



Решение неравенств второй степени с одной переменной

Цели:

Предметные

Ввести понятие неравенств второй степени с одной переменной, дать определение

Познакомить с алгоритмом решения неравенств на основе свойств квадратичной функции

Сформировать умение решать неравенства данного вида

Метапредметные:

Развивать умение анализировать, выделять главное, обобщать

Развивать навыки самопроверки, самоконтроля, логическое мышление

Развивать навыки культуры речи: умение вести диалог, грамотно говорить, аргументированно высказывать точку зрения

Личностные:

Формировать навыки общения, умения работать в коллективе, уважать мнение каждого

Воспитывать познавательный интерес к предмету, формировать положительную мотивацию

Решение неравенств второй степени с одной переменной

Неравенства вида

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ и } ax^2 + bx + c < 0,$$

$$(ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0)$$

где x – переменная, a , b и c – некоторые числа и $a \neq 0$, называют неравенствами второй степени с одной переменной

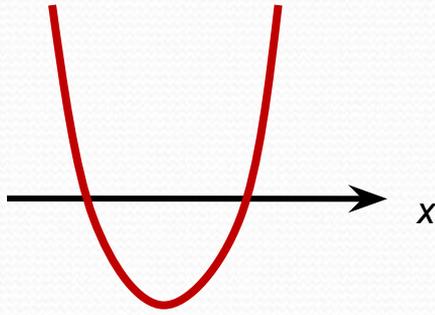
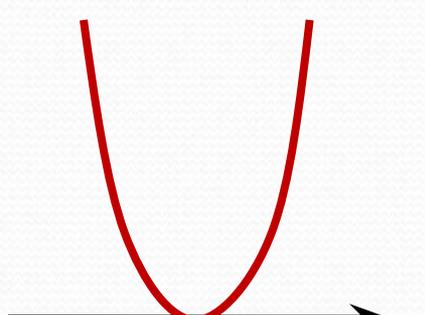
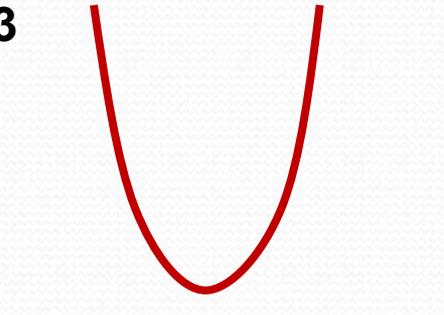
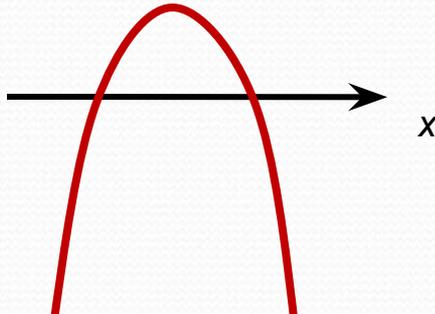
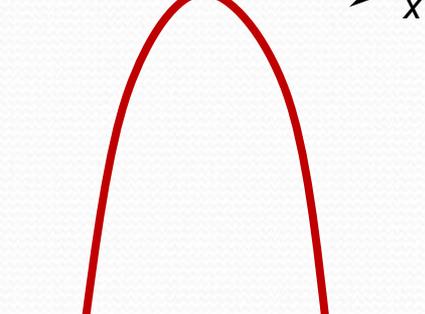
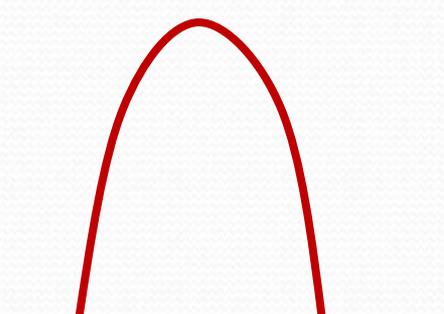
Решение неравенства

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ или } ax^2 + bx + c < 0$$

$$(ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0)$$

можно рассматривать как нахождение промежутков, в которых функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает положительные или отрицательные значения

Для этого достаточно проанализировать, как расположен график функции $y = ax^2 + bx + c$ в координатной плоскости: куда направлены ветви параболы и пересекает ли парабола ось x

