Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение п. Уташ “Общеобразовательная школа №24 им. А.С. Паша

Проект на тему: Возникновение и развитие алгебры

Выполнили:

Ученик 8 класса
Николаев Владислав

Ученица 8 класса
Бондарчук Ангелина

Учитель алгебры:
Градова Татьяна Владимировна

2023

Содержание

Введение

Математика в ее современном состоянии представляет собой **объединение большого числа математических теорий**, формировавшихся на протяжении ее многовековой истории. Вместе с математикой развивались и ее методы: **арифметический, алгебраический, методы дифференциального и интегрального исчисления и др**. Многообразие современной математики позволяет использовать каждый из этих методов в процессе научного познания.

В связи с этим актуальным становится вопрос об эволюции математических методов, поскольку характер их исторического развития оказал значительное влияние на состояние современной математической науки.

В школьном курсе математики, а сейчас и при изучении данного предмета в техникуме очень мало внимания уделяется истории развития математики и как следствие утрачивается «значительный вес» этой науки в современном понимании её необходимости в глазах школьников и студентов.

Цель данного исследования – рассмотрение развития алгебраического метода в историческом процессе. Исходя из поставленной цели, необходимо решить следующие задачи.

Во-первых, процесс развития алгебры необходимо разбить на условные исторические этапы.

Во-вторых, рассмотреть особенности развития алгебраического метода на каждом из этапов.

В-третьих, каждый из периодов связать с именами великих математиков, сыгравших значительную роль в усовершенствовании алгебры.

1. Общие сведения об алгебре

Алгебра — часть математики, принадлежащая наряду с арифметикой и геометрией к числу старейших ветвей этой науки. Задачи, а также методы алгебры, отличающие её от других отраслей математики, создавались постепенно, начиная с древности.

Задачи решения и исследования уравнений оказали большое влияние на развитие первоначального арифметического понятия числа. С введением в науку отрицательных, иррациональных, комплексных чисел общее исследование свойств этих различных числовых систем тоже отошло к алгебре. При этом в ней сформировались характерные для неё буквенные обозначения, позволившие записать свойства действий над числами в сжатой форме, удобной для построения исчисления над буквенными выражениями. Буквенное исчисление тождественных преобразований составляет аппарат классической алгебры. Тем самым алгебра отграничилась от арифметики: **алгебра изучает, пользуясь буквенными обозначениями, общие свойства числовых систем и общие методы решения задач при помощи уравнений; арифметика занимается приёмами вычислений с конкретно заданными числами, а в своих более высоких областях - тонкими индивидуальными свойствами чисел**. Развитие алгебры, её методов и символики оказало очень большое влияние на развитие более новых областей математики, подготовив, в частности, появление математического анализа. Запись простейших основных понятий анализа, таких, как переменная величина, функция, невозможна без буквенной символики классической алгебры. В своем развитии, алгебра, как и любая другая наука, прошла долгий исторический путь, который можно условно разделить на несколько периодов.

2. Начальное развитие

Алгебре предшествовала арифметика как собрание постепенно накопленных практических правил для решения повседневных житейских задач. Эти правила арифметики сводились к сложению, вычитанию, умножению и делению чисел, вначале только целых, а затем - постепенно и в очень медленном развитии - и дробных. Характерное отличие алгебры от арифметики заключается в том, что в ней вводится неизвестная величина; действия над ней, диктуемые условиями задачи, приводят к уравнению, из которого уже находится сама неизвестная. Намёк на такую трактовку арифметических задач есть уже в древнеегипетском папирусе Ахмеса (ок. 2000 до н. э.), где искомая величина называется словом «куча» и обозначается соответствующим иероглифом. Древние египтяне решали и гораздо более сложные задачи (например, на арифметические и геометрические прогрессии). Как формулировка задачи, так и решение давались и словесной форме и только в виде конкретных численных примеров.

В начале 20 в. были расшифрованы многочисленные клинописные математические тексты и другой древнейшей культуры — вавилонской. Это открыло миру высоту математической культуры, существовавшей уже за 4000 лет до наших дней. Вавилоняне с помощью обширных специальных таблиц умели решать разнообразные задачи. Некоторые из них равносильны решению квадратных уравнений и даже одного вида уравнения 3-й степени.

