
Решение

неравенств второй

степени с одной переменной

9 класс

Цели

Предметные

Ввести понятие неравенств второй степени с одной переменной, дать определение

Познакомить с алгоритмом решения неравенств на основе свойств квадратичной функции

Сформировать умение решать неравенства данного вида

Метапредметные:

Развивать умение анализировать, выделять главное, обобщать

Развивать навыки самопроверки, самоконтроля, логическое мышление

Развивать навыки культуры речи: умение вести диалог, грамотно говорить, аргументированно высказывать точку зрения

Личностные:

Формировать навыки общения, умения работать в парах, уважать мнение каждого

Воспитывать познавательный интерес к предмету, формировать положительную мотивацию

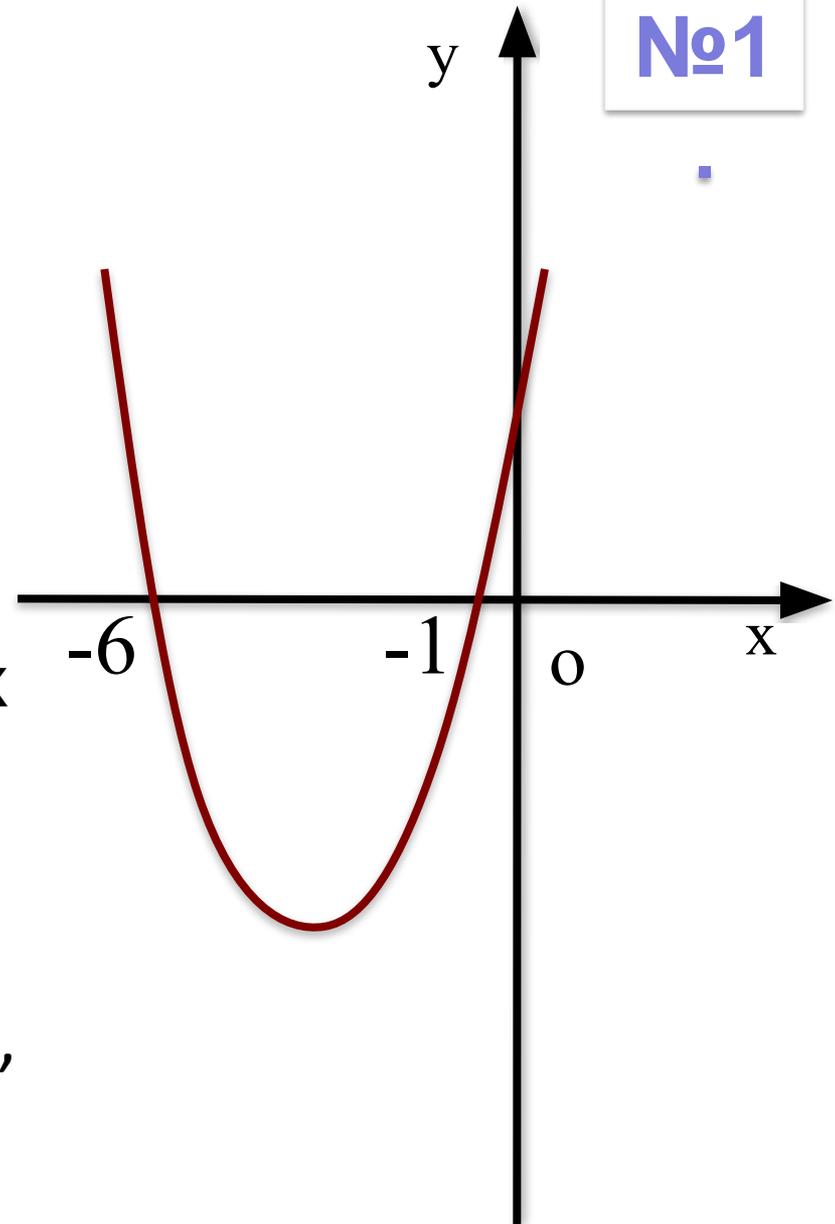
Повторим квадратичную функцию

- *** Дайте определение квадратичной функции.**
- *** Что представляет собой график квадратичной функции?**
- *** Как определить направление ветвей параболы?**

Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

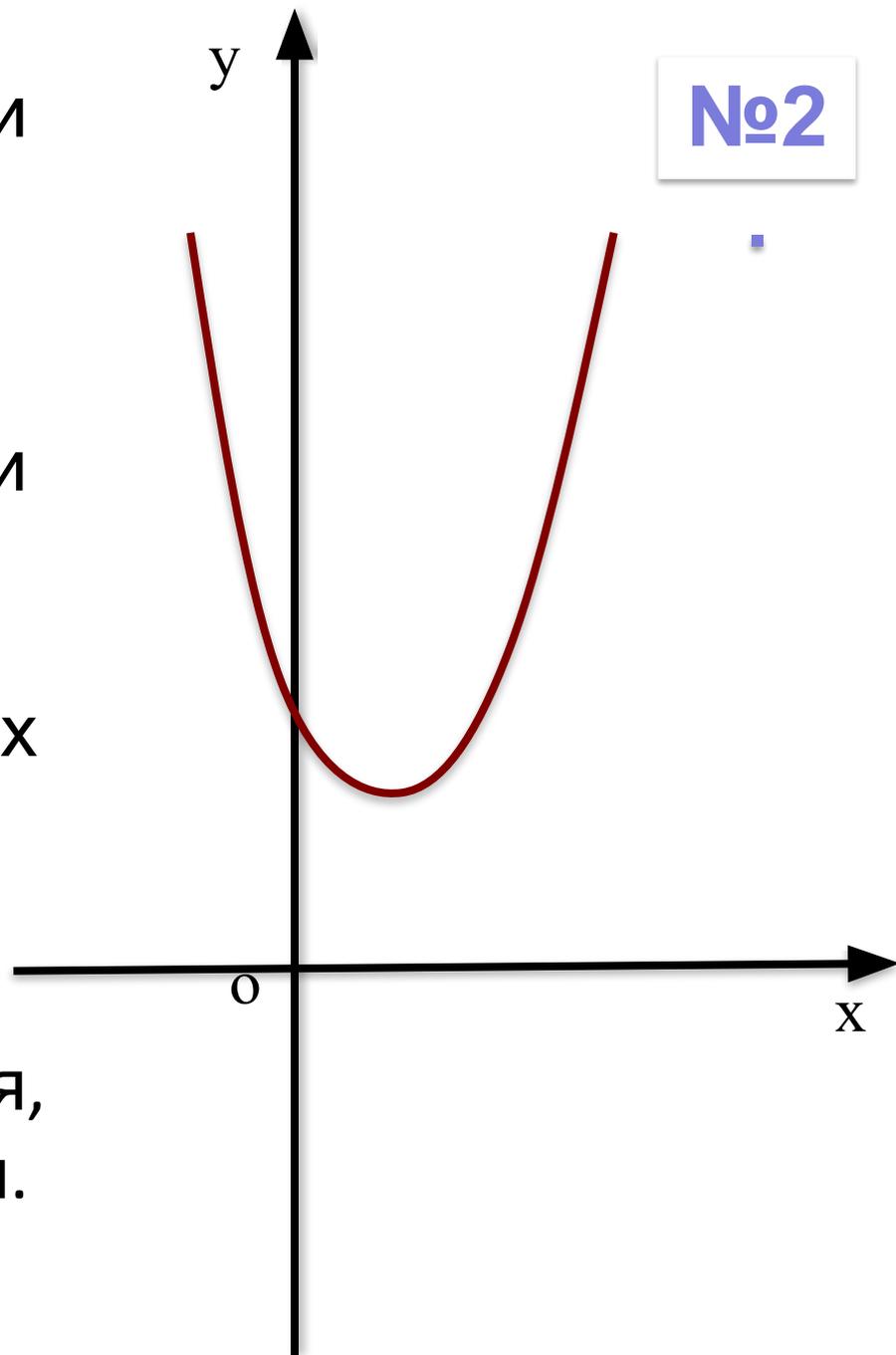
- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

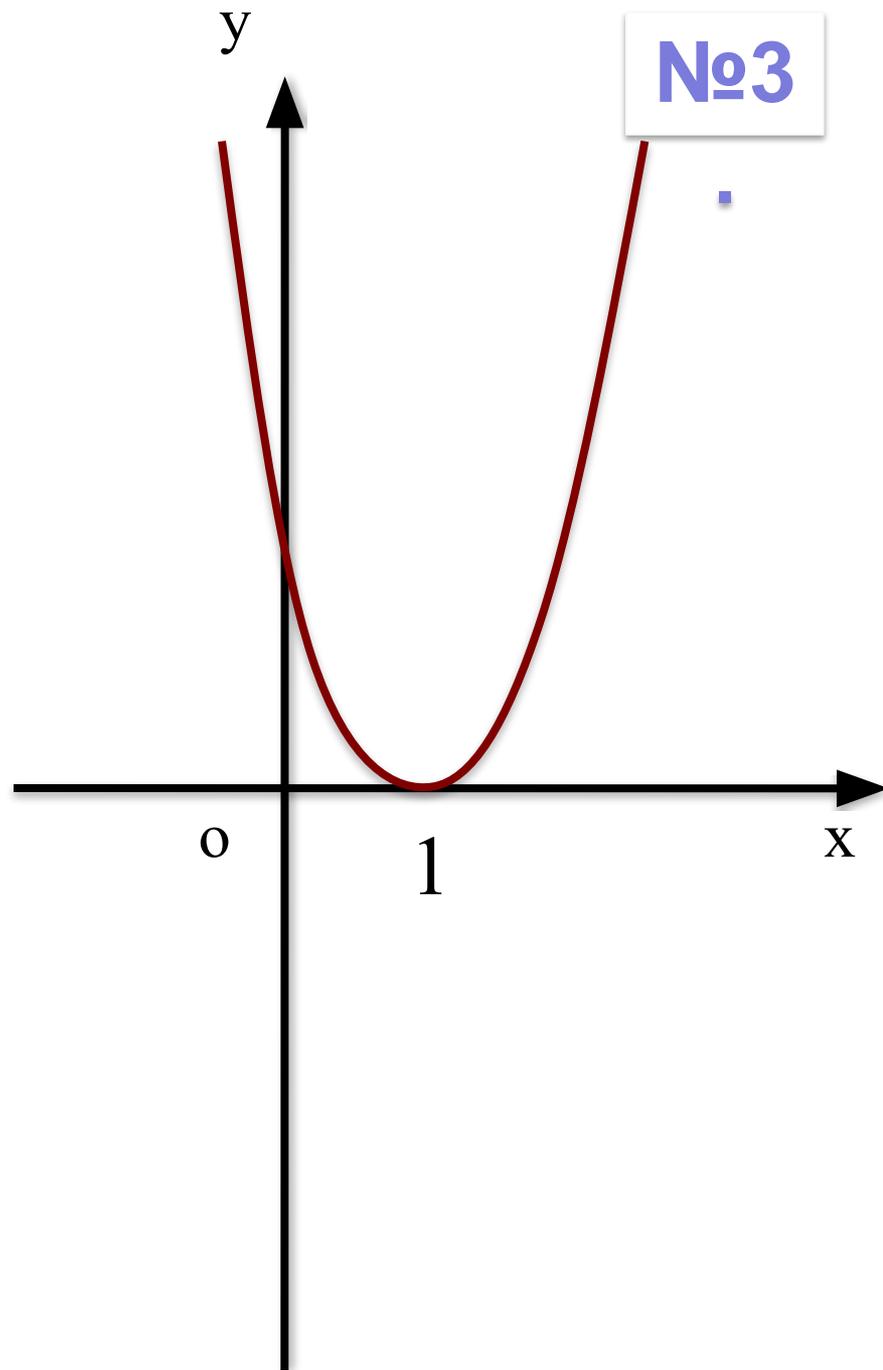
- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

