

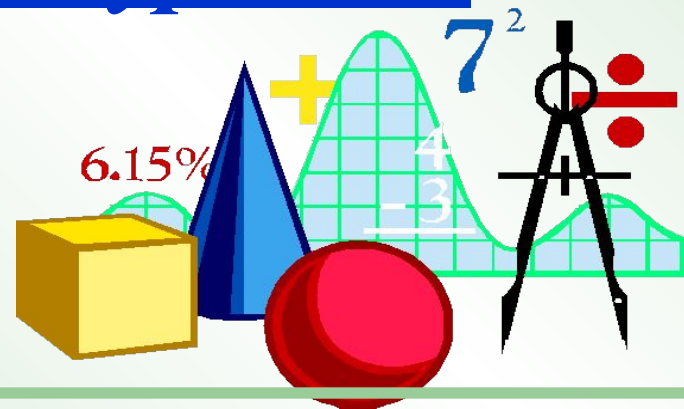
Готовимся к ЕГЭ

ТРЕНАЖЁР по теме

«ПРОИЗВОДНАЯ»

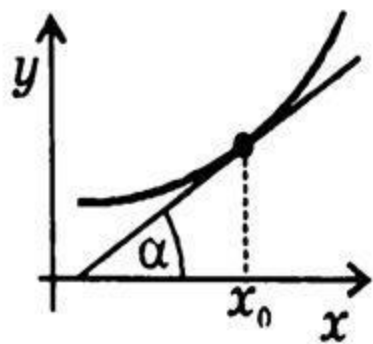
Задание № 14 базовый уровень,

№7, 12 профильный уровень

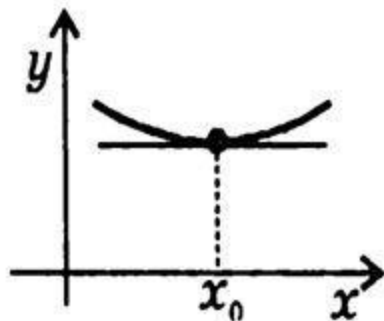


Геометрический смысл производной

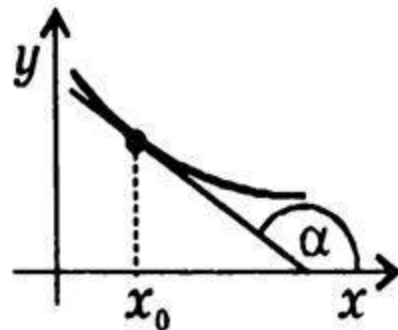
Производная в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = f(x)$ в этой точке:



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$$



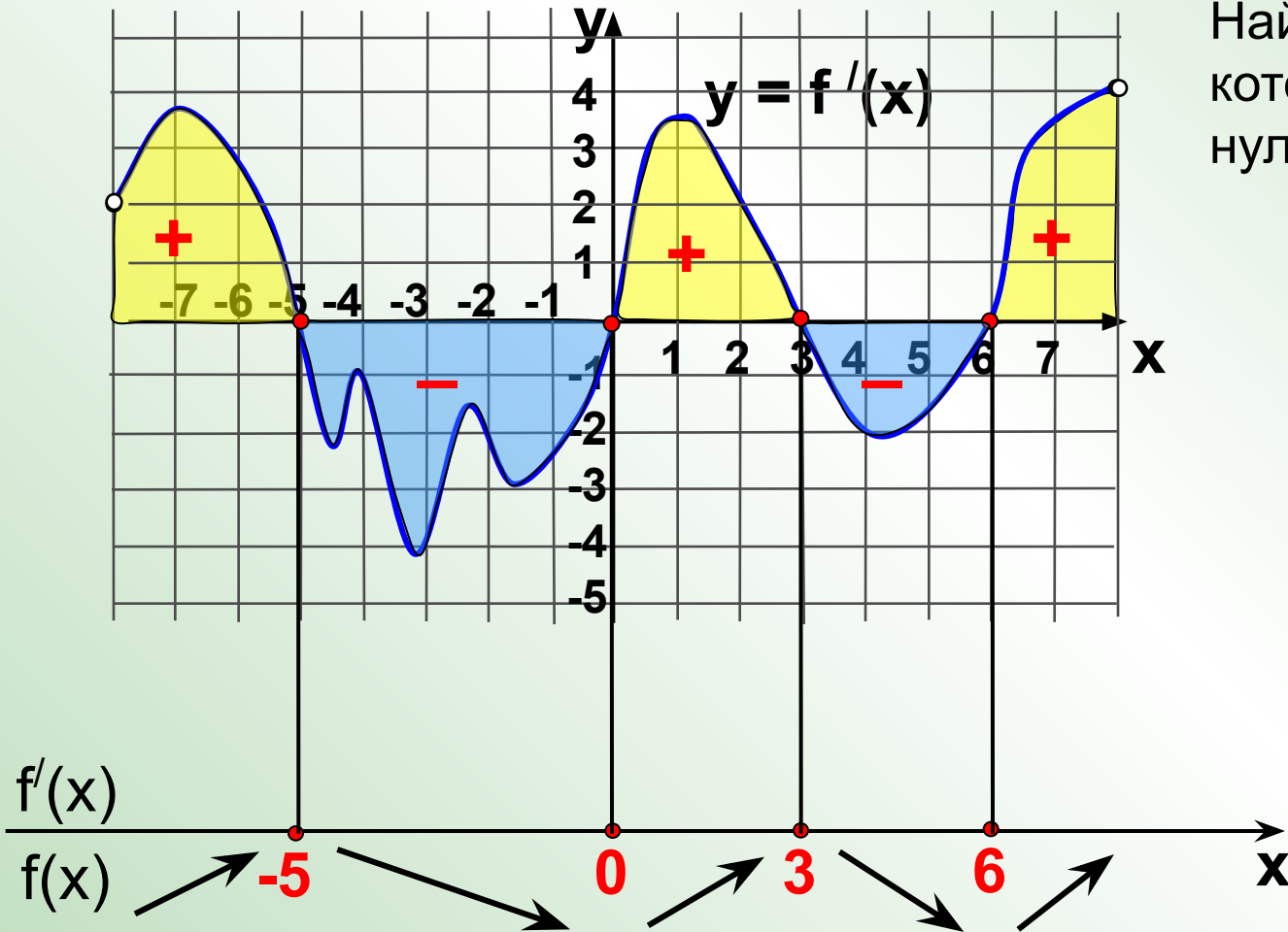
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$$

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-8; 8)$. Исследуем свойства графика и мы сможем ответить на множество вопросов о свойствах функции, хотя графика самой функции не представлено!

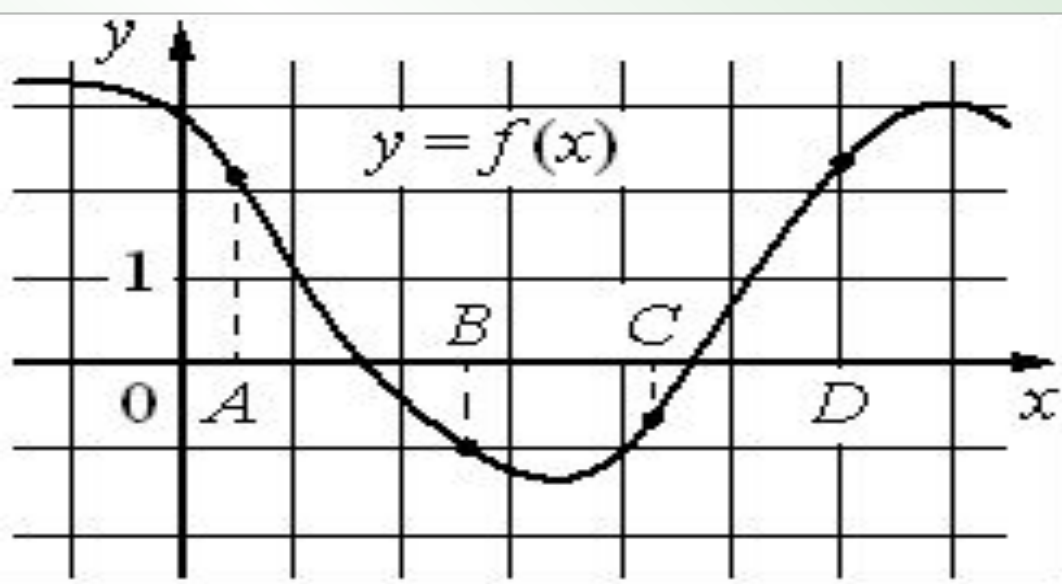
Найдем точки, в которых $f'(x) = 0$ (это нули функции).



Математика

базовый уровень

ЗАДАНИЕ № 14



На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и отмечены точки **A, B, C** и **D** на оси **Ox**. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристики функции и её производной.

