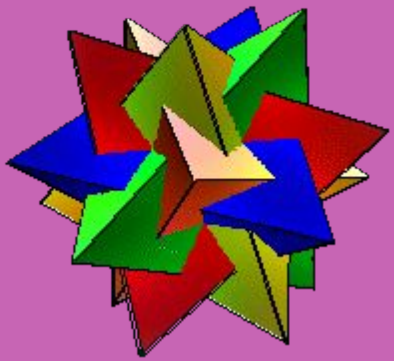
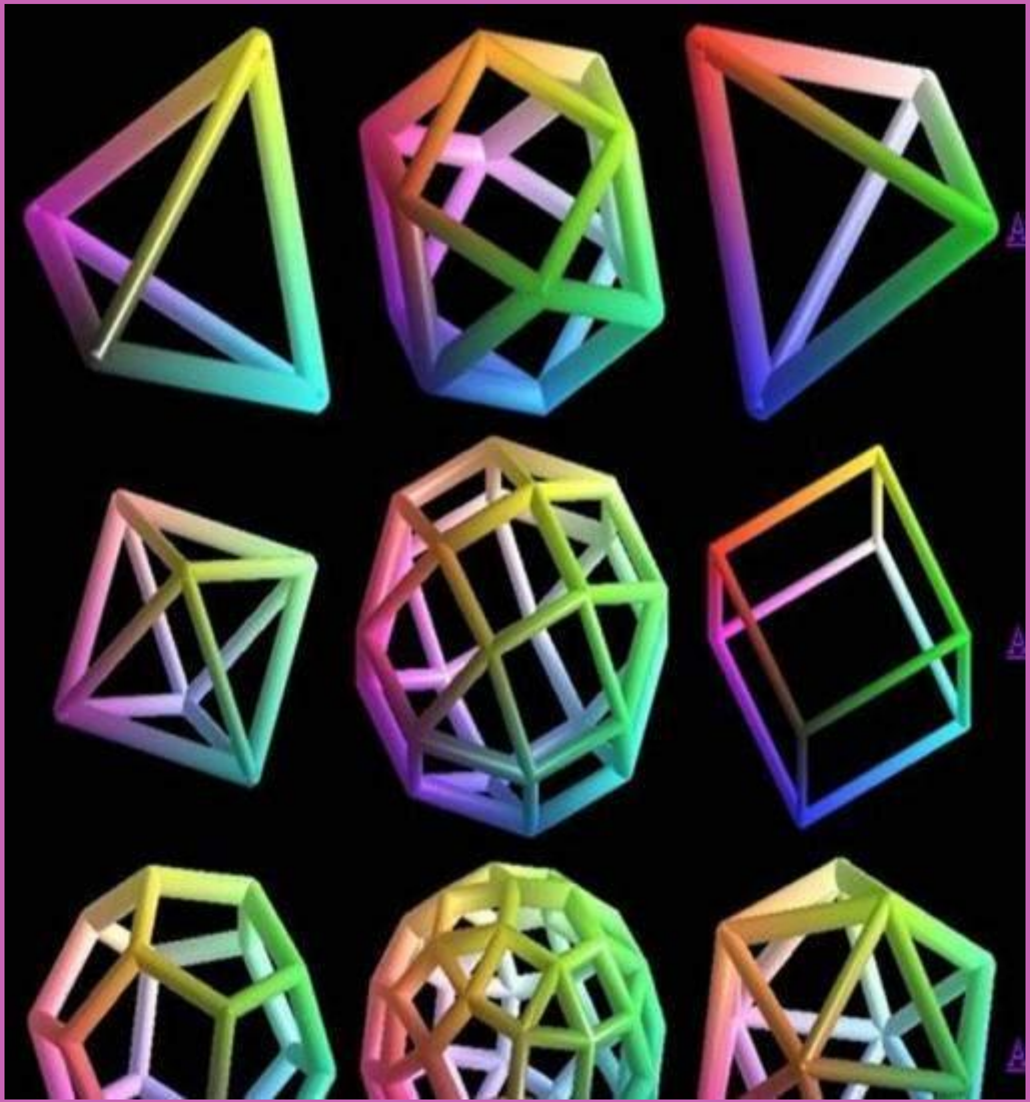
Многогранники

Многогранники



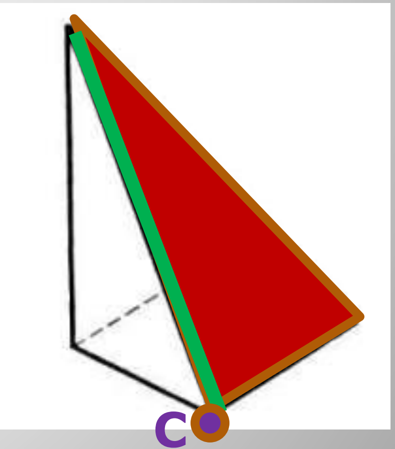


Многогранник - геометрическое тело, ограниченное плоскими многоугольниками.



Плоские многоугольники называются гранями многогранника

стороны многоугольника – ребрами многогранника



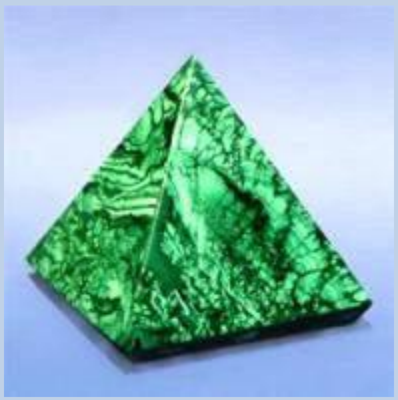
вершины многоугольника – вершинами многогранника.