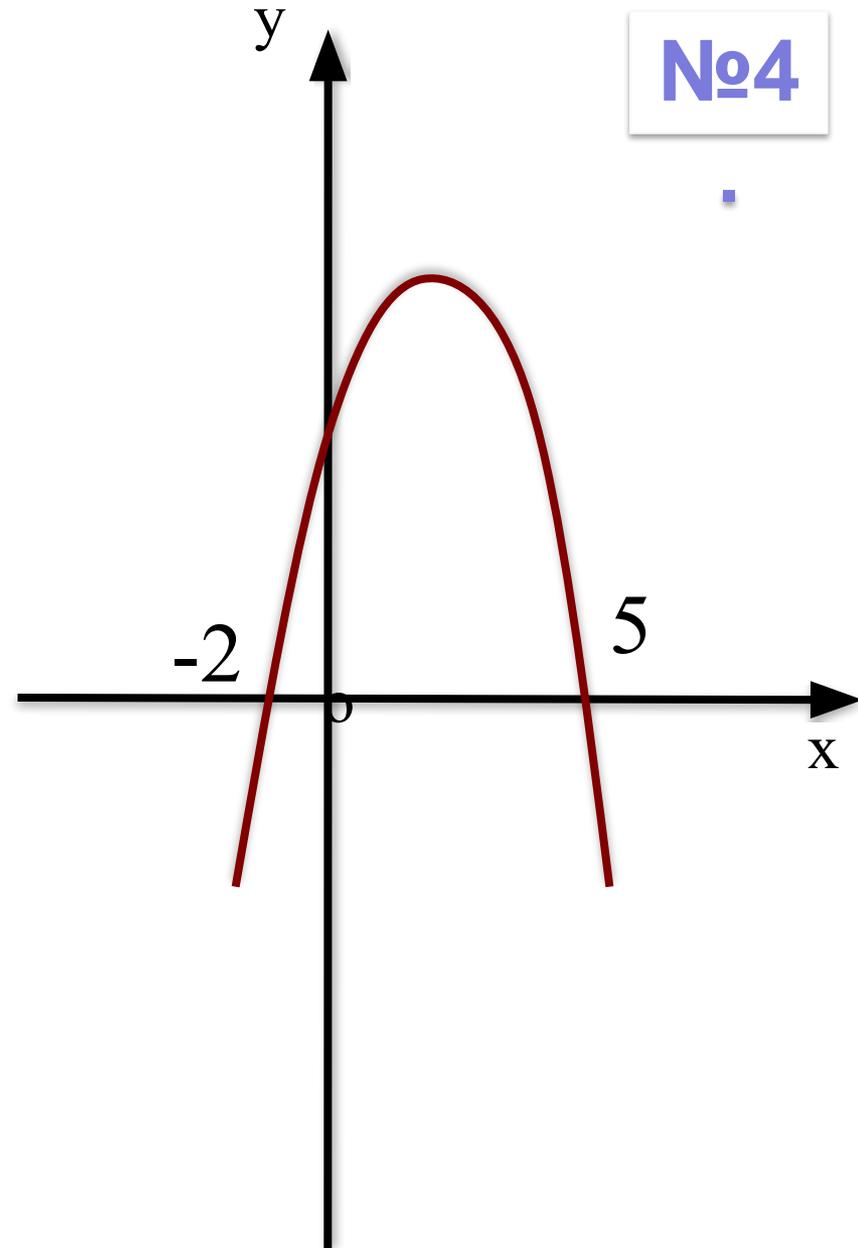
- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

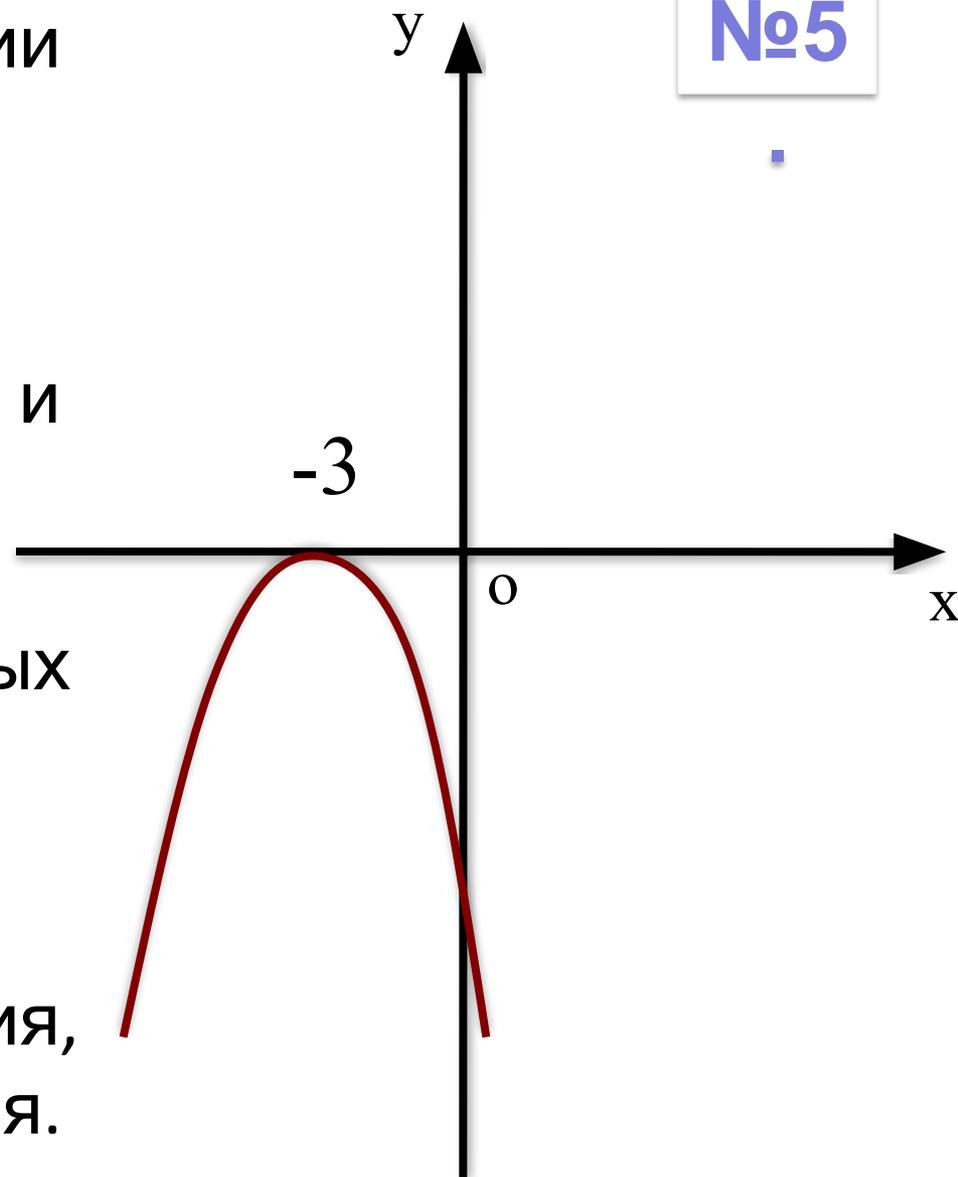
- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



