

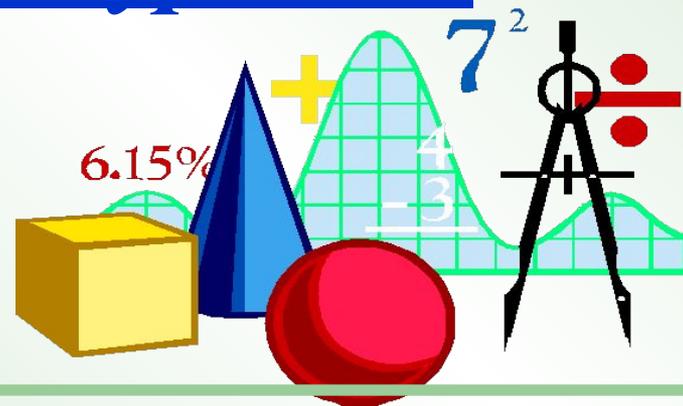
# Готовимся к ЕГЭ

ТРЕНАЖЁР по теме

«ПРОИЗВОДНАЯ»

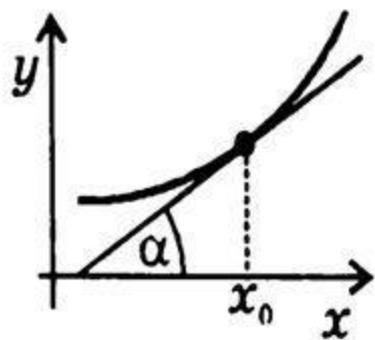
Задание № 14 базовый уровень,

№7, 12 профильный уровень

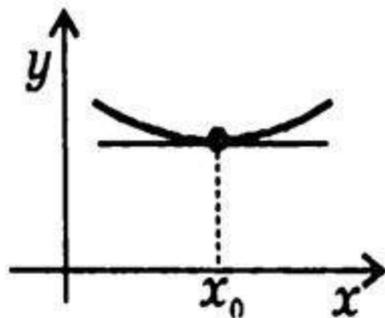


# Геометрический смысл производной

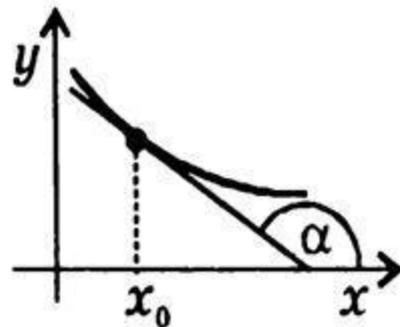
Производная в точке  $x_0$  равна угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в этой точке:



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$$



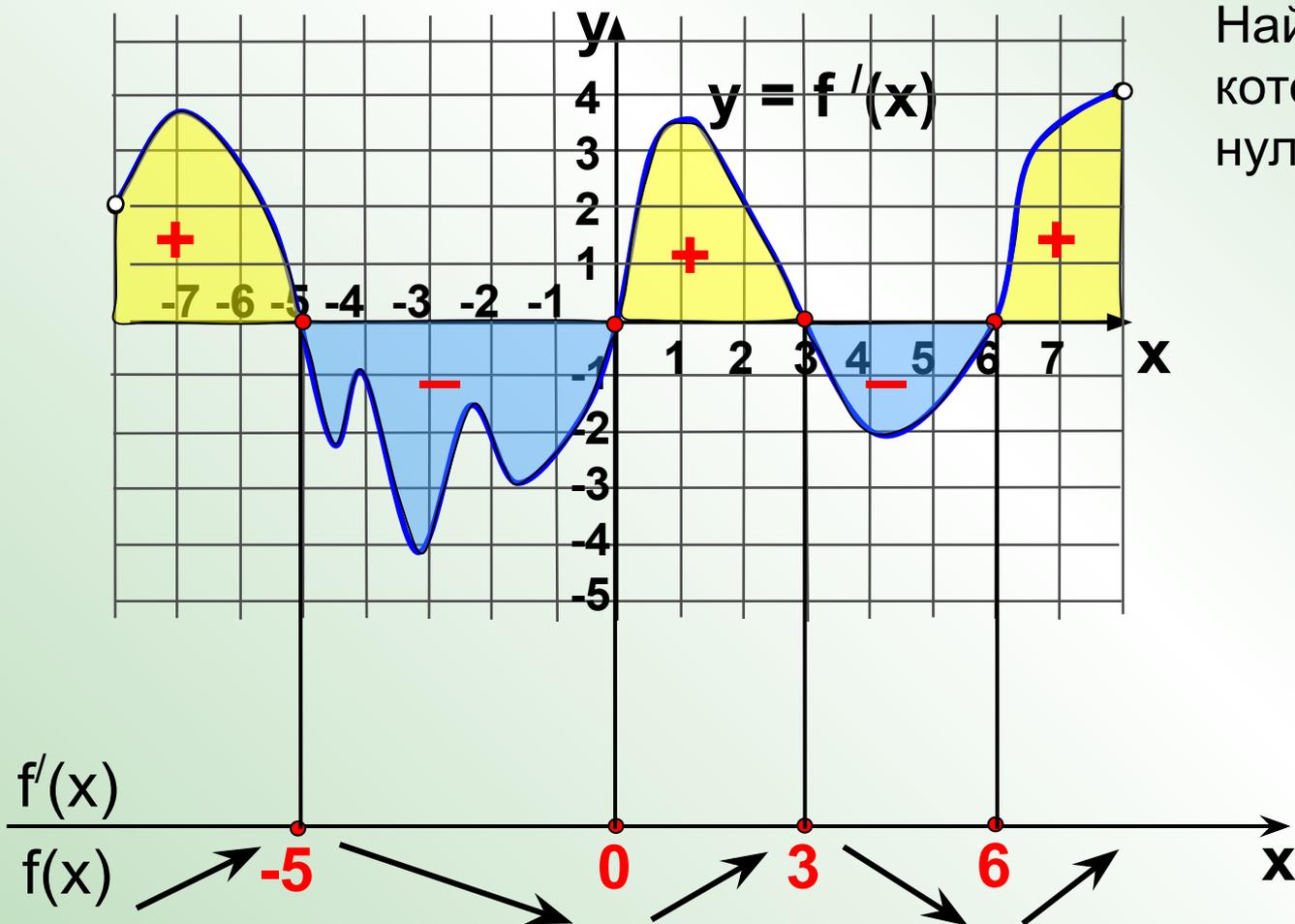
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$$

На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-8; 8)$ . Исследуем свойства графика и мы сможем ответить на множество вопросов о свойствах функции, хотя графика самой функции не представлено!