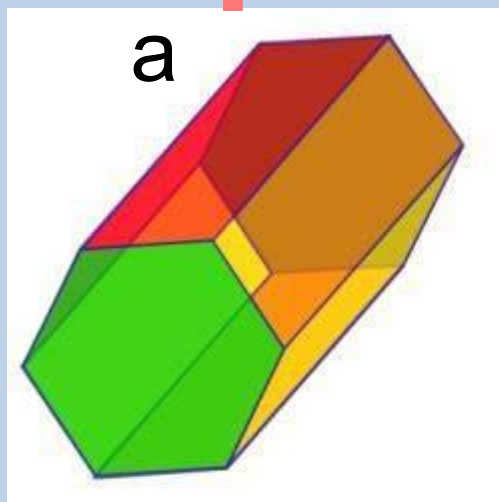
Виды многогранников

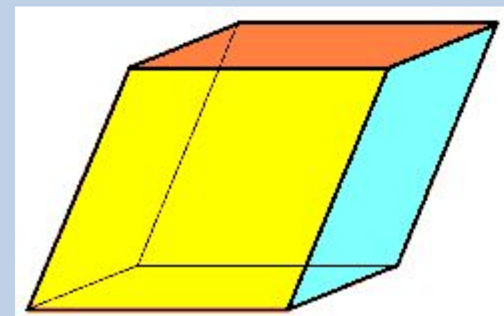
пирамида

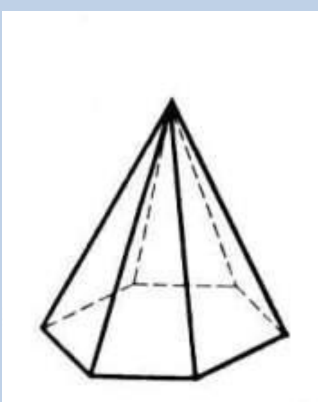
призма

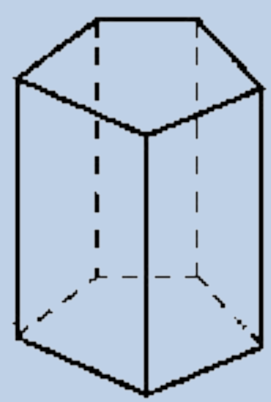
параллелепипед

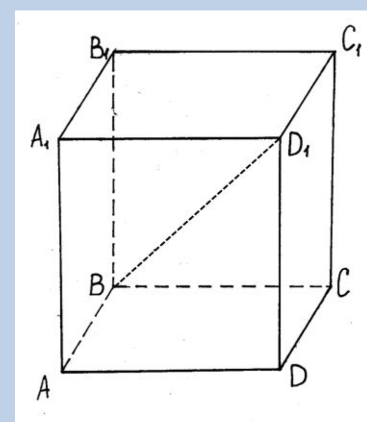




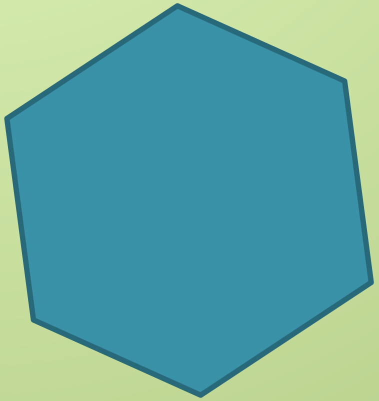






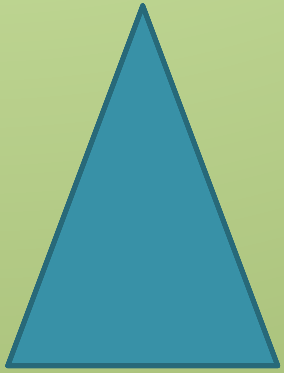


Пирамида - это многогранник

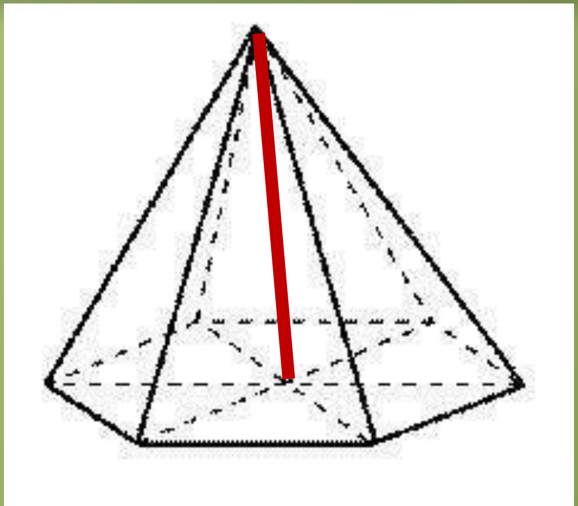


Основанием является многоугольник

*Пирамида называется **правильной,** если в основании лежит **правильный многоугольник**, а вершина проектируется в центр основания*



боковые грани – треугольники
(n-угольная пирамида имеет n+1 граней)

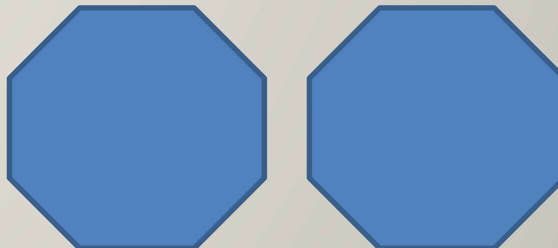


ПРИЗМА – это многогранник

основания равные многоугольники

боковые грани параллелограммы

треугольная призма в основании лежит *треугольник*

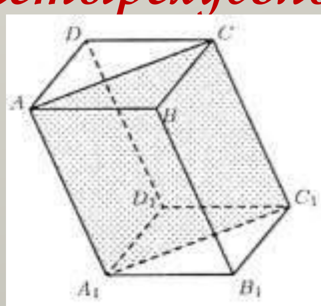


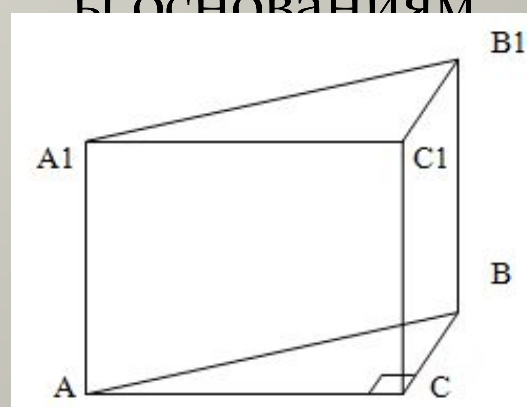
Правильная

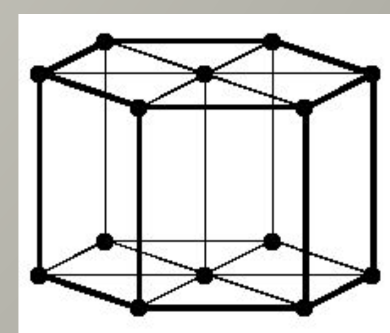
многоугольник.

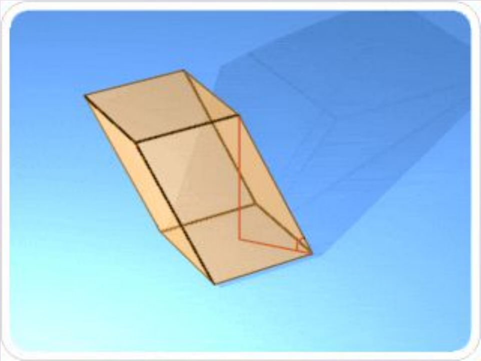
Прямая призма боковые ребра перпендикулярны основаниям

четырехугольная призма в основании лежит *четырехугольник*

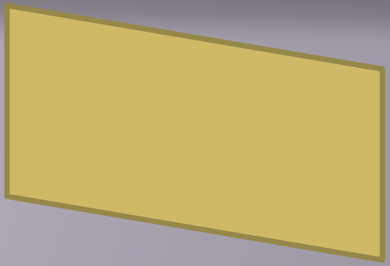






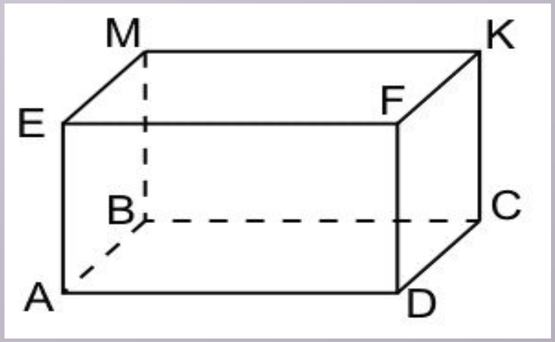


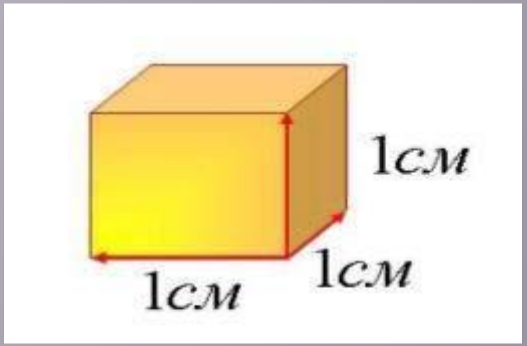
Параллелепипед – это призма



основанием которой является параллелограмм

Параллелепипед, основанием которого является прямоугольник или квадрат называется прямым





Свойства параллелепипеда:

1. *Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.*
2. *Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.*

Тетраэдр

(от ,,тетра”- четыре и греческого ,,hedra” - грань)

состоит из 4-х правильных треугольников, в каждой его вершине сходятся 3 ребра.

