

7 класс
Теория вероятности и статистика

**Медиана числового
набора.
Устойчивость
медианы**





На предыдущем уроке мы познакомились с такой статистической характеристикой как среднее арифметическое набора чисел. Сегодня мы посвятим урок еще одной статистической характеристике – медиане.



Вспомним, что такое среднее арифметическое!

Средним арифметическим числового набора называется *отношение суммы всех чисел массива к их количеству.*



Не только среднее арифметическое показывает, где на числовой прямой располагаются числа какого-либо набора и где их центр. Другим показателем является медиана.



Медианой набора чисел называется такое число, которое разделяет набор на две равные по численности части. Вместо “медиана” можно было бы сказать “середина”.

Сначала на примерах разберем, как найти медиану, а затем дадим строгое определение.



В конце учебного года 11 учеников 7-го класса сдали норматив по бегу на 100 метров. Были зафиксированы следующие результаты.

После того как ребята пробежали дистанцию, к преподавателю подошел Петя и спросил, какой у него результат.

“Самый средний результат: 16,9 секунды”, – ответил учитель

“Почему?” – удивился Петя. – Ведь среднее арифметическое всех результатов – примерно 18,3 секунды, а я пробежал на секунду с лишним лучше. И вообще, результат Кати (18,4) гораздо ближе к среднему, чем мой”.

“Твой результат средний, так как пять человек пробежали лучше, чем ты, и пять – хуже. То есть ты как раз посередине”, – сказал учитель.

Ученик	Результат в секундах
Данила	15,3
Петя	16,9
Лена	21,8
Катя	18,4
Стас	16,1
Аня	25,1
Оля	19,9
Боря	15,5
Паша	14,7
Наташа	20,2
Миша	15,4



Возьмём какой-нибудь набор различных чисел, например: 4, 9, 1, 7, 11.

Сначала упорядочим набор по возрастанию: 1, 4, 7, 9, 11. **Упорядоченный набор называется вариационным рядом.**

Теперь найдём число, которое стоит посередине. Это число 7. Число 7 – медиана этого набора.

В этом примере набор состоял из пяти чисел. Медианой в этом случае оказывается число, стоящее в точности посередине.





Рассмотрим ещё один набор чисел **2, 6, 8, 17**.

Числа уже упорядочены, но их четыре, поэтому среди них нет числа, стоящего точно посередине.

Возьмём два числа, стоящих посередине. Это числа **6** и **8**. Любое из них, а также любое число между ними можно взять в качестве медианы.

Чаще всего в качестве медианы берут среднее двух центральных чисел: $\frac{6 + 8}{2} = 7$.

Обобщим рассмотренные примеры и сформулируем общее правило!



АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ МЕДИАНЫ ЧИСЛОВОГО МАССИВА



1. Упорядочить массив по возрастанию. Получится вариационный ряд.



2. Если в массиве нечётное количество чисел, то медианой является число, стоящее посередине вариационного ряда.



3. Если в массиве чётное количество чисел, то медианой обычно считают арифметическое двух чисел, стоящих посередине.

*В пункте 3 следует внести поправку: если в массиве чётное количество чисел, то медиан у такого массива много – два срединных числа и все числа, заключённые между ними.
Дадим теперь точное определение медианы.*



МЕДИАНА ЧИСЛОВОГО МАССИВА

Медианой числового массива называют такое число m , что хотя бы половина чисел массива не больше числа m и хотя бы половина чисел массива не меньше числа m .



ЗАДАНИЕ 1. С помощью определения покажем, что число 6 является медианой числового набора 1, 6, 3, 2, 0, 4, 9, 12, 8, 6.



Всего в наборе 10 чисел, поэтому число 6 будет медианой, если в наборе найдутся 5 (или больше) чисел, которые не больше числа 6, а также найдутся 5 (или больше) чисел, которые не меньше числа 6.

Не будем упорядочивать числа, а просто подчеркнём все числа, которые не больше числа 6, а над всеми числами, которые не меньше числа 6, поставим черту сверху (надчеркнём их):

1, 6, 3, 2, 0, 4, 9, 12, 8, 6.

Обратите внимание: число 6 входит и в одно, и в другое множество – оно и подчёркнуто, и надчёркнуто одновременно.

Всего мы сделали 7 подчёркиваний и 5 надчёркиваний. Значит, в этом наборе 7 чисел, не бОльших чем 6, и 5 чисел, которые не меньше чем 6. Требование определения выполнено, поэтому **число 6 является медианой**, ч.т.д.





