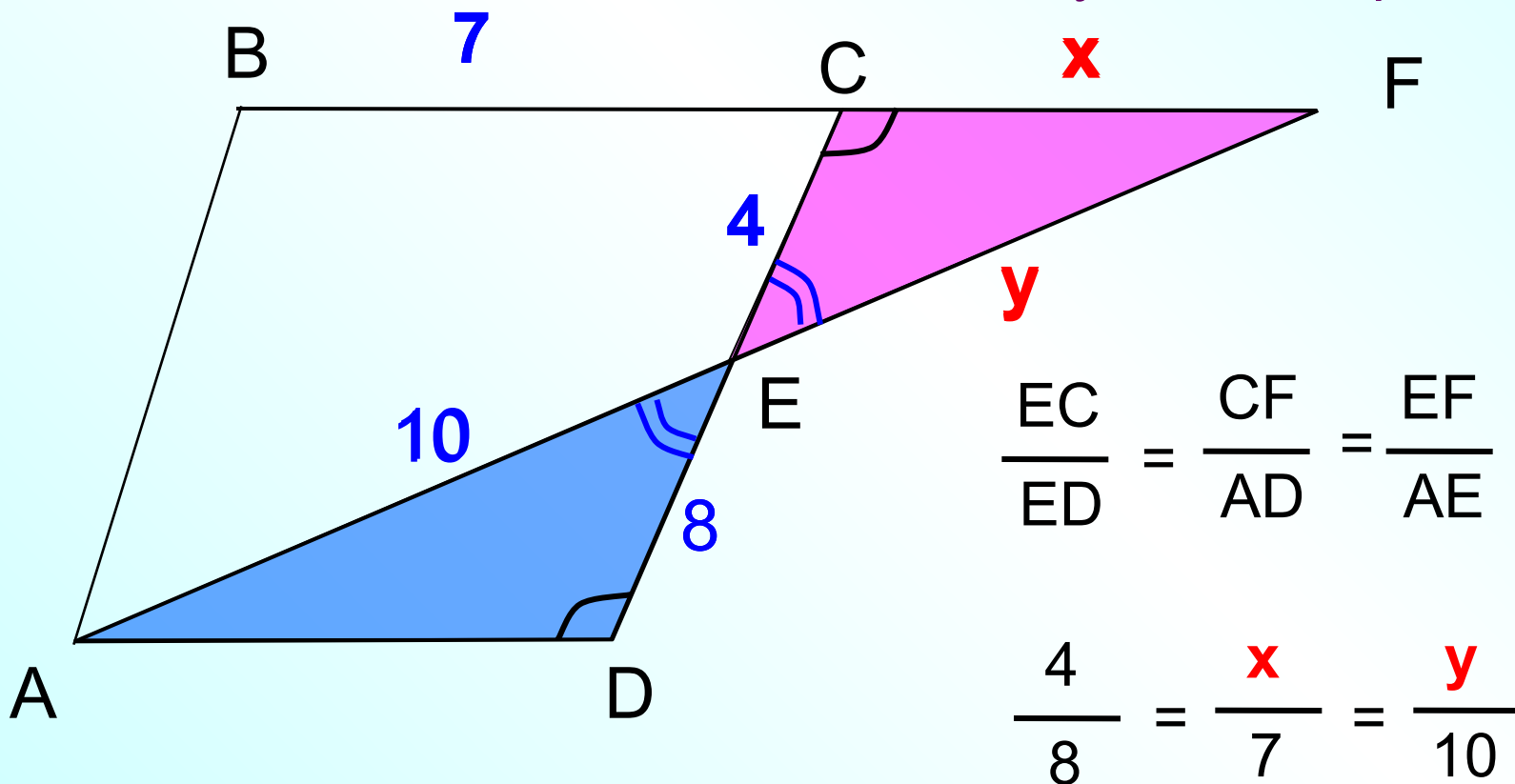
№ 551(a)

ABCD – параллелограмм. Найдите EF, CF.

$$\angle C = D, \quad \angle CEF = \angle DEA \quad \Delta ECF \sim \Delta EDA$$

по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.



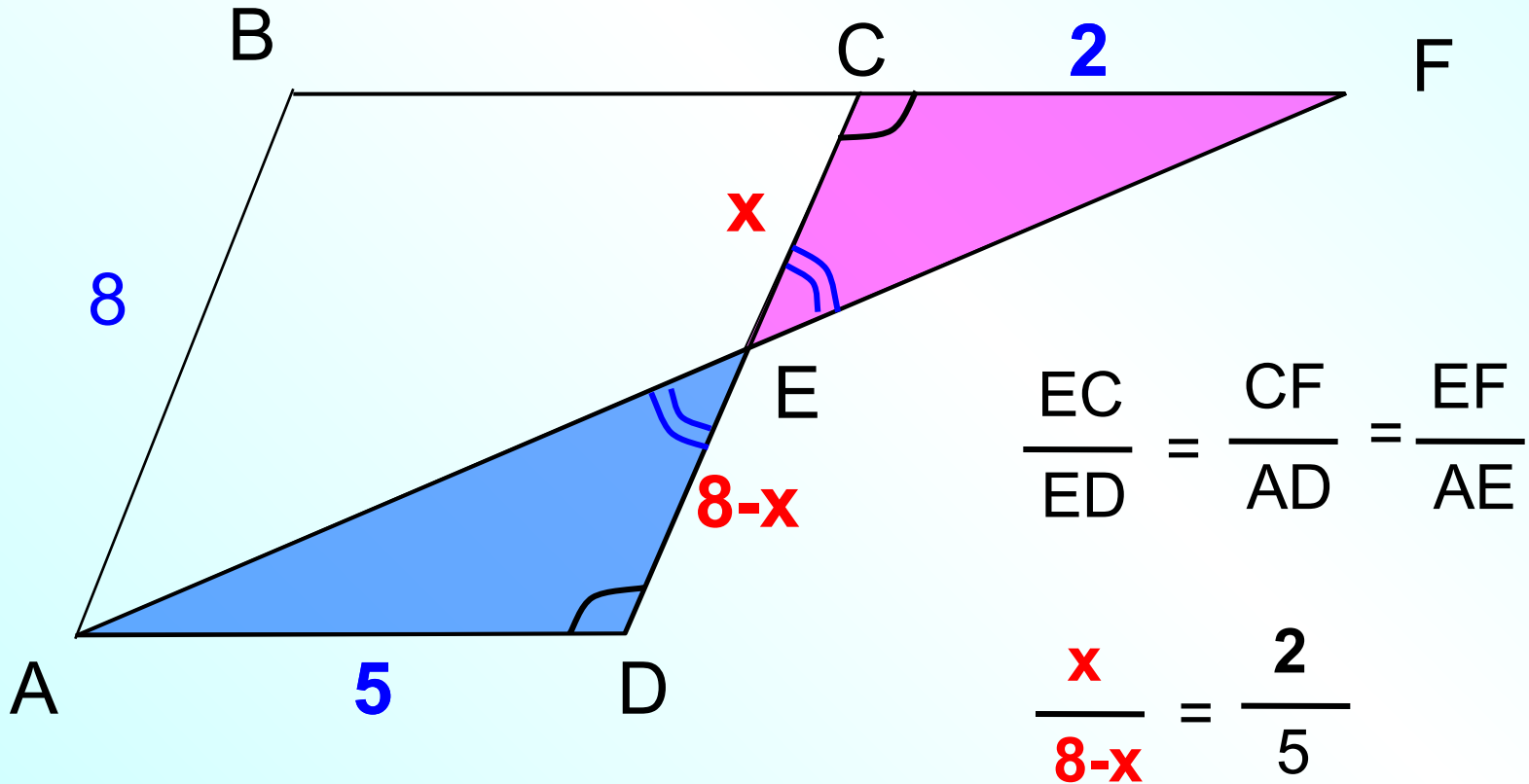
№ 551(6)

ABCD – параллелограмм. Найдите EC, ED.

$$\angle C = D, \quad \angle CEF = \angle DEA \quad \Delta ECF \sim \Delta EDA$$

по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.



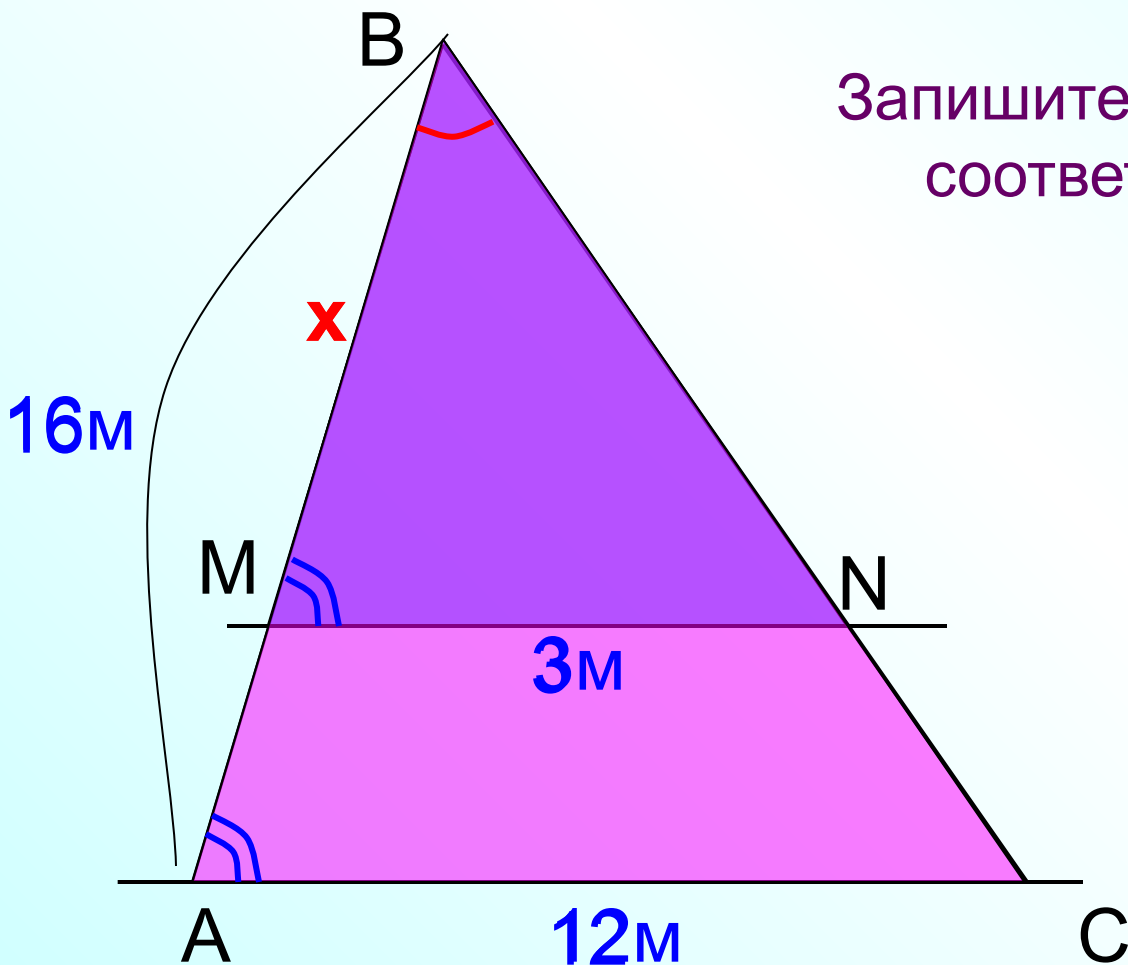
В треугольнике ABC  $AC \parallel MN$ . Найдите  $x$ .

$\angle B$  – общий,  $\angle A = \angle BMN$   $\Delta BMN \sim \Delta BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{3}{12} = \frac{x}{16}$$



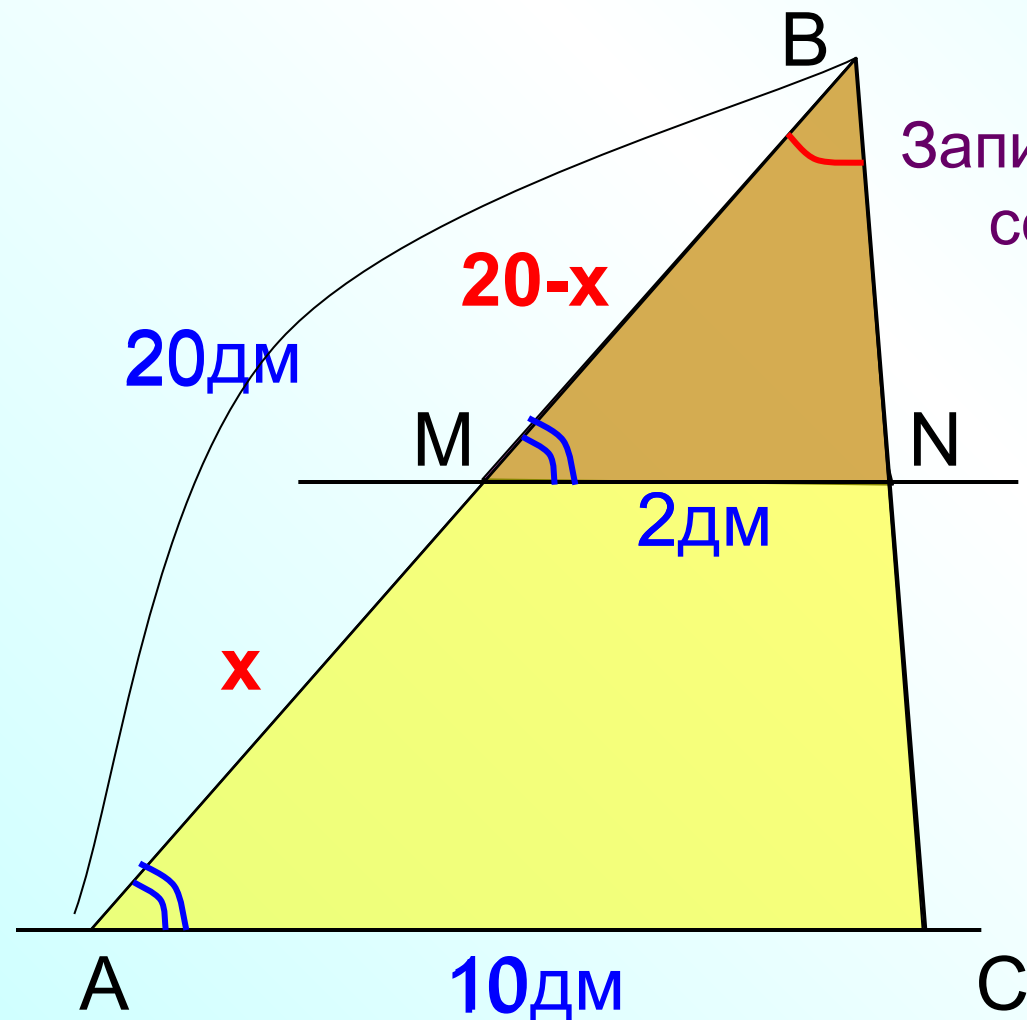
В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,  $\angle A = \angle BMN$   $\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{20-x}{20}$$





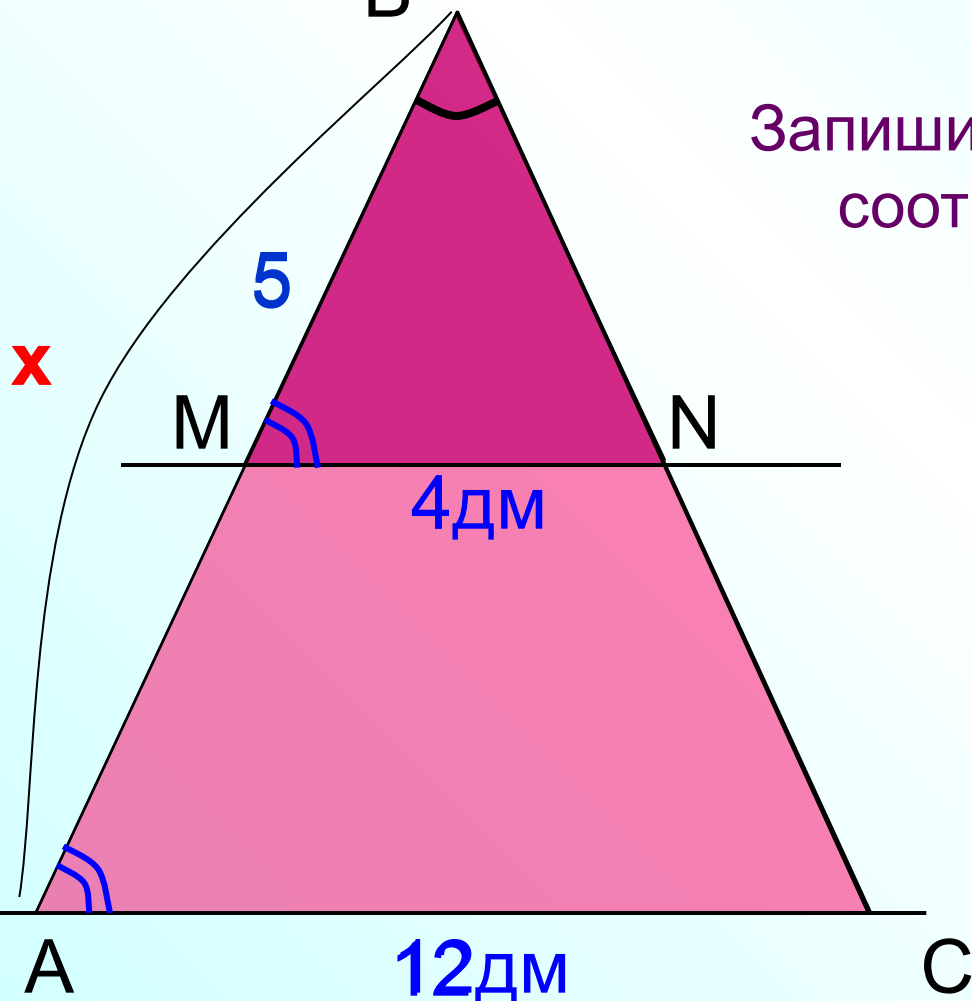
В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,

$$\angle A = \angle BMN$$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.