Тетраэдр символизировал огонь,
т.к. его вершина устремлена вверх

тетраэдр-огонь

Гексаэдр (куб)

(от греческого „гекса” - шесть и „hedra” - грань) имеет 6 квадратных граней, в каждой его вершине сходятся 3 ребра.
Гексаэдр больше известен как куб (от латинского „cubus”; от греческого „kubos”.

Гексаэдр (куб) символизировал землю, так как самый «устойчивый»

гексаэдр (куб) - земля

Октаэдр

(от греческого okto - восемь и hedra - грань)
имеет 8 граней (треугольных),
в каждой вершине сходятся 4 ребра.

Октаэдр символизировал воздух,
как самый "воздушный"

октаэдр-воздух

Икосаэдр

(от греческого eikosi - двадцать и hedra - грань)
имеет 20 граней (треугольных),
в каждой вершине сходится 5 рёбер

Икосаэдр символизировал воду,
так как он самый «обтекаемый»

икосаэдр-вода

Додекаэдр

(от греческого dodeka - двенадцать и hedra - грань) имеет 12 граней (пятиугольных), в каждой вершине сходятся 3 ребра.

Додекаэдр воплощал в себе "все сущее", символизировал все мироздание, считался главным

додекаэдр-вселенная


огонь

тетраэдр


вода

икосаэдр


воздух

октаэдр


Пифагор

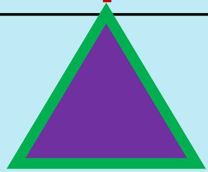
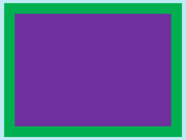
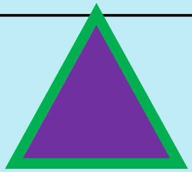
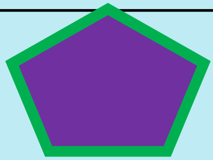
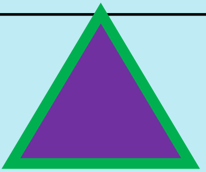

земля

гексаэдр


Вселенная

додекаэдр

Заполни таблицу

Название	Тетраэдр	Куб	Октаэдр	Додекаэдр	Икосаэдр
Форма граней					
Число граней	4	6	8	12	20
Число ребер	6	12	12	30	30
Число вершин	4	8	6	20	12

Математика - гимнастика для ума,
СТЕРЕОМЕТРИЯ - витамин для мозга.

Многогранники в искусстве

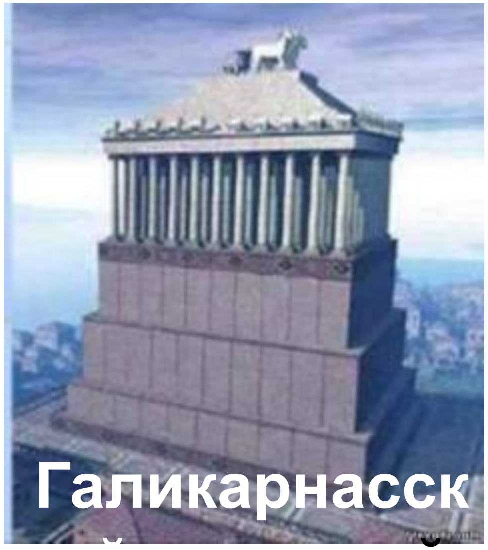
В эпоху Возрождения большой интерес к формам правильных многогранников проявили скульпторы. архитекторы, художники. Леонардо да Винчи (1452 -1519) например, увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах. Он проиллюстрировал правильными и полуправильными многогранниками книгу Монаха Луки Пачоли "О божественной пропорции."

[художник Эшер]

«Тайная вечеря»

Сальвадор Дали

Многогранники в архитектуре.



Галикарнасск
мавзолей

Великая
пирамида в

Никольский
собор

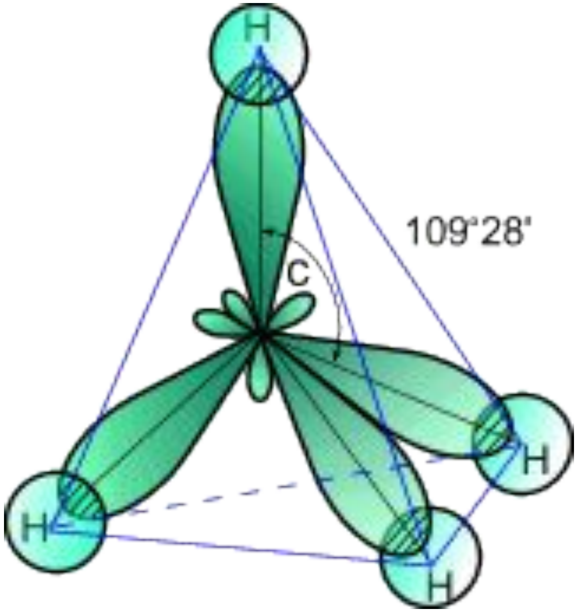
Мечеть
Кул-Шариф

Башня

Александрийский
маяк

Кристаллы белого фосфора образованы молекулами P4 .
Такая молекула имеет вид тетраэдра.

Молекулы **зеркальных изомеров молочной кислоты**
также являются тетраэдрами.



Кристаллическая решётка **метана** имеет форму тетраэдра.
Метан горит бесцветным пламенем.
С воздухом образует взрывоопасные смеси.
Используется как топливо.

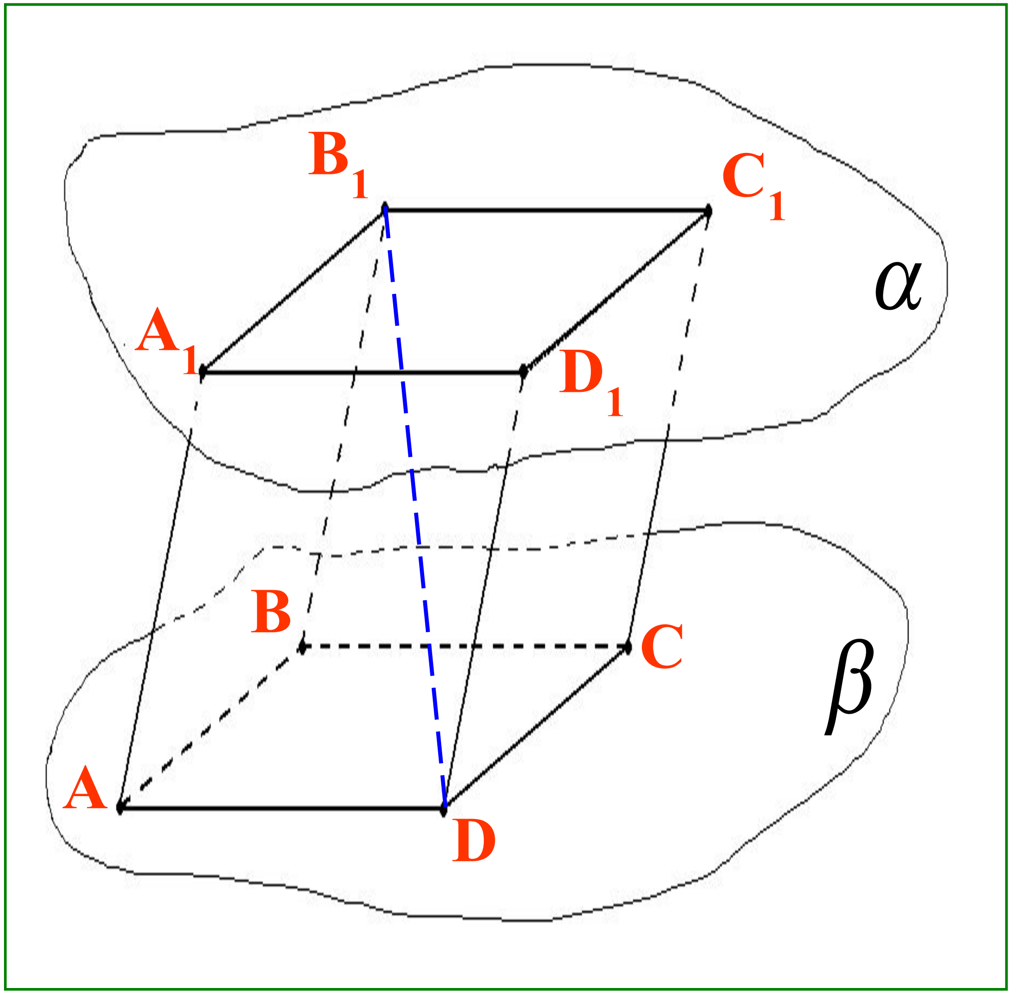
Сфалерит - сульфид цинка (ZnS).
Кристаллы этого минерала имеют форму тетраэдров, реже – ромбододекаэдров.