A

1) значение функции в точке отрицательно, а значение производной функции в точке положительно

B

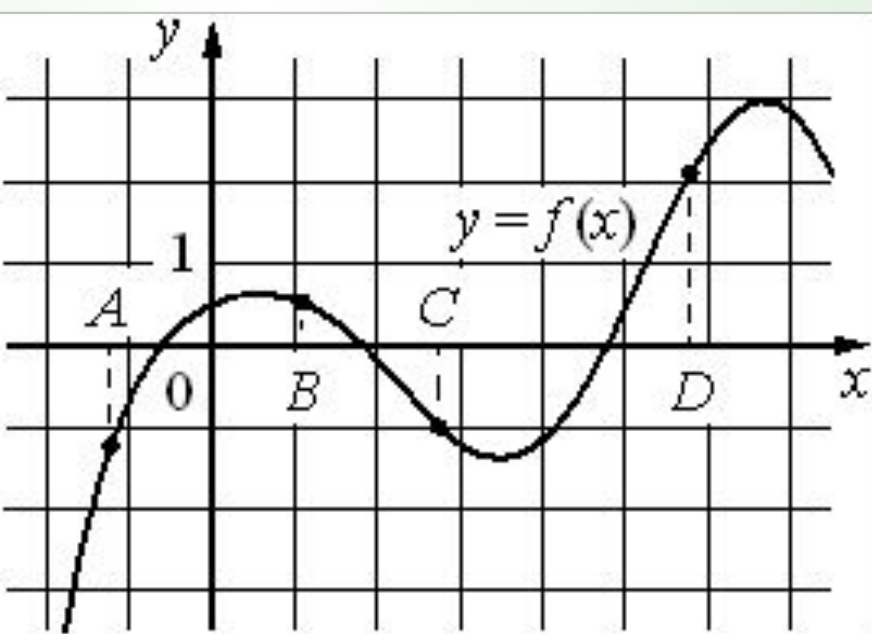
2) значение функции в точке положительно, а значение производной функции в точке отрицательно

C

3) значение функции в точке отрицательно, и значение производной функции в точке отрицательно

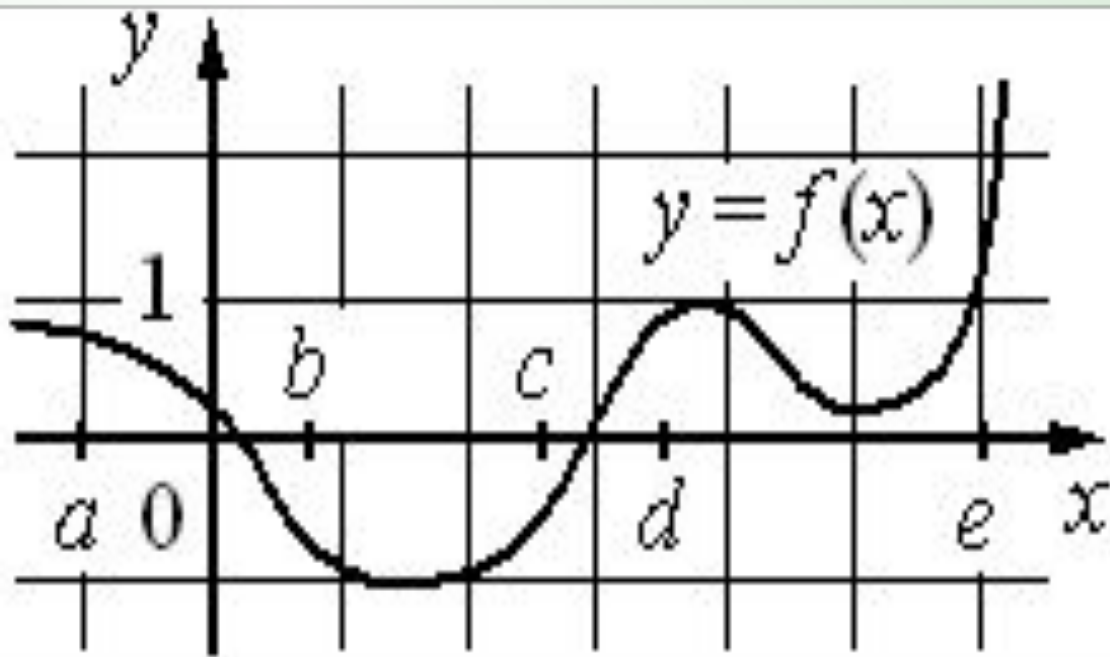
D

4) значение функции в точке положительно, и значение производной функции в точке положительно