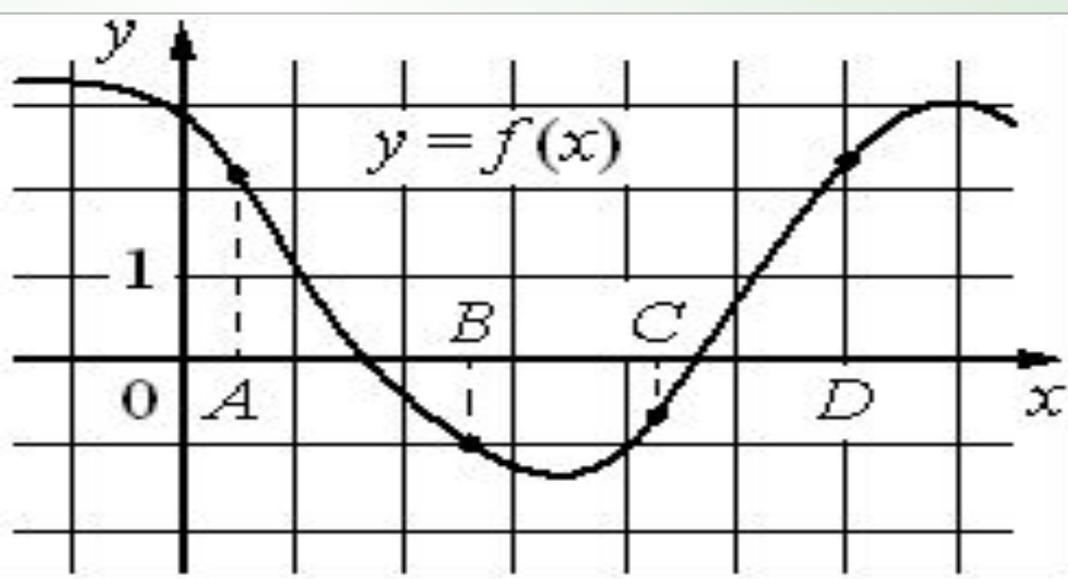
Найдем точки, в которых  $f'(x) = 0$  (это нули функции).



Математика

базовый уровень

**ЗАДАНИЕ № 14**



На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$  и отмечены точки **A, B, C** и **D** на оси **Ox**. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристики функции и её производной.

**A**

1) значение функции в точке отрицательно, а значение производной функции в точке положительно

**B**

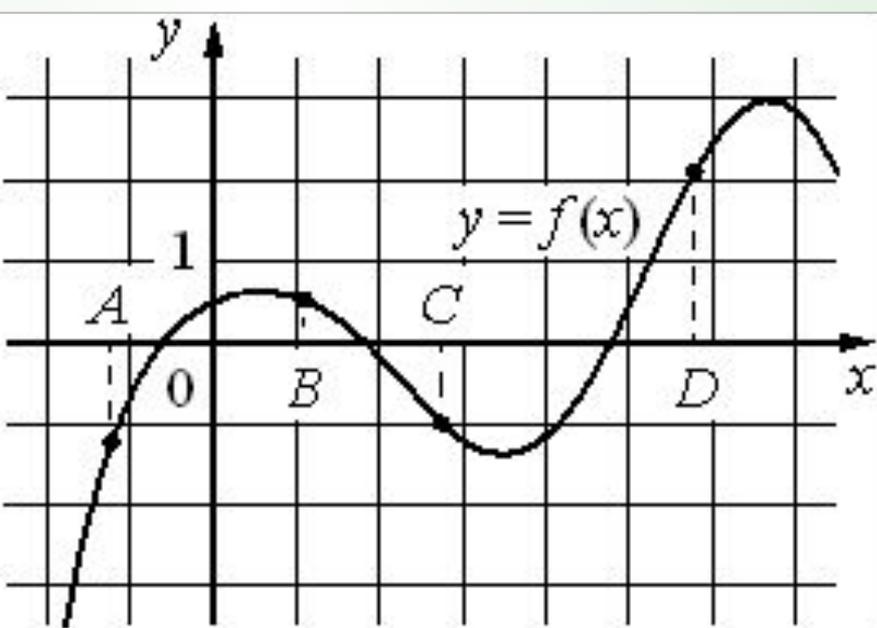
2) значение функции в точке положительно, а значение производной функции в точке отрицательно

**C**

3) значение функции в точке отрицательно, и значение производной функции в точке отрицательно

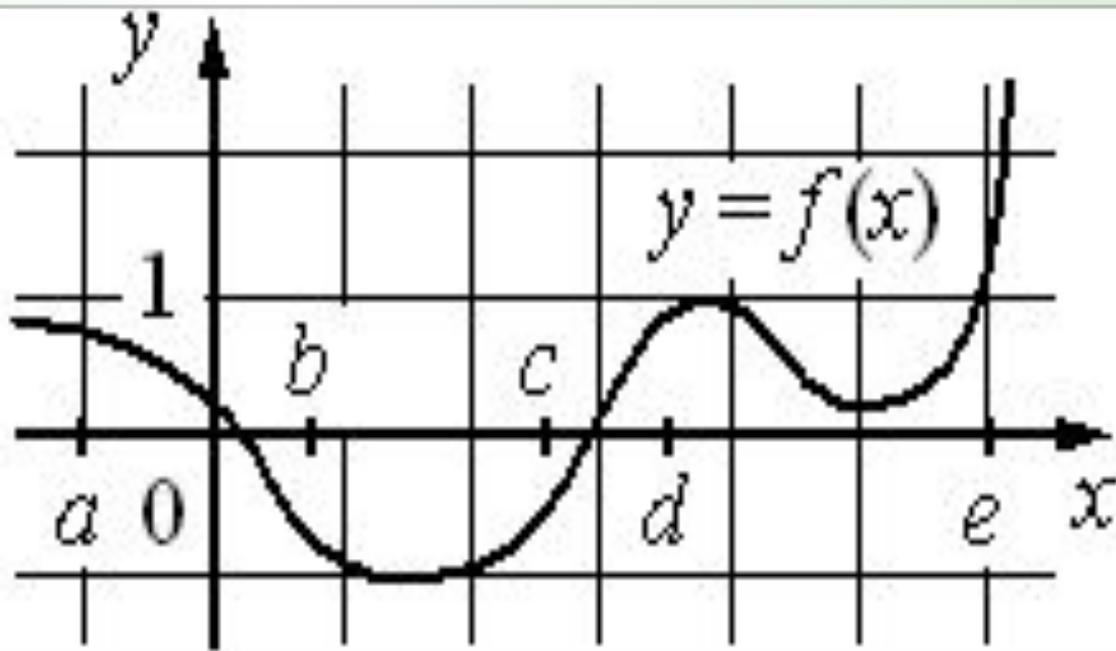
**D**

4) значение функции в точке положительно, и значение производной функции в точке положительно