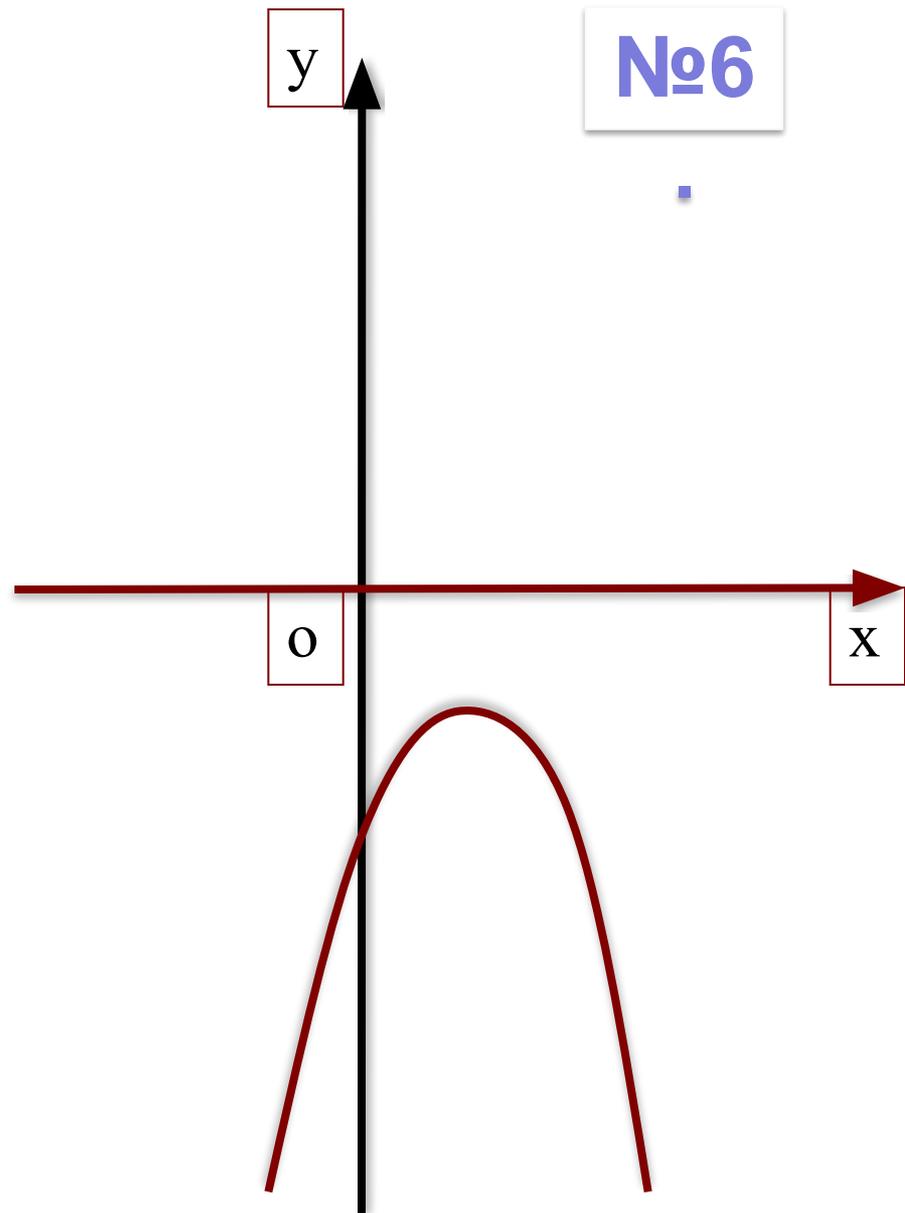
Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;

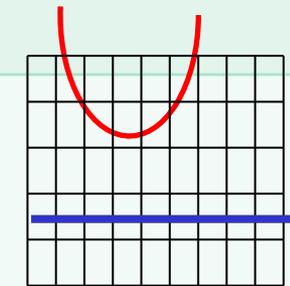
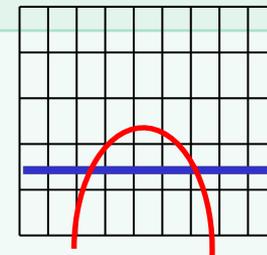
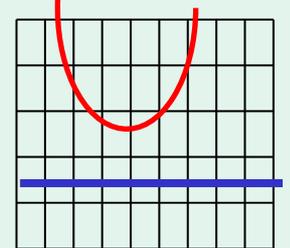
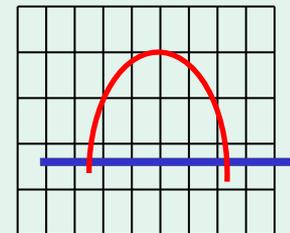
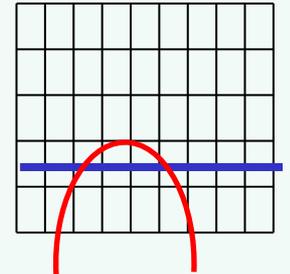
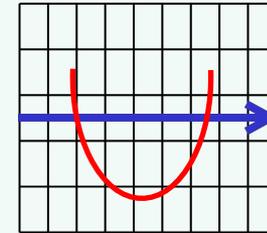
б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,

- равные нулю,
- положительные значения,
- отрицательные значения.