В Древней. Греции была отчётливо выделена геометрия. У древнегреческих геометров впервые сознательно поставлено иссле дование, каждый шаг которого оправдан логическим. доказательством. Мощь этого метода так велика, что вопросы переводились на язык геометрии: величины трактовались как длины, произведение двух величин — как площадь прямоугольника и т. д. И в современном математическом языке сохранилось, например, название «квадрат» для произведения величины на самоё себя. Характерное для более древних культур единство научных знаний и практических приложений было в древнегреческой математике разорвано: геометрию считали логической. дисциплиной, а всякого рода исчисления, т. е. вопросы арифметики и алгебры не считались предметами достойными науки. Несомненно, эти отрасли также продолжали развиваться (на основе вави лонских и египетских традиций), но до нашего времени дошёл только трактат Диофанта Александрийского «Арифметика». Это сочинение можно назвать первым серьезным шагом в развитии алгебраического метода.

Пример Вавилонской задачи на таблице

3. Диофантов анализ

«Арифметика» Диофанта, которую относят к 3 в. н. э. резко отличается от дошедших до нас классических сочинений того времени постановкой задач, методикой их решения, алгебраической трактовкой величин и действий над ними.

Математика Диофанта не похожа на то, что мы видели у греков раньше. Его «Арифметика» представляет более сходства с дошедшими до нас изложениями индусской алгебры конца 5 века, чем с арифметикой Евклида.

Диофант дает решение уравнений, совершенно свободное от геометрических построений; геометрический анализ превращается в алгебраический. У Диофанта же впервые встречаем алгебраическую символику, хотя еще не последовательно проведенную, представляющую простое сокращение речи со всеми ее грамматическими изменениями слов.

„Арифметика" Диофанта, из 13 книг которой до нас дошло 6, представляет из себя не теоретическое изложение, а ряд задач, расположенных по порядку и снабженных теоретическими объяснениями.

Значительно позже, в государствах средневекового Востока, стали возникать научные центры, возрождались занятия математикой не только прикладной, но и теоретической. Научные сочинения в те времена были написаны на арабском языке, который являлся официальным языком многих государств от Испании до Индии. Поэтому математику этого периода нередко называют арабской или математикой стран ислама.

4. Арабский период

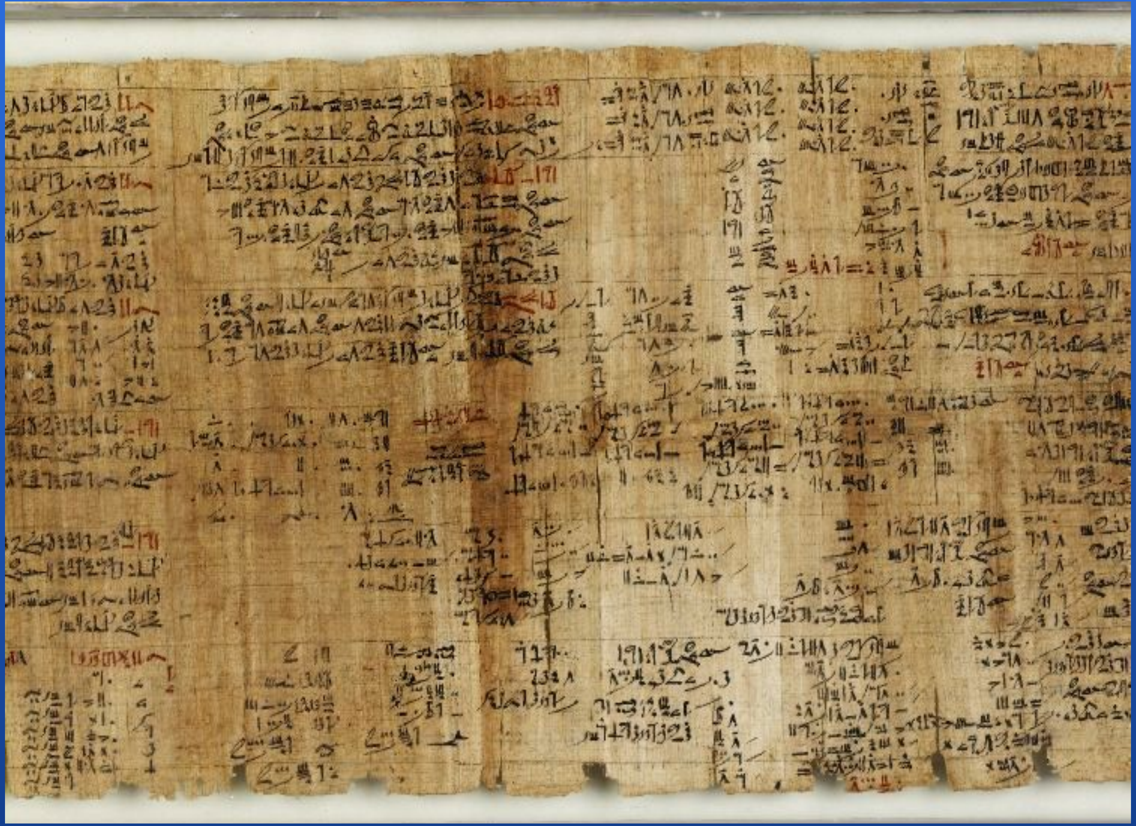
В трудах арабских математиков элементы алгебры объединились, их общность была осознана и алгебра, таким образом, выделилась в самостоятельную область математики.

