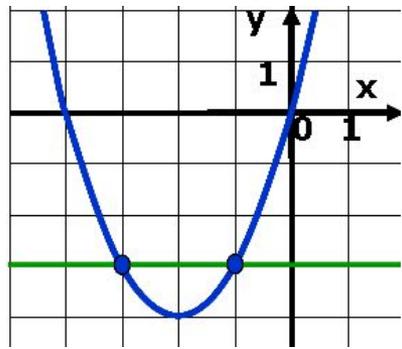


Решение неравенств второй степени с одной переменной



Цель:

Сформировать умения решать неравенства

$$ax^2 + vx + c > 0 \quad (ax^2 + vx + c \geq 0),$$

$$ax^2 + vx + c < 0 \quad (ax^2 + vx + c \leq 0),$$

где $a \neq 0$, с опорой на сведения о графике квадратичной функции (направление ветвей параболы, ее расположение относительно оси Ox).

Решить неравенство:

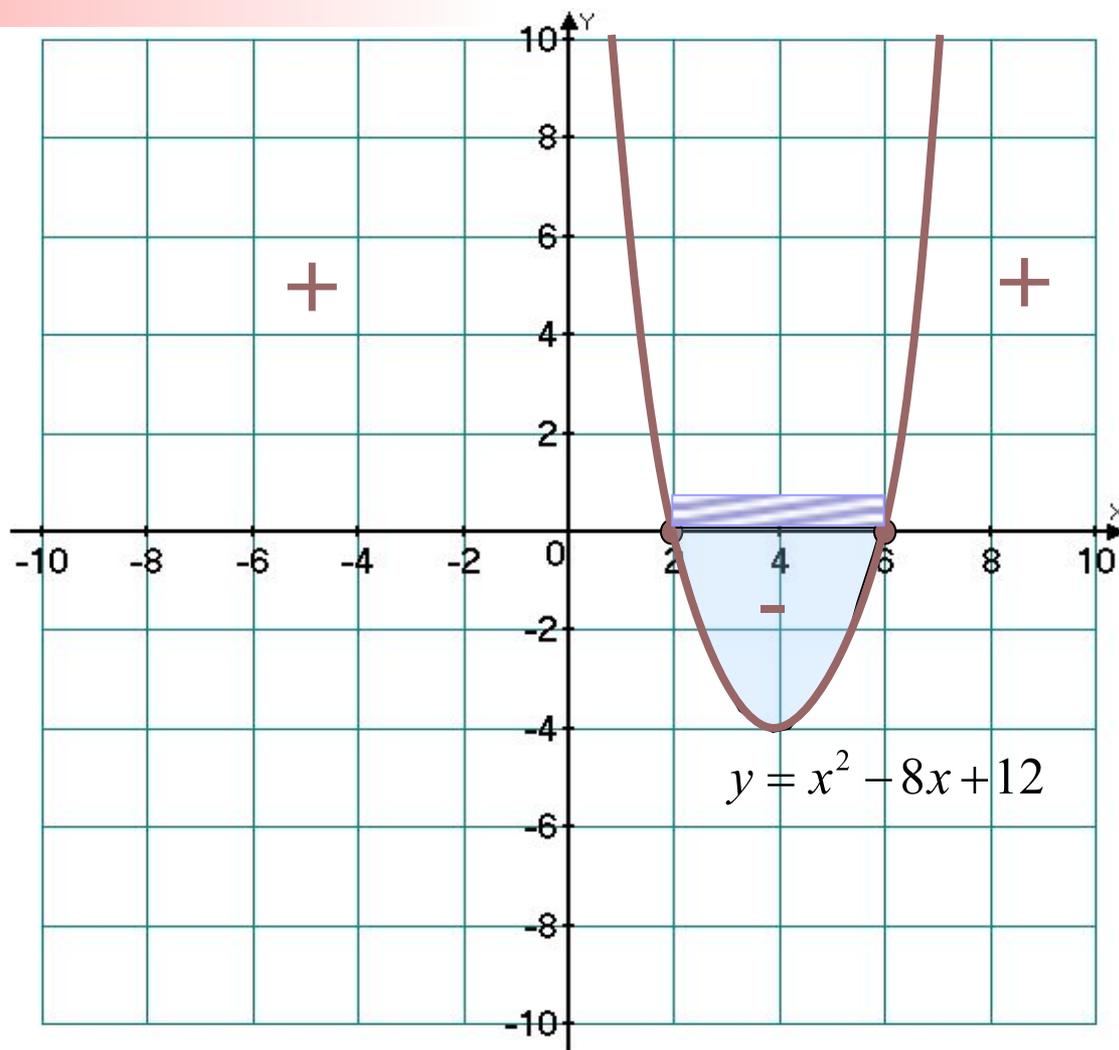
$$x^2 - 8x + 12 \leq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$2 \leq x \leq 6$$