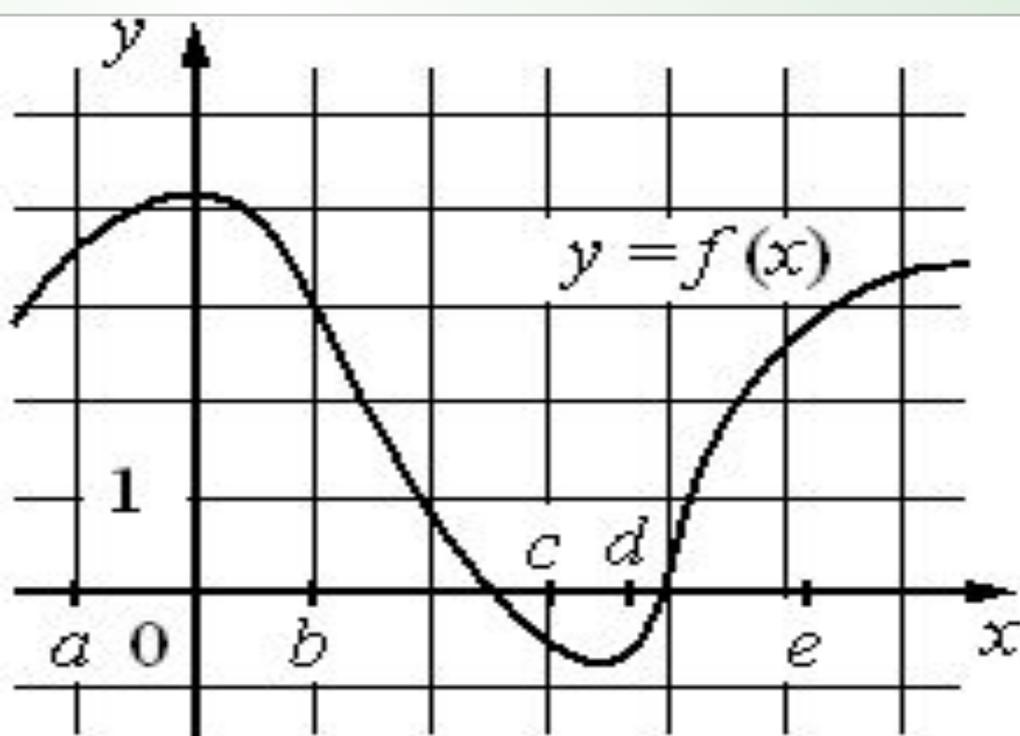
№ 1 На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$  и отмечены точки **A, B, C** и **D** на оси **Ox**. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристики функции и её производной.

- |          |    |  |
|----------|----|--|
| <b>A</b> | 1) | значение функции в точке положительно, а значение производной функции в точке отрицательно |
| <b>B</b> | 2) | значение функции в точке отрицательно, и значение производной функции в точке отрицательно |
| <b>C</b> | 3) | значение функции в точке положительно, и значение производной функции в точке положительно |
| <b>D</b> | 4) | значение функции в точке отрицательно, а значение производной функции в точке положительно |



На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$ . Точки **a, b, c, d** и **e** задают на оси **Ox** интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.

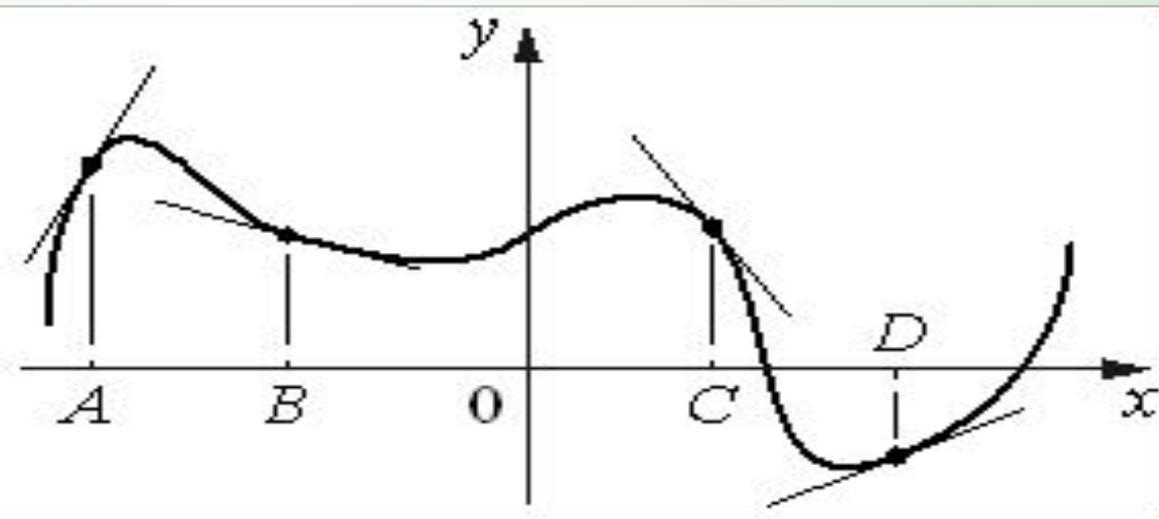
- |             |    |  |
|-------------|----|--|
| A) $(a; b)$ | 1) | значения функции положительны в каждой точке интервала             |
| Б) $(b; c)$ | 2) | значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала |
| В) $(c; d)$ | 3) | значения производной функции положительны в каждой точке интервала |
| Г) $(d; e)$ | 4) | значения функции отрицательны в каждой точке интервала             |



На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$ .