Форму октаэдра имеет **монокристалл алюмокалиевых кварцев**,
формула которого $K(AL(SO_4)_2) * 12H_2O$.
Они применяются для протравливания тканей, выделки кожи.

Одним из состояний полимерной молекулы **углерода**, наряду с графитом, является алмаз **Алмазы** обычно имеют **октаэдр** в качестве формы огранки.
Алмаз (от греческого adamas – несокрушимый) – бесцветный или окрашенный кристалл с сильным блеском в виде октаэдра.
Кристаллы алмаза представляют собой гигантские полимерные молекулы и обычно имеют форму огранки октаэдра, ромбододекаэдра, реже — куба или тетраэдра.

Параллелепипед

$\alpha \,||\, \beta$



$ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ – равные параллелограммы – основания

$AA_1 \,||\, BB_1 \,||\, CC_1 \,||\, DD_1$ – боковые ребра

Все грани параллелограммы.

AA_1B_1B; BB_1C_1C; CC_1D_1D; AA_1D_1D – боковые грани

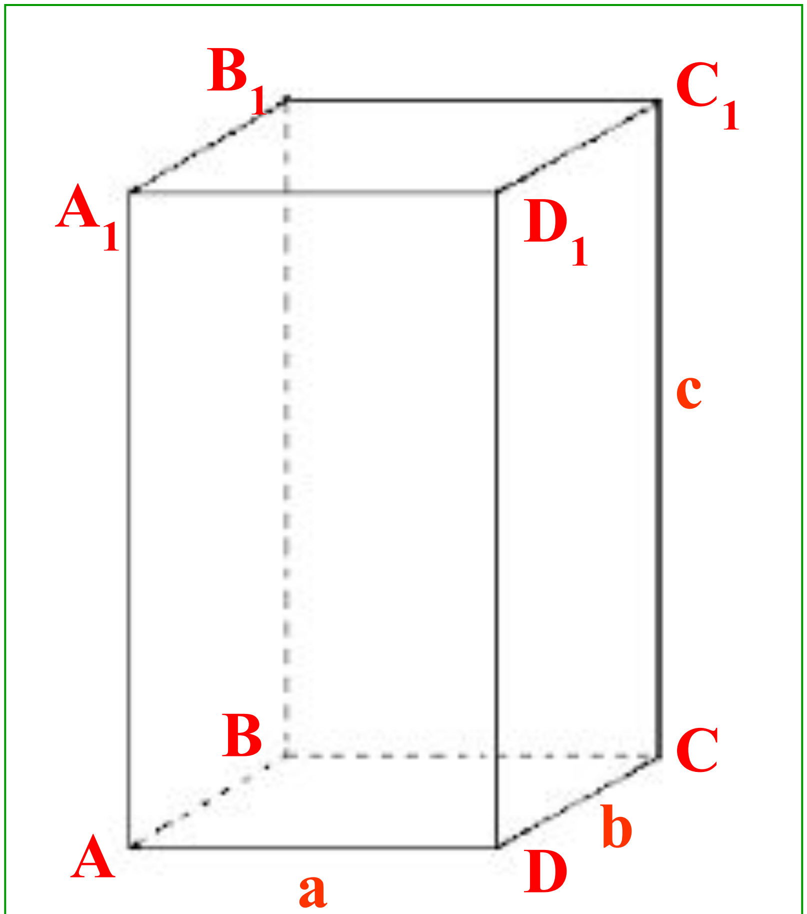
DB_1 – диагональ

Свойства.

1. Противолежащие грани параллелепипеда параллельны и равны.
2. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

Прямой параллелепипед

– это параллелепипед, у которого боковые грани являются прямоугольниками.



$$L_{каркаса} = 4 \cdot (a + b + c)$$

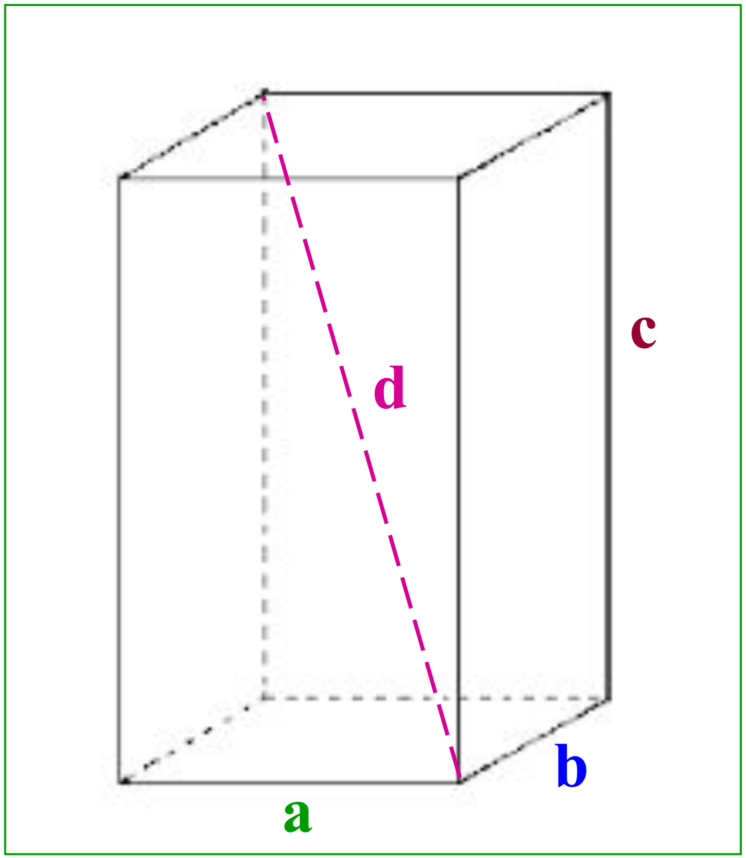
$$S_{бок} = 2 \cdot (ac + bc)$$

$$S_{п.п.} = S_{бок.} + 2S_{осн.}$$

$$V = S_{осн.} \cdot c$$

Прямоугольный параллелепипед

– это параллелепипед, у которого все грани прямоугольники.