$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{5}{x}$$

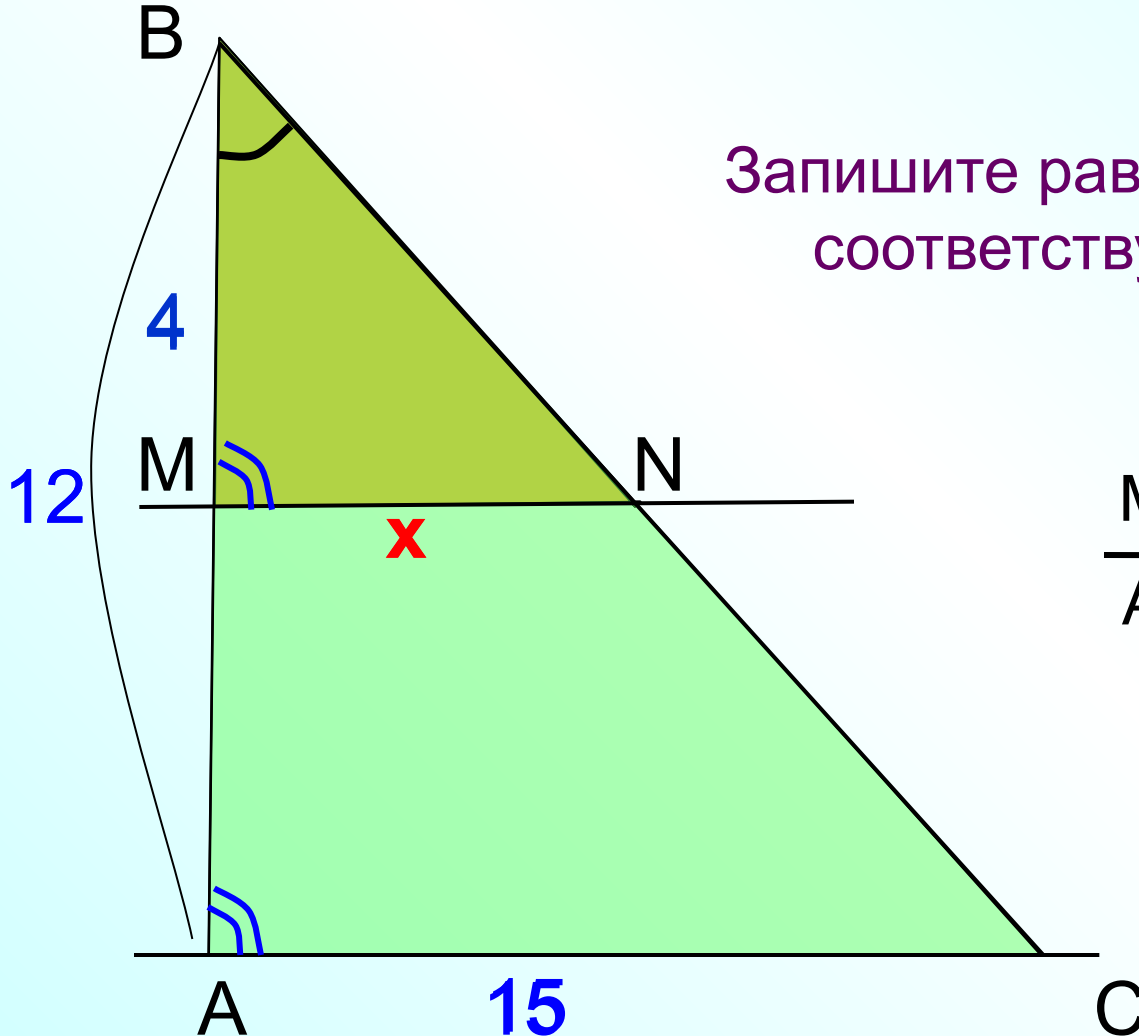
В треугольнике ABC  $AC \parallel MN$ . Найдите  $x$ .

$\angle B$  – общий,

$$\angle A = \angle BMN$$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.



$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{x}{15} = \frac{4}{12}$$

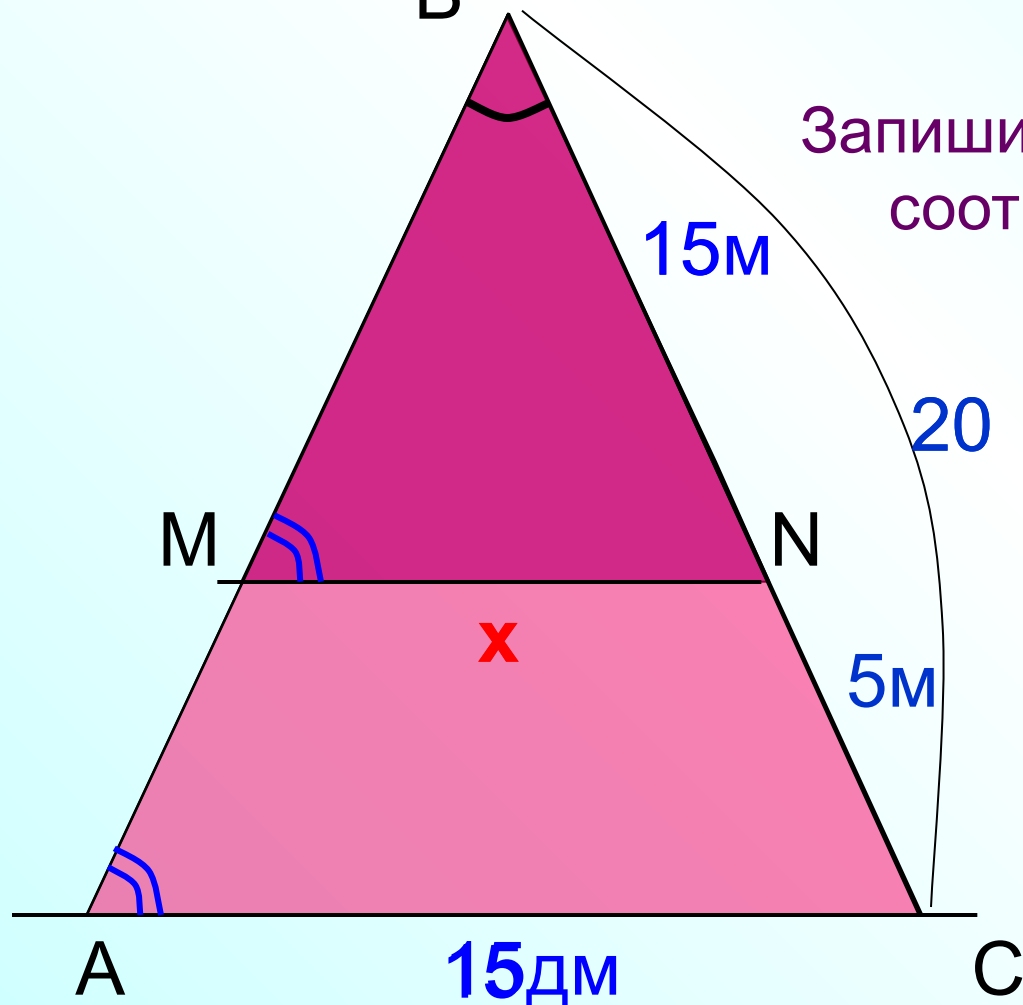
В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,

$\angle A = \angle BMN$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.



$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{x}{15} = \frac{15}{20}$$

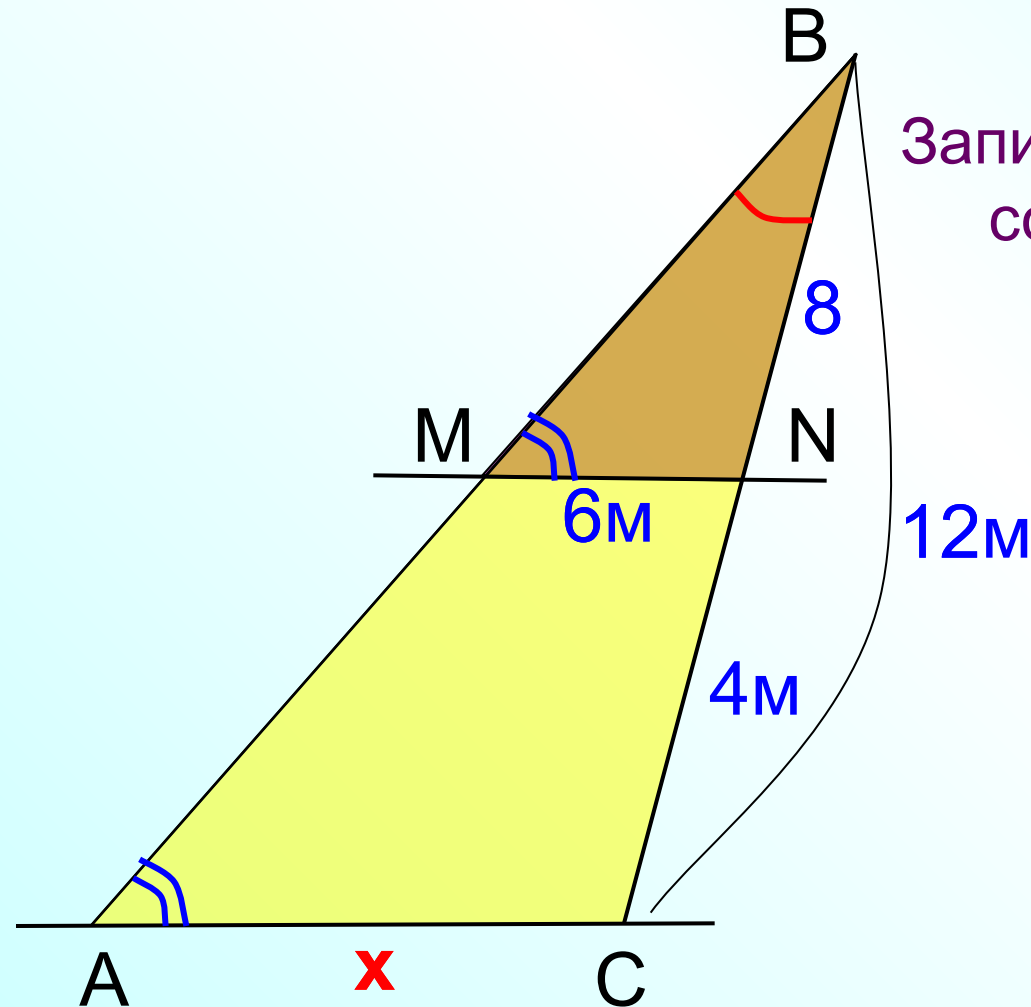
В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,

$\angle A = \angle BMN$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.



$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{8}{12}$$

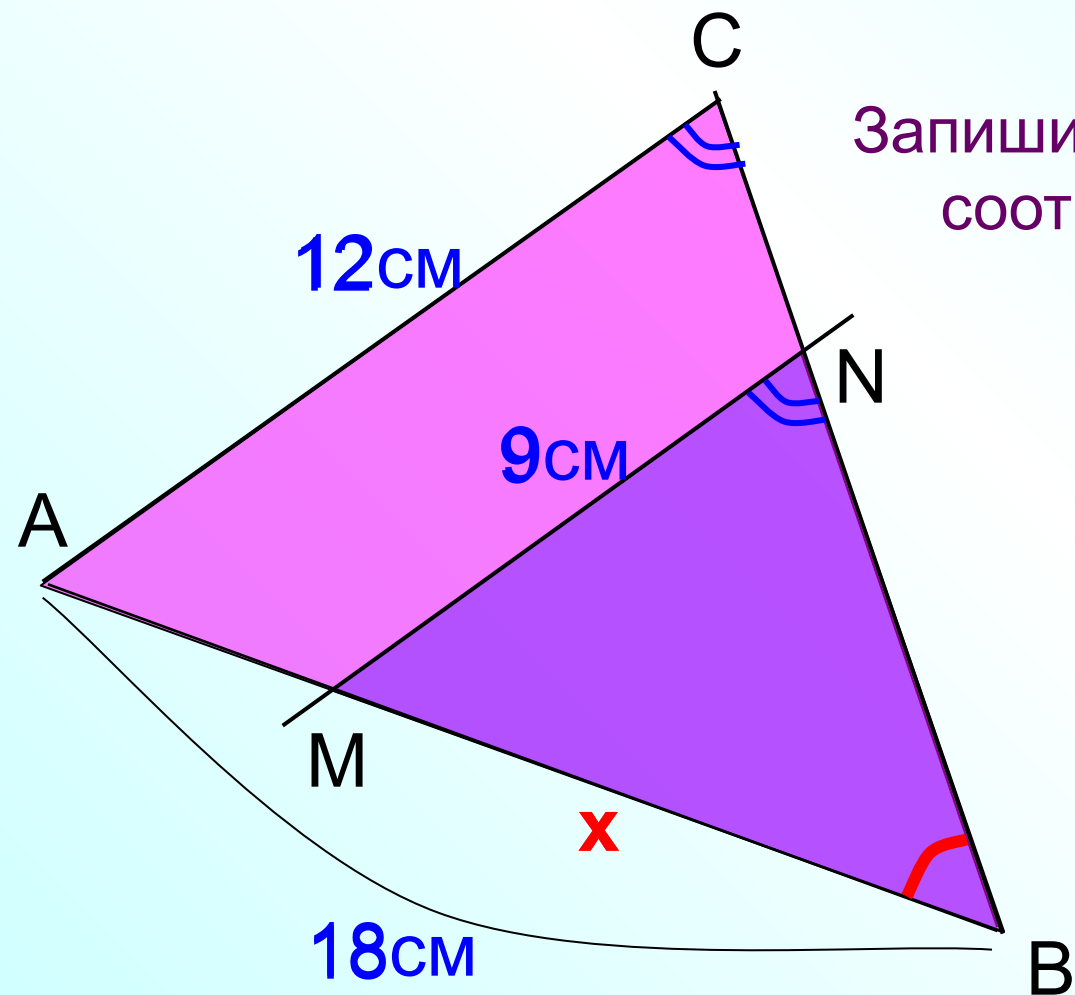
В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,  $\angle C = \angle BNM$   $\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{x}{18}$$