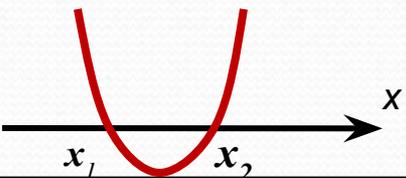
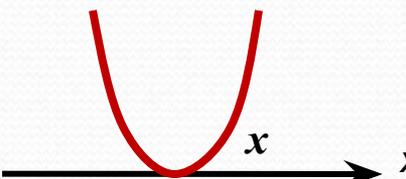
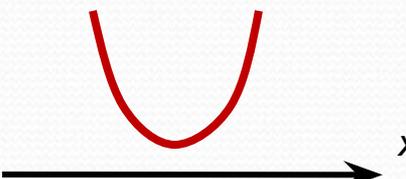
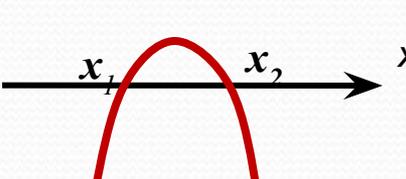
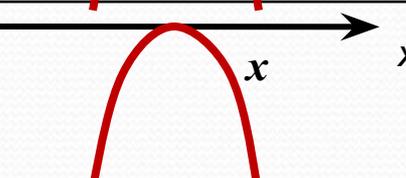
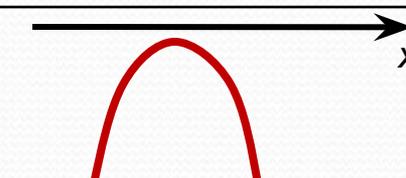
	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$	
1				$a > 0$
4				
				$a < 0$

Поэтому существует 12 различных случаев неравенств второй степени

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ или } ax^2 + bx + c < 0$$

Решения занесены в таблицу 1.

Таблица 1

1	a > 0	D > 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		$(x_1; x_2)$
2		D = 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		$(-\infty; x) \cup (x; +\infty)$
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		решений нет
3		D < 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		x – любое число
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		решений нет
4	a < 0	D > 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		$(x_1; x_2)$
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
5		D = 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		решений нет
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		$(-\infty; x) \cup (x; +\infty)$
6		D < 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		решений нет
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		x – любое число

№1. Решить неравенство

$$5x^2+9x-2>0$$

Найдем корни
квадратного
трехчлена

$$5x^2+9x-2=0$$

$$x_1 = 1/5; x_2 = -2$$

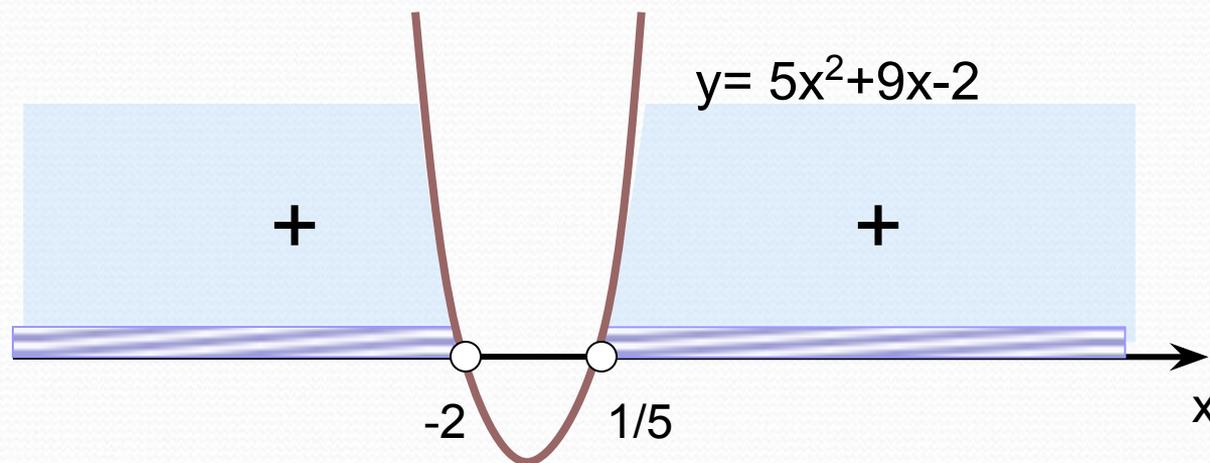
Отметим точки

$$x_1 = 1/5; x_2 = -2$$

на оси Ox

Изобразим
схематически
график функции
 $y = 5x^2+9x-2$

Найдем
промежутки, в
которых $y > 0$
(имеет знак +)



Заштрихуем эти
промежутки

$y > 0$ на промежутках
 $(-\infty; -2) \cup (1/5; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (1/5; +\infty)$