Определите расположение графиков

Условия	$D > 0$ Две точки пересечения с осью Ox	$D < 0$ Нет точек пересечения с осью Ox	$D = 0$ Одна точка пересечения с осью Ox
$a > 0$ ветви параболы направлены вверх			
$a < 0$ ветви параболы направлены вниз			



Неравенства второй степени с одной переменной

Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$,

$$(ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0)$$

где x – переменная, a , b и c – некоторые числа и $a \neq 0$, называют неравенствами второй степени с одной переменной

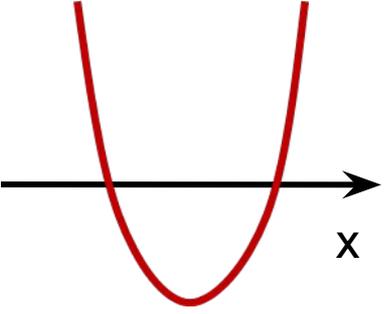
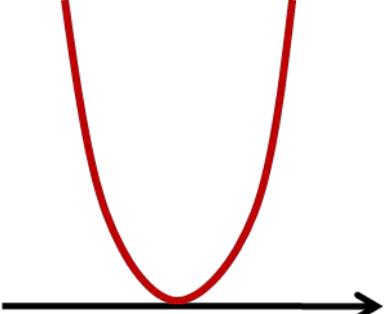
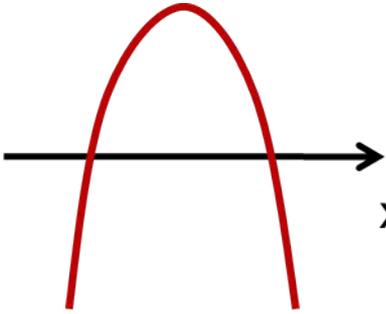
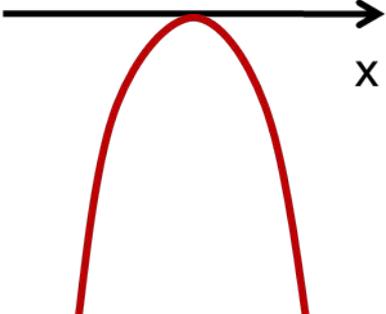
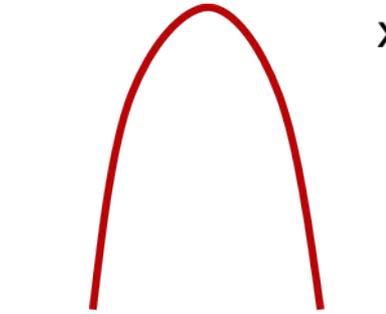
Решение неравенства

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ или } ax^2 + bx + c < 0$$

$$(ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0)$$

можно рассматривать как нахождение промежутков, в которых функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает положительные или отрицательные значения

Для этого достаточно проанализировать, как расположен график функции $y = ax^2 + bx + c$ в координатной плоскости: куда направлены ветви параболы и пересекает ли парабола ось x

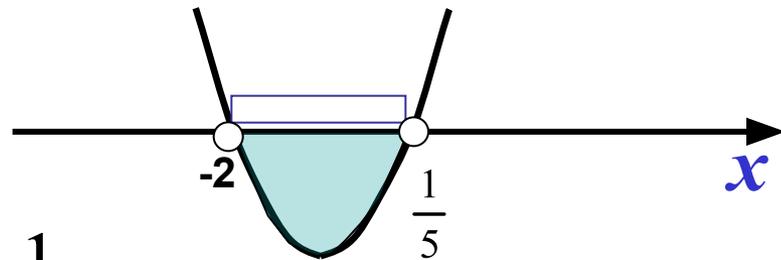
$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$	
			$a > 0$
			$a < 0$

Решим неравенство $5x^2 + 9x - 2 < 0$

- Рассмотрим квадратичную функцию
- $y = 5x^2 + 9x - 2$
- Графиком этой функции является парабола, $a = 5 > 0 \Rightarrow$ ветви направлены вверх.
- Решим уравнение $5x^2 + 9x - 2 = 0$.
- $5x^2 + 9x - 2 = 0$.
- $D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 81 + 40 = 121,$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 + 11}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 - 11}{10} = -2$$



Ответ: $x \in (-2; \frac{1}{5})$

Найдите множество решений неравенства:

$$a) 2x^2 + 3x - 5 \geq 0$$

Рассмотрим функцию $y = 2x^2 + 3x - 5$

1. График – парабола, ветви – вверх (т.к. $a = 2 > 0$).

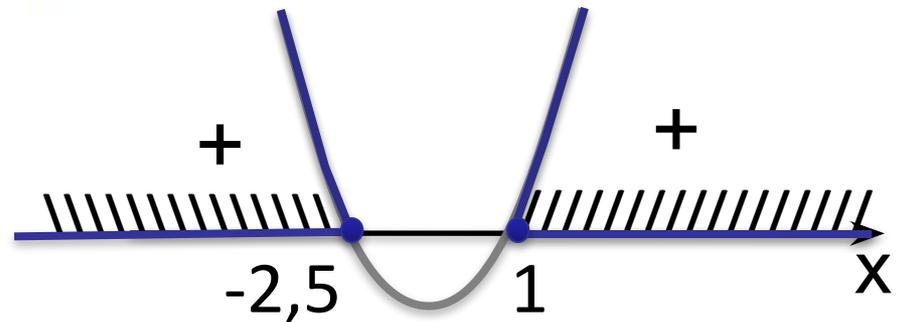
2. Найдем нули функции: $y = 0$, если $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$$D = 49; x_1 = -2,5; x_2 = 1$$

3. На ось Ox нанесем нули функции. Нарисуем параболу.