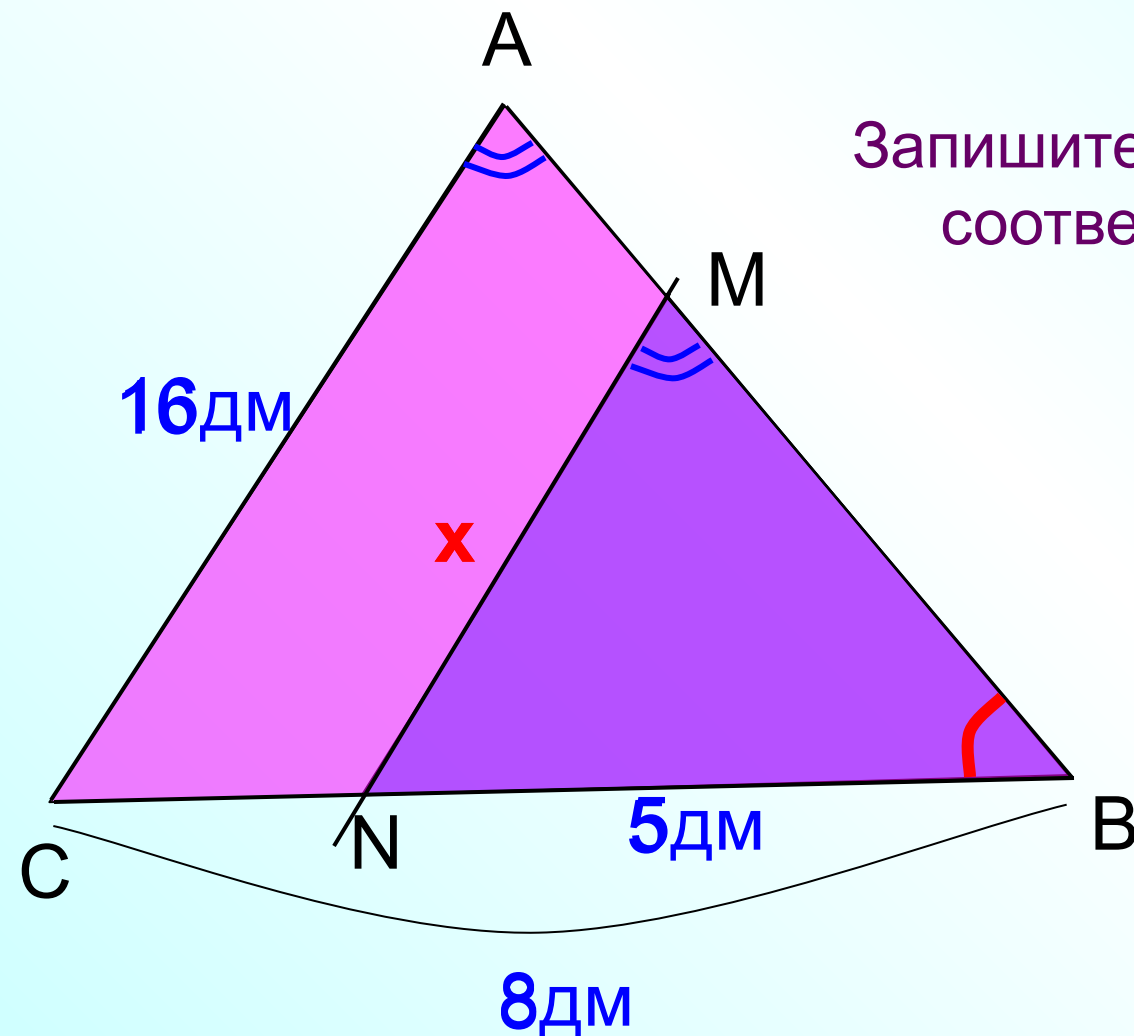
В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,

$$\angle A = \angle BMN$$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.



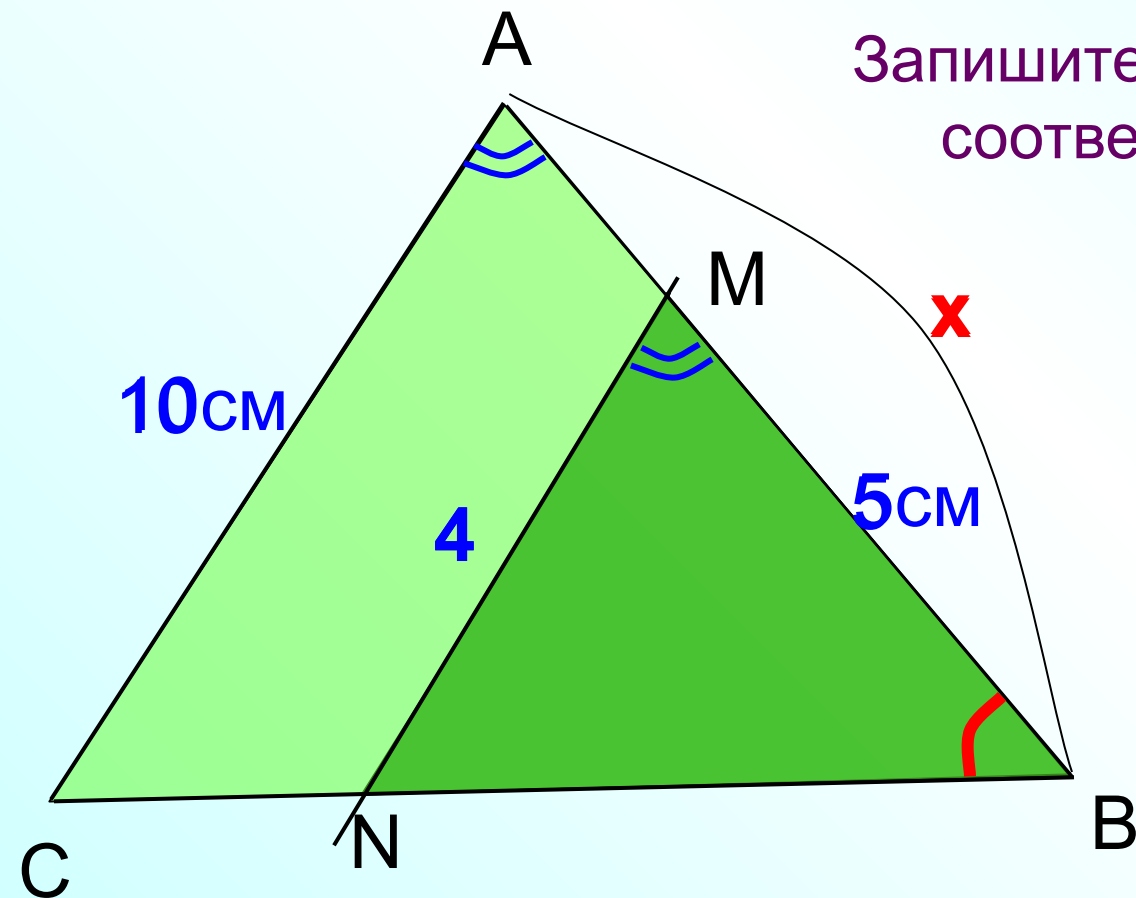
$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{x}{16} = \frac{5}{8}$$

В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,  $\angle A = \angle BMN$   $\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.



$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{5}{x}$$

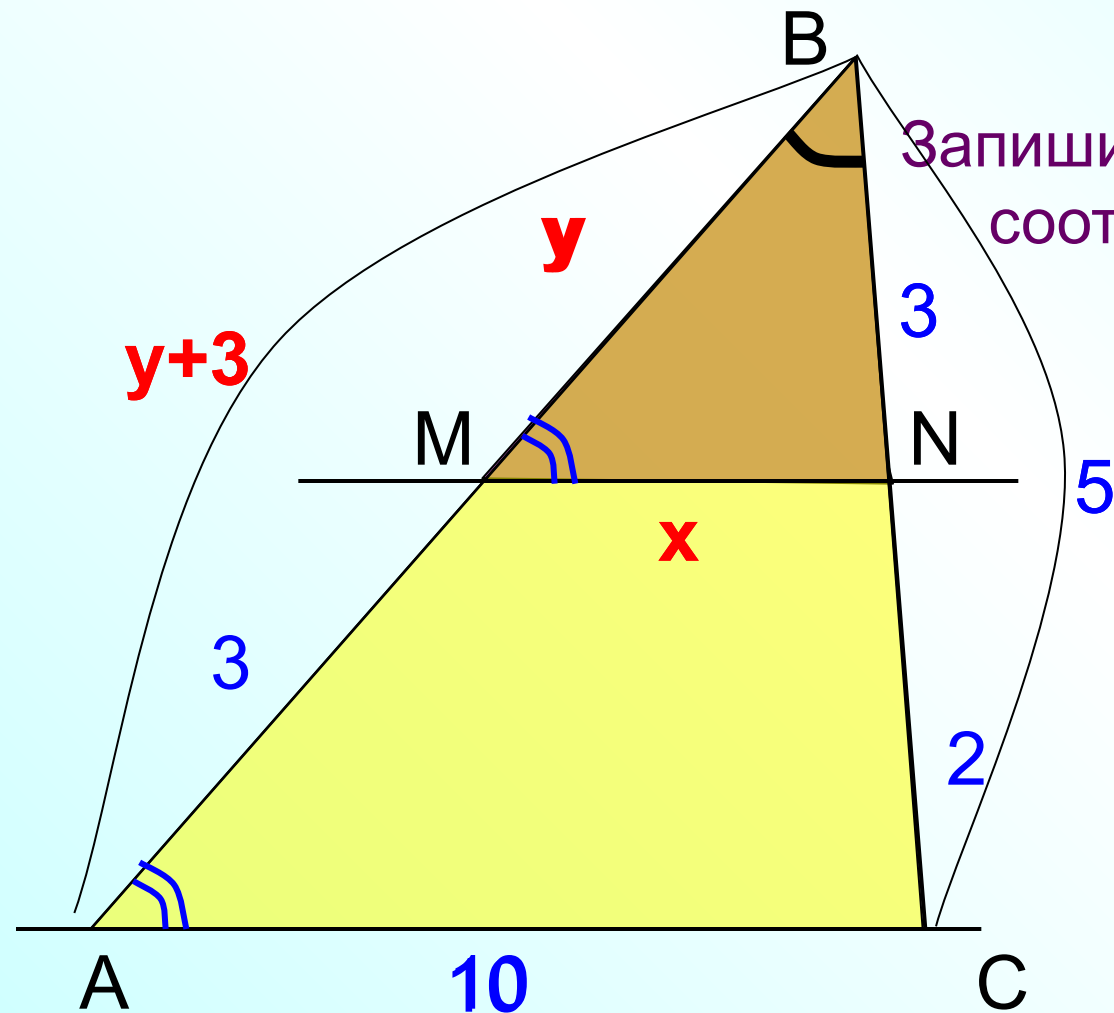
В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,  $\angle A = \angle BMN$   $\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$$





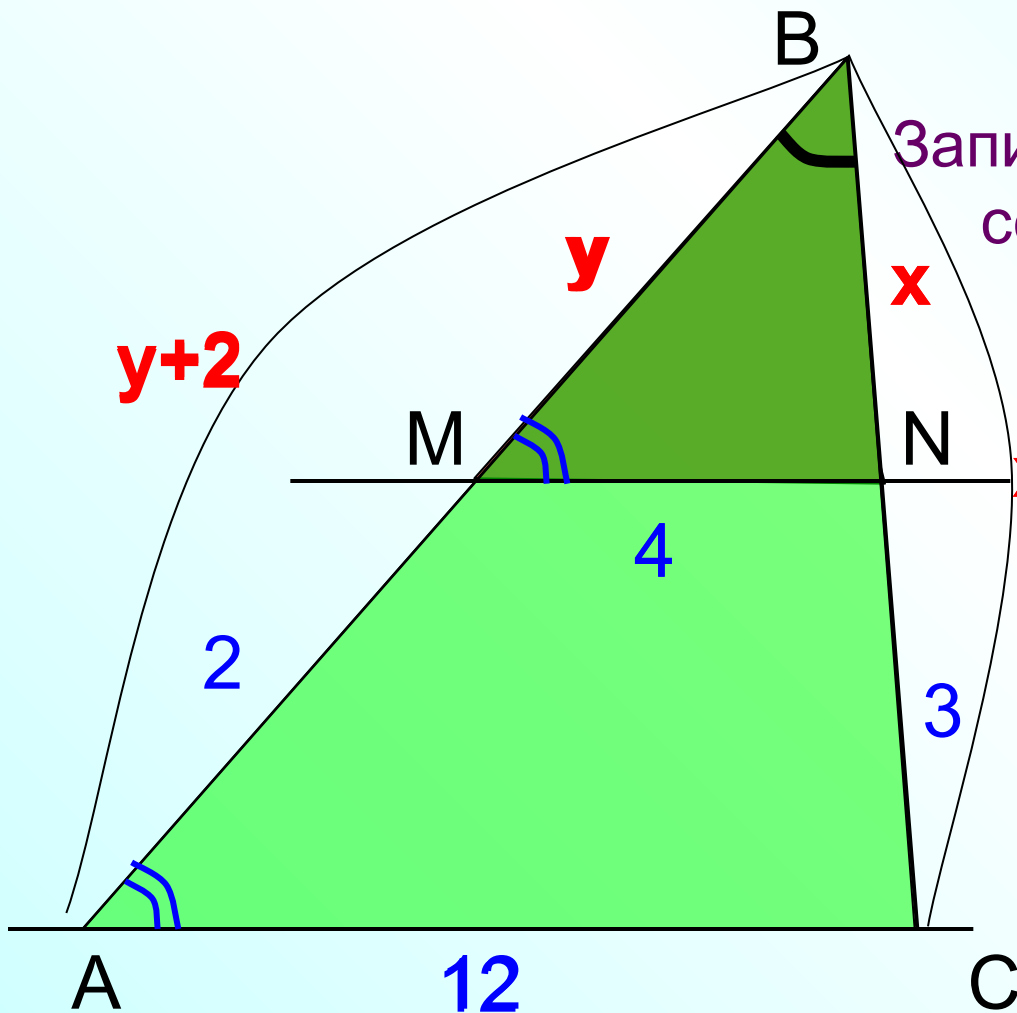
В треугольнике ABC  $AC \parallel MN$ . Найдите  $x$ .

$\angle B$  – общий,

$$\angle A = \angle BMN$$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку

Запишите равенство отношений  
соответствующих сторон.