$$x \in [2; 6]$$



Для решения неравенств вида $ax^2 + vx + c > 0$ и $ax^2 + vx + c < 0$ поступают следующим образом:

- Находят дискриминант квадратного трехчлена и выясняют, имеет ли трехчлен корни;
- Если трехчлен имеет корни, то отмечают их на оси x и через отмеченные точки проводят схематически параболу, ветви которой направлены вверх при $a > 0$ или вниз при $a < 0$; если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при $a > 0$ и в нижней при $a < 0$;
- Находят на оси x промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси x (если решают неравенство $ax^2 + vx + c > 0$ или ниже оси x (если решают неравенство $ax^2 + vx + c < 0$).

Решить неравенство:

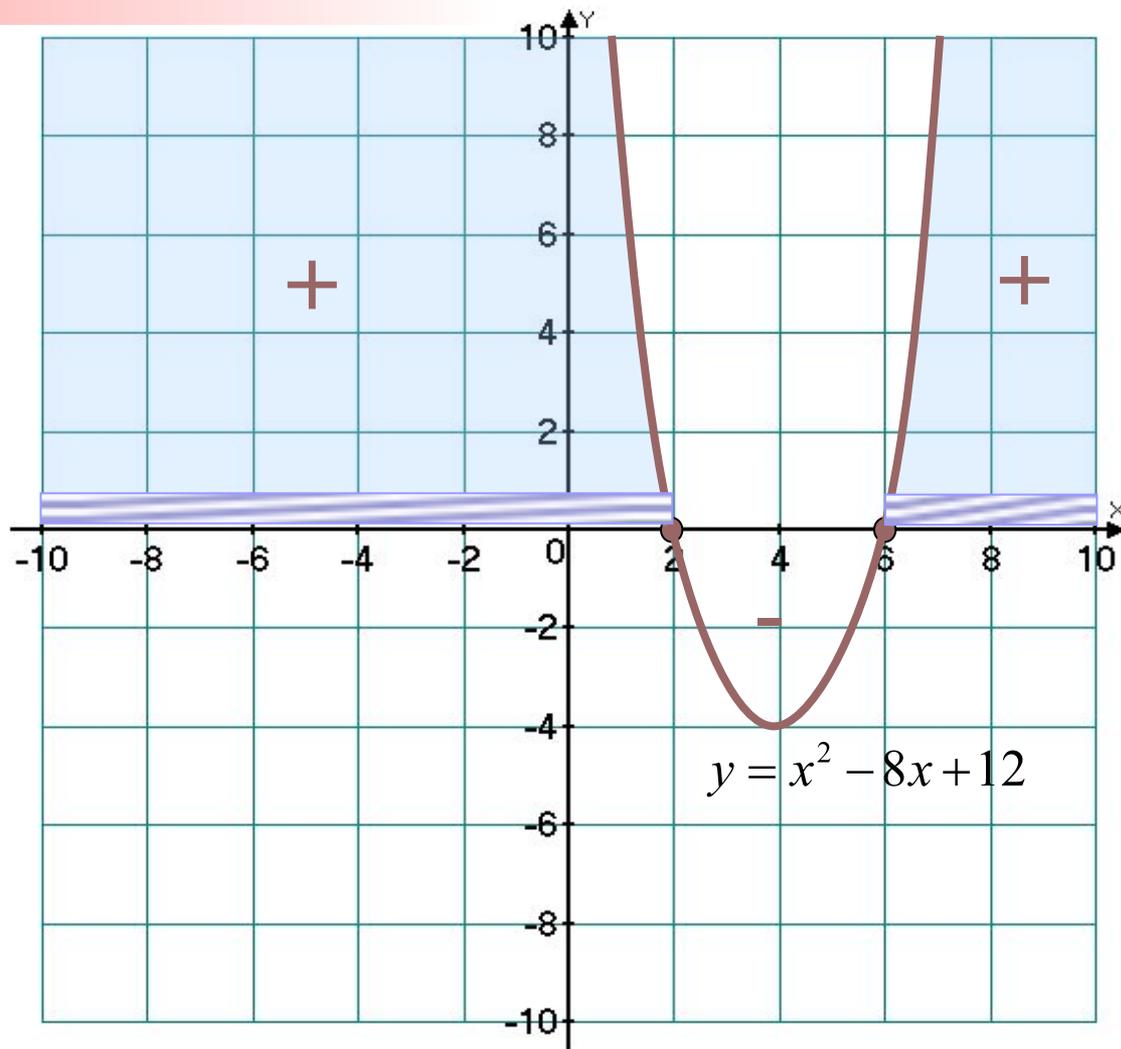
$$x^2 - 8x + 12 > 0 \quad x^2 - 8x + 12 \geq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$x \leq 2, \quad x \geq 6$$