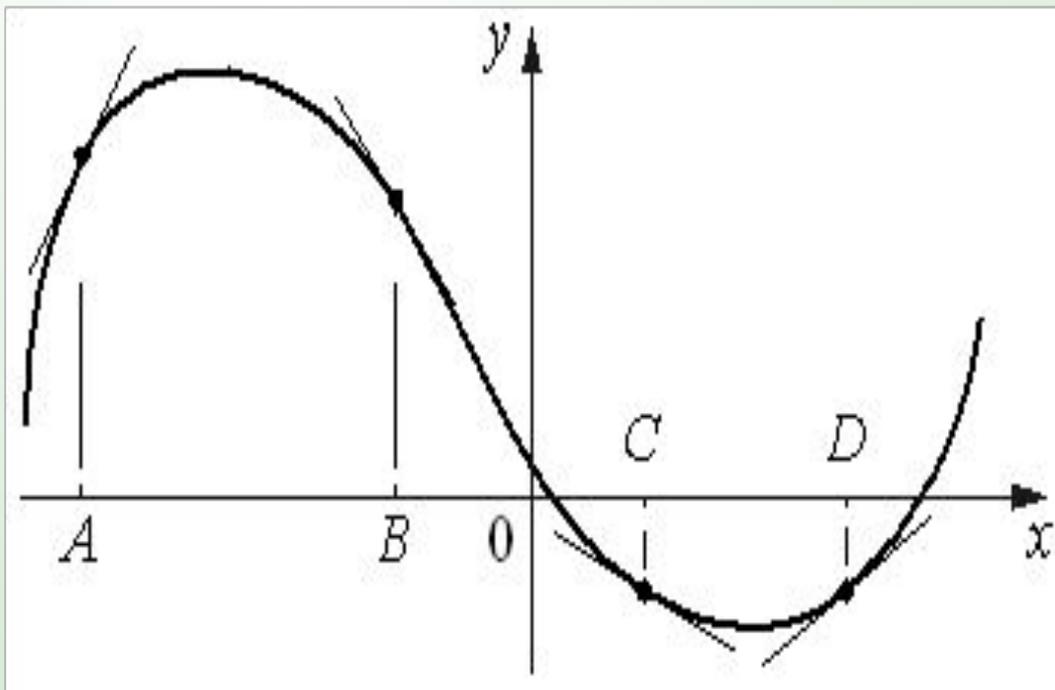
Числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$  задают на оси  $Ox$  интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.

- |            |    |  |
|------------|----|--|
| A) $(a;b)$ | 1) | значения функции положительны в каждой точке интервала             |
| Б) $(b;c)$ | 2) | значения функции отрицательны в каждой точке интервала             |
| В) $(c;d)$ | 3) | значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала |
| Г) $(d;e)$ | 4) | значения производной функции положительны в каждой точке интервала |



На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами **A, B, C** и **D**.

- |          |    |      |
|----------|----|------|
| <b>A</b> | 1) | -1,5 |
| <b>B</b> | 2) | 0,5  |
| <b>C</b> | 3) | 2    |
| <b>D</b> | 4) | -0,3 |



На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами **A**, **B**, **C** и **D**.

*A*

*B*

*C*

*D*

1) 23

2) -12

3) -113

4) 123

Математика

профильный уровень

**ЗАДАНИЕ № 7**

**Задачи  
на  
геометрический  
смысл  
производной**

1) На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .

Подумай!

0,  
5

Подумай!

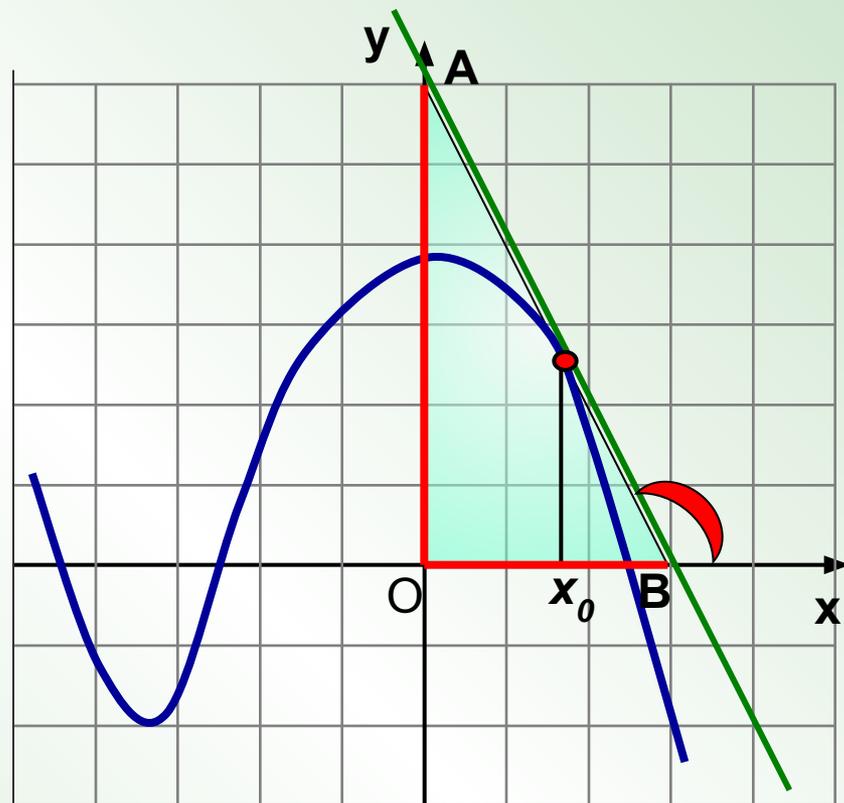
-0,  
5

Верно!

-2

Подумай!

2



Геометрический смысл производной:  $k = \operatorname{tg} \alpha$   
Угол наклона касательной к оси  $Ox$  тупой, значит  $k < 0$ .  
Из прямоугольного треугольника находим  $\operatorname{tg} \alpha = 6 : 3 = 2$ . Значит,  $k = -2$

Проверка



2) Непрерывная функция  $y = f(x)$  задана на интервале  $(-6; 7)$ .  
На рисунке изображен ее график. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 6$ .

Верно!

3

Подумай!