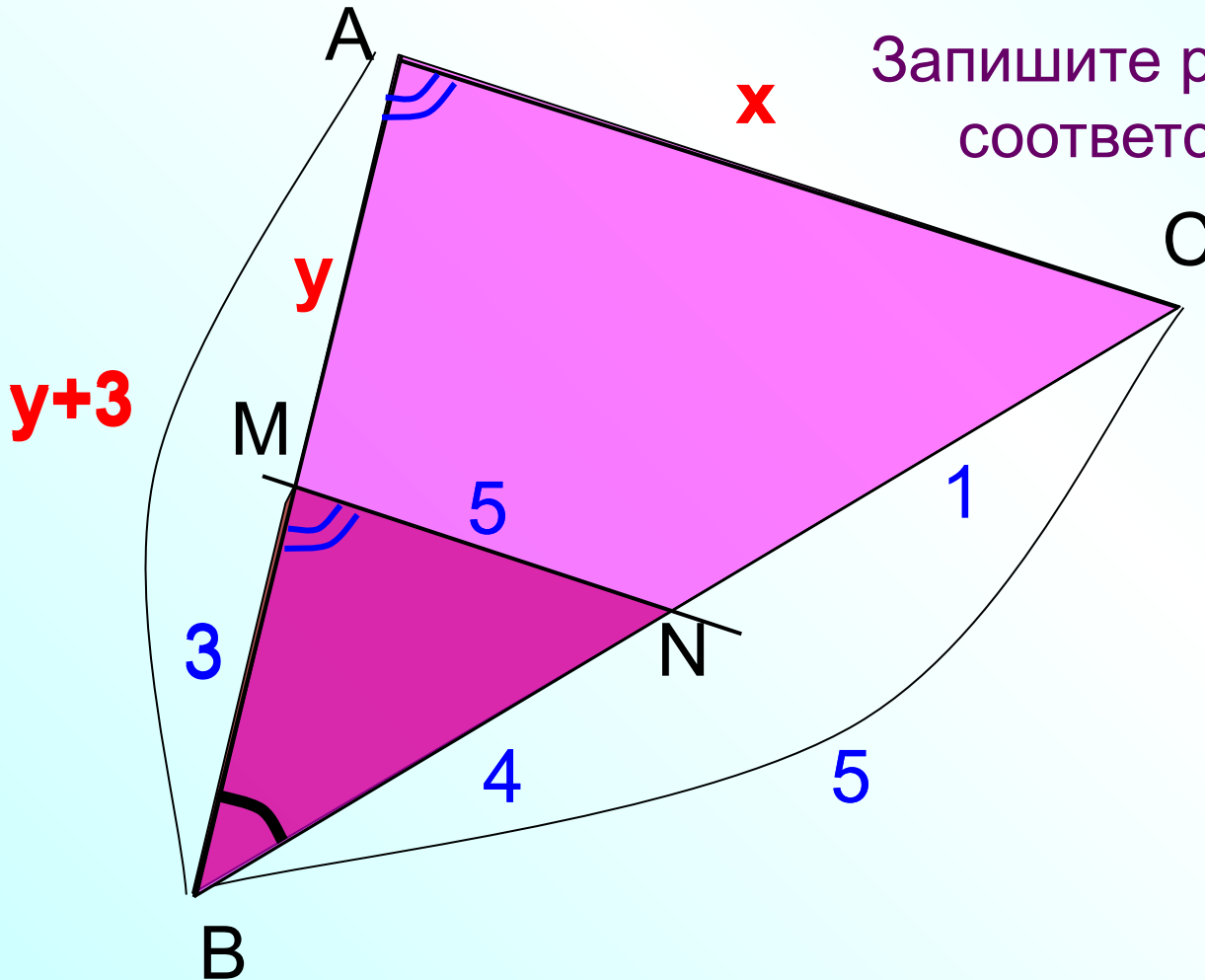


$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{x}{x+3}$$

В треугольнике ABC AC || MN. Найдите x.

$\angle B$  – общий,  $\angle A = \angle BMN$   $\triangle BMN \sim \triangle BAC$   
по 1 признаку



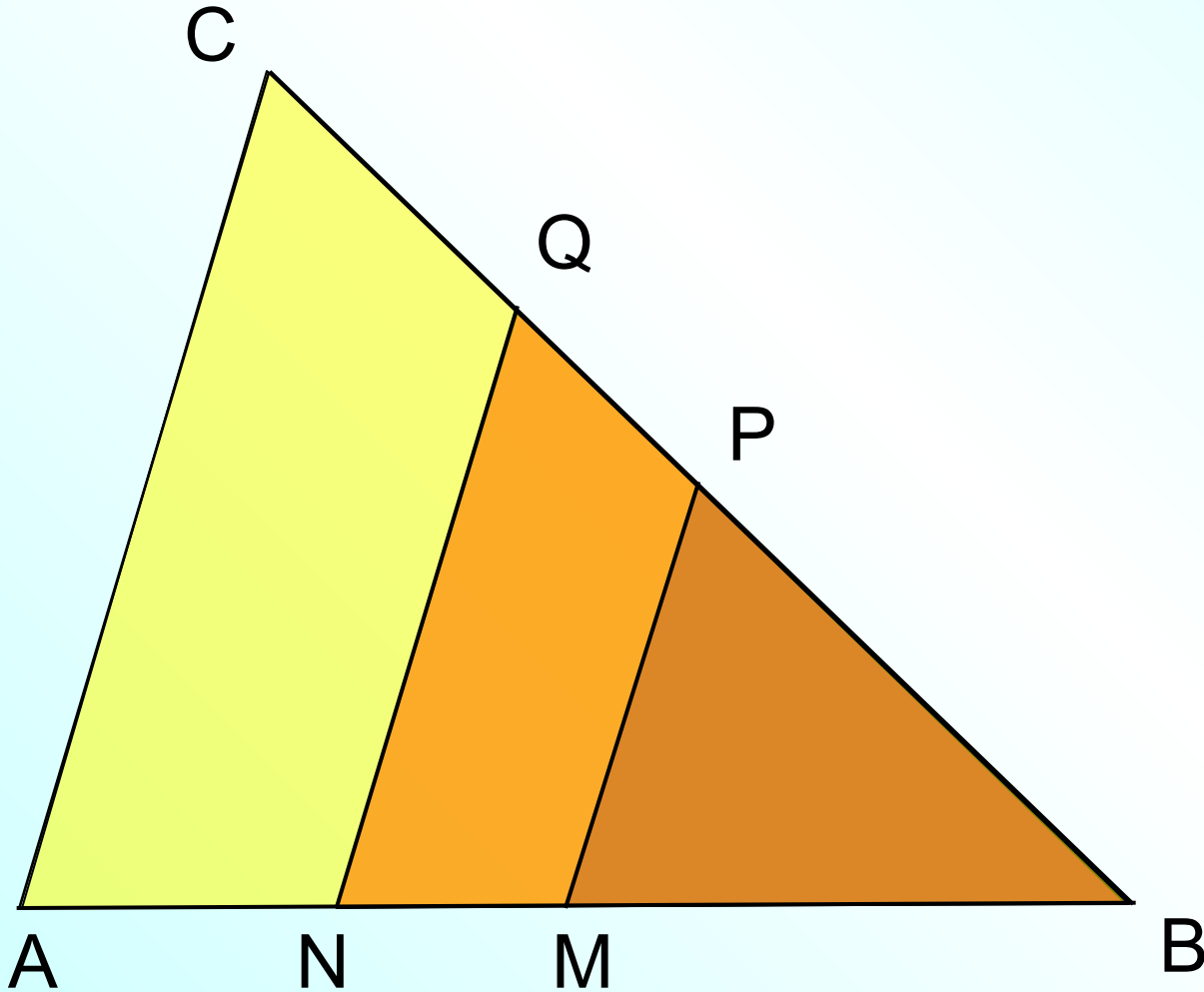
Запишите равенство отношений соответствующих сторон.

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{4}{5}$$

MP  $\parallel$  NQ  $\parallel$  AC,  
Найдите:

BM : MN : NA = m : n : p  
BP : PQ : QC

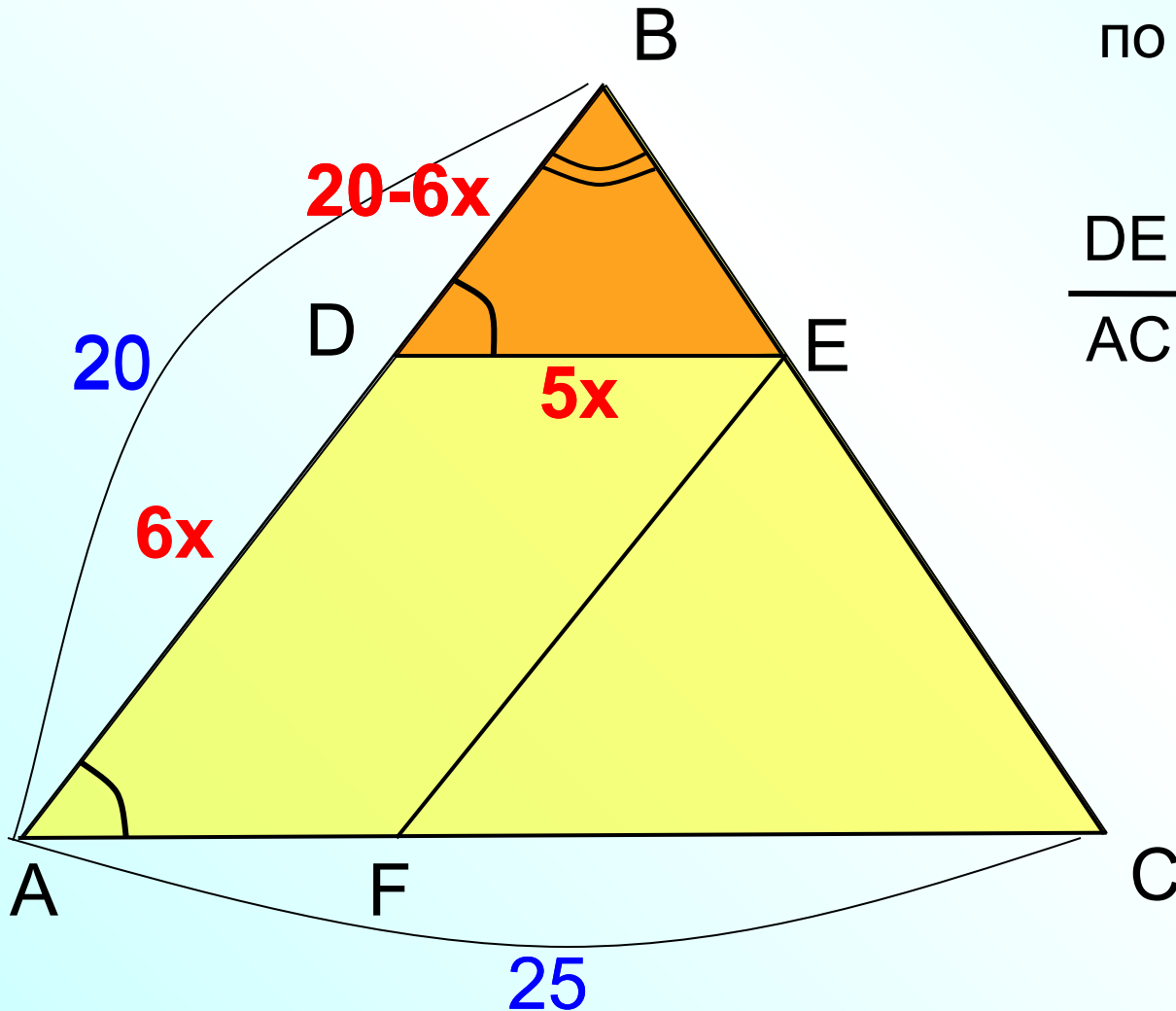


ADEF – параллелограмм.

AB=20см, AC=25см, AD : DE = 6 : 5

Найдите AD и DE.

$\triangle MBN \sim \triangle ABC$   
по 1 признаку



$$\frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$$

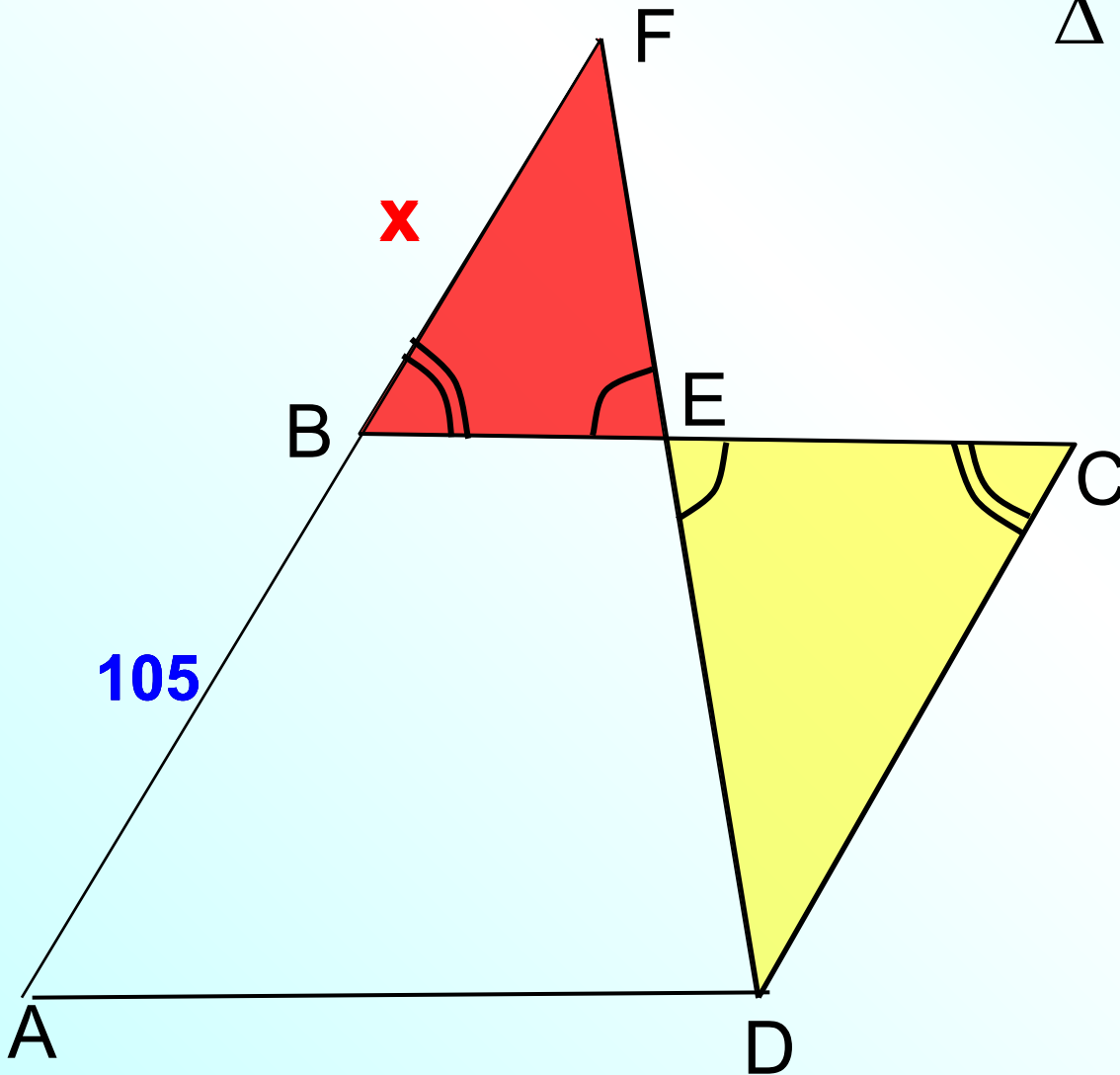
ADCD – параллелограмм.  $BE : EC = 7 : 5$

$AB = 105$  см.

Найдите  $BF$ .