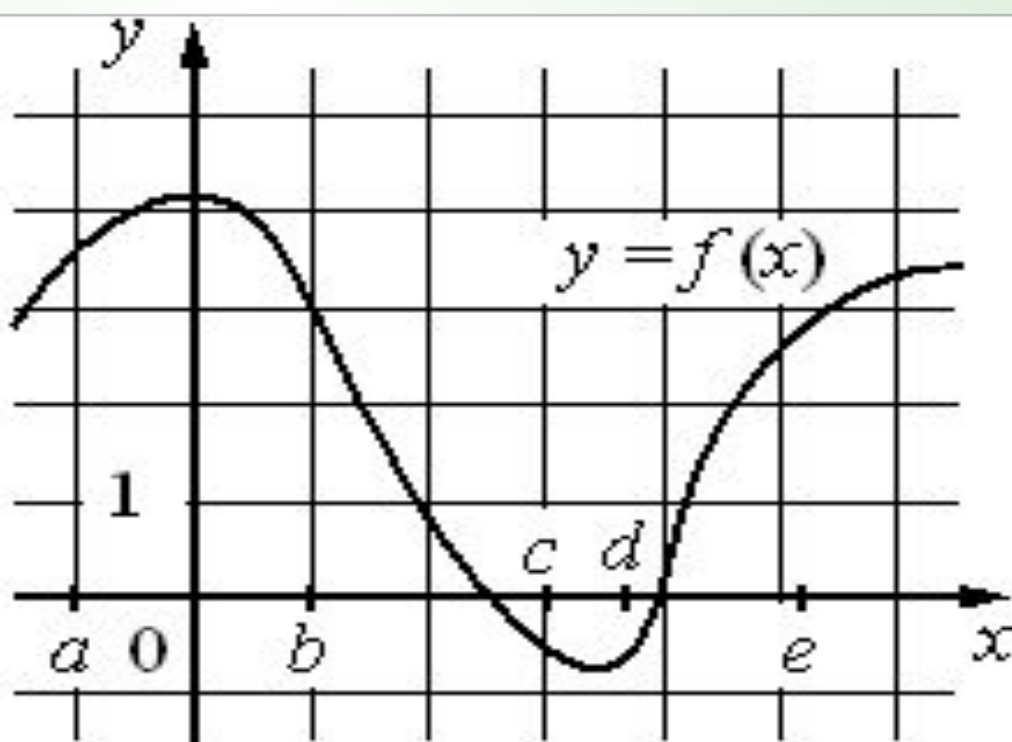
№ 1 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и отмечены точки **A, B, C** и **D** на оси **Ox**. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристики функции и её производной.

- | | | |
|----------|----|--|
| A | 1) | значение функции в точке положительно, а значение производной функции в точке отрицательно |
| B | 2) | значение функции в точке отрицательно, и значение производной функции в точке отрицательно |
| C | 3) | значение функции в точке положительно, и значение производной функции в точке положительно |
| D | 4) | значение функции в точке отрицательно, а значение производной функции в точке положительно |



На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. Точки **a, b, c, d** и **e** задают на оси **Ox** интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.

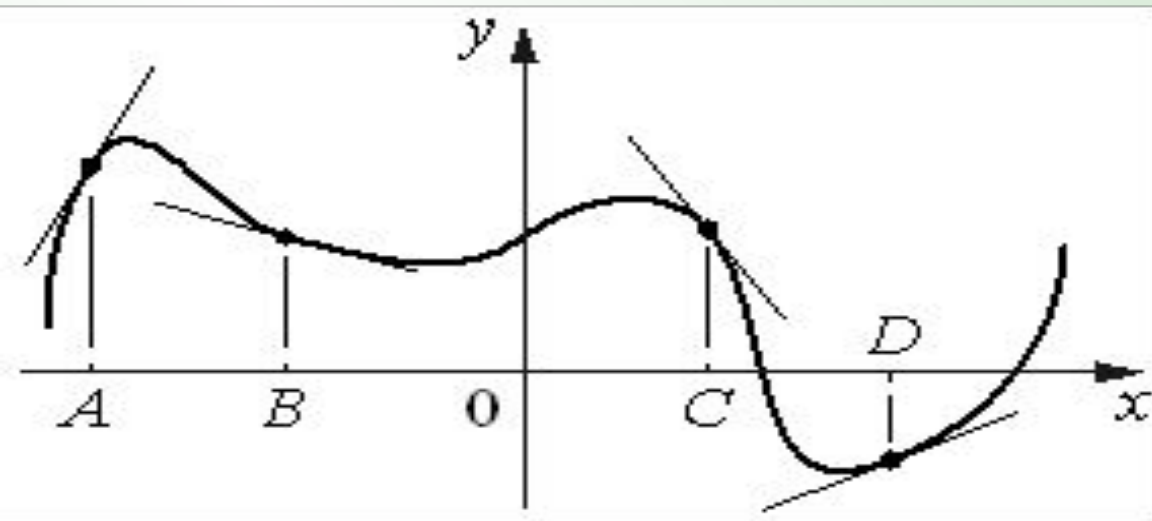
- | | | |
|-----------|----|--|
| A) (a; b) | 1) | значения функции положительны в каждой точке интервала |
| Б) (b; c) | 2) | значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала |
| В) (c; d) | 3) | значения производной функции положительны в каждой точке интервала |
| Г) (d; e) | 4) | значения функции отрицательны в каждой точке интервала |