В Табл. 1 это
пример 1.1

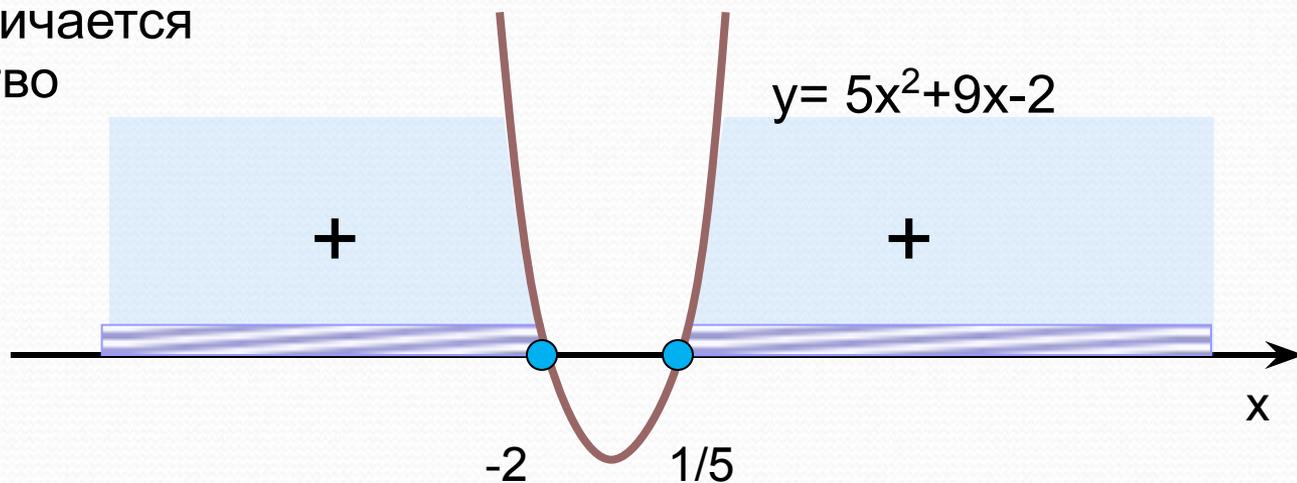
№1а

$$5x^2+9x-2 \geq 0$$

Выясним, чем отличается данное неравенство от предыдущего

Неравенство нестрогое, корни квадратного трехчлена $1/5$ и -2 входят в промежуток, точки $1/5$ и -2 на оси Ox будут заштрихованы

Решение отличается от предыдущего только записью ответа



$$y \geq 0$$

на промежутках
 $(-\infty; -2] \cup [1/5; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup [1/5; +\infty)$