$\triangle EFB \sim \triangle EDC$   
по 1 признаку

$$\frac{BE}{EC} = \frac{BF}{DC} = \frac{FE}{ED}$$



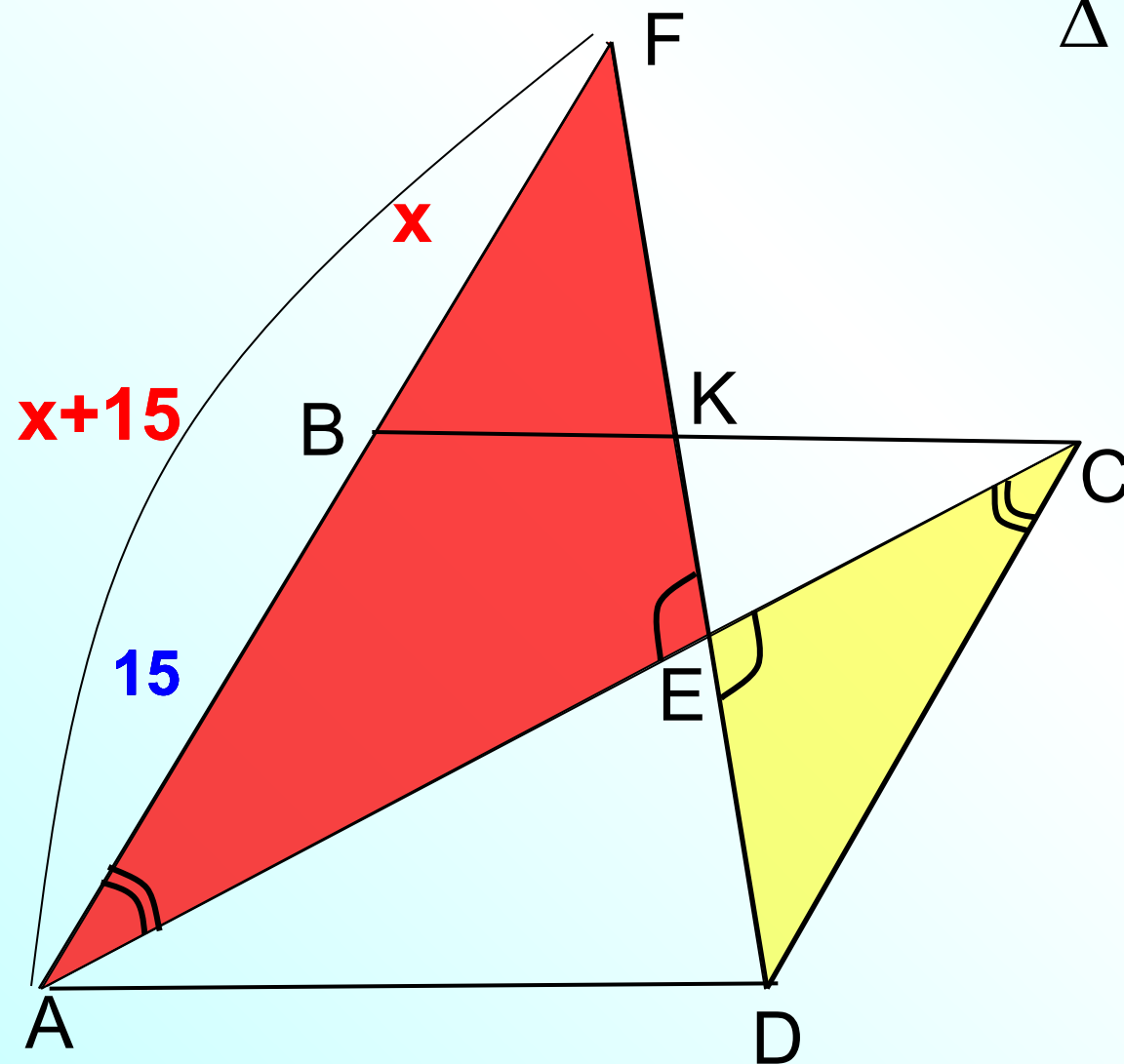
ADCD – параллелограмм.  $AE : EC = 7 : 5$

$AB = 15$  см.

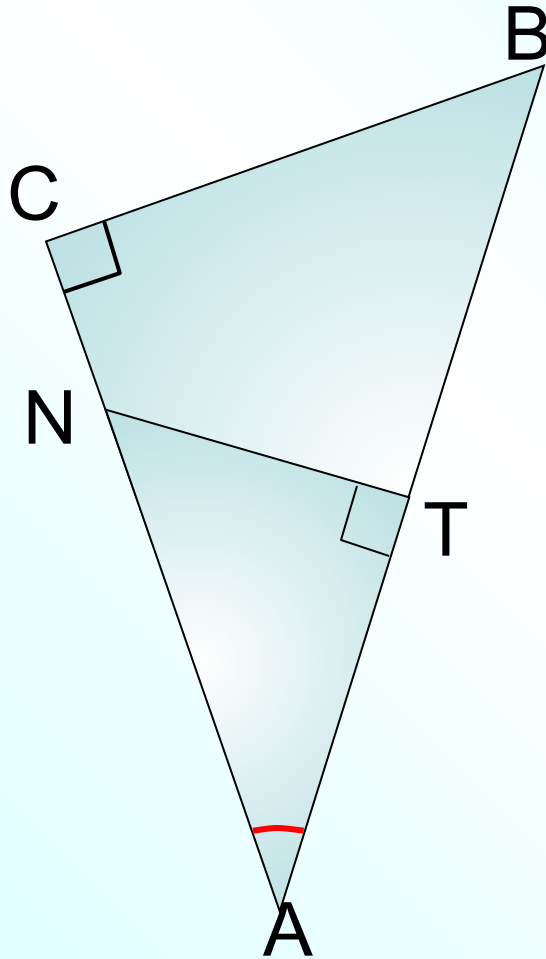
Найдите  $BF$ .

$\triangle EFB \sim \triangle EDC$   
по 1 признаку

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AF}{DC} = \frac{FE}{ED}$$



Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.



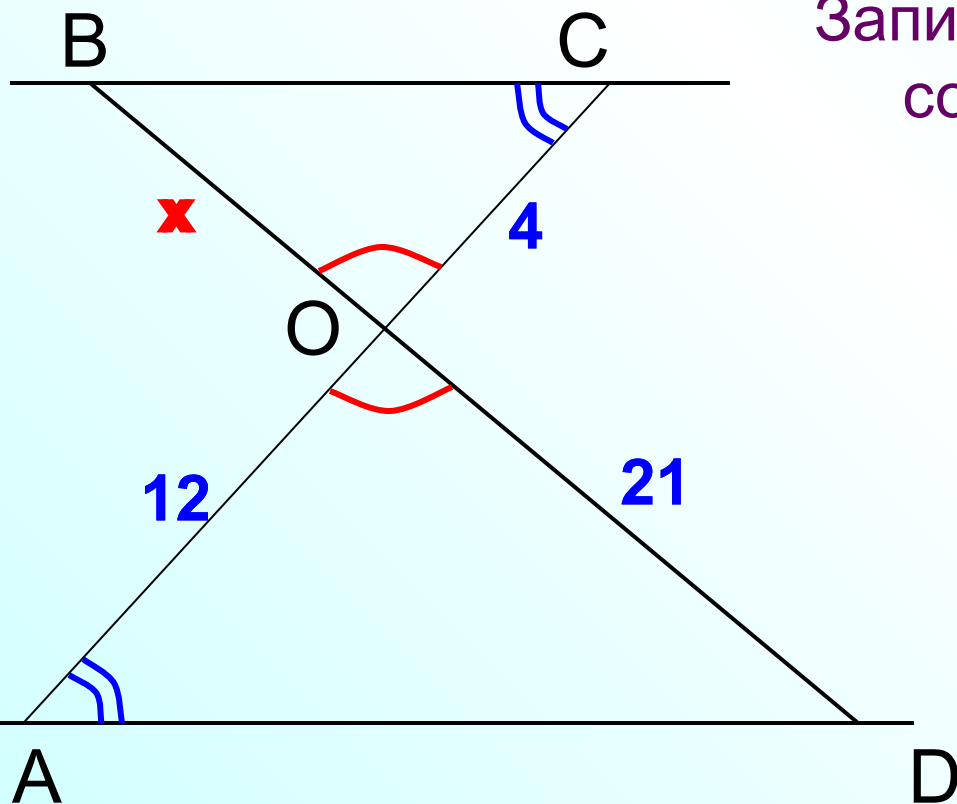
## Блиц-опрос

BC || AD. Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle BOC = \angle AOD, \quad \angle BCO = \angle OAD$$

$\triangle COB \sim \triangle AOD$  по 1 признаку подобия

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.



$$\frac{BC}{AD} = \frac{BO}{OD} = \frac{OC}{OA}$$

$$\frac{x}{21} = \frac{4}{12}$$



## Блиц-опрос

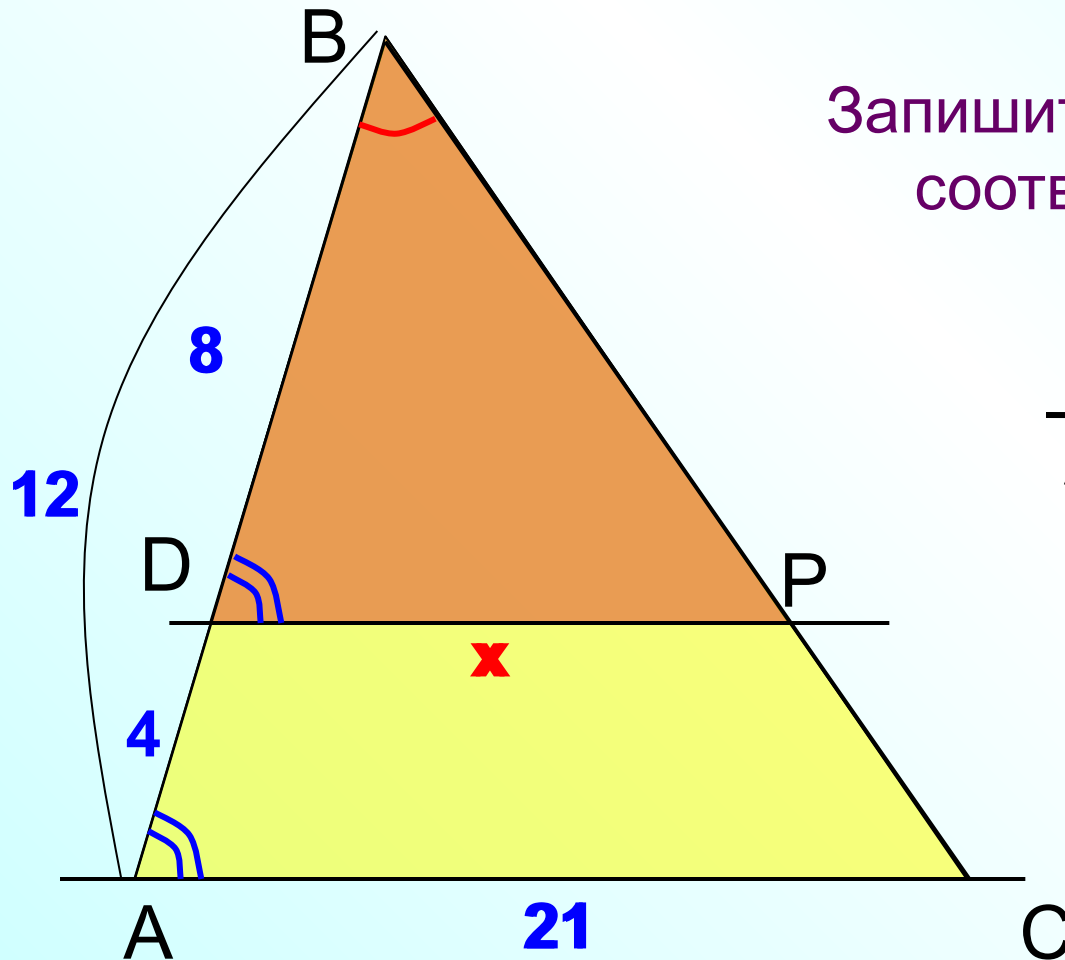
Трапеция ADPC. Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$\angle B$  – общий,

$$\angle BDP = \angle A$$

$\triangle BDP \sim \triangle BAC$  по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.



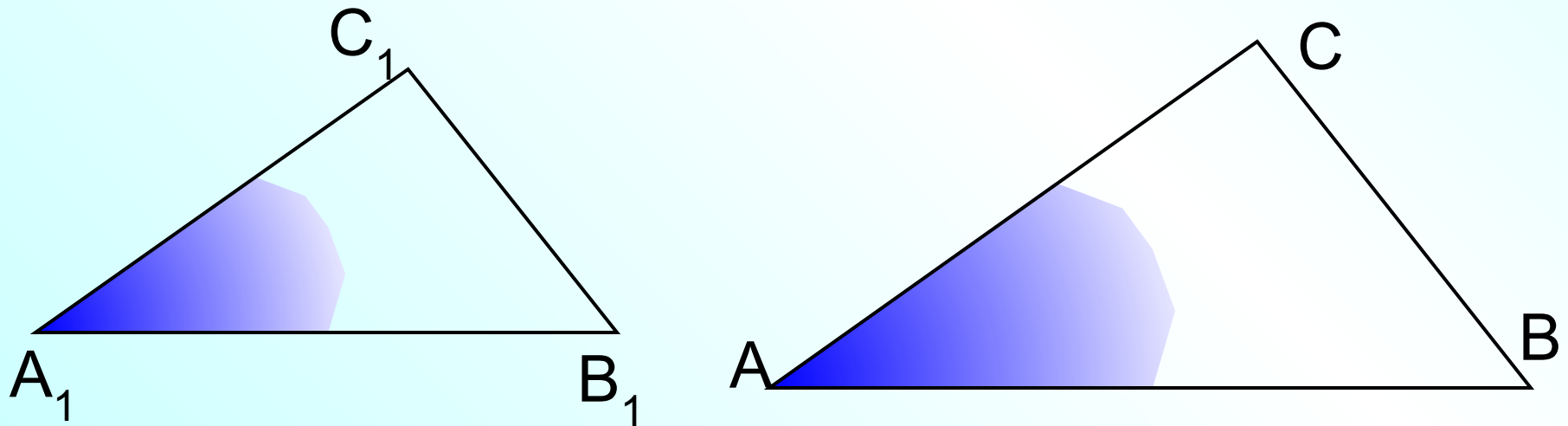
$$\frac{DP}{AC} = \frac{BP}{BC} = \frac{BD}{BA}$$

$$\frac{x}{21} = \frac{8}{12}$$

**II признак подобия треугольников.** Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

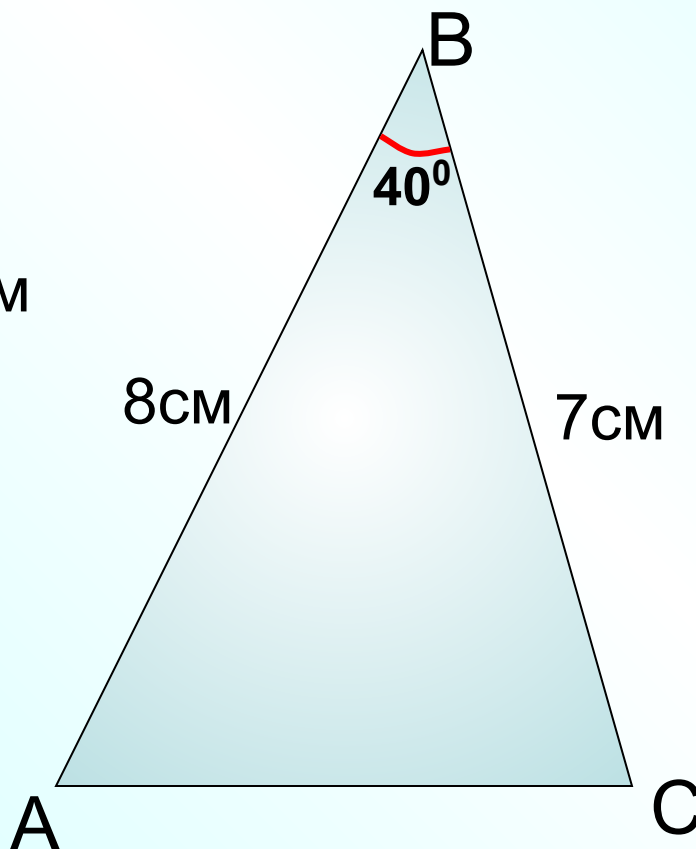
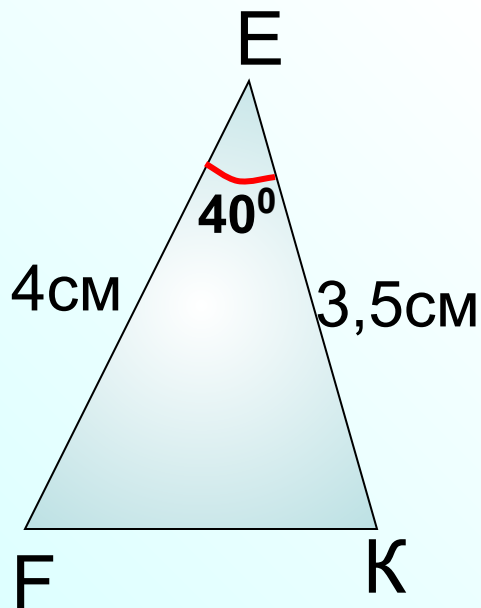
$$\text{Дано: } \triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1, \angle A = \angle A_1, \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\text{ЗНАЧИТ: } \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



## Блиц-опрос

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.