$$x \in (-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$$



Решить неравенство:

$$-x^2 + 8x - 12 \geq 0$$

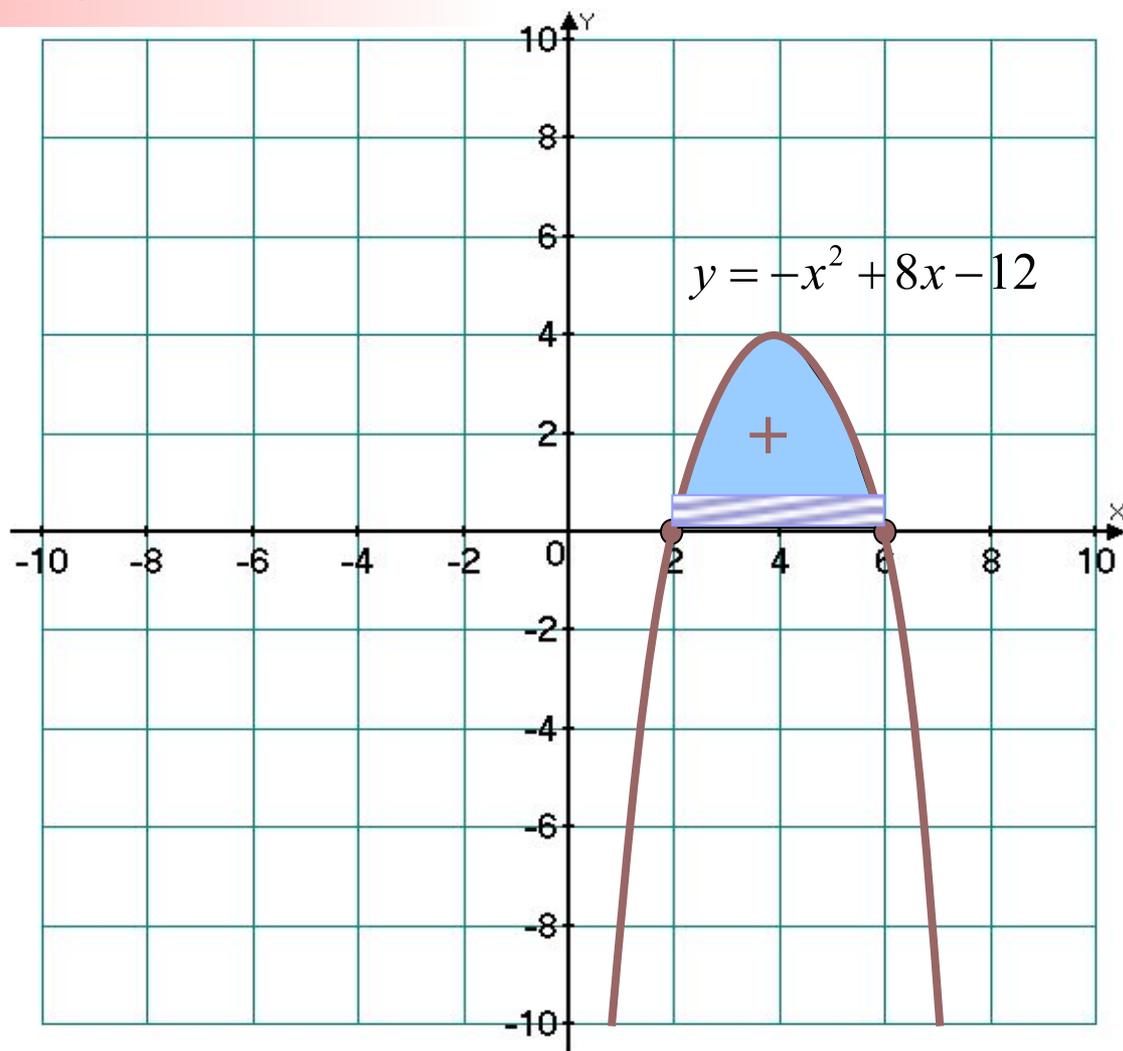
$$-x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$2 \leq x \leq 6$$