№2

$$5x^2+9x-2<0$$

$$5x^2+9x-2=0$$

$$x_1 = 1/5$$

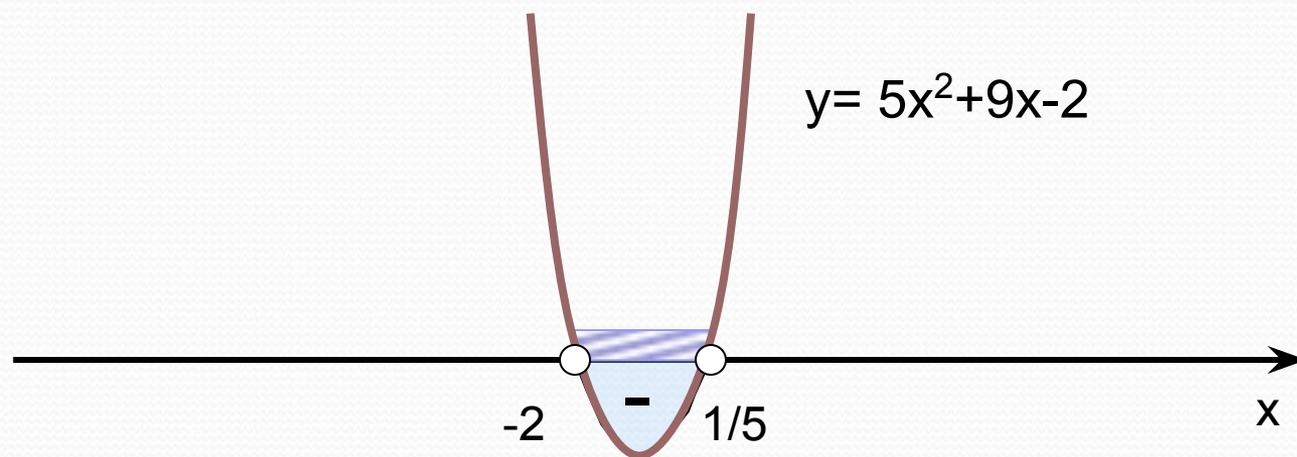
$$x_2 = -2$$

$$y < 0$$

на промежутке
 $(-2; 1/5)$

Ответ: $(-2; 1/5)$

В Табл.1 это
пример 1.2



№3

$$-5x^2+9x+2<0$$

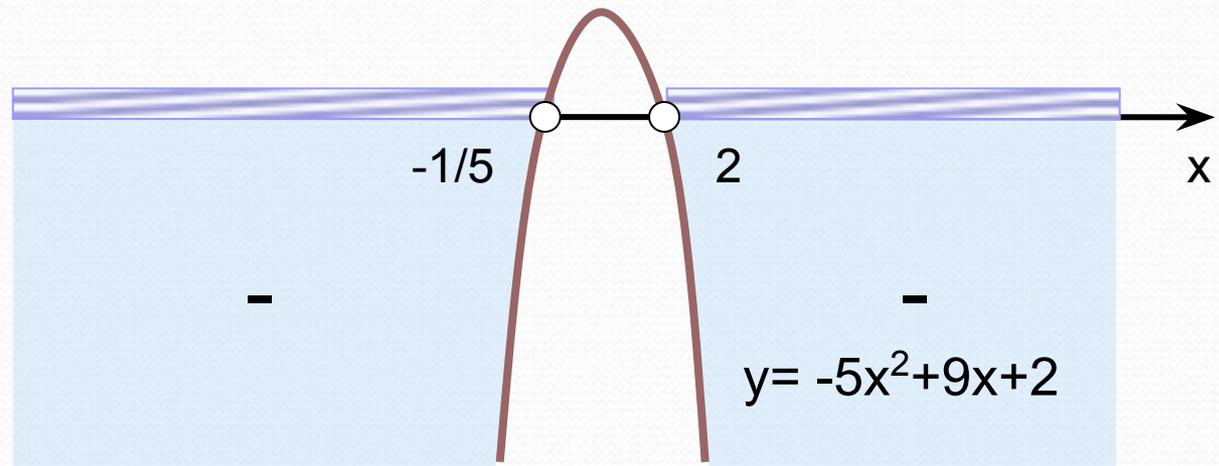
$$-5x^2+9x+2=0$$

$$x_1 = -1/5$$

$$x_2 = 2$$

$$y < 0$$

на промежутках
 $(-\infty; -1/5) \cup (2; +\infty)$



Ответ: $(-\infty; -1/5) \cup (2; +\infty)$

В Табл.1
пример 4.2

№4

$$-5x^2+9x+2>0$$

$$-5x^2+9x+2=0$$

$$x_1 = -1/5$$

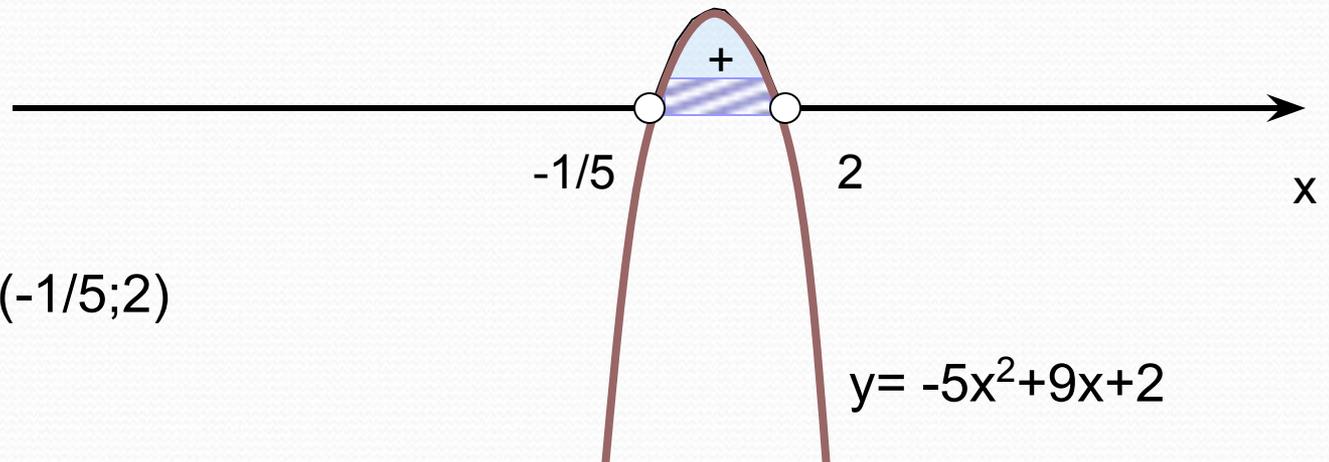
$$x_2 = 2$$

$$y>0$$

на промежутке $(-1/5;2)$

Ответ: $(-1/5;2)$

В Табл.1
пример 4.1



№5

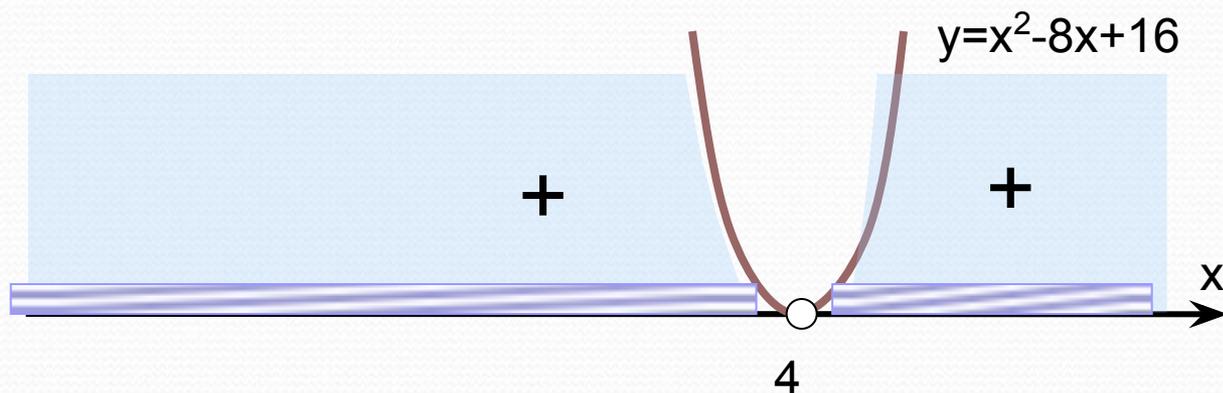
$$x^2 - 8x + 16 > 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$x = 4$$