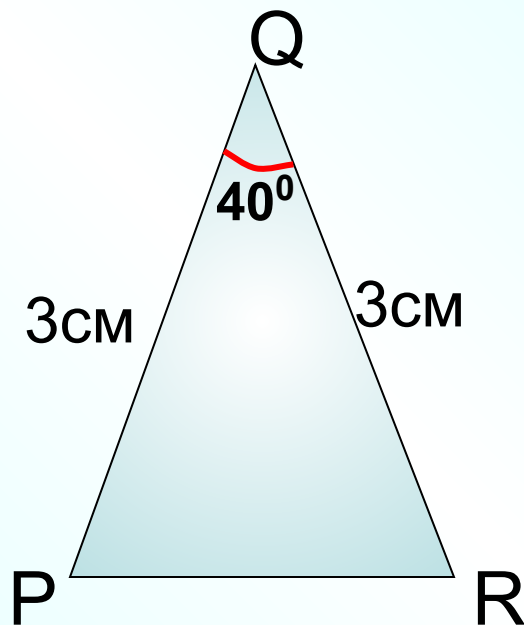
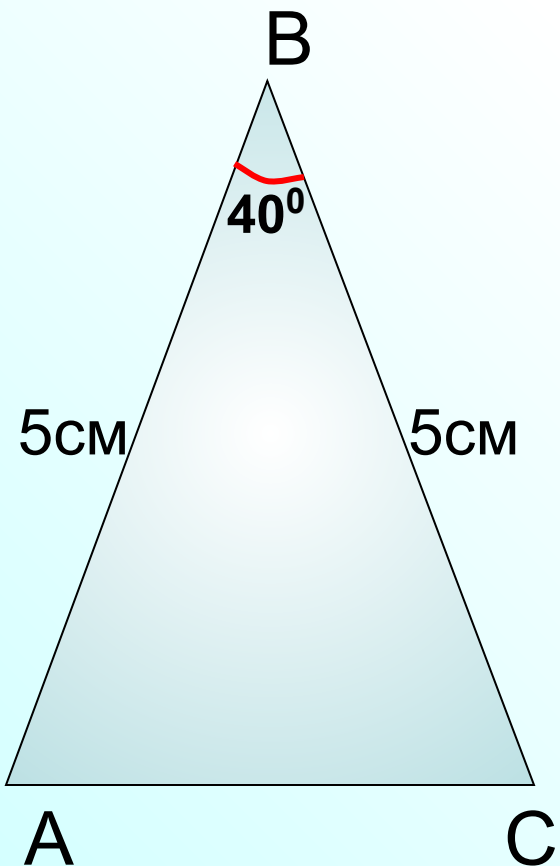
$$\angle E = \angle B,$$

$$\frac{4}{8} = \frac{3,5}{7} \quad \text{Верно}$$

$\triangle FEK \sim \triangle ABC$   
по 2 признаку

## Блиц-опрос

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.



$$\angle B = \angle Q,$$

$$\frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{Верно}$$

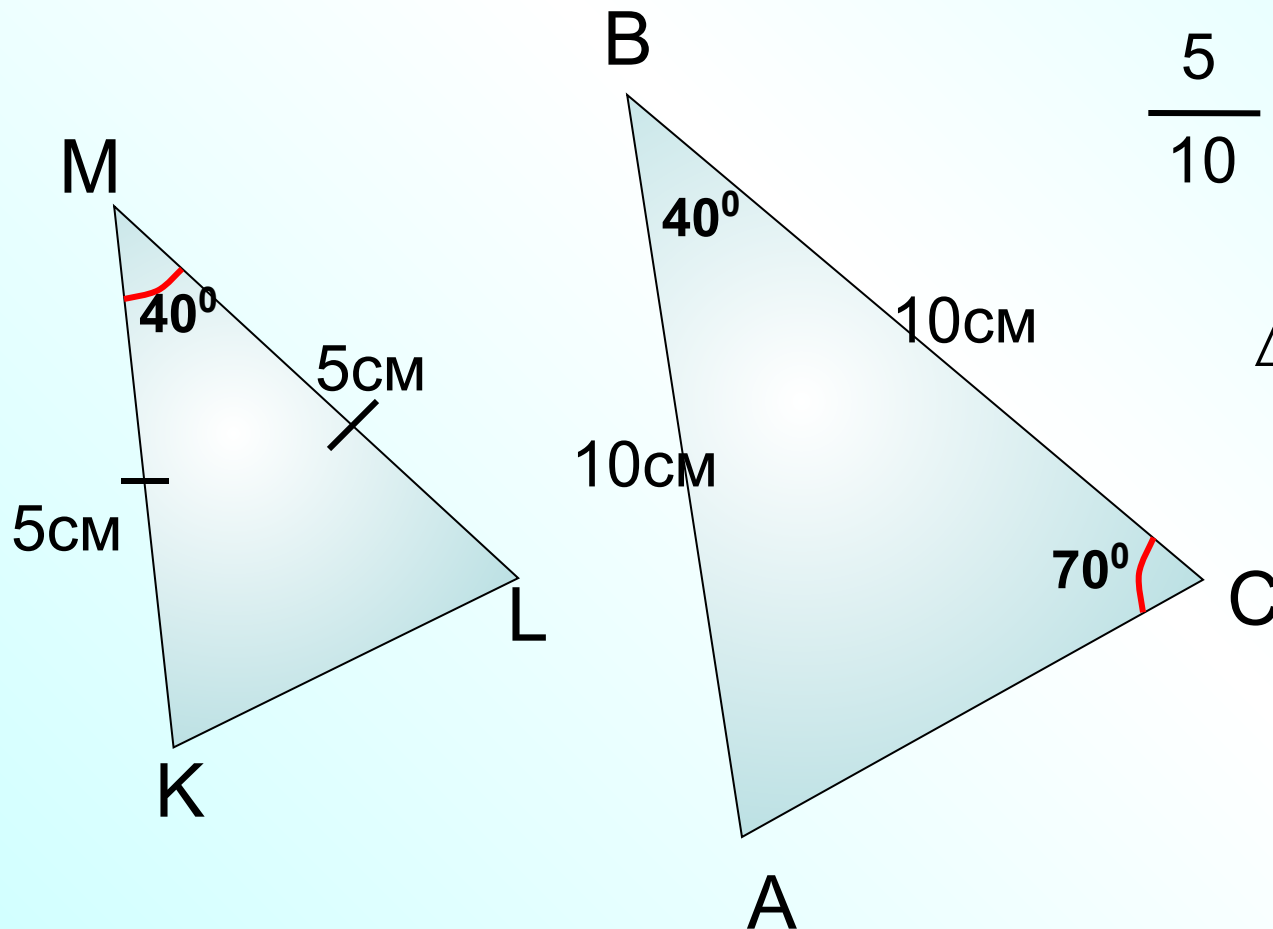
$\triangle ABC \sim \triangle PQR$   
по 2 признаку

## Блиц-опрос

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle M = \angle B,$$

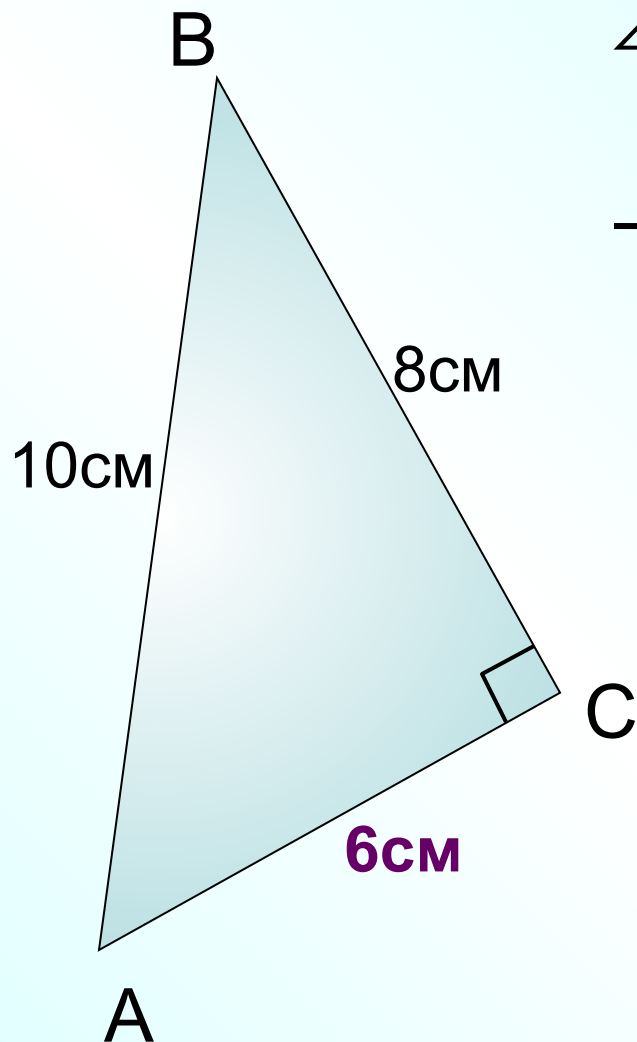
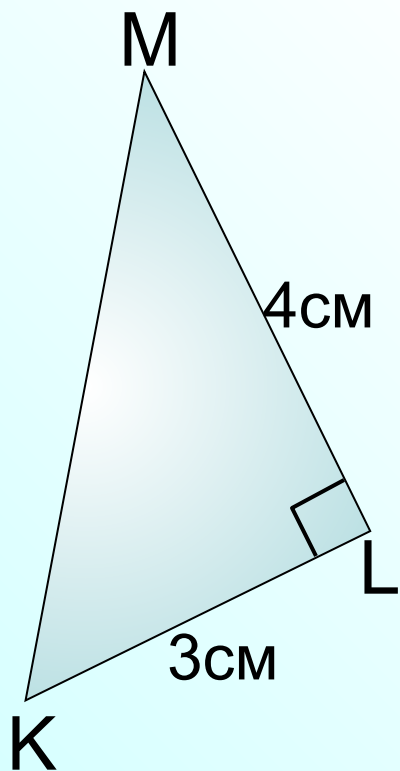
$$\frac{5}{10} = \frac{5}{10} \quad \text{Верно}$$



$\triangle KML \sim \triangle ABC$   
по 2 признаку

## Блиц-опрос

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.



$$\angle L = \angle C,$$

$$\frac{6}{3} = \frac{8}{4} \quad \text{Верно}$$

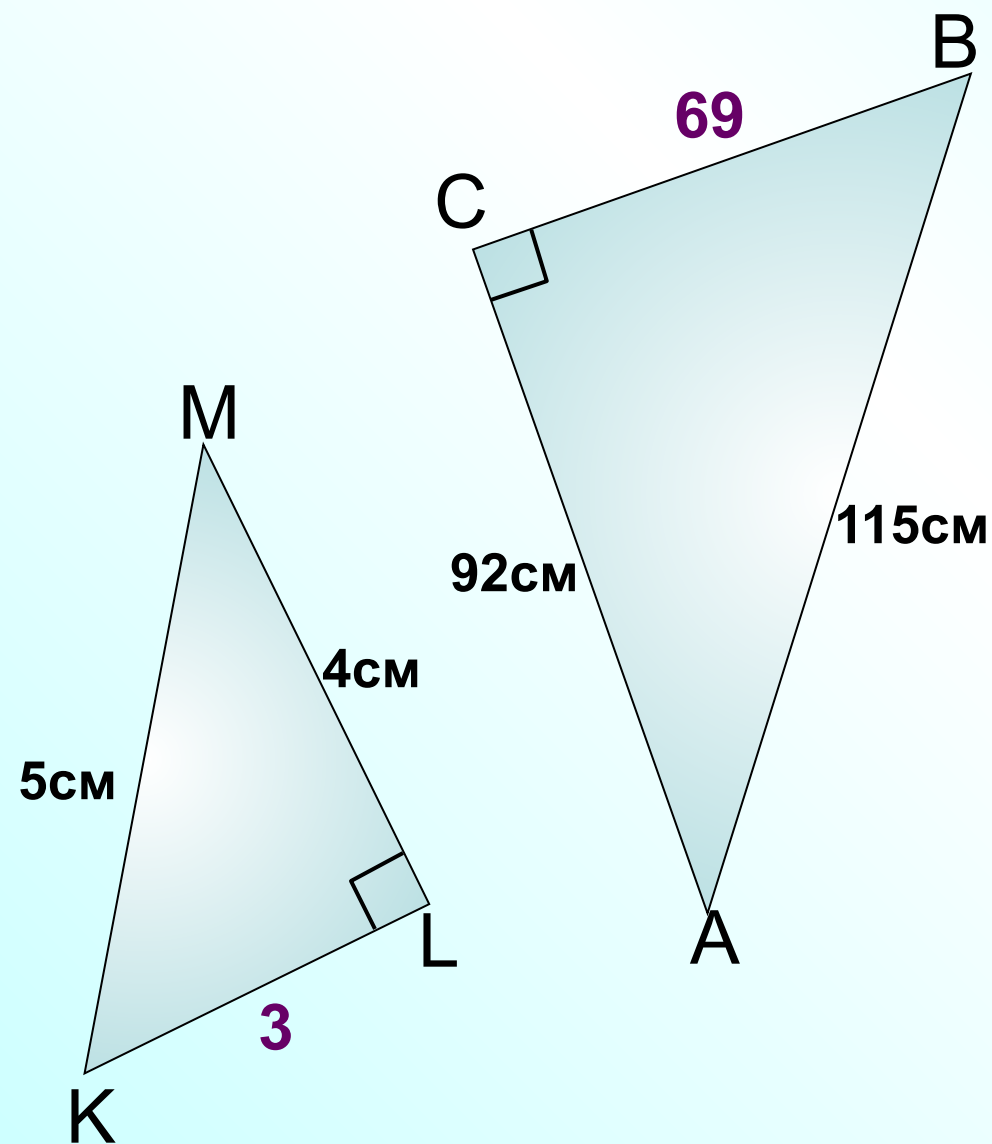
$\triangle KML \sim \triangle ABC$   
по 2 признаку