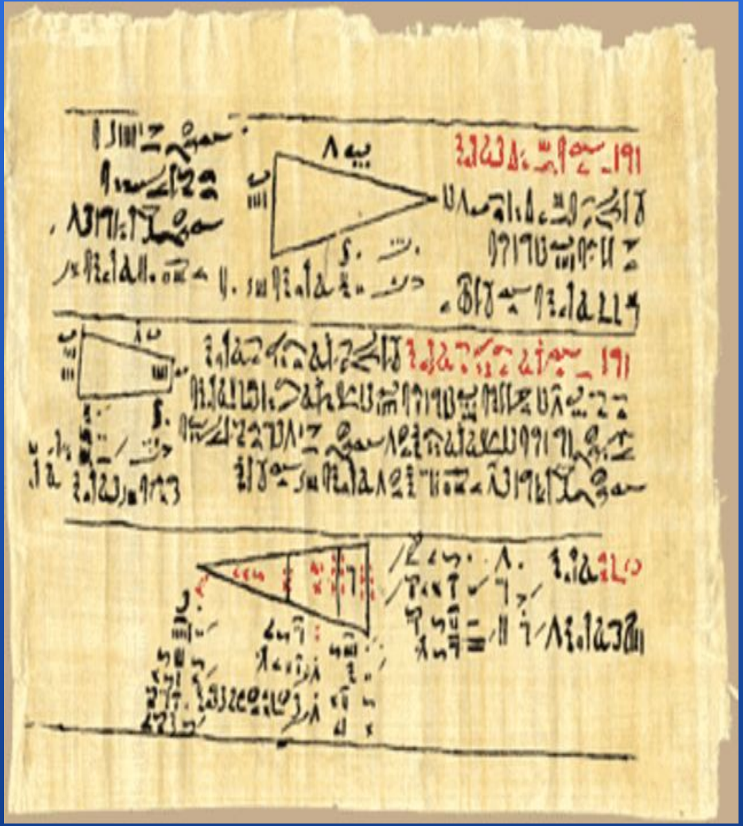
Основополагающим сочинением по алгебре был трактат **«Китаб аль-Джебр валь-Мукабала»** узбекского математика и астронома IX в. Мохаммед-Бен-Муза-аль-Хорезми. Название трактата переводится как «книга об операциях джебр (восстановления) и кабала (приведения)». Что касается до содержания труда Бен-Музы, то его можно передать в немногих словах. В первой части даны правила сложения, вычитания и умножения алгебраических выражений, т.е. многочленов, содержащих неизвестное, его квадрат или квадратный корень. При этом никаких символических формул здесь нет, как и во всей книге: и уравнения и их решения описываются словами, без всяких сокращений. Неизвестное называется «шай» - вещь, его квадрат - «маль» - сила, состояние, имущество.