4. Найдем значения x ,
при которых $y \geq 0$:

$$y \geq 0 \text{ при } x \leq -2,5 \text{ и } x \geq 1$$



5. Ответ: $(-\infty; -2,5] \cup [1; +\infty)$

Найдите множество решений неравенства:

$$б) -x^2 + x + 6 \geq 0$$

Рассмотрим функцию $y = -x^2 + x + 6$

1. График функции – парабола, ветви – вниз (т.к. $a = -1 < 0$).

2. Найдем нули функции:

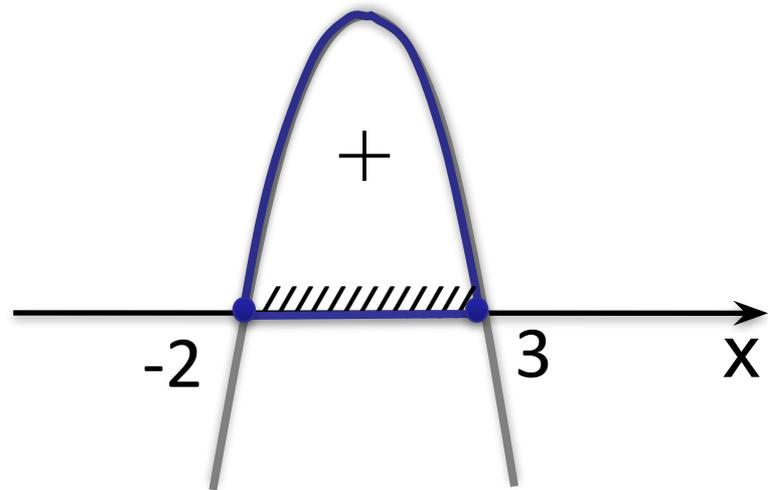
$$-x^2 + x + 6 = 0$$

$$x_1 = -2; x_2 = 3$$

3. На ось OX нанесем нули функции. Нарисуем параболу.

4. Найдем значения x ,
при которых $y \geq 0$:

$$y \geq 0 \text{ при } -2 \leq x \leq 3$$



Ответ: $[-2; 3]$

Алгоритм решения неравенств вида $ax^2+bx+c>0$ и $ax^2+bx+c<0$

Рассмотреть функцию $y = ax^2 + bx + c$

1. График функции – парабола, ветви направлены вверх (т.к. $a>0$) или вниз (т.к. $a < 0$).
2. Найти нули функции.
3. На ось ОХ нанести нули функции.
Построить эскиз графика.
4. Найти значения переменной x , при которых функция принимает нужные значения.
5. Записать ответ.

Решите неравенство:

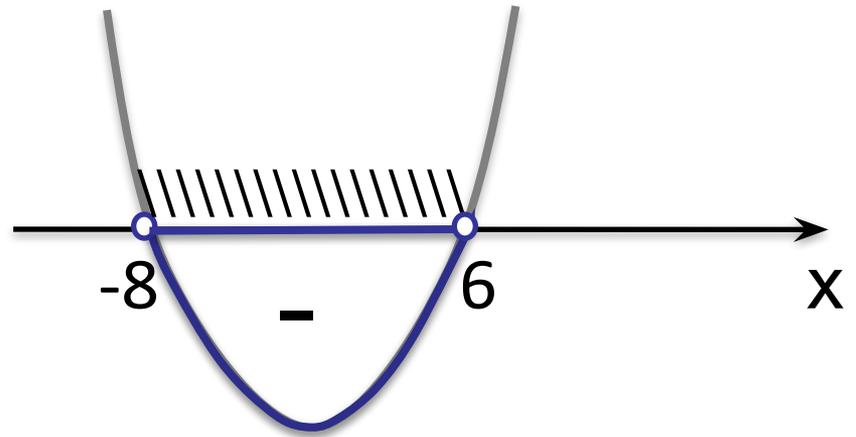
$$а) x^2 + 2x - 48 < 0$$

$$y = x^2 + 2x - 48$$

График – парабола, ветви – вверх (т.к. $a = 1 > 0$).

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$x_1 = -8; x_2 = 6$$



Проверь себя

$$y < 0 \text{ при } -8 < x < 6$$

Ответ: $(-8; 6)$



Решите неравенство:

$$в) -x^2 + 2x + 15 < 0$$

$$y = -x^2 + 2x + 15$$

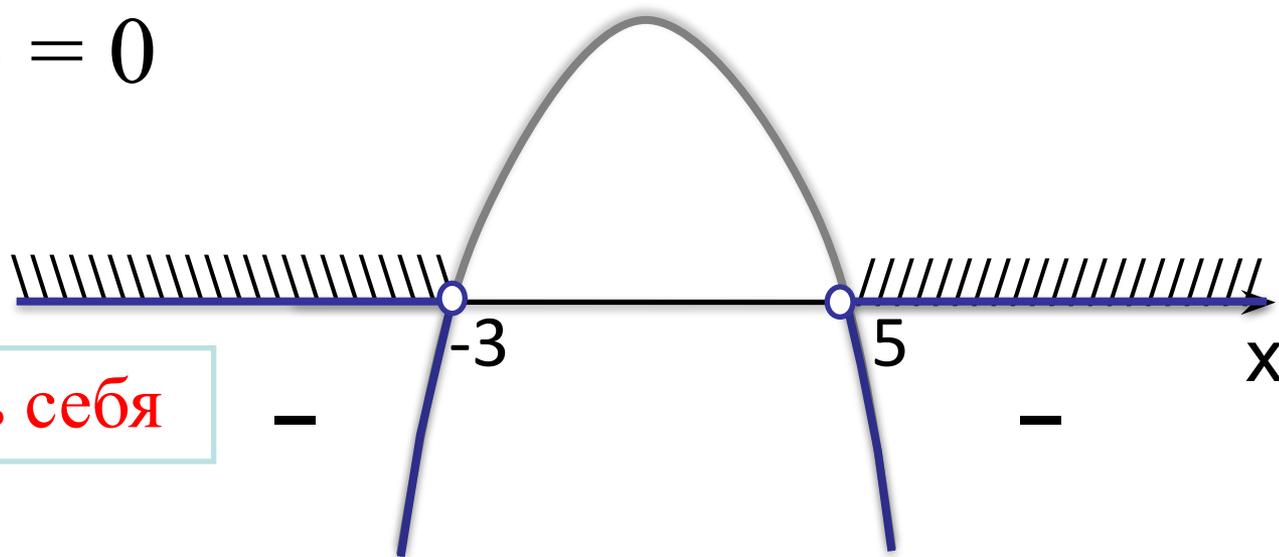
График – парабола, ветви – вниз (т.к. $-1 < 0$).