$$x \in [2; 6]$$



Решить неравенство:

$$-x^2 + 8x - 12 \leq 0$$

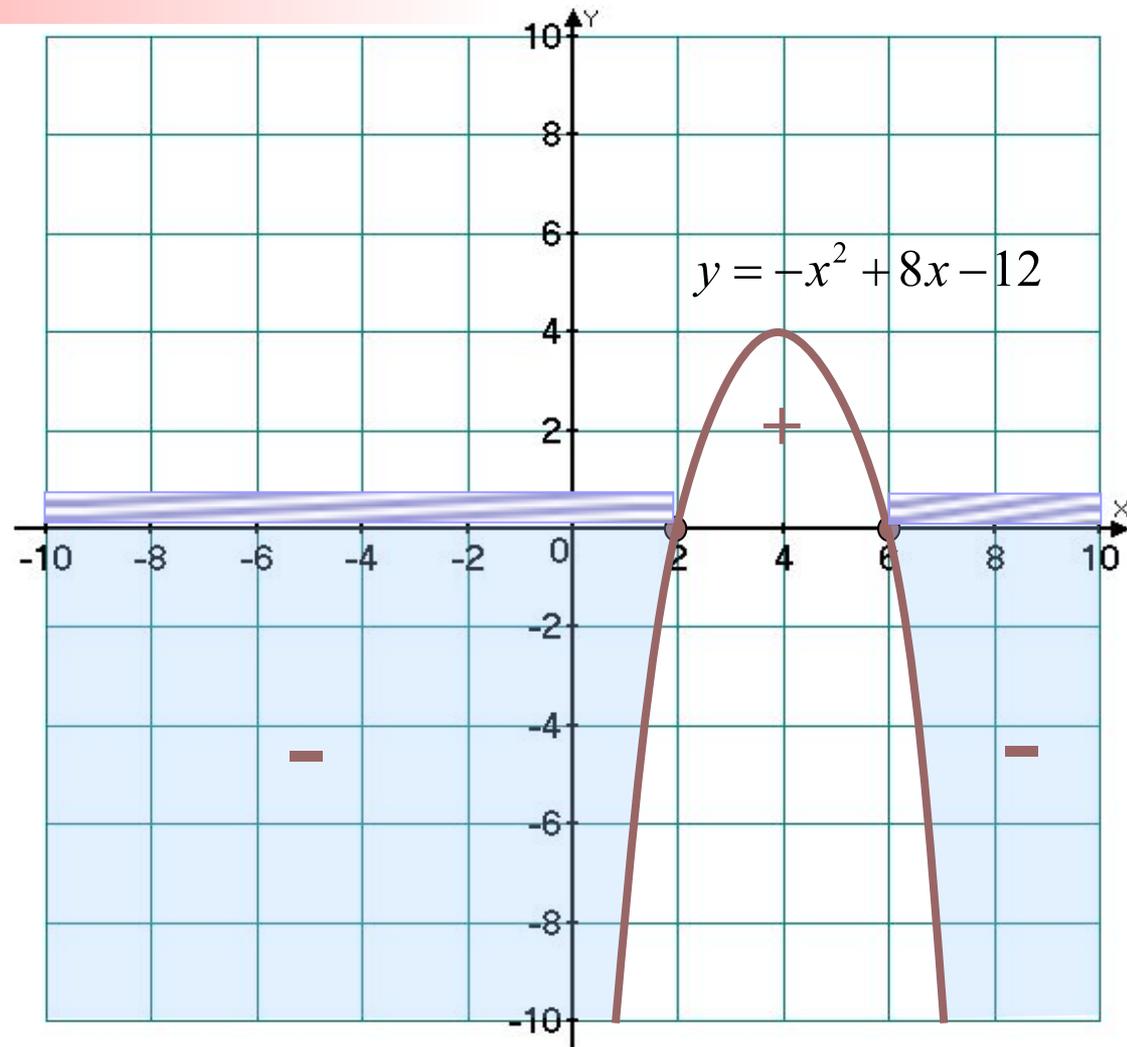
$$-x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$x \leq 2, \quad x \geq 6$$