a – длина, b – ширина,

c – высота, d – диагональ

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

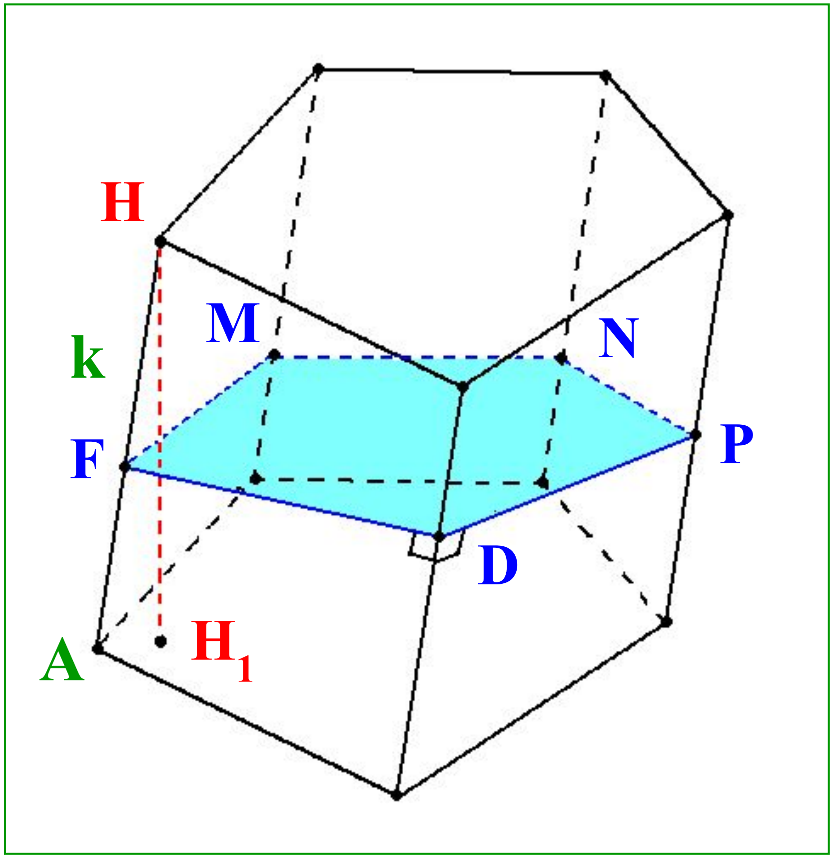
$$S_{п.п.} = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Призма

: основания – равные n – угольники, лежащие в параллельных плоскостях, боковые грани – параллелограммы.

Наклонная – боковые грани – параллелограммы.



HH_1 – высота призмы

AH (k) – боковое ребро призмы

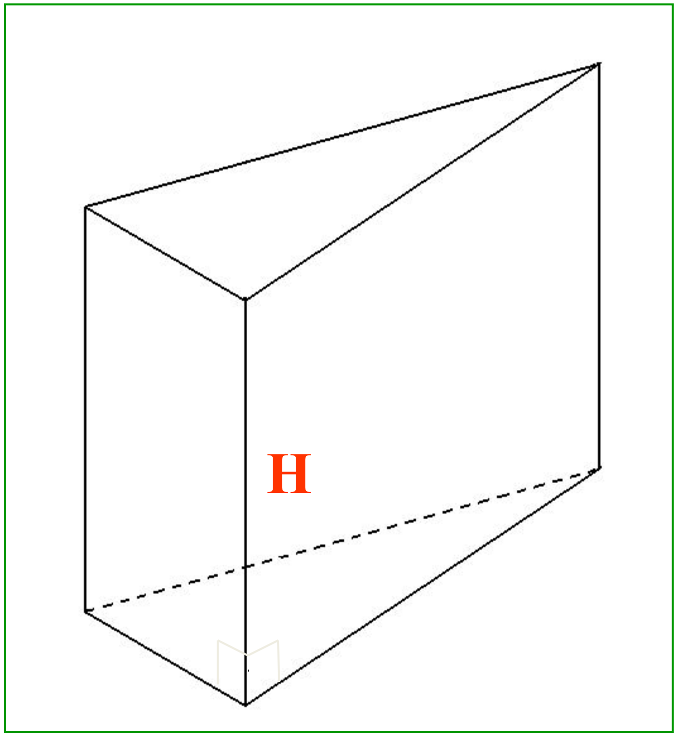
FMNPD – сечение, перпендикулярное боковому ребру

$$S_{бок.} = P_{сеч.} \cdot k$$

$$S_{п.п.} = S_{бок.} + 2S_{осн.}$$

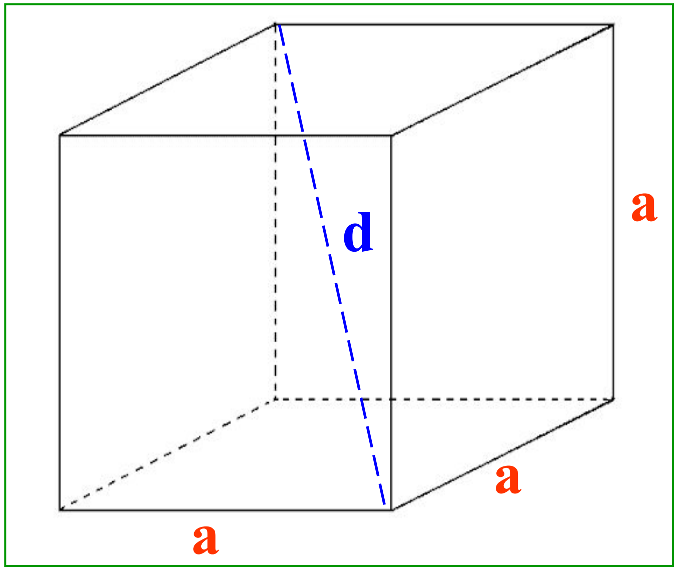
$$V = S_{сеч.} \cdot k$$

Прямая призма – боковые грани – прямоугольники.