$$y > 0$$

на промежутках
 $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$



Ответ: $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$

В Табл.1
пример 2.1

№6

$$x^2 - 8x + 16 < 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

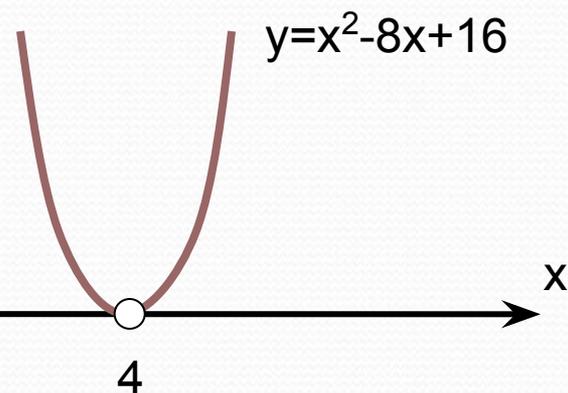
$$x = 4$$

$y < 0$:

таких промежутков
нет

Ответ: решений нет

В Табл.1
пример 2.2



№6а

$$x^2 - 8x + 16 \leq 0$$

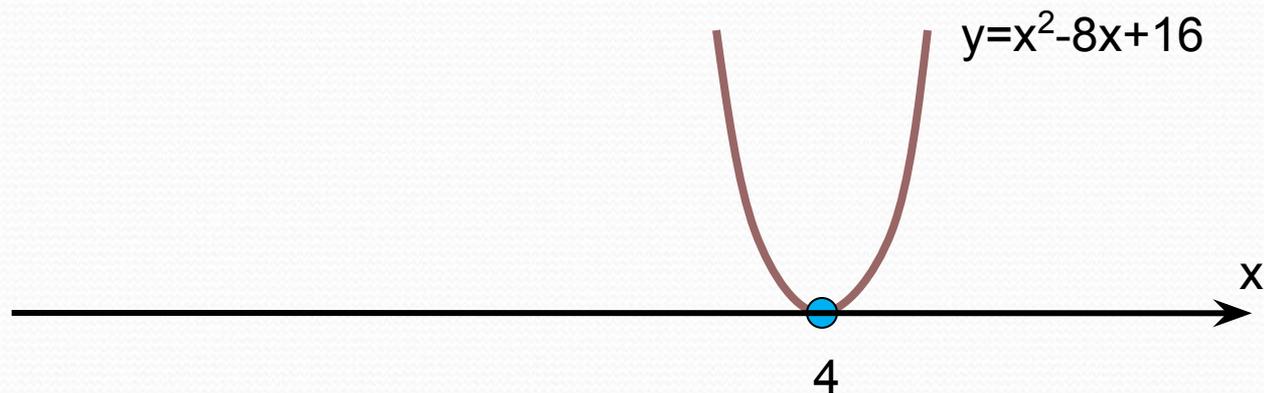
$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$x = 4$$