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle L = \angle C,$$

$$\frac{3}{69} = \frac{4}{92} \quad \text{Верно}$$

$\triangle KML \sim \triangle ABC$   
по 2 признаку



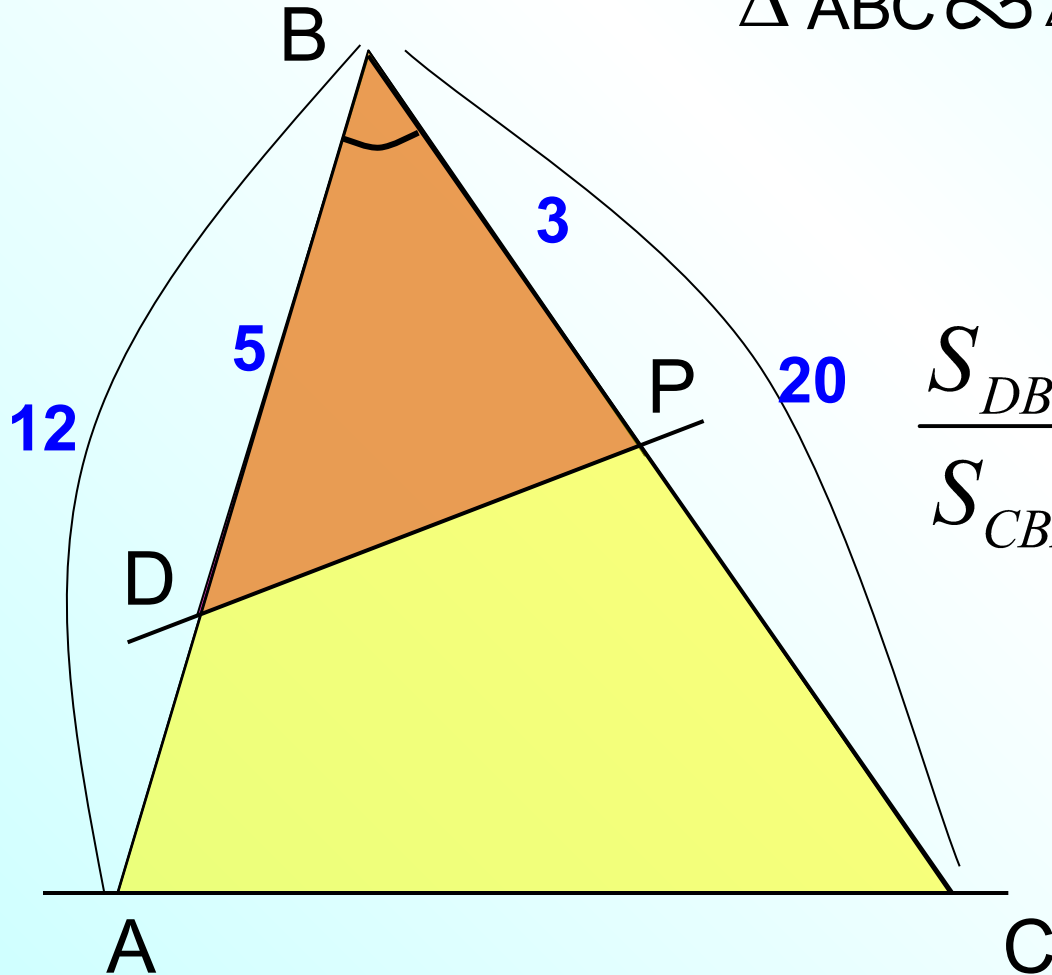
**Блиц-опрос** Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$\angle B$  – общий

$$\frac{3}{12} = \frac{5}{20} \quad \text{Верно}$$

$\triangle ABC \sim \triangle PBD$  по 2 признаку

Найти



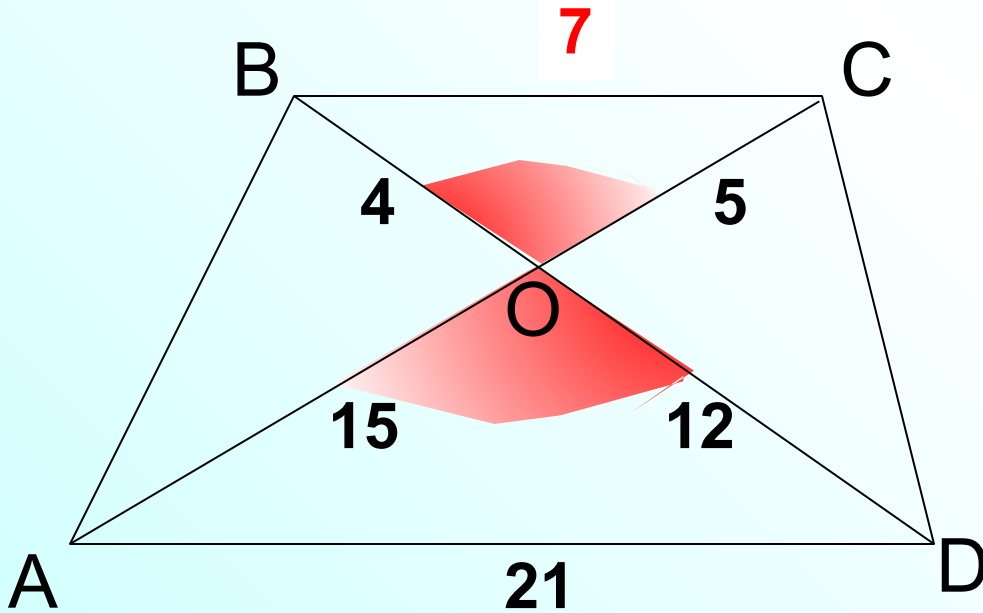
$$\frac{S_{DBP}}{S_{CBA}} = \frac{1}{16}; \quad \frac{P_{DBP}}{P_{CBA}} = \frac{1}{4}$$



**Блиц-опрос** Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle BOC = \angle AOD, \quad \frac{4}{12} = \frac{5}{15} \quad \text{Верно}$$

$\triangle AOD \sim \triangle COD$  по 2 признаку



Площадь треугольника МОС на  $8 \text{ см}^2$  меньше площади **x-8** треугольника КОР. **x** Найти площадь треугольника ОКР, если  $KO=15\text{см}$ ,  $OP=12\text{см}$ ,  $OM=5\text{см}$ ,  $OC=4\text{см}$ .

$$\angle MOC = \angle KOP,$$

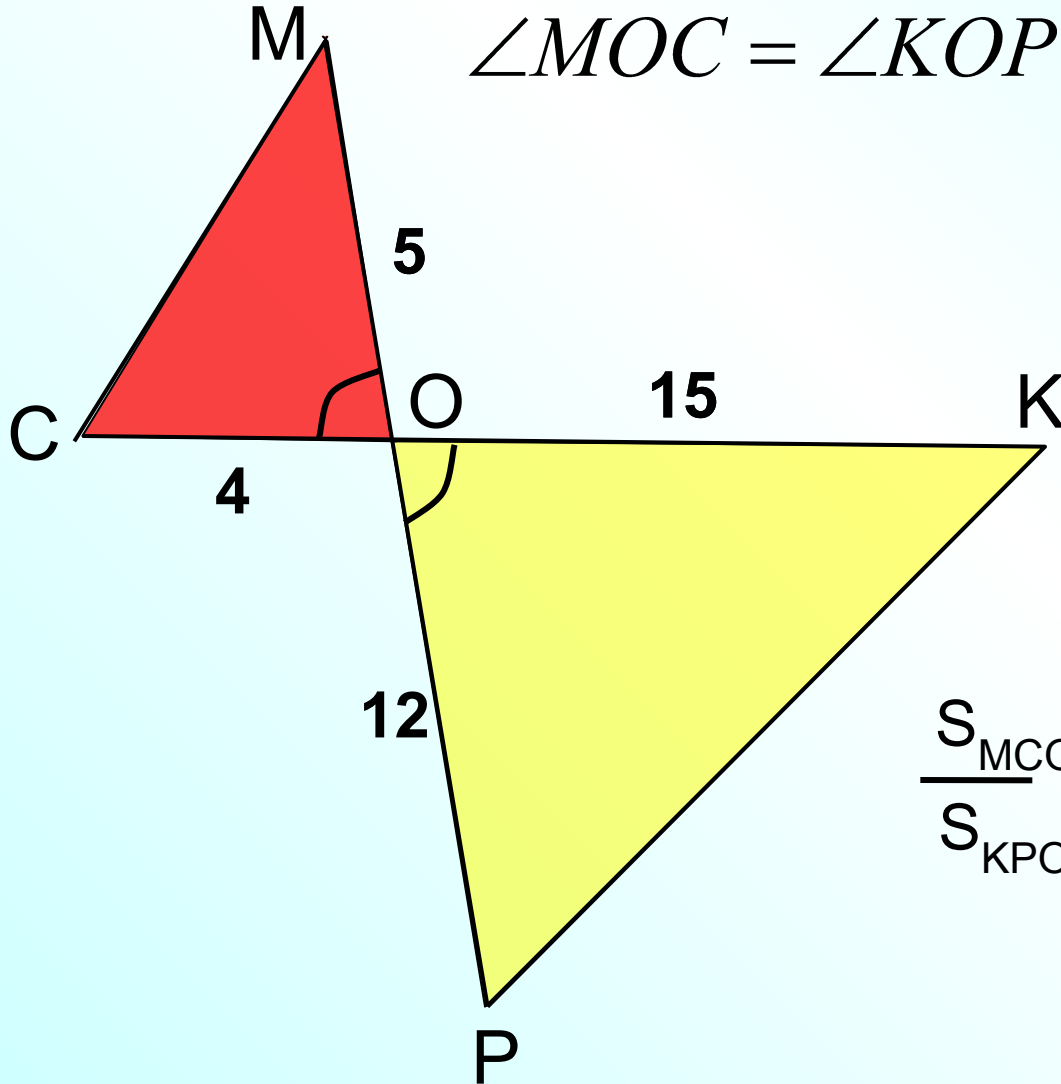
$$\frac{4}{12} = \frac{5}{15} \quad \text{Верно}$$

$\Delta MCO \sim \Delta PKO$   
по 2 признаку

Запишите теорему об  
отношении площадей  
подобных треугольников

$$\frac{S_{MCO}}{S_{KPO}} = k^2 \qquad \frac{S_{MCO}}{S_{KPO}} = \left( \frac{MO}{OK} \right)^2$$

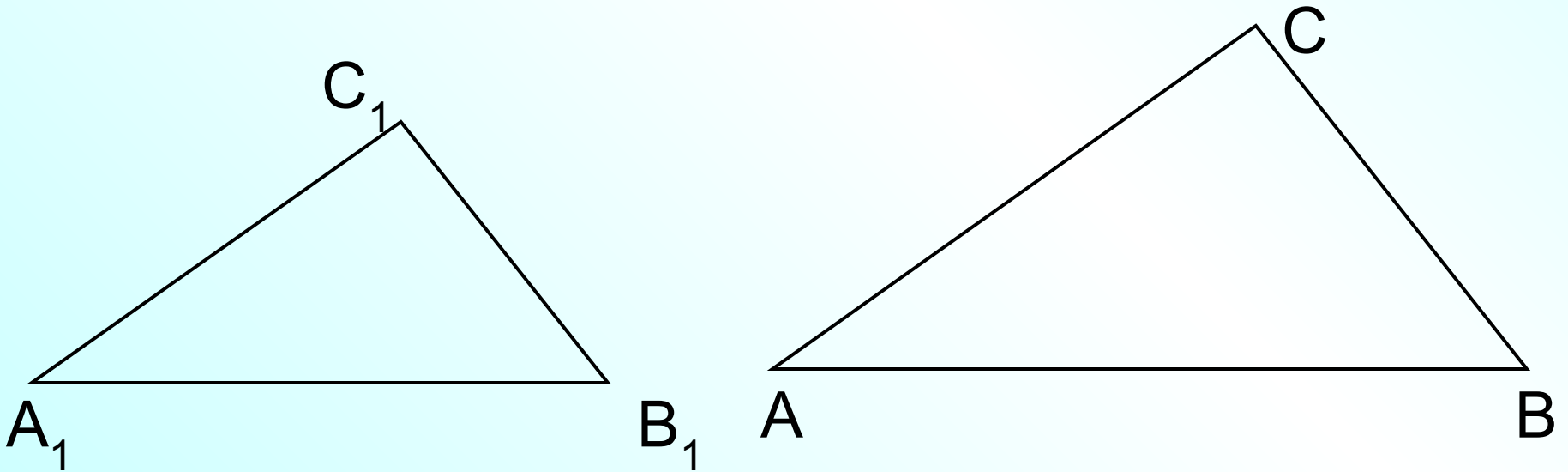
$$\frac{x-8}{x} = \frac{1}{9}$$



**III признак подобия треугольников.** Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\triangle A_1B_1C_1$ ,  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$

ЗНАЧИТ:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



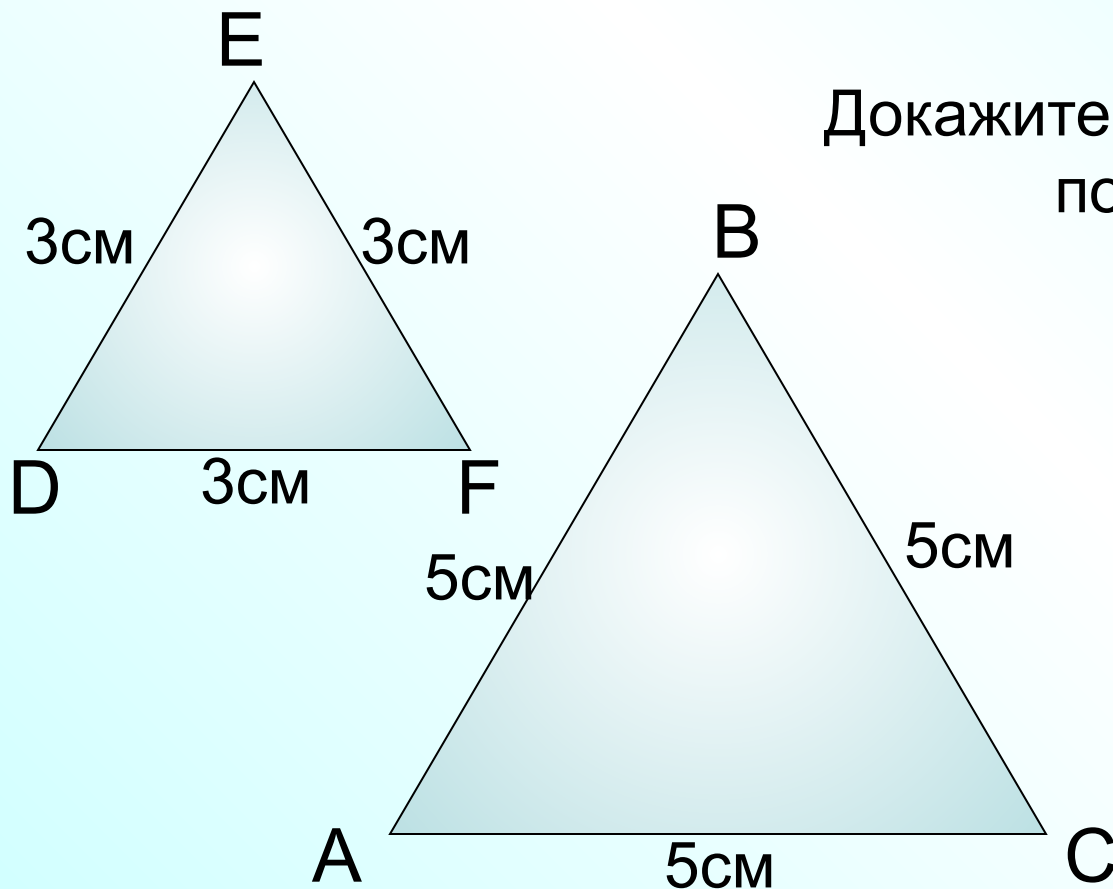
## Блиц-опрос

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

**Верно**

$\triangle DEF \sim \triangle ABC$   
по 3 признаку



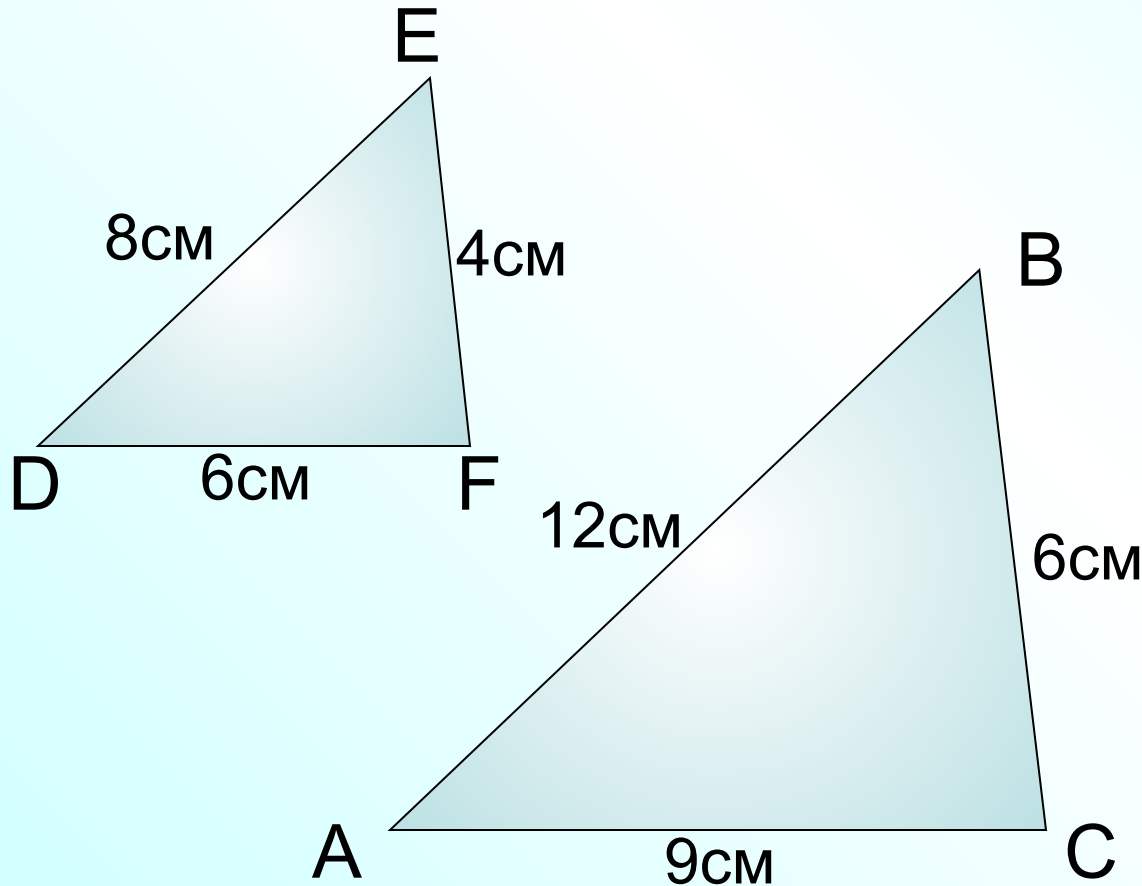
Докажите по 1 признаку подобия,  
по 2 признаку.