5

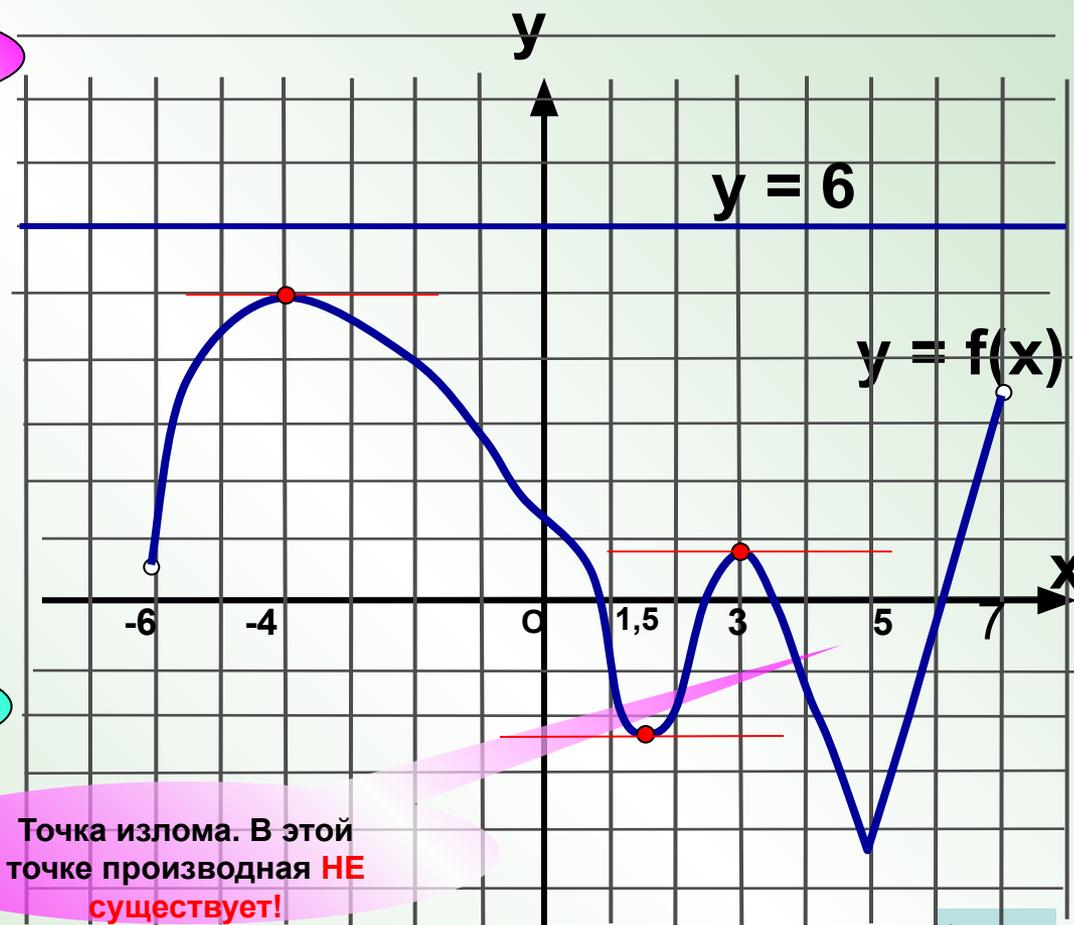
Подумай!

8

Подумай!

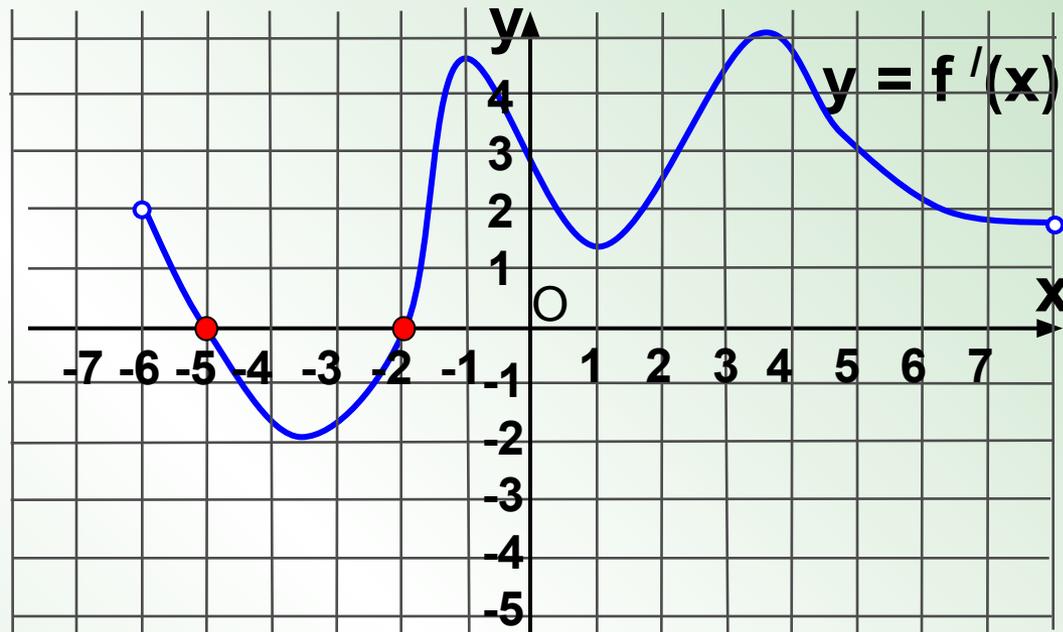
11

Проверка



**Задачи на  
определение  
характеристик  
функции по графику  
её производной**

3) На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-6; 8)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек экстремума.



5

Не верно!

2

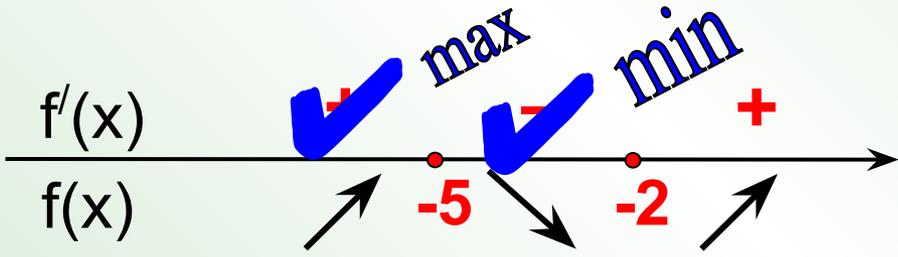
Верно!

1

Не верно!