Куб

все грани - квадраты



$$V = a^3$$

$$d^2 = 3 \cdot a^2$$

$$V = S_{осн.} \cdot H$$

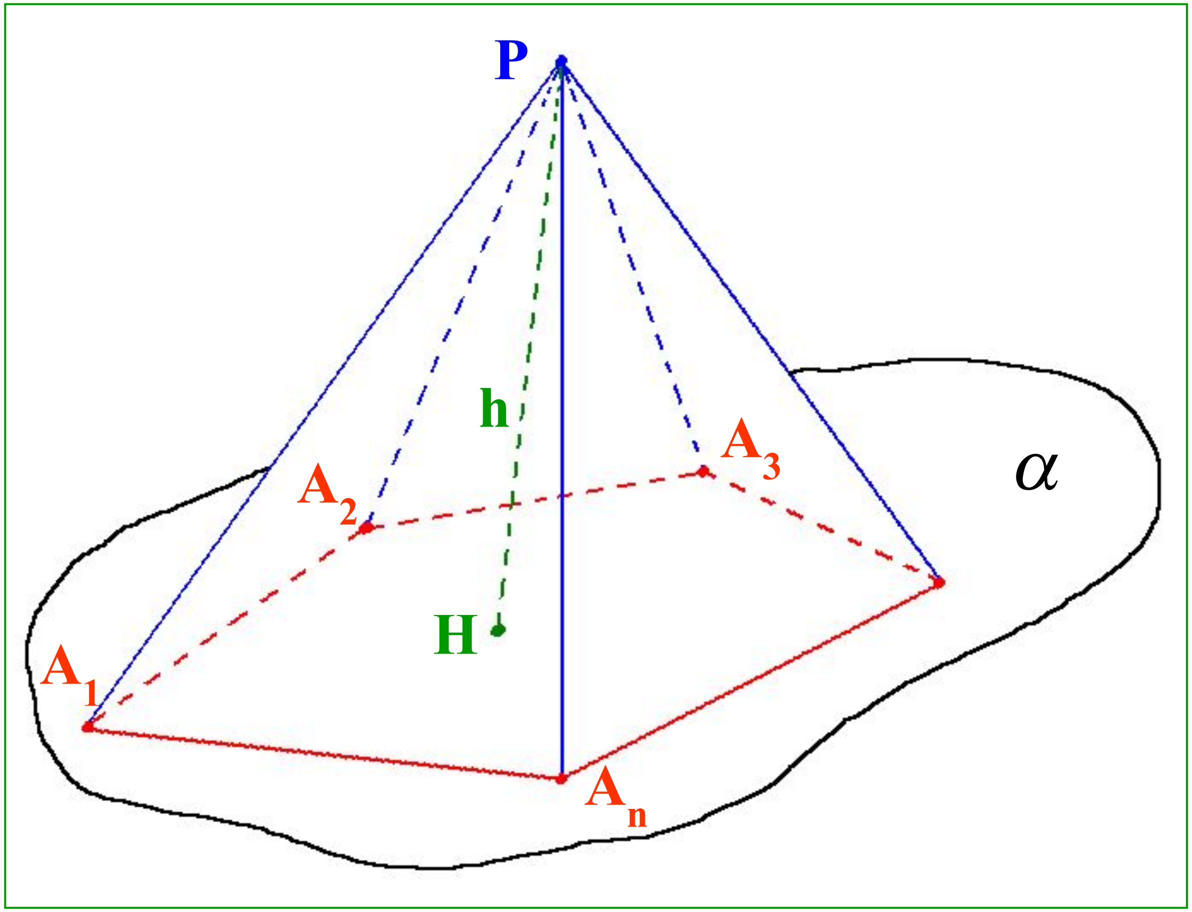
$$L_{каркаса} = 12 \cdot a$$

$$S_{бок.} = P_{осн.} \cdot H$$

$$S_{п.п.} = 6 \cdot a^2$$

Пирамида

– это многогранник, состоящий из n-угольника $A_1A_2A_3...A_n$ (основание) и n треугольников (боковые грани), имеющих общую вершину (P).



PA_1; PA_2; PA_3; ... ; PA_n – боковые ребра

A_1A_2; ... ; A_1A_n – ребра основания

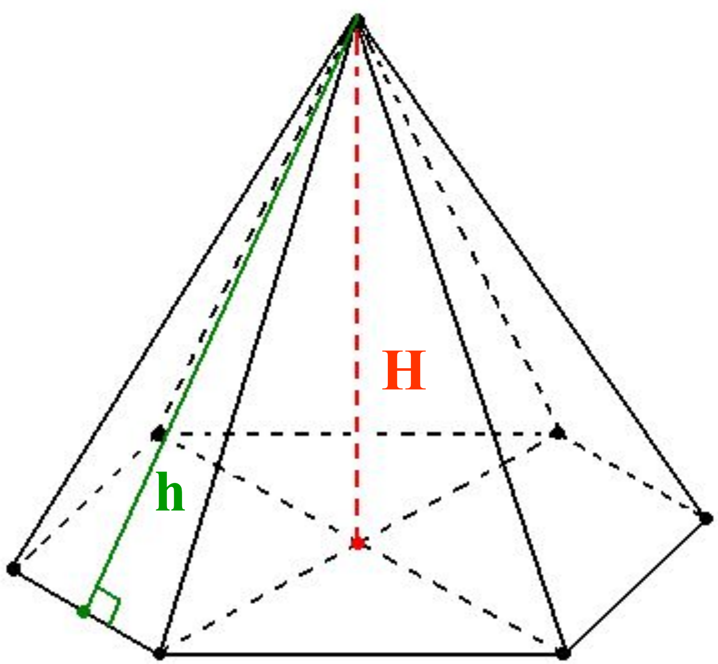
PH – высота пирамиды - h

$$S_{п.п.} = S_{бок.} + S_{осн.}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot h$$

Правильная пирамида

- **основание – правильный многоугольник, вершина проецируется в центр основания;**
- **боковые ребра – равны;**
- **боковые грани – равные равнобедренные треугольники.**



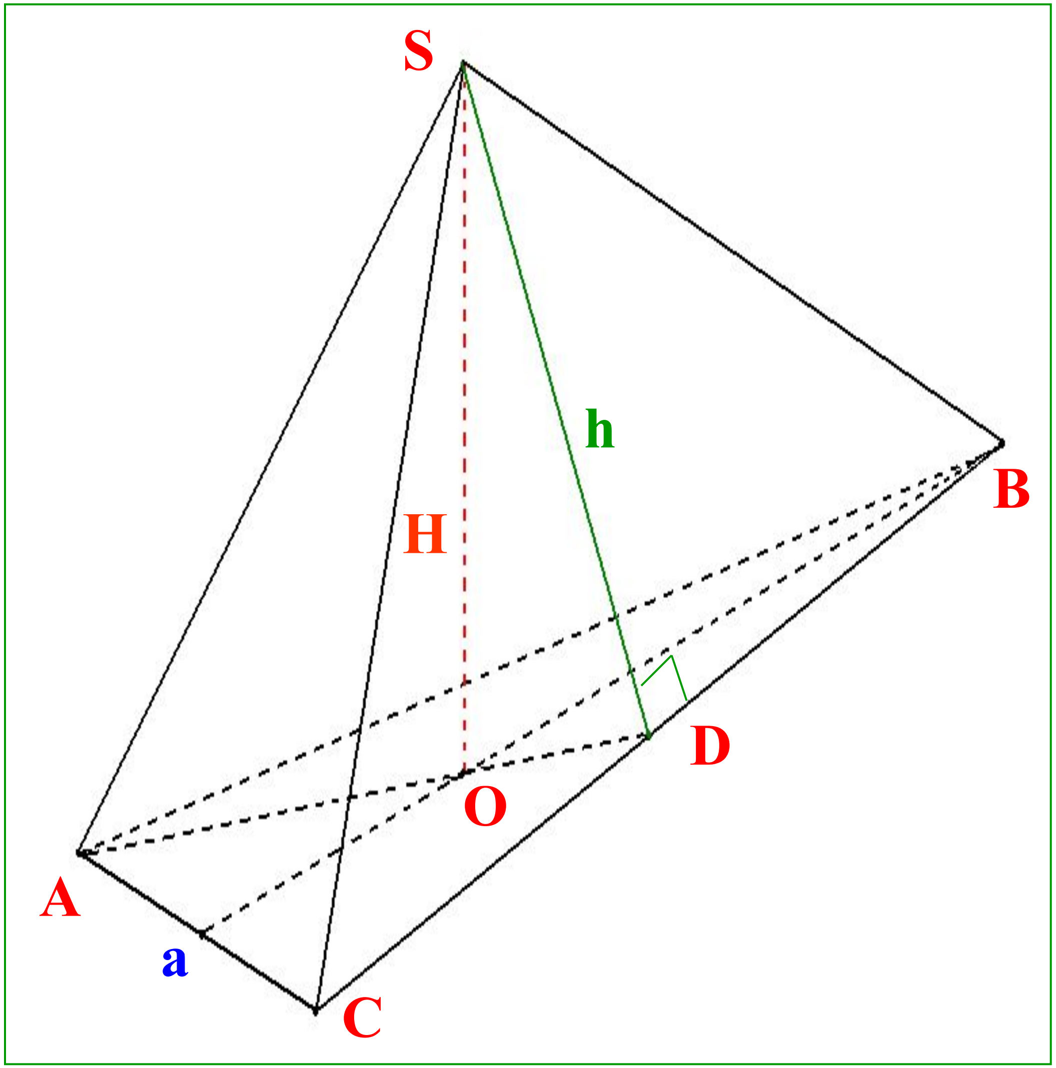
H – высота, **h – апофема**

$$S_{бок.} = \frac{1}{2} \cdot P_{осн.} \cdot h$$

$$S_{п.п.} = S_{бок.} + S_{осн.}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot h$$