$$x \in ((-\infty; 2] \cup [6; +\infty))$$



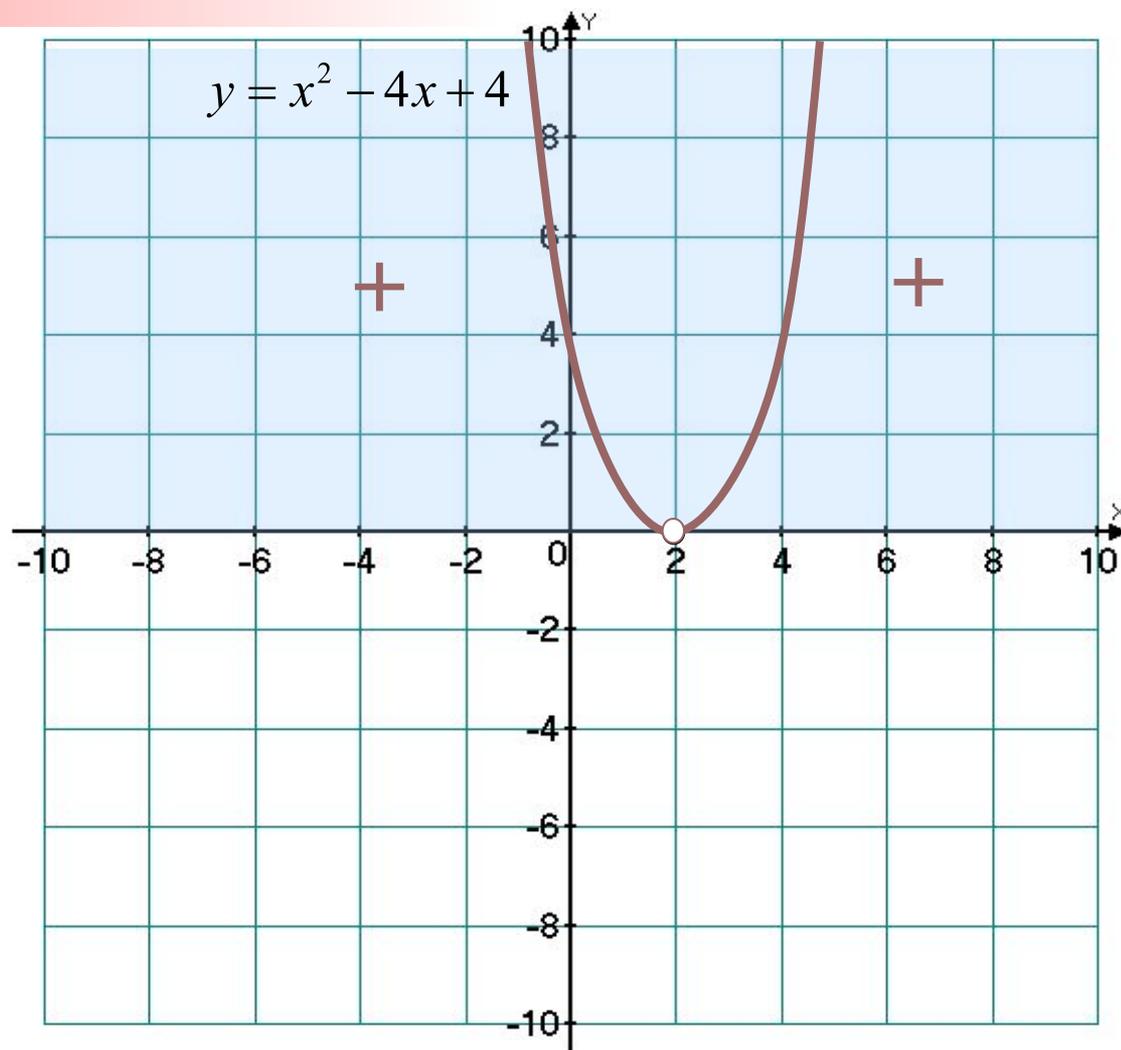
Решить неравенство:

$$x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$D = 0; \quad = 2$$

Нет решений



Решить неравенство:

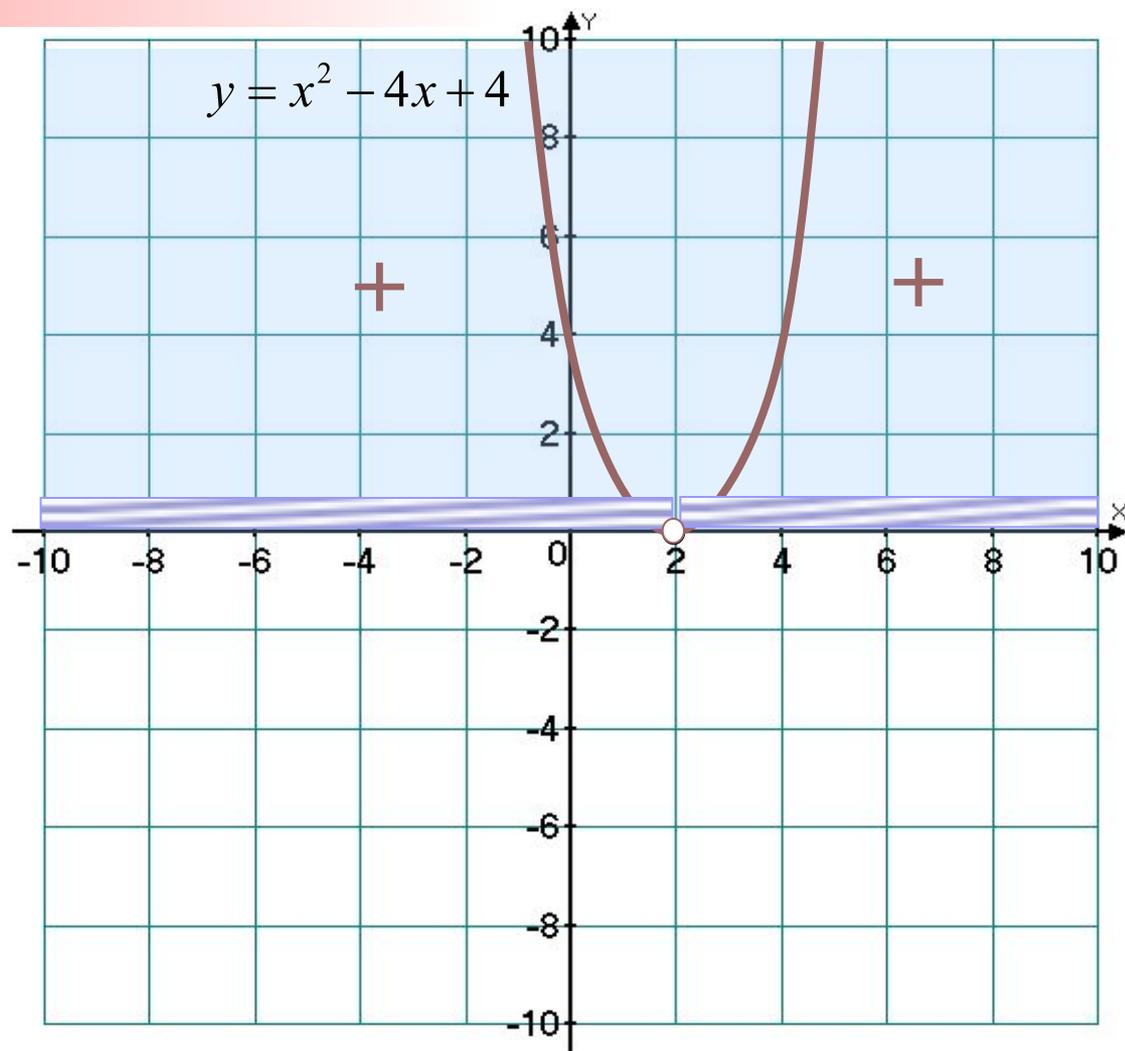
$$x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$D = 0; \quad x = 2$$