$$-x^2 + 2x + 15 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = -3;$$

$$x = 5$$



Проверь себя

$$y < 0 \text{ при } x < -3 \text{ и } x > 5$$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$



Решите неравенство:

$$\text{д) } 4x^2 - 12x + 9 > 0$$

$$y = 4x^2 - 12x + 9$$

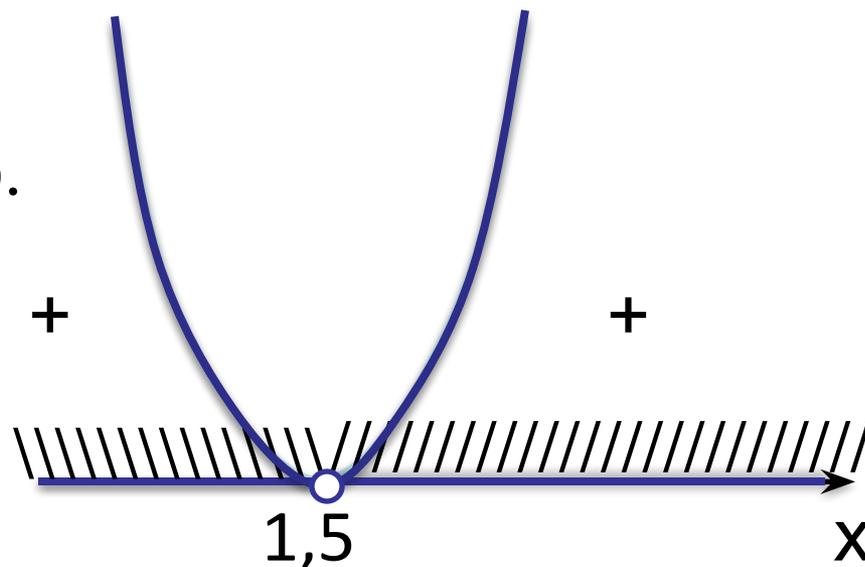
График – парабола,

ветви – вверх (т.к. $a = 4 > 0$).

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$x = 1,5$$



Проверь себя

$y > 0$ при $x < 1,5$ и $x > 1,5$

Ответ: $(-\infty; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$



Решите неравенство: ж) $-10x^2 + 9x > 0$

$$y = -10x^2 + 9x$$

График – парабола, ветви – вниз (т.к. $a = -10 < 0$).

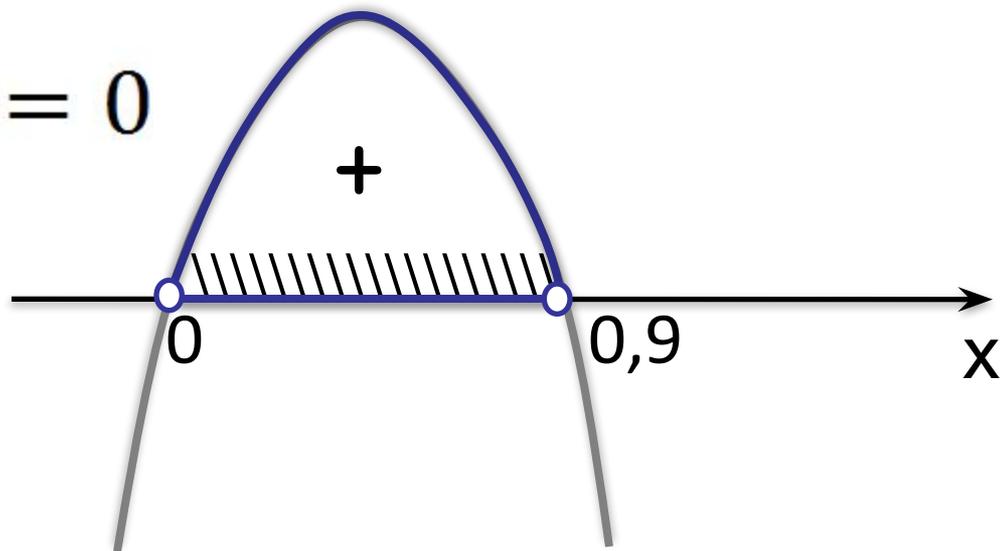
$$-10x^2 + 9x = 0$$

$$x(-10x + 9) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } -10x + 9 = 0$$

$$x = 0,9$$

Проверь себя



$$y > 0 \text{ при } 0 < x < 0,9$$

Ответ: $(0; 0,9)$



Решите неравенство: $x^2 - 3x + 4 > 0$

Рассмотрим квадратичную функцию $y = x^2 - 3x + 4$.

Графиком функции является парабола,

$a = 1 > 0$ ветви направлены вверх.

