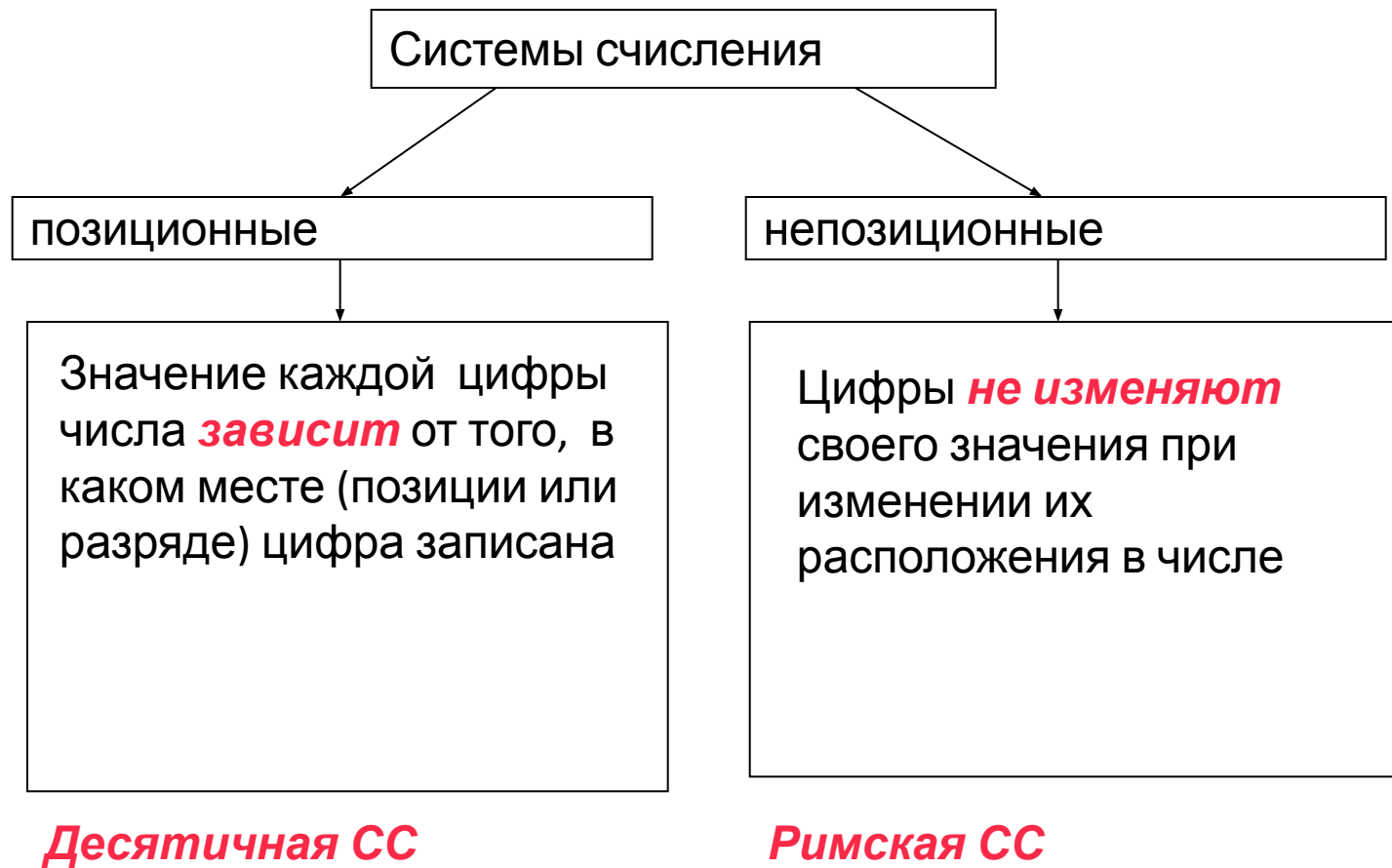


Системы счисления

Система счисления – это совокупность правил записи чисел с помощью определенного набора символов.

Для записи чисел могут использоваться не только цифры, но и буквы.



Не позиционные системы счисления

Римская система счисления

- Является непозиционной, т.к. каждый символ обозначает всегда одно и то же число;
- Цифры обозначаются латинскими буквами:

I, V, X, L, C, D, M

(1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000)

Например: XXX – 30; XLI - 41

Позиционные системы счисления

Основание ПСС – это количество цифр, используемое для представления чисел;

Алфавит – набор символов, используемый для обозначения цифр.

- Значение цифры зависит от ее позиции, т.е. одна и та же цифра соответствует разным значениям в зависимости от того, в какой позиции числа она стоит;

Например: 888: 800; 80; 8

- Любое позиционное число можно представить в виде суммы степеней основания системы.