4

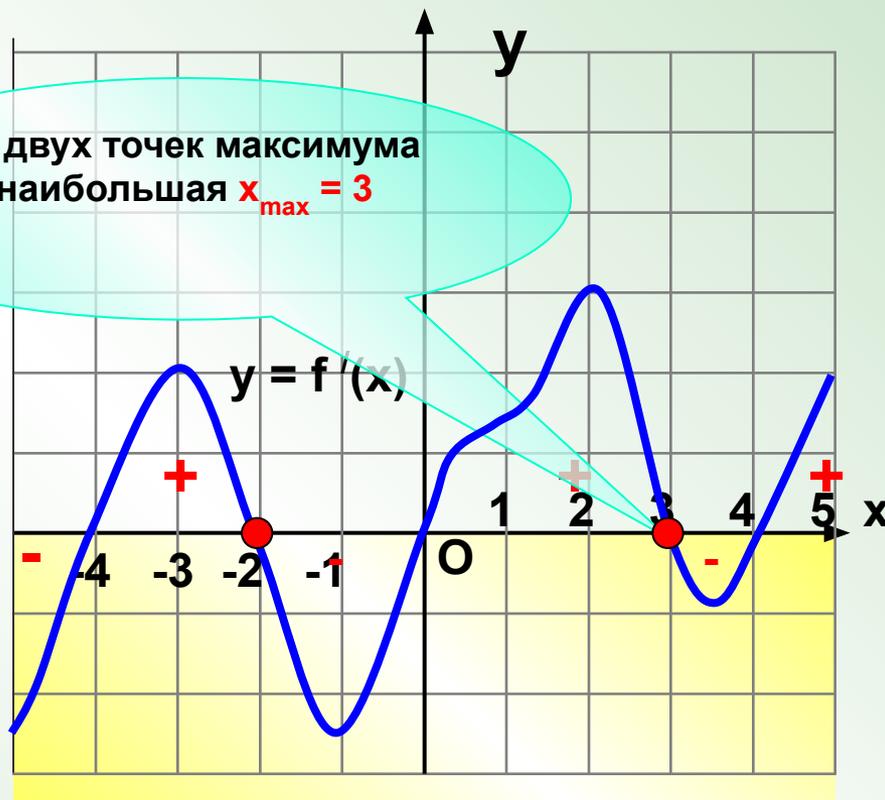
Не верно!



Проверка (2)



5) На рисунке изображен график производной функции, заданной на промежутке  $[-5;5]$ . Исследуйте функцию на монотонность и укажите наибольшую точку максимума.



Подумай!

5

Верно!

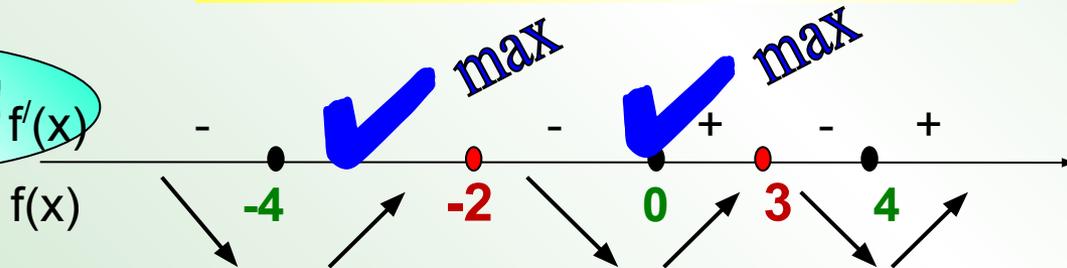
3

Подумай!

2

Подумай!

4



7) На рисунке изображен график производной функции.  
Найдите длину промежутка возрастания этой функции.

2

4

3

5

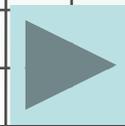
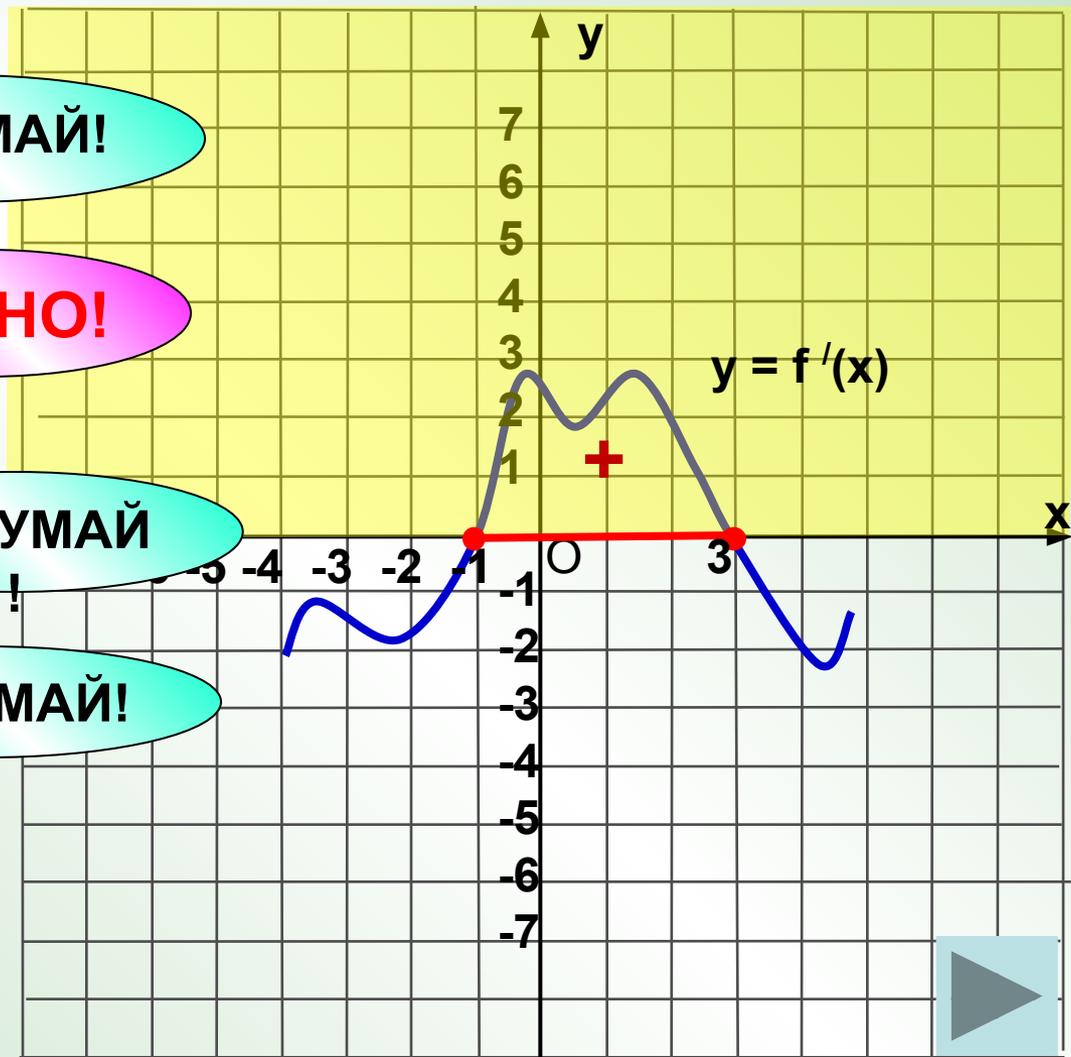
ПОДУМАЙ!