Правильная треугольная пирамида



H – высота, h – апофема

AB = BC = AC = a

$$DO = \frac{1}{3} \cdot AD$$

$$AO = \frac{2}{3} \cdot AD$$

$$S_{бок.} = \frac{3}{2} \cdot a \cdot h$$

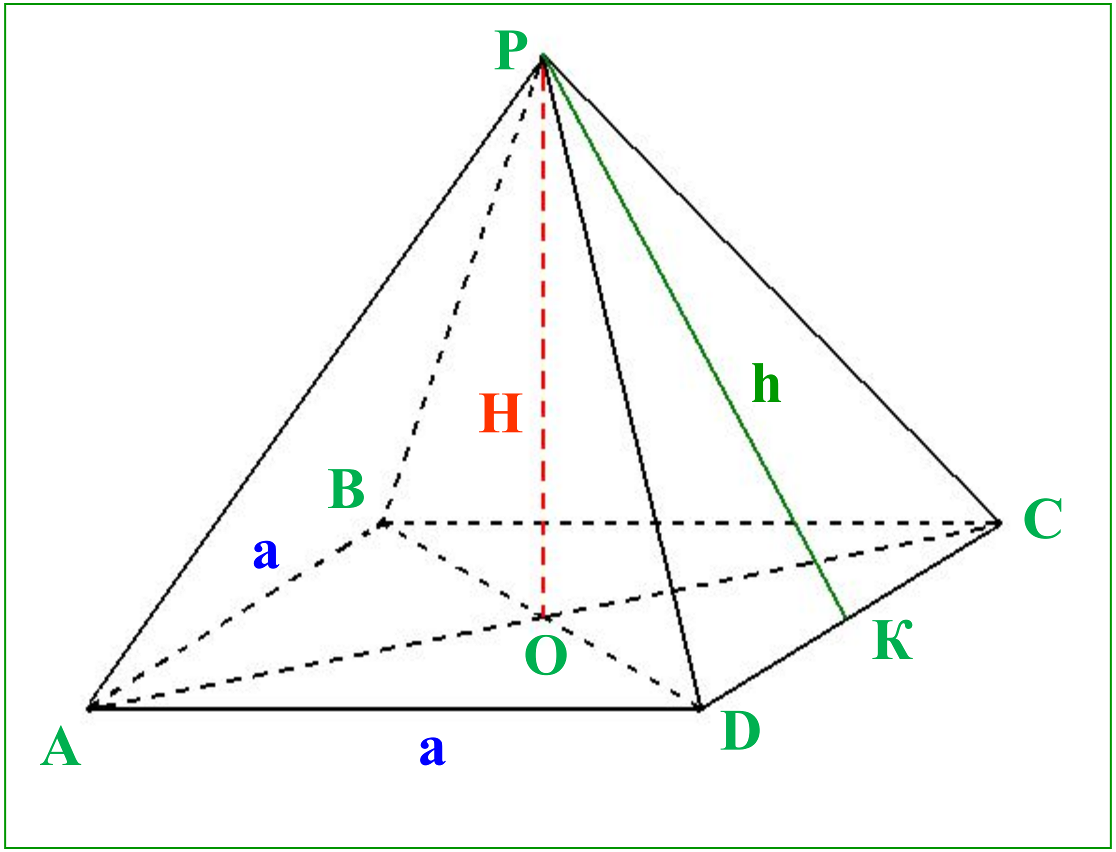
$$S_{п.п.} = \frac{3}{2} \cdot a \cdot h + \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot H$$

Правильная четырехугольная пирамида

H – высота, h – апофема, **a – сторона основания**

AB = BC = CD = DA = a (в основании – квадрат)



К – середина DC

$$OK = \frac{1}{2} \cdot a$$

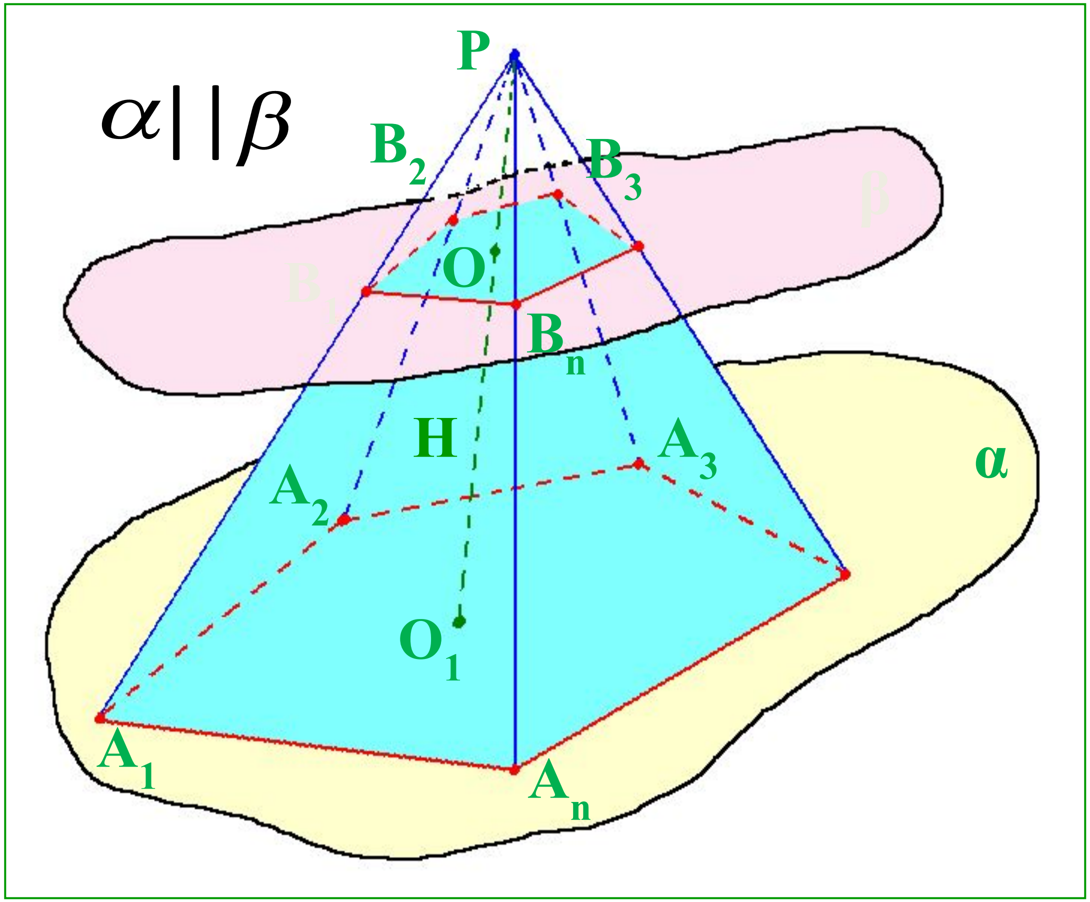
$$BD = a \cdot \sqrt{2}$$

$$S_{бок.} = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot h = 2 \cdot a \cdot h$$