$$y \leq 0 :$$

$$x = 4$$

Ответ: 4



№7

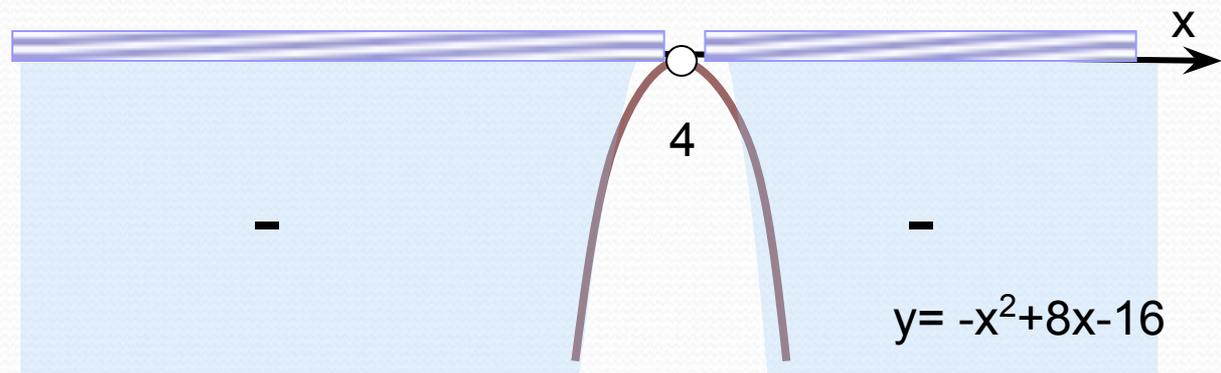
$$-x^2+8x-16<0$$

$$-x^2+8x-16=0$$

$$x=4$$

$$y<0$$

на промежутках
 $(-\infty;4) \cup (4;+\infty)$



Ответ: $(-\infty;4) \cup (4;+\infty)$

В Табл.1
пример 5.2

№8

$$-x^2+8x-16>0$$

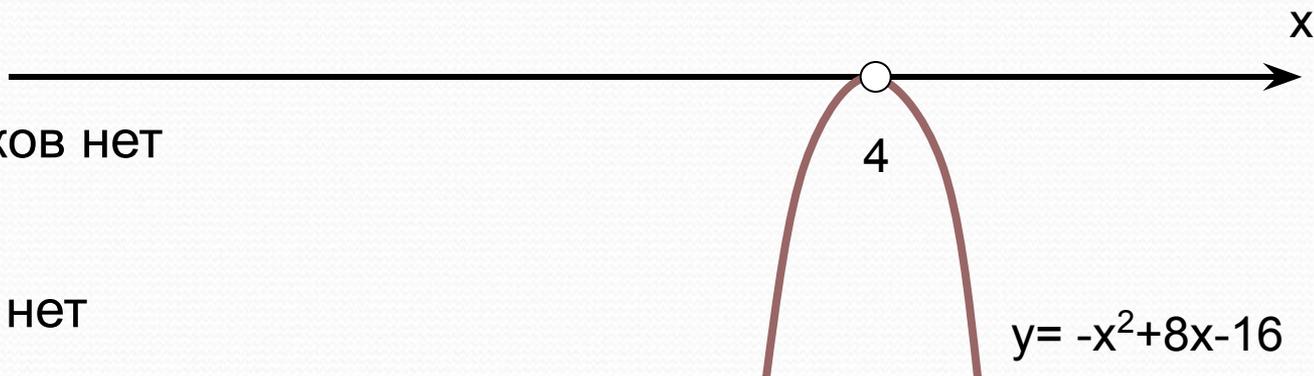
$$-x^2+8x-16=0$$

$$x=4$$

$y>0$:

таких промежутков нет

Ответ: решений нет



В Табл.1
пример 5.1

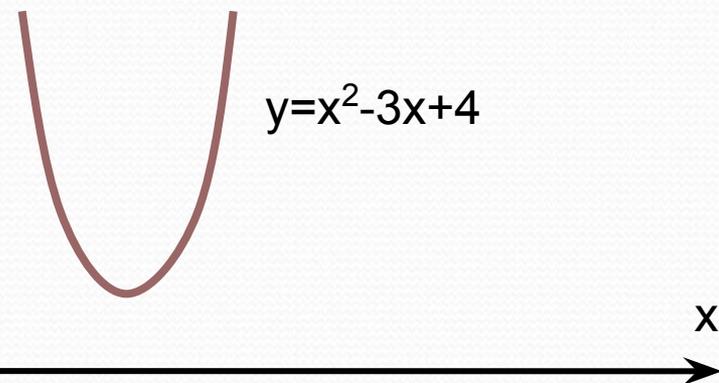
№9

$$x^2 - 3x + 4 < 0$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

решений нет

Нет точек пересечения
параболы $y = x^2 - 3x + 4$
с осью Ox



$y < 0$:
таких промежутков нет

решений нет

Ответ: решений нет

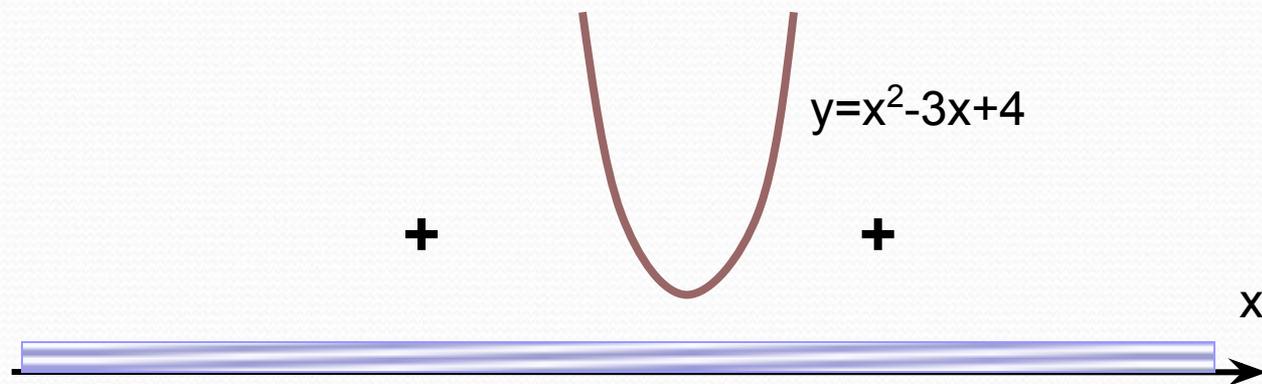
В Табл.1
пример 3.2

№10

$$x^2 - 3x + 4 > 0$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

решений нет,
нет точек
пересечения
параболы с
осью Ox



$$y > 0:$$

при *любом* x

Ответ: $(-\infty; +\infty)$

В Табл.1
пример 3.1

№11

$$-x^2 - 3x - 4 > 0$$

$$-x^2 - 3x - 4 = 0$$

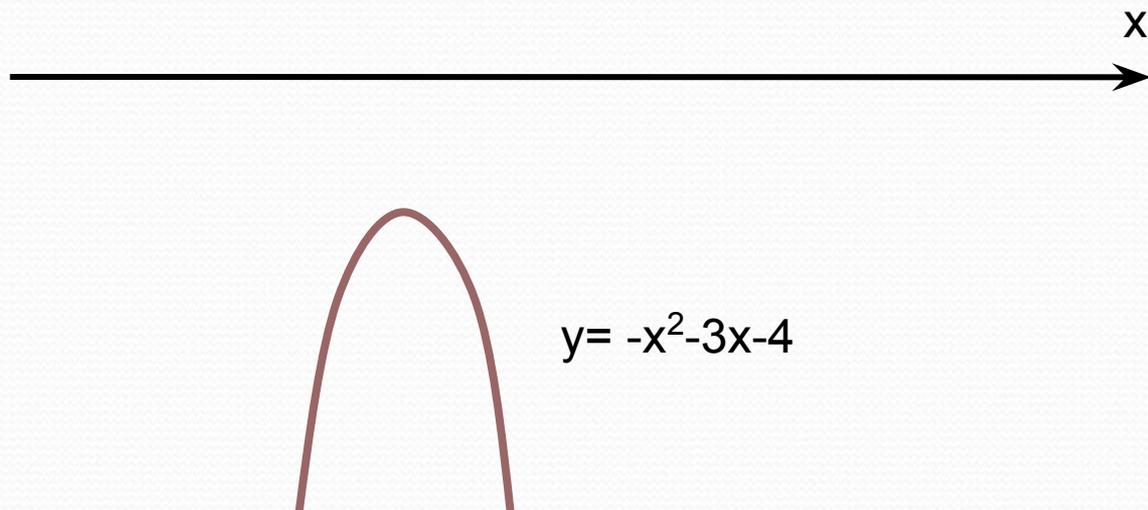
решений нет

Нет точек
пересечения
параболы
 $y = -x^2 - 3x - 4$
с осью Ox

$y > 0$:
таких промежутков
нет

Ответ: решений нет

В Табл.1
пример 6.1



№12

$$-x^2 - 3x - 4 < 0$$

$$-x^2 - 3x - 4 = 0$$

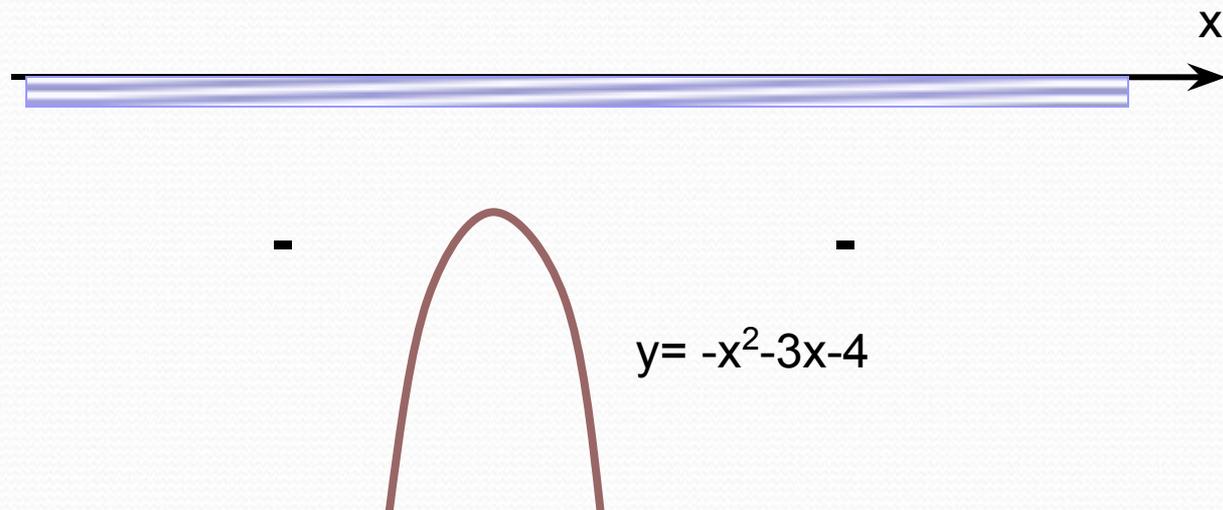
решений нет,
нет точек
пересечения
параболы
с осью Ox