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!

Проверка



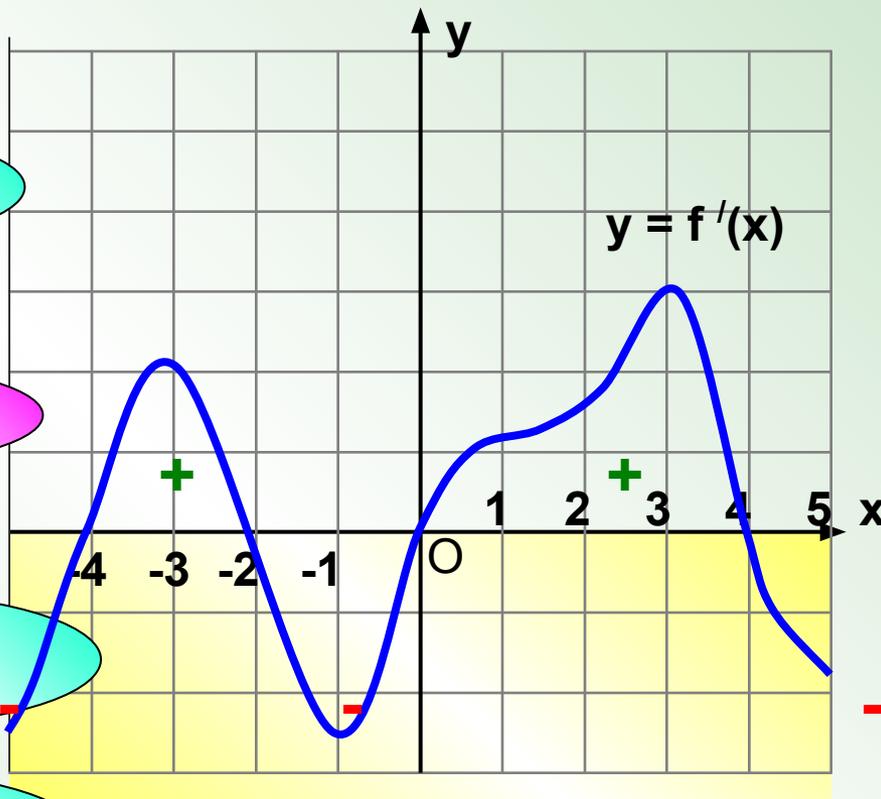
6) На рисунке изображен график производной функции, заданной на промежутке  $[-5;5]$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и укажите число промежутков убывания.

Подумай!

Верно!

Подумай!

Подумай!

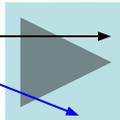
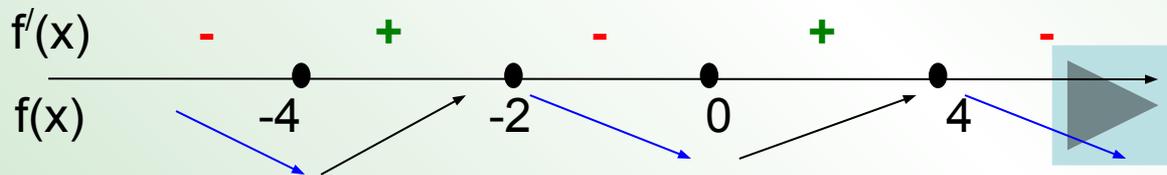