$$S_{п.п.} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H$$

Усеченная пирамида



$PA_1A_2...A_n$ – произвольная пирамида

α – плоскость основания

β – секущая плоскость,

$PB_1B_2...B_n$ – пирамида

$B_1B_2...B_n$ – верхнее основание

$A_1A_2...A_n$ – нижнее снование

$A_1B_1B_2A_2; ...; A_nB_nB_1A_1$ – боковые грани – трапеции

$A_1B_1; A_2B_2; ...; A_nB_n$ – боковые ребра

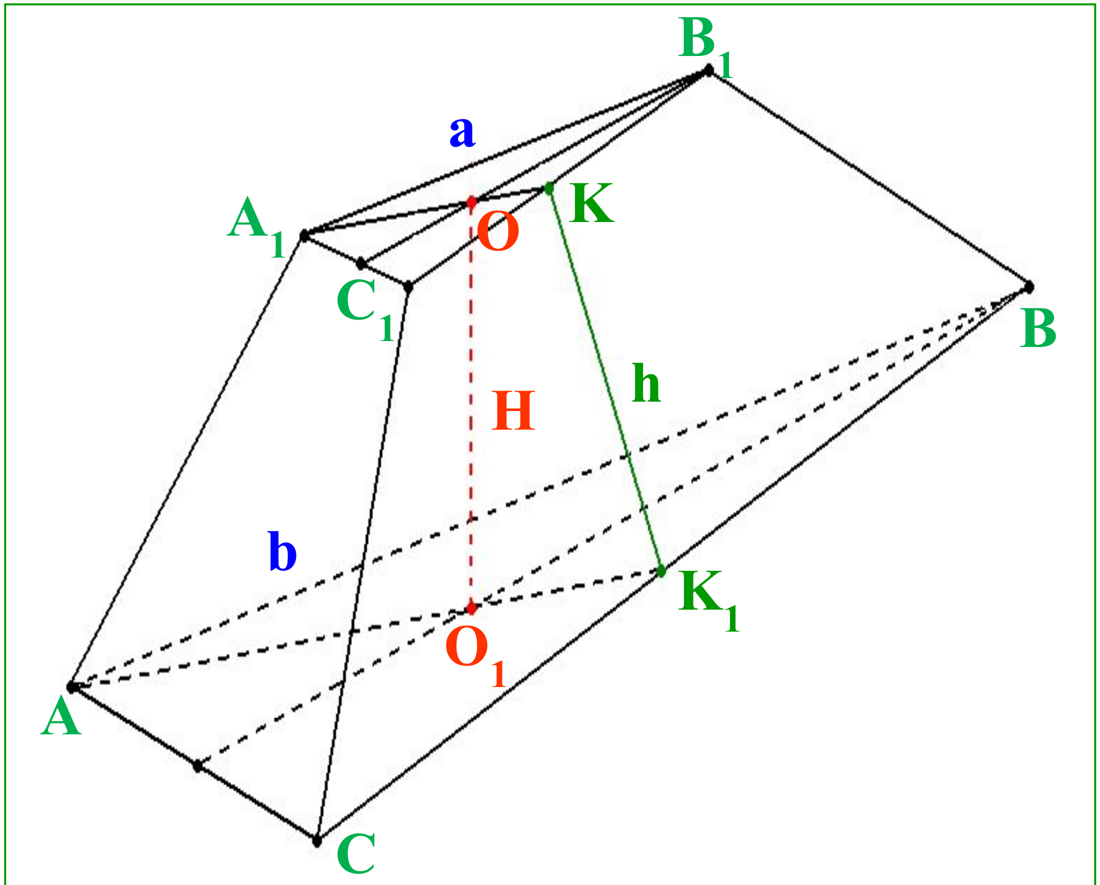
$OO_1 = H$ – высота

$$S_{п.п.} = S_{бок.} + S_{в.осн.} + S_{н.осн.}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot (S_{в.осн.} + S_{н.осн.} + \sqrt{S_{в.осн.} \cdot S_{н.осн.}})$$

Правильная треугольная усеченная пирамида –

боковые грани – равные между собой равнобокие трапеции.



ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ – равносторонние

$OO_1 = H$ – высота

$KK_1 = h$ – апофема

$$P_{в.осн.} = 3 \cdot a \qquad P_{н.осн.} = 3 \cdot b$$

$$S_{в.осн.} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \qquad S_{н.осн.} = \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

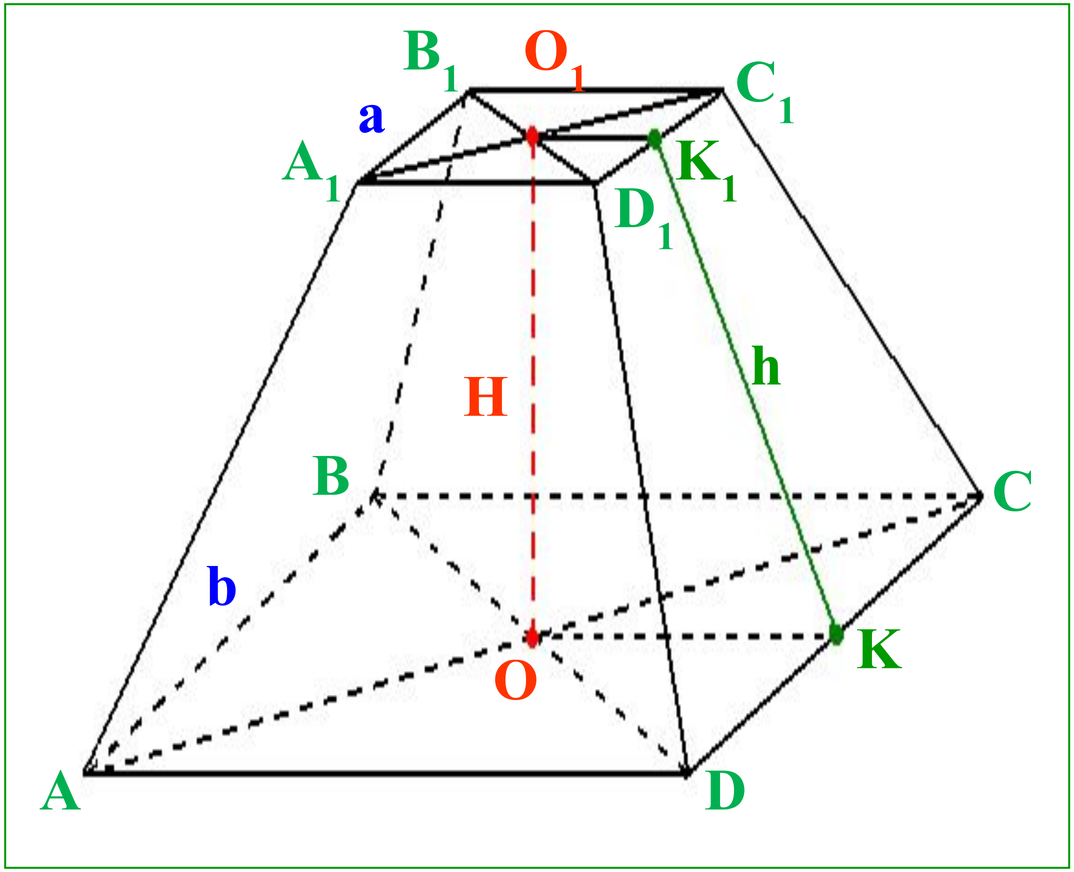
$$S_{бок.} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (P_{в.осн.} + P_{н.осн.})$$

$$S_{бок.} = \frac{3}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \sqrt{\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4}}\right)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{a \cdot b \cdot \sqrt{3}}{4}\right)$$

Правильная четырехугольная усеченная пирамида – боковые грани – <u>равные</u> между собой <u>равнобокие</u> трапеции.



ABCD и $A_1B_1C_1D_1$ – квадраты

OO_1 = H – высота

KK_1 = h – апофема

$$P_{в.осн.} = 4 \cdot a$$

$$P_{н.осн.} = 4 \cdot b$$

$$S_{в.осн.} = a^2$$

$$S_{н.осн.} = b^2$$

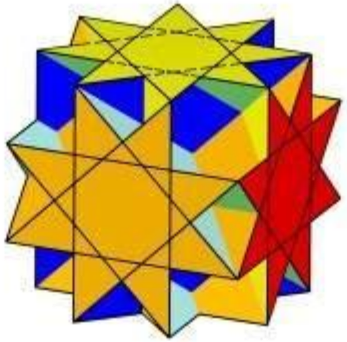
$$S_{бок.} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (P_{в.осн.} + P_{н.осн.})$$

$$S_{бок.} = 2 \cdot h \cdot (a + b)$$

$$S_{п.п.} = a^2 + b^2 + 2 \cdot h \cdot (a + b)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot (a^2 + b^2 + \sqrt{a^2 \cdot b^2})$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot (a^2 + b^2 + a \cdot b)$$



Многогранник - геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми гранями. Стороны граней называются ребрами многогранника, а концы ребер — вершинами многогранника. По числу граней различают четырехгранники, пятигранники и т. д.