Определение точно говорит, что такое медиана, но использовать его для поиска медианы неудобно. Чтобы найти медиану, нужно действовать уже известным нам способом: упорядочить числа и найти одно или два числа, стоящие посередине вариационного ряда.

Пусть всего в ряду n чисел.

— Если n нечётно, то медианой будет число с порядковым номером $\frac{n+1}{2}$.

— Если n чётно, то медианой будет любое из чисел с номерами $\frac{n}{2}$ и $\frac{n}{2}+1$ или любое число между ними (чаще всего в качестве медианы берут среднее арифметическое этих чисел).

Мы сказали, что медиана часто используется тогда, когда нарушена однородность данных, то есть в массиве имеются выбросы. Чем же хороша медиана в таких случаях? Рассмотрим пример.



Предположим, что мы хотим описать население российского города-миллионера одним числом. Найдем среднее арифметическое:

$$\frac{33\,582}{15} = 2\,239 \text{ тыс. чел.}$$

В таблице нет города, население которого было бы близко к получившемуся среднему значению.

Численность Москвы и Санкт-Петербурга, рассмотрим, как выбросы.

*Напомню, что в статистике **выброс** – это точка данных, которая значительно отличается от других наблюдений.*



Город \ Год	2010	2021
Волгоград	1021	1004
Воронеж	890	1050
Екатеринбург	1350	1495
Казань	1144	1257
Красноярск	974	1092
Москва	11 504	12 655
Нижний Новгород	1251	1244
Новосибирск	1474	1620
Омск	1154	1139
Пермь	991	1049
Ростов-на-Дону	1089	1137
Самара	1165	1144
Санкт-Петербург	4880	5384
Уфа	1062	1125
Челябинск	1130	1187
Итого	31 079	33 582

Численность населения городов-миллионеров в России, тыс. чел.

Упорядочим значения:

1004 1049 1050 1092 1125 1137 1139 **1144** 1187 1244 1257 1495 1620 5384 12 655

Медианой является восьмое по порядку значение (выделено): 1144 тыс.чел.

Это население г. Самары.

Можно сказать, что Самара - медианный по численности город-миллионер в 2021 году или медианный представитель данного набора.

Главное достоинство медианы – устойчивость относительно выбросов.



Город \ Год	2010	2021
Волгоград	1021	1004
Воронеж	890	1050
Екатеринбург	1350	1495
Казань	1144	1257
Красноярск	974	1092
Москва	11 504	12 655
Нижний Новгород	1251	1244
Новосибирск	1474	1620
Омск	1154	1139
Пермь	991	1049
Ростов-на-Дону	1089	1137
Самара	1165	1144
Санкт-Петербург	4880	5384
Уфа	1062	1125
Челябинск	1130	1187
Итого	31 079	33 582

Численность населения городов-миллионеров в России, тыс. чел.



а) Увеличим последнее число на 10, а потом еще на 100. Как изменятся среднее и медиана?

б) Увеличим первое число на 10, а потом еще на 100. Как изменится среднее и медиана в этом случае?



Решение задания №2.

а) Если увеличить последнее число 10 на 10, то среднее арифметическое увеличится на 1 и станет равным 6,5.

А медиана останется прежней (5,5): она зависит только от двух срединных чисел 5 и 6, которые не изменялись.

Если увеличить последнее число еще на 100, то среднее арифметическое вырастет еще на 10 и теперь будет 16,5.

Медиана и в этом случае не изменится.



Домашнее задание



1. Найдите медиану и среднее арифметическое чисел:

а) 1, 3, 5, 7, 9;

б) 1, 3, 5, 7, 14;

в) 1, 3, 5, 7, 9, 11;

г) 1, 3, 5, 7, 9, 17.

2. Пользуясь таблицей, найдите медиану величины «площадь поверхности океана» и медианного представителя (т.е. напишите название океана, площадь поверхности которого является медианой).

Океан	Площадь поверхности, млн км ²	Объём воды, млн км ³	Средняя глубина, м
Атлантический	91,6	329,7	3597
Индийский	73,6	292,1	3890
Северный Ледовитый	14,8	18,1	1225
Тихий	169,2	710,4	3976
Южный	20,3	72,4	3270



**Удачи в выполнении
домашней работы!**

СПАСИБО ЗА УРОК!