Книга Хорезми пользовалась большой известностью. Термин «алгебра» укоренился в математике. Осталось в этой науке и имя автора (аль-Хорезми) в латинизированном виде: алгоритм.

В трудах математиков средневекового Востока алгебраические элементы были впервые выделены и собраны в новый специальный отдел математики, был сформулирован предмет этого отдела науки и построена систематическая теория. Вот что писал об алгебре и её методе среднеазиатский математик Омар Хайам: **«Алгебра есть научное искусство. Её предмет - это абсолютное число и измеримые величины, являющиеся неизвестными, но отнесенные к какой-либо известной вещи так, что их можно определить; эта известная вещь есть количество или индивидуально определенное отношение, и к этой известной вещи приходят, анализируя условия задачи; и в этом искусстве ищут соотношения, связывающие данные в задачах величины с неизвестной, которая вышеуказанным образом составляет предмет алгебры. Совершенство этого искусства состоит в знании математических методов, с помощью которых можно осуществить упомянутое определение как числовых, так и геометрических неизвестных... Алгебраические решения, как это хорошо известно, производятся лишь с помощью уравнения, т.е. приравниванием одних степеней другим»**

Решение уравнений и задач на папирусе





5. Европейская алгебра 15 - 17 веков

В **Европе** тысячу лет (V—XV вв.) медленного прогресса постепенно сложилась система обучения, включавшая в себя математику и имевшая целью пополнять слой специалистов и других образованных людей, необходимых для укрепляющейся государственности. Ученые и преподаватели, интересовавшиеся математикой, студенты университетов усваивали достижения античной Греции, Византии, арабоязычных народов Средней Азии и Ближнего Востока. Широко распространилась практика перевода арабских рукописей научного содержания на латинский язык — универсальный язык науки в средние века.

Математика испытывала воздействие практических запросов техники и мореплавания. Темп научной жизни к концу рассматриваемого периода времени, т. е. к XV в., заметно ускорился. В системе наук математика заняла центральное место. **Это упрочило ее положение и ускорило процесс создания теоретических частей, предпосылок новых успехов**. Наибольшие успехи наметились в построении формального символического аппарата алгебры и в тригонометрии. В XV - XVI вв. было произведено обобщение понятия числа, понятия степени, введены радикалы и операции над ними и др. Необходим был лишь практический успех, хотя бы небольшой, чтобы вся масса накопившихся предпосылок пришла в движение. И вот такой успех пришел. Это было решение в радикалах уравнений 3-й и 4-й степени.

Ход событий, связанных с этим открытием, освещается в литературе разноречиво. В основном он был таков: профессор (с 1496 по 1526) университета в Болонье (Италия) Сципион Дель Ферро нашел формулу для отыскания положительного корня конкретных уравнений вида:

$$x^3 + px = q(p > 0, q > 0)$$

Он держал ее втайне, приберегая как оружие против своих противников в научных диспутах. К концу своих дней он сообщил эту тайну своему ученику Фиоре.

С 1539 г. кубическими уравнениями начинает заниматься **Джеромо Кардано** (1501 —1576). Услышав об открытии Тартальи, он приложил много усилий, чтобы выманить тайну у осторожного и недоверчивого Тартальи и украсить этим результатом задуманную книгу «Великое искусство, или о правилах алгебры». В конце концов, это удалось. Кардано собственными усилиями устранил неполноту сообщенных сведений, и книга появилась в 1545 г.

Исаак Ньютон, выражает общепринятый в конце XVII века, взгляд на алгебру, отмечал, что «…алгебра же есть не что иное, как математический язык, приспособленный для обозначения отношений количеств. В этом языке роль слов играют количества, а предложений - уравнения».

Итак, к XVIII в. алгебра сложилась приблизительно в том объёме, который до наших дней преподаётся в средней школе. Эта алгебра охватывает действия сложения, умножения с обратными им действиями вычитания и деления, а также возведение в степень и обратное ему - извлечение корня. Эти действия производились над числами или буквами, которые могли обозначать положительные или отрицательные, рациональные или иррациональные числа. Указанные действия употреблялись в решении задач, по существу сводившихся к уравнениям 1-й и 2-й степеней. Эта «элементарная» алгебра приме няется повседневно в технике, физике и других областях науки и практики. Но содержание науки и её приложений этим далеко не ограничивается. Трудны и медленны были только первые шаги. С 16 века, а особенно в 18 веке, начинается быстрое развитие алгебры, а в 20 веке она переживает новый расцвет.