$$x < 2, x \in \mathbb{R}, x > 2$$

$$x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$$



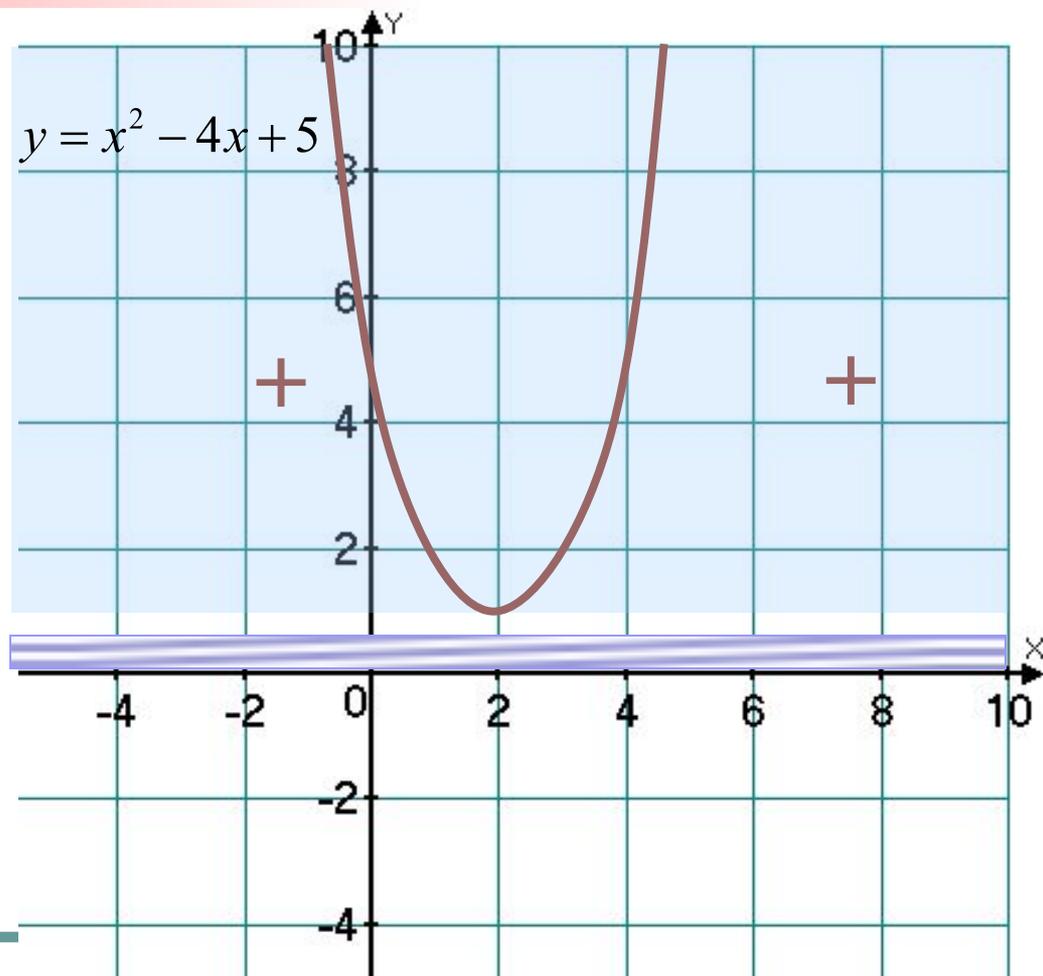
Решить неравенство:

$$x^2 - 4x + 5 \neq 0$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$D < 0$$