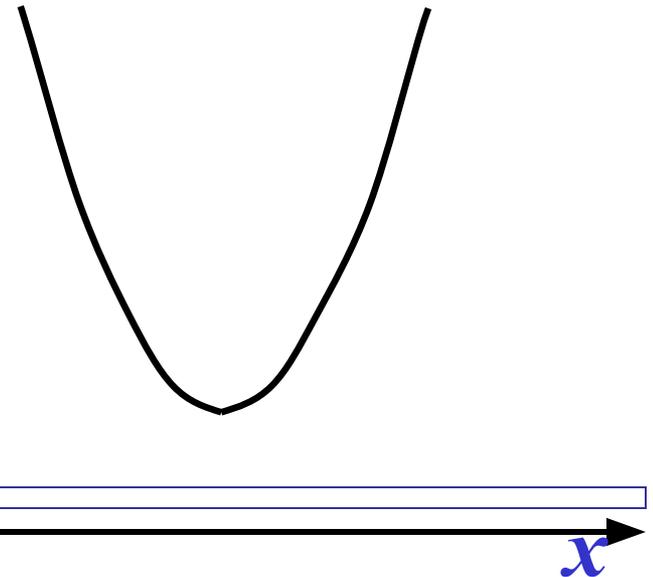
Решим уравнение $x^2 - 3x + 4 = 0$.

$$x^2 - 3x + 4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7,$$

$D < 0$, уравнение не имеет корней.

Значит, парабола



Ответ: $x \in (-\infty; +\infty)$

Решим неравенство: $x^2 - 4x + 4 \leq 0$

Рассмотрим квадратичную функцию ...

Графиком функции является ...,

$a = \dots$ ветви направлены

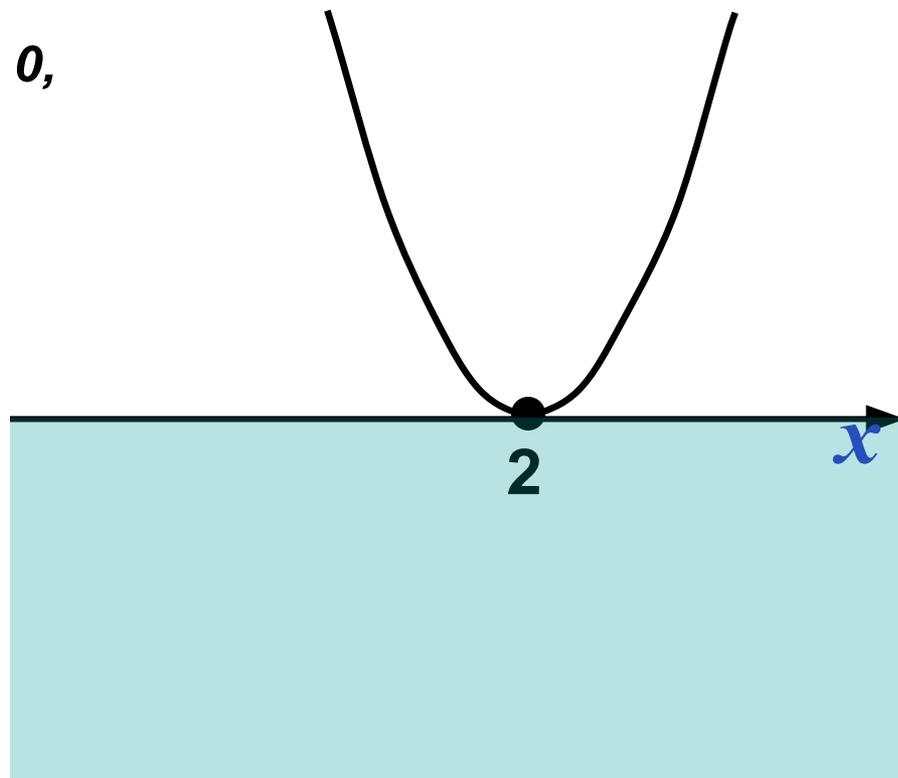
Решим уравнение

$$x^2 - 4x + 4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0,$$

$D = 0$, уравнение имеет 1 корень.

$$x = 2$$



Ответ: $x=2$

Решим неравенство: $-x^2 - 3x - 4 > 0$

Рассмотрим квадратичную функцию ...

Графиком функции является ...,

$a = \dots$ ветви направлены

Решим уравнение

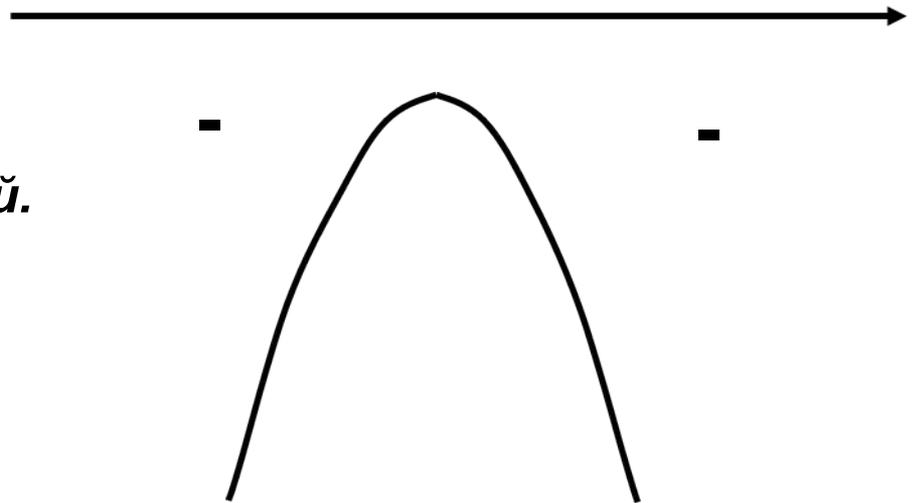
$$-x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(\cdot 1)(\cdot 4) = -5,$$

$D < 0$, уравнение не имеет корней.

Значит, парабола

Ответ : решений нет.



№ 306 (г, д, е), у доски № 305.

Д/з № 306(а,б,в), № 307.

**Выучить алгоритм решения неравенств
второй степени.**

Итог урока