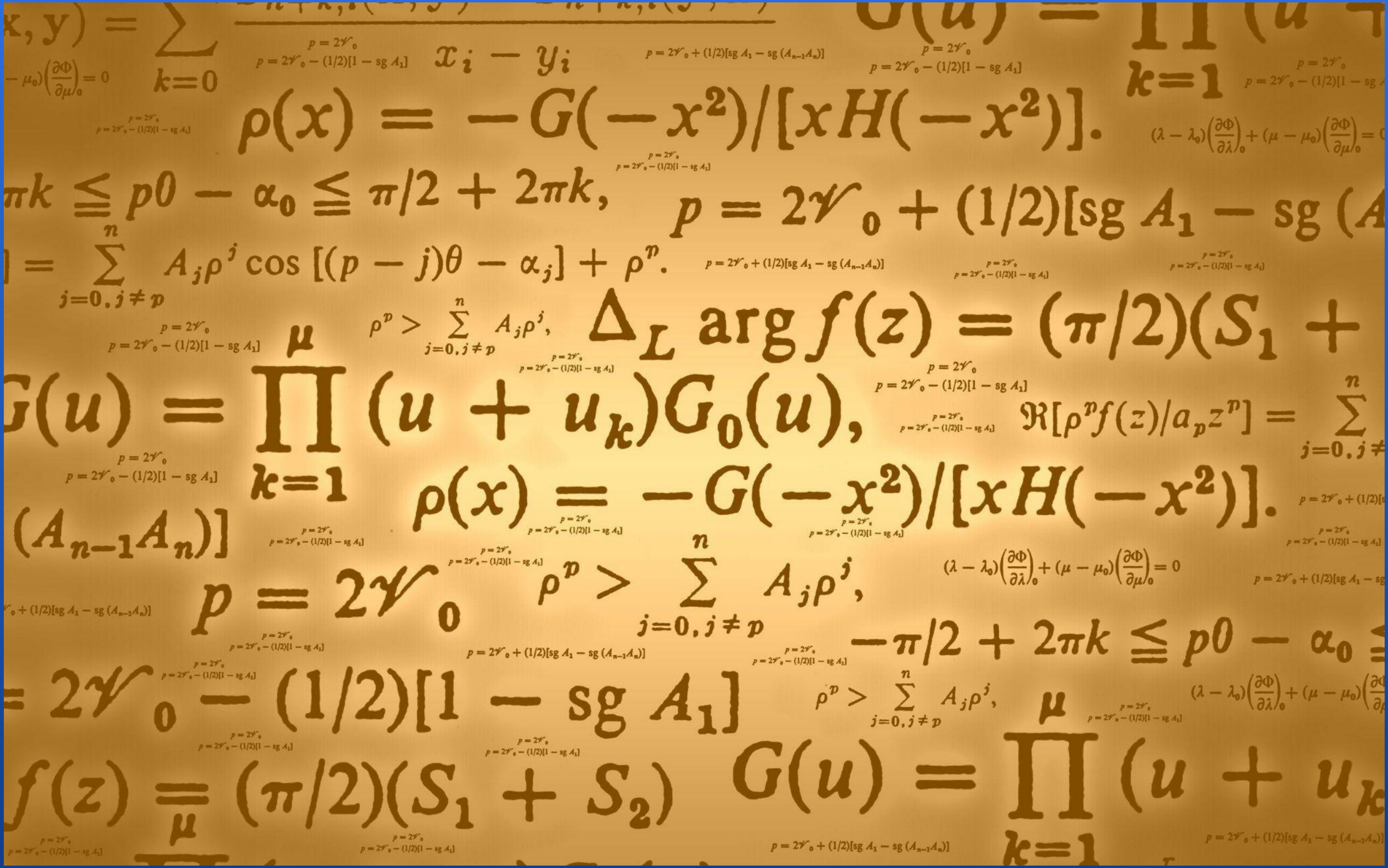
6. Алгебра в 18 - 19 веках

В кон. XVII- нач. XVIII вв. произошёл величайший перелом в истории математики и естествознания; был создан и быстро распространялся анализ бесконечно малых (дифференциальное и интегральное исчисления). Этот перелом был вызван развитием производительных сил, потребностями техники и естествознания того времени и подготовлен он был всем предше ствующим развитием алгебры. В частности, буквенные обозначения и действия над ними ещё в XVI—XVII вв. способствовали зарождению взгляда на математические величины как на переменные, что так характерно для анализа бесконечно малых, где непрерывному изменению одной величины обычно соответствует непрерывное изменение другой - её функции.

Алгебра и анализ развивались в XVII—XVIII вв. в тесной связи. В алгебру проникали функциональные представления, а с другой стороны, алгебра принесла анализу свой богатый набор формул и преобразований, игравших большую роль в начальный период интегрального исчисления и теории дифференциальных уравнений. Крупным событием в алгебре этого периода было появление курса алгебры Леонардо Эйлера, работавшего тогда в Петербургской академии наук. Этот курс вышел сначала на русском языке (1768—1769), а затем неоднократно издавался на иностранных языках. Отличие алгебры от анализа в XVIII—XIX вв. характеризуется тем, что алгебра имеет своим основным предметом прерывное, конечное. Эту ее особенность подчеркнул в 1-й пол. XIX в. Н. И. Лобачевский, назвавший свою книгу «Алгебра, или вычисление конечных» (1834). Алгебра XVIII—XIX вв. есть прежде всего алгебра многочленов.

С древних времён известно решение квадратного уравнения. Алгебраическое решение уравнения 3-й и 4-й степеней было найдено в XVI в. После этого начались настойчивые поиски формул, которые решали бы уравнения и высших степеней подобным образом, т. е. сводили бы решение к извлечениям корней («решение в радикалах»). Эти поиски продолжались около трёх столетий, и лишь в начале XIX в. **Н. Абель и Э. Галуа** доказали, что уравнения степеней выше 4-й в общем случае в