Десятичная СС

- Основание системы – число 10;
- Алфавит (10 цифр): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
- Любое десятичное число можно представить в виде суммы степеней числа 10 – основания системы;

$$2345_{10} = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Двоичная СС

- Основание системы – 2;
- Алфавит (2 цифры): 0; 1;
- Любое двоичное число можно представить в виде суммы степеней числа 2 – основания системы;

$$10101_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Восьмеричная СС

- Основание системы 8
- Алфавит (цифры): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- Любое восьмеричное число можно представить в виде суммы степеней числа 8 – основания системы;

$$2345_8 = 2 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0$$

Шестнадцатеричная СС

- Основание системы –16
- Алфавит (16 знаков):
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
- Любое шестнадцатеричное число можно представить в виде суммы степеней числа 16 – основания системы;

$$234_{16} = 2 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0$$

$$AD_{16} = A \cdot 16^1 + D \cdot 16^0$$

Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную

Для перехода из любой системы счисления в десятичную необходимо число представить в виде суммы степеней основания системы счисления и найти его десятичное значение.

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

Для перехода из двоичной системы счисления в десятичную необходимо двоичное число представить в виде суммы степеней двойки и найти его десятичное значение.

Пример:

$$\begin{aligned} 11101_2 &= 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \\ &= 16 + 8 + 4 + 0 + 1 = 29_{10} \end{aligned}$$

Перевод двоичных чисел в десятичную систему

$?_2 \square ?_{10}$

Примеры:

$$10_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2 + 0 = 2_{10}$$

$$100_2 = 2^2 = 4$$

$$1000_2 = 2^3 = 8$$

$$10000_2 = 2^4 = 16$$

$$\begin{aligned} 10111_2 &= 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = \\ &= 16 + 4 + 2 + 1 = 23_{10} \end{aligned}$$

2. Перевод чисел из десятичной системы счисления в любую другую

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет двоичной записью исходного десятичного числа.

2. Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную.

- Разделить десятичное число на 2. Получится частное и остаток.
- Частное опять разделить на 2. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше 2.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет двоичной записью исходного десятичного числа.

Перевод $?_{10} \square ?_2$

Примеры:

27		2					
1		13		2			
	1		6		2		
			0		3		2
				1		1	

$$27_{10} =$$

2

Восьмеричная СС

- Основание системы – 8;
- Содержит 8 цифр: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7;
- Любое восьмеричное число можно представить в виде суммы степеней числа 8 – основания системы;
- Примеры восьмеричных чисел: 2105; 73461;

Правило перевода из десятичной системы счисления в восьмеричную

- Разделить десятичное число на 8. Получится частное и остаток.
- Частное опять разделить на 8. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше 8.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет восьмеричной записью исходного десятичного числа.

Перевод $?_{10} \square ?_8$

132		8
4		16 8
	0	2

$$132_{10} =$$

8

Правило перехода из восьмеричной системы счисления в десятичную.

Для перехода из восьмеричной системы счисления в десятичную необходимо восьмеричное число представить в виде суммы степеней восьмерки и найти ее десятичное значение.

$$\begin{aligned} 215_8 &= 2 * 8^2 + 1 * 8^1 + 5 * 8^0 = \\ &= 128 + 8 + 5 = 141_{10} \end{aligned}$$

Шестнадцатеричная СС

- Основание системы – 16;
- Содержит 16 цифр: от 0 до 9; A; B; C; D; E; F;
- Любое шестнадцатеричное число можно представить в виде суммы степеней числа 16 – основания системы;
- Примеры шестнадцатеричных чисел: 21AF3; B09D;

Правило перехода из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную

- Разделить десятичное число на 16. Получится частное и остаток.
- Частное опять разделить на 16. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше 16.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет шестнадцатеричной записью исходного десятичного числа.

Примеры:

33516		
15	20	16
	4	1

$$335_{10} = F_{16}$$

Правило перехода из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную.

Для перехода из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную необходимо шестнадцатеричное число представить в виде суммы степеней шестнадцати и найти ее десятичное значение.

$$\begin{aligned} A14_{16} &= 10*16^2 + 1*16^1 + 4*16^0 = \\ &= 10*256 + 16 + 4 = 2580_{10} \end{aligned}$$

Связь систем счисления

10-ая	2-ая	8-ая	16-ая
0	0	0	0
1	1	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000		8
9	1001		9
10	1010		A
11	1011		B
12	1100		C
13	1101		D
14	1110		E
15	1111		F

Правило перехода из восьмеричной системы счисления в двоичную

$$?_8 \square ?_2$$

Каждую восьмеричную цифру заменить двоичным классом по три цифры в каждом

$$2571_8 = 10101111001_2$$

Правило перехода из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную

$$?_2 \square ?_{16}$$

Разбить двоичное число на классы справа налево по четыре цифры в каждом.
Заменить каждый класс соответствующей шестнадцатеричной цифрой.

$$1101110001101_2 = 1B8D_{16}$$

Правило перехода из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную

$$?_{16} \square ?_2$$

Каждую шестнадцатеричную цифру заменить двоичным классом по четыре цифры в каждом

$$F54D0_{16} = 1111\ 0101010011010000_2$$

Связь систем счисления

10-ая	2-ая	8-ая	16-ая
0	0	0	0
1	1	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000		8
9	1001		9
10	1010		A
11	1011		B
12	1100		C
13	1101		D
14	1110		E
15	1111		F