1

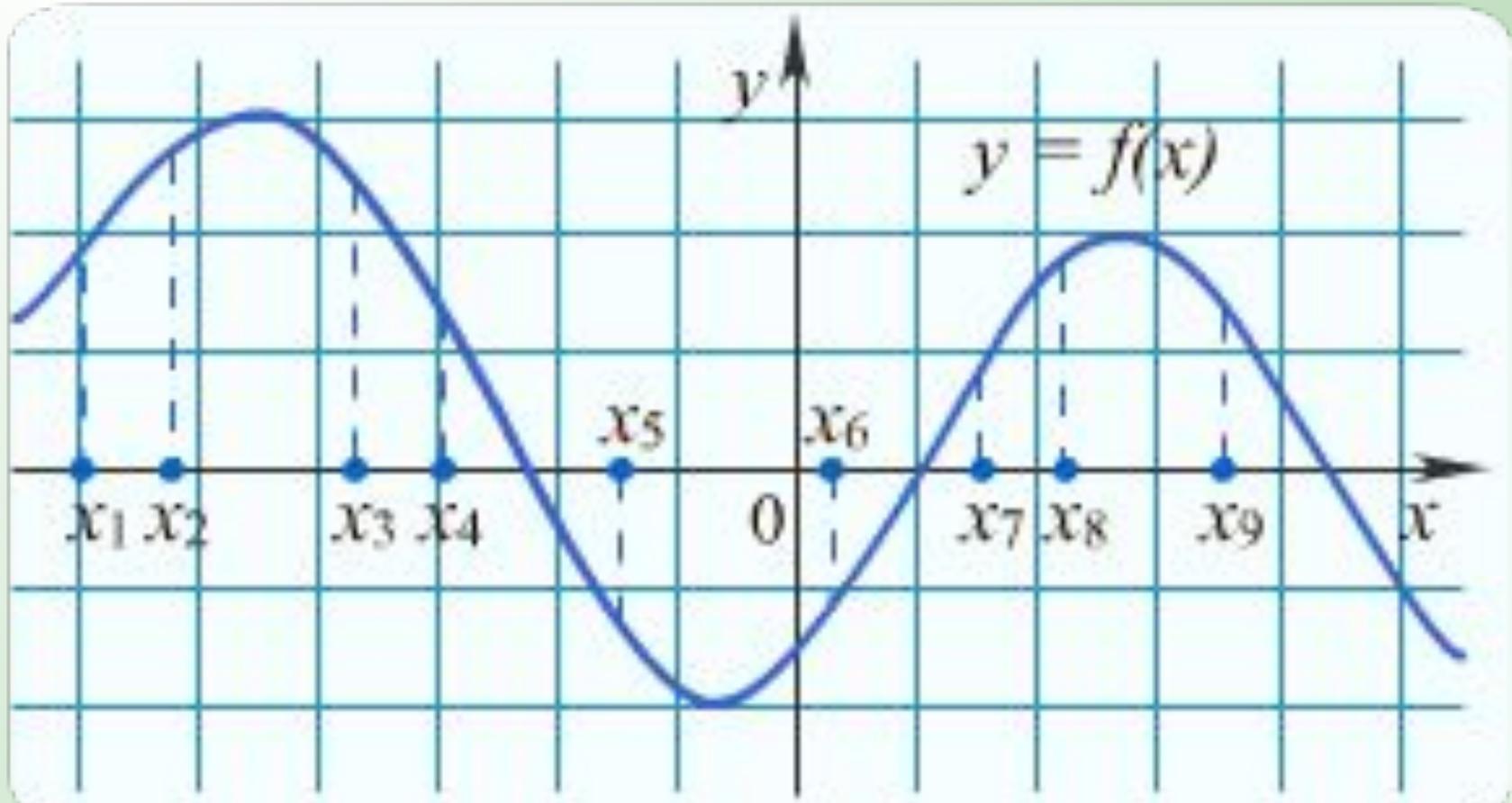
3

2

4



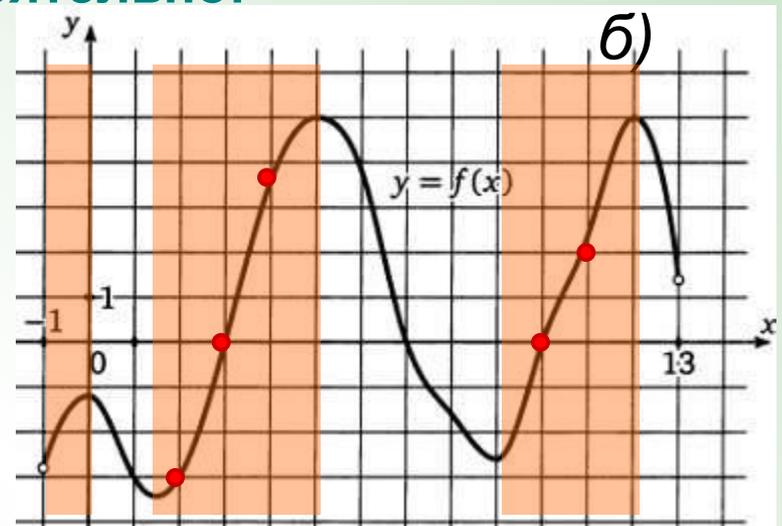
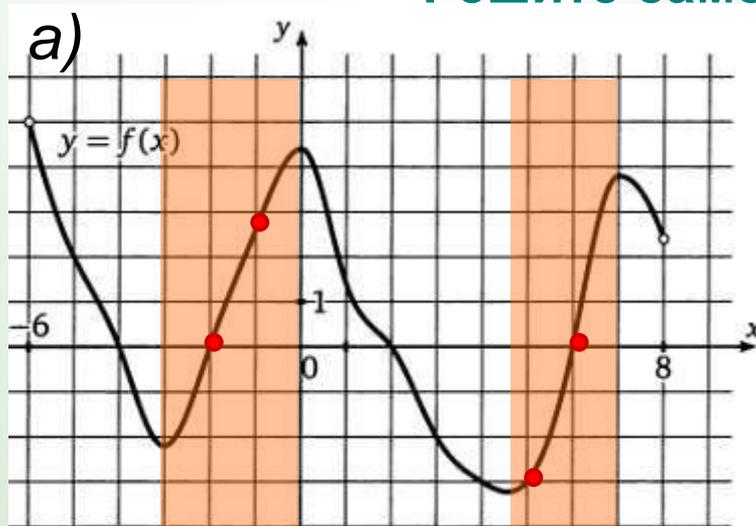
**Задачи на  
определение  
характеристик  
производной по  
графику функции.**



На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(a;b)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

**Решите самостоятельно!**



**Решение.**

$f'(x) > 0$ , если  $f(x)$  возрастает.

Целые решения при :

$x=-2; x=-1; x=5; x=6$ .

Их количество равно 4.

**Ответ: 4.**

Целые решения при :

$x=2; x=3; x=4; x=10; x=11$ .

Их количество равно 5.

**Ответ: 5.**

**Задачи  
на физический  
СМЫСЛ  
производной**

Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 - 3t - 29$ , где  $x$  – расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 3$  с.

**Ответ: 3**

Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 - 4t + 3$ , где  $x$  – расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 38 м/с?

**Ответ: 14**

**Математика**

**профильный уровень**

**ЗАДАНИЕ № 12**

## Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на $[a;b]$

1. Найти производную функции  $f'(x)$ ;
2. Найти **стационарные и критические точки** функции:  $f'(x)=0$ ;
3. Выбрать из них точки, принадлежащие данному отрезку  $[a;b]$ ;
4. Вычислить значения функции в найденных точках и на концах отрезка, т. е. в точках  $a$  и  $b$ ;
5. Среди всех вычисленных значений функции выбрать **наибольшее и наименьшее**

**Наибольшее значение**  
 $f(x)$

**Наименьшее значение**  
 $f(x)$

## Алгоритм нахождения точек экстремума (максимума или минимума) функции.

1. Найти производную  $y = f'(x)$
2. Найти стационарные ( $f'(x) = 0$ ) и критические ( $f'(x)$  не существуют) точки функции  $y = f(x)$
3. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
4. На основании теорем и определений сделать вывод о ее точках экстремума

# Самостоятельная работа в парах

Задание № 12

Профильный уровень