радикалах не решаются: оказалось, что существуют неразрешимые в радикалах уравнения n-й степени для любого n, большего или равного 5. Э. Галуа не ограничился этим, так сказать, отрицательным результатом, а положил начало более глубокой теории уравнений, связав с каждым уравнением группу подстановок его корней. В таком более широком понимании Галуа теория продолжает развиваться вплоть до нашего времени. Большую роль в решении систем уравнений внёс **К. Гаусс.**

Формулы, которые дошли до наших дней



Заключение

Таким образом, в своем развитии алгебраический метод прошёл несколько исторических этапов. На каждом из них можно выделить специфические черты и особенности . Так, например, для арабского периода развития алгебры характерно выделение ее в отдельную науку, **для периода XV – XVII веков – появление алгебраической символики**, **XVIII—XIX века отличаются постановкой общих теоретических вопросов**.

Прогресс математической науки связан с именами выдающихся ученых: Диофант, Виет, Галуа, Н.И. Лобачевский и др.

Развитие алгебры проходило не только эволюционным путем, т.е. постепенно и с накоплением новых фактов. Также можно было выделить и периоды революционного развития, с выходом науки на качественно новый уровень. Как правило, этот процесс был связан с постановкой задач, которые теории сложившиеся к тому времени, не могли решить. Это противоречие способствовало возникновению новых научных направлений или переосмыслению старых.

На состояние современной алгебры оказали влияние все особенности их исторического развития, найдя свое отражении в методах этих наук.

Список литературы

1. Алгебра // Математика: энциклопедия.- М.: [Советская энциклопедия], 1980.

2. Глейзер, Г.И. История математики в школе: IX-X кл. / - М.: Просвещение

3. Пичурин,Л.Ф. За страницами учебника алгебры / М.: Просвещение, 1990

4. Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности / Морд. книжн. изд-во, 1977.

5. Рыбников, К.А. Возникновение и развитие математической науки / М.: Просвещение, 1987.

6. Шереметовский, В.П. Очерки по истории математики / М.: УРСС, 2004.