## Блиц-опрос

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8} \quad \text{Верно}$$

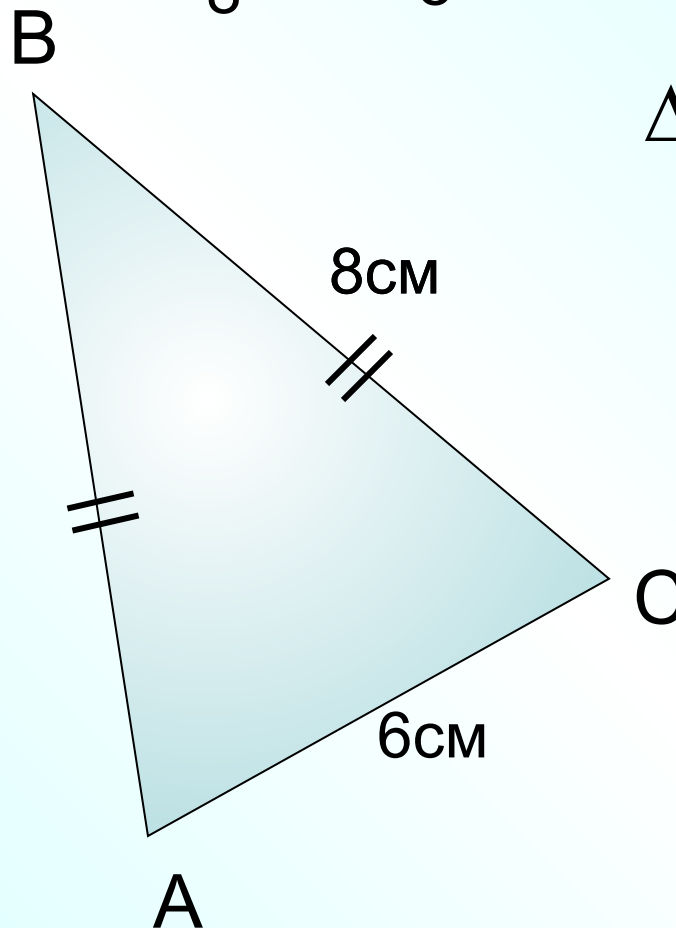
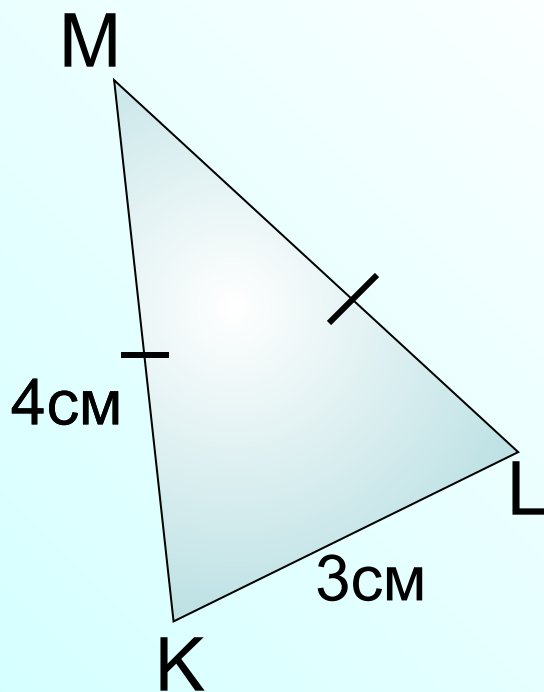
$\triangle DEF \sim \triangle ABC$   
по 3 признаку



## Блиц-опрос

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

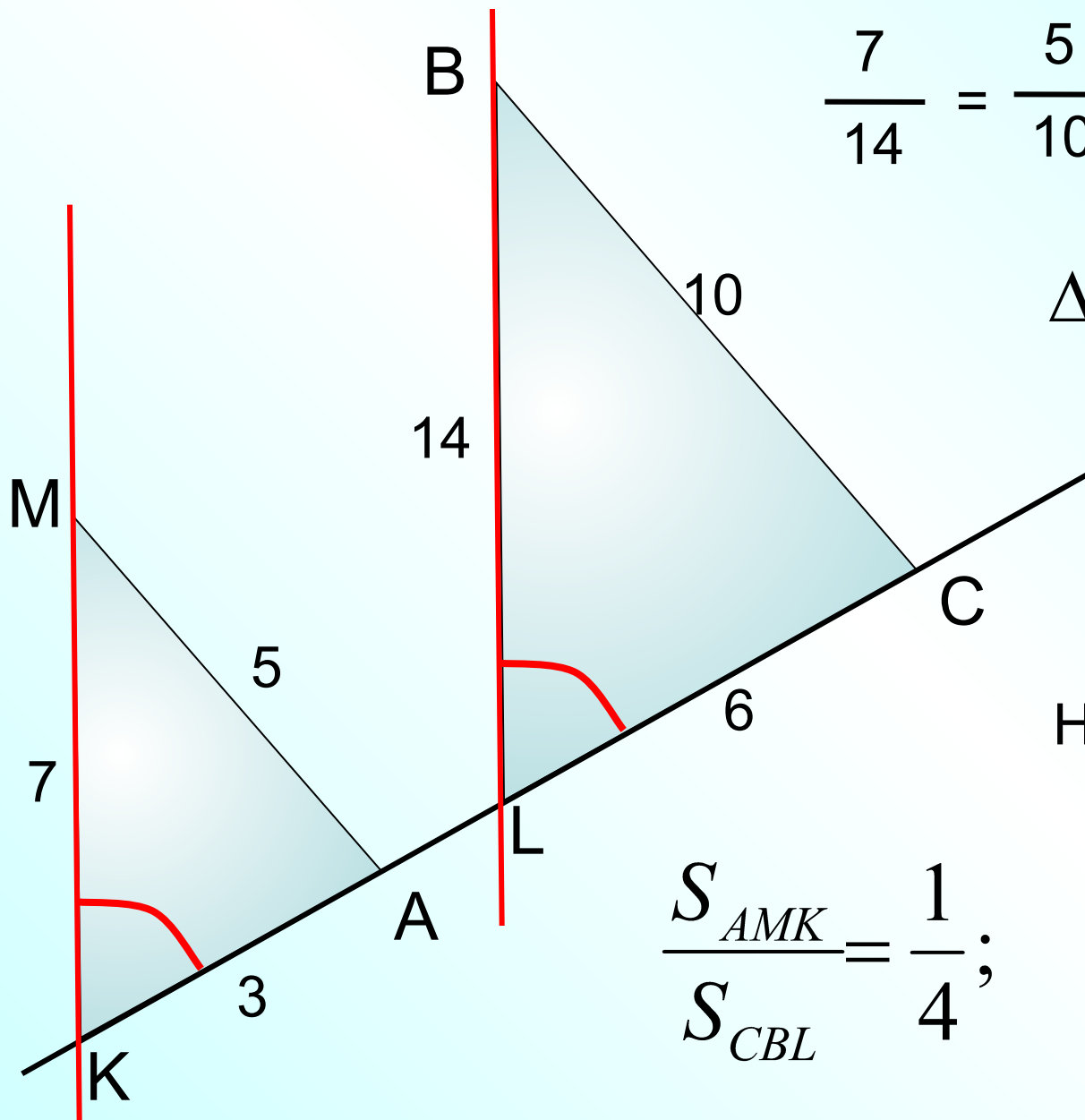
$$\frac{4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6} \quad \text{Верно}$$



$\triangle KML \sim \triangle ABC$   
по 3 признаку

# Блиц-опрос

Доказать:  $KM \parallel BL$



$$\frac{7}{14} = \frac{5}{10} = \frac{3}{6} \quad \text{Верно}$$

$\Delta KMA \sim \Delta LBC$   
по 3 признаку

Найти

$$\frac{S_{AMK}}{S_{CBL}} = \frac{1}{4};$$

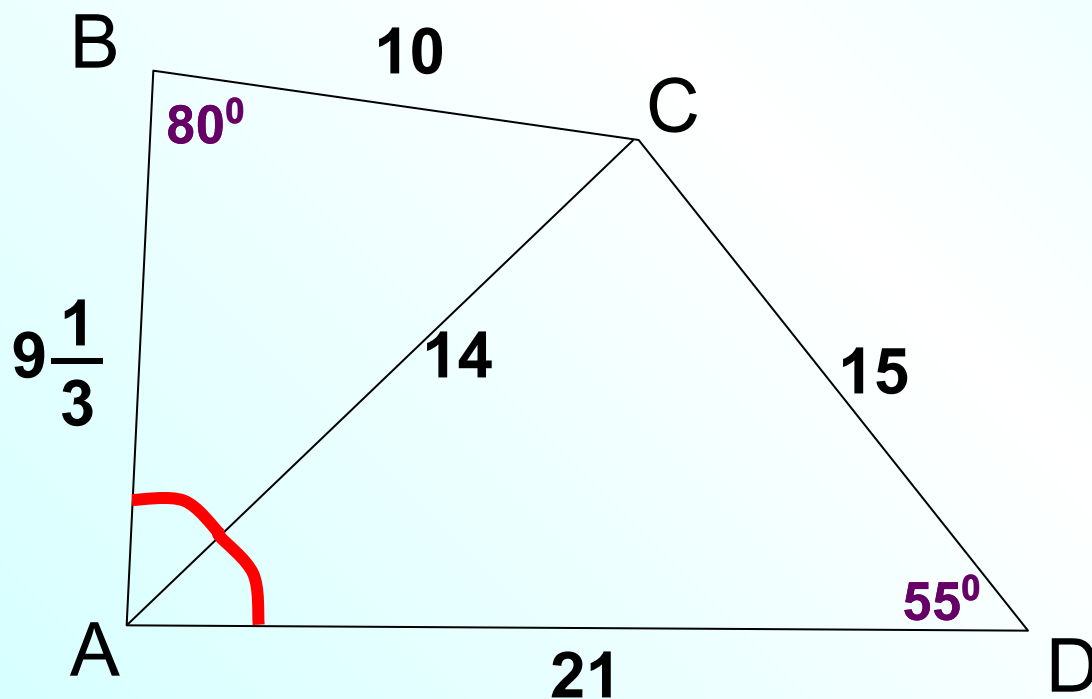
$$\frac{P_{AMK}}{P_{CBL}} = \frac{1}{2}$$

Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие. Найдите угол BAD.

$$\frac{10}{15} = \frac{14}{21} = \frac{9\frac{1}{3}}{14}$$

**Верно**

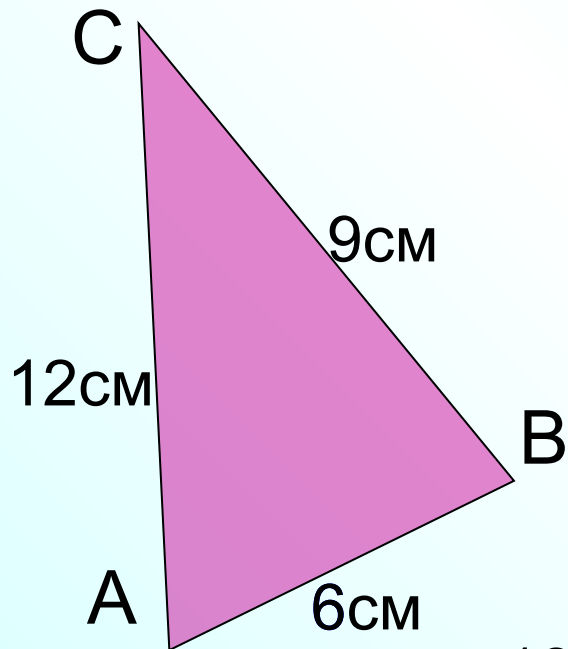
$\triangle ACD \sim \triangle ABC$   
по 3 признаку





В треугольниках ABC и DNK известны стороны.

$S_{DNK} = 36 \text{ см}^2$ . Найдите площадь треугольника ABC. **x**

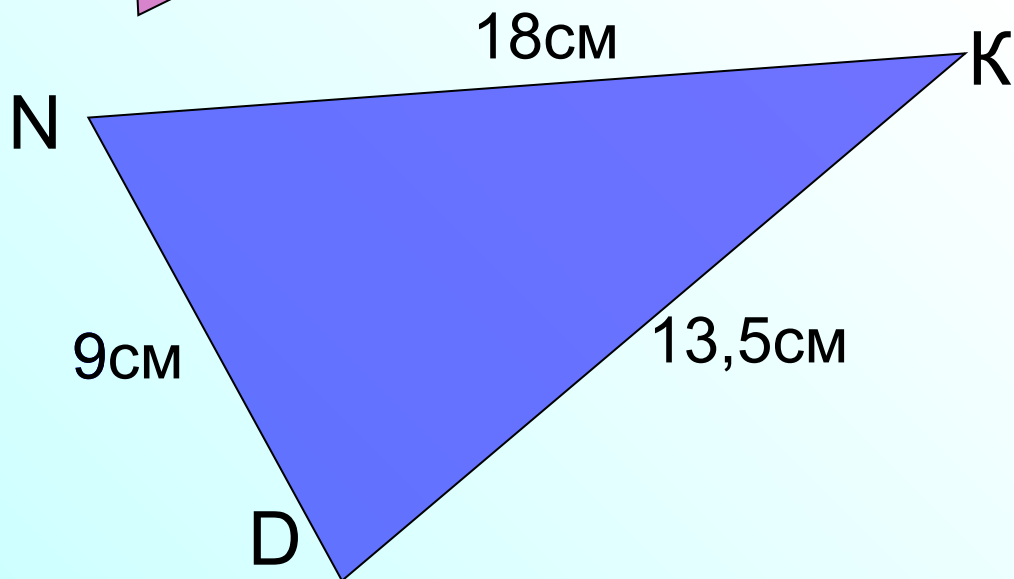


$$\frac{6}{9} = \frac{12}{18} = \frac{9}{13,5}$$

**Верно**

Запишите теорему об отношении площадей подобных треугольников

$\triangle DNK \sim \triangle ABC$   
по 3 признаку



$$\frac{S_{ABC}}{S_{DNK}} = k^2$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DNK}} = \left( \frac{AB}{DN} \right)^2$$

$$\frac{x}{36} = \frac{4}{9}$$