

РЕКУРСИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ

**Рекурсивные функции с
возвращаемыми значениями**

Пример 1

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

- $F(0) = 0$;
- $F(n) = F(n / 2)$, если $n > 0$ и при этом чётно;
- $F(n) = 1 + F(n - 1)$, если n нечётно.

Сколько существует таких чисел n , что $1 \leq n \leq 1000$ и $F(n) = 3$?

Ответ: 120

```
def f(n):
    if n == 0:
        return 0
    if n > 0 and n % 2 == 0:
        return f(n / 2)
    if n % 2 != 0:
        return 1 + f(n - 1)
k = 0
for n in range(1, 1001):
    if f(n) == 3:
        k += 1
print(k)
```

Програма на PascalABC

```
var n: longint;  
i, count: integer;  
function F(n: longint): longint;  
begin  
  if n = 0  
    then F := 0  
  else if (((n mod 2) = 0) and (n > 0))  
    then F := F(n div 2)  
  else if ((n mod 2) <> 0)  
    then F := 1 + F(n - 1);  
end;  
begin  
  count := 0;  
  for i := 1 to 1000 do  
    if F(i) = 3 then count := count + 1;  
  writeln(count);  
end.
```

Пример 2

⦿ Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

- $F(n) = 0$, при $n \leq 1$;
- $F(n) = F(n - 1) + 3n^2$, если $n > 1$ и при этом нечётно;
- $F(n) = n / 2 + F(n - 1) + 2$, если $n > 1$ и при этом чётно.

```
def F(n):  
    if n <= 1:  
        return 0  
    if n % 2 == 1:  
        return F(n-1) + 3*n*n  
    return n // 2 + F(n-1) + 2  
print(F(49))
```

◦ Чему равно значение функции $F(49)$? В ответе запишите только целое число.

Ответ: 62820

Програма на PascalABC

```
function F(N: integer): integer;  
begin  
    if n <= 1 then F := 0  
    else if n mod 2 = 1 then F := F(n-1) + 3*n*n  
    else F := (n div 2) + F(n-1) + 2  
end;  
begin  
    writeln(F(49))  
end.
```

Пример 3 (демоверсия ЕГЭ–2022)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 1$;

$F(n) = n + F(n - 1)$, если n чётно,

$F(n) = 2 \times F(n - 2)$, если $n > 1$ и при этом n нечётно.

Чему равно значение функции $F(26)$?

```
def F(n):  
    if n == 1:  
        return 1  
    if n % 2 == 0:  
        return n + F(n-1)  
    return 2 * F(n-2)  
print(F(26))
```

Ответ: 4122

Пример 4

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2$ при $n < 3$;

$F(n) = F(n - 2) + F(n - 1) - n$, если $n > 2$ и при этом n чётно,

$F(n) = F(n - 1) - F(n - 2) + 2 \times n$, если $n > 2$ и при этом n нечётно.

Чему равно значение функции $F(32)$?

Ответ: 3194

```
def F(n):
    if n < 3:
        return 2
    if n % 2 == 0 and n > 2:
        return F(n - 2) + F(n - 1) - n
    if n % 2 != 0 and n > 2:
        return F(n - 1) - F(n - 2) + 2 * n
print(F(32))
```

Приведём другое решение на Python:

```
f=[0]+[2]*2+[0]*30
for n in range(3, 33):
    if n%2==1:
        f[n]=f[n-1]-f[n-2]+2*n
    else:
        f[n]=f[n-1]+f[n-2]-n
print(f[32])
```


Програма на PascalABC

```
var n: longint;  
function F(n: longint): longint;  
begin  
  if n < 3  
    then F := 2  
    else if (((n mod 2) = 0) and (n > 2))  
      then F := F(n - 2) + F(n-1) - n  
      else if (((n mod 2) <> 0) and (n > 2))  
        then F := F(n - 1) - F(n - 2) + 2 * n;  
  end;  
begin  
  writeln(F(32));  
end.
```

Пример 5 (демоверсия ЕГЭ–2023)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 1$;

$F(n) = n \cdot F(n - 1)$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения $F(2023) / F(2020)$?

Метод легко заметить

```
from math import factorial  
print(factorial(2023)/factorial(2020))
```

Для знающих математику

```
print(2023*2022*2021)
```

```
f = [0, 1]  
for i in range(2, 2024):  
    f += [i * f[i - 1]]  
print(f[2023] / f[2020])
```

Ответ: 8266912626