$$y < 0:$$

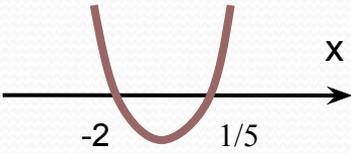
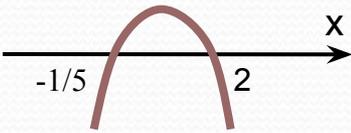
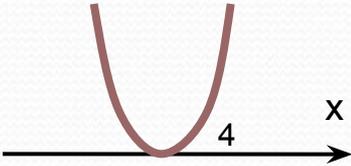
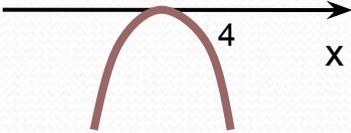
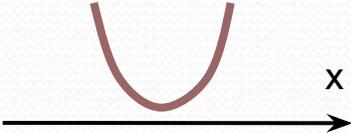
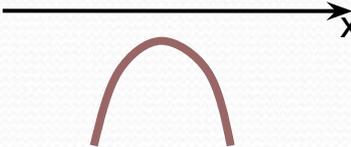
при *любом* x

Ответ: $(-\infty; +\infty)$

В Табл.1
пример 6.2



Сводная таблица

На слайде №9	№ неравенства	неравенство	график	решение
1	1)	$5x^2+9x-2>0$		$(-\infty; -2) \cup (1/5; +\infty)$
	1а)	$5x^2+9x-2\geq 0$		$(-\infty; -2] \cup [1/5; +\infty)$
	2)	$5x^2+9x-2<0$		$(-2; 1/5)$
2	3)	$-5x^2+9x+2<0$		$(-\infty; -1/5) \cup (2; +\infty)$
	4)	$-5x^2+9x+2>0$		$(-\infty; -1/5) \cup (2; +\infty)$
3	5)	$x^2-8x+16>0$		$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
	6)	$x^2-8x+16<0$		решений нет
	6а)	$x^2-8x+16\leq 0$		4
4	7)	$-x^2+8x-16<0$		$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
	8)	$-x^2+8x-16>0$		решений нет
5	9)	$x^2-3x+4<0$		решений нет
	10)	$x^2-3x+4>0$		$(-\infty; +\infty)$
6	11)	$-x^2-3x-4>0$		решений нет
	12)	$-x^2-3x-4<0$		$(-\infty; +\infty)$

Алгоритм решения неравенств

Привести неравенство к виду $ax^2 + bx + c > 0$ ($ax^2 + bx + c < 0$)

Найти дискриминант квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$, решив уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, и выяснить, имеет ли трехчлен корни

Если трехчлен имеет корни, то отметить их на оси Ox , и через отмеченные точки провести параболу

Если трехчлен не имеет корней, то схематически изобразить параболу, расположенную в верхней или нижней полуплоскости

$a > 0$

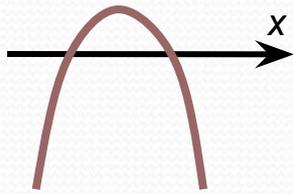
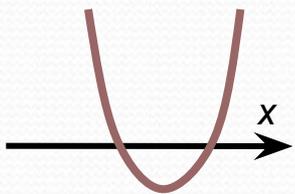
$a < 0$

$a > 0$

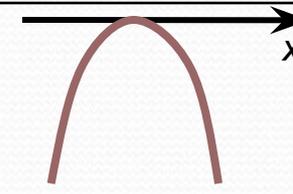
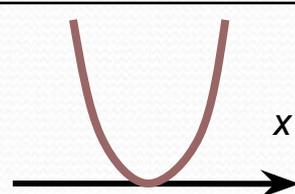
$a < 0$

$D > 0$

$D < 0$



$D = 0$



Решите неравенства

I вариант (для работы в парах)

1) $x^2 - 2x - 48 < 0$

2) $25x^2 + 30x + 9 < 0$

3) $-x^2 + 2x + 15 < 0$

4) $-2x^2 + 7x < 0$

Проверь себя

1) $(-6; 8)$

2) *Решений нет*

3) $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

4) $(-\infty; 0) \cup (3,5; +\infty)$

Решите неравенства

(самостоятельно)

II вариант

1) $4x^2 - 12x + 9 < 0$

2) $2x^2 - 7x + 6 > 0$

III вариант

1) $-10x^2 + 9x > 0$

2) $-5x^2 + 11x - 6 > 0$

Проверь себя

II вариант

1) *Решений нет*

2) $(-\infty; 1.5) \cup (2; +\infty)$

III вариант

1) $(0; 0,9)$

2) $(1; 1,2)$