Нет решений
 $x \in \mathbb{R}$



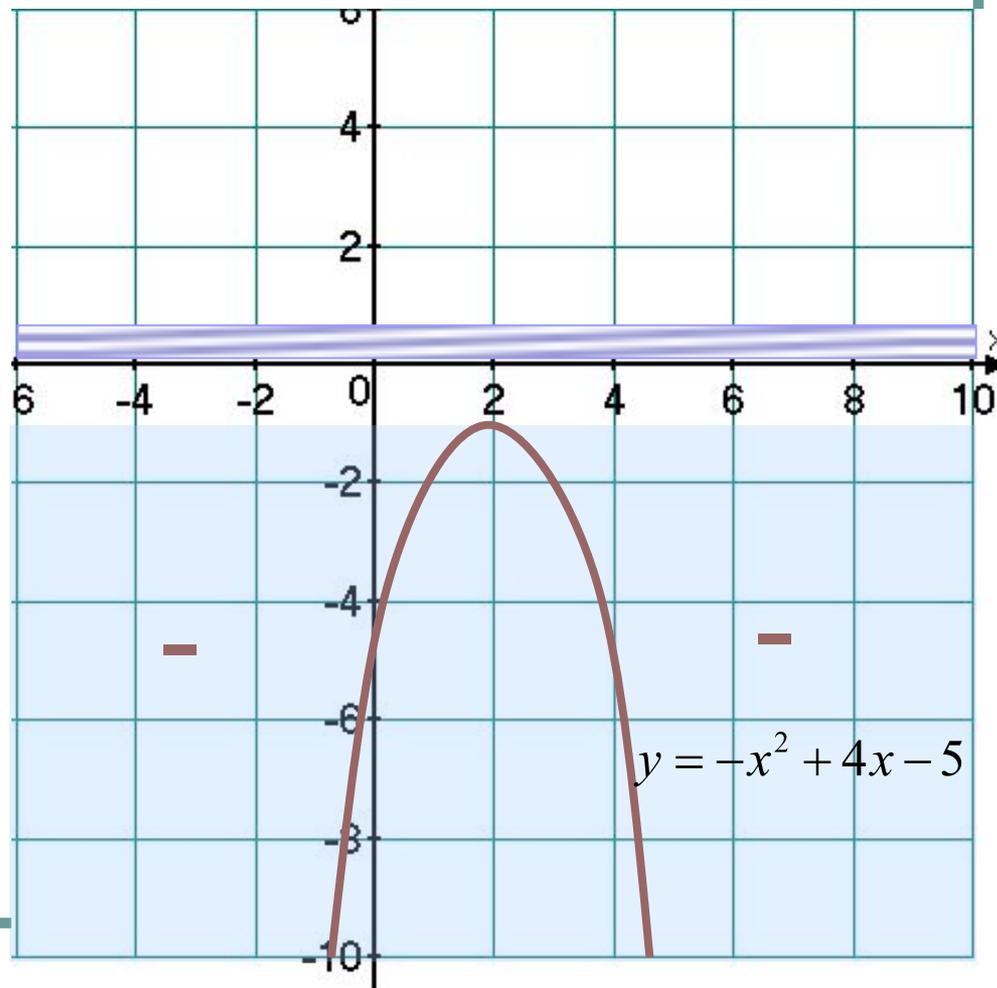
Решить неравенство:

$$-x^2 + 4x - 5 < 0$$

$$-x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D < 0$$

Нет решений
 $x \in \mathcal{R}$



Для решения неравенств вида $ax^2 + vx + c > 0$ и $ax^2 + vx + c < 0$ поступают следующим образом:

- Находят дискриминант квадратного трехчлена и выясняют, имеет ли трехчлен корни;
- Если трехчлен имеет корни, то отмечают их на оси x и через отмеченные точки проводят схематически параболу, ветви которой направлены вверх при $a > 0$ или вниз при $a < 0$; если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при $a > 0$ и в нижней при $a < 0$;
- Находят на оси x промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси x (если решают неравенство $ax^2 + vx + c > 0$ или ниже оси x (если решают неравенство $ax^2 + vx + c < 0$).

Домашнее задание

п.14 читать, рассмотреть примеры, выписать алгоритм

№ 304, 305, 306 (везде а, в)