На рисунке изображён график функции $y=f(x)$.

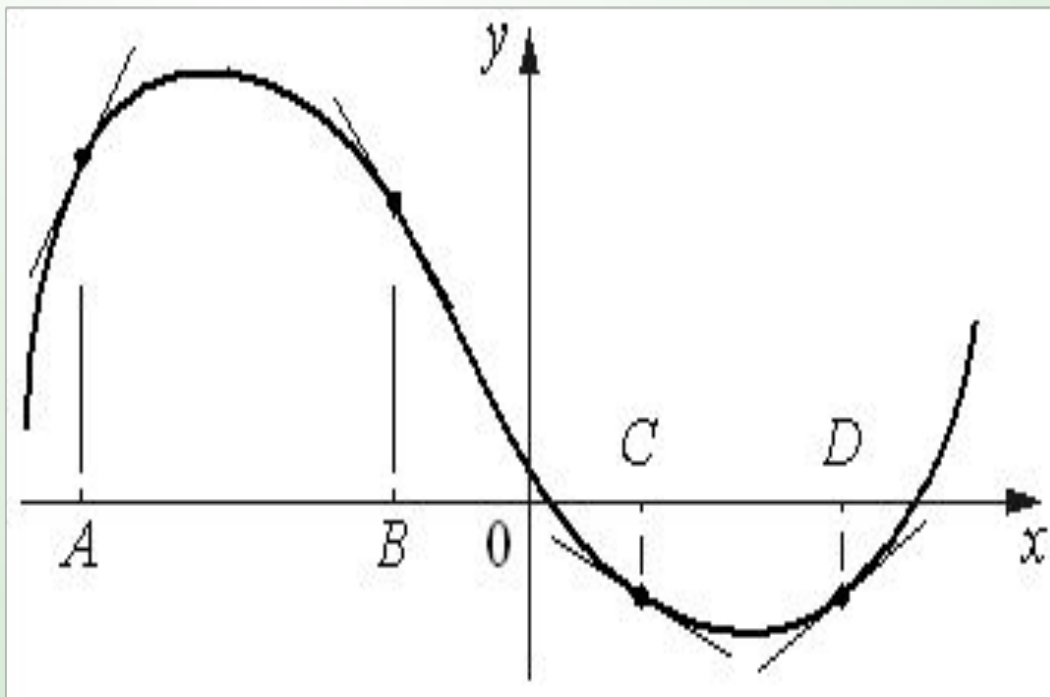
Числа a , b , c , d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.

- | | | |
|------------|----|--|
| A) $(a;b)$ | 1) | значения функции положительны в каждой точке интервала |
| Б) $(b;c)$ | 2) | значения функции отрицательны в каждой точке интервала |
| В) $(c;d)$ | 3) | значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала |
| Г) $(d;e)$ | 4) | значения производной функции положительны в каждой точке интервала |



На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами **A, B, C** и **D**.

- | | | |
|----------|----|------|
| A | 1) | -1,5 |
| B | 2) | 0,5 |
| C | 3) | 2 |
| D | 4) | -0,3 |



На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами **A**, **B**, **C** и **D**.

A

B

C

D

1) 23

2) -12

3) -113

4) 123

Математика

профильный уровень

ЗАДАНИЕ № 7

**Задачи
на
геометрический
смысл
производной**

1) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

Подумай!

0,
5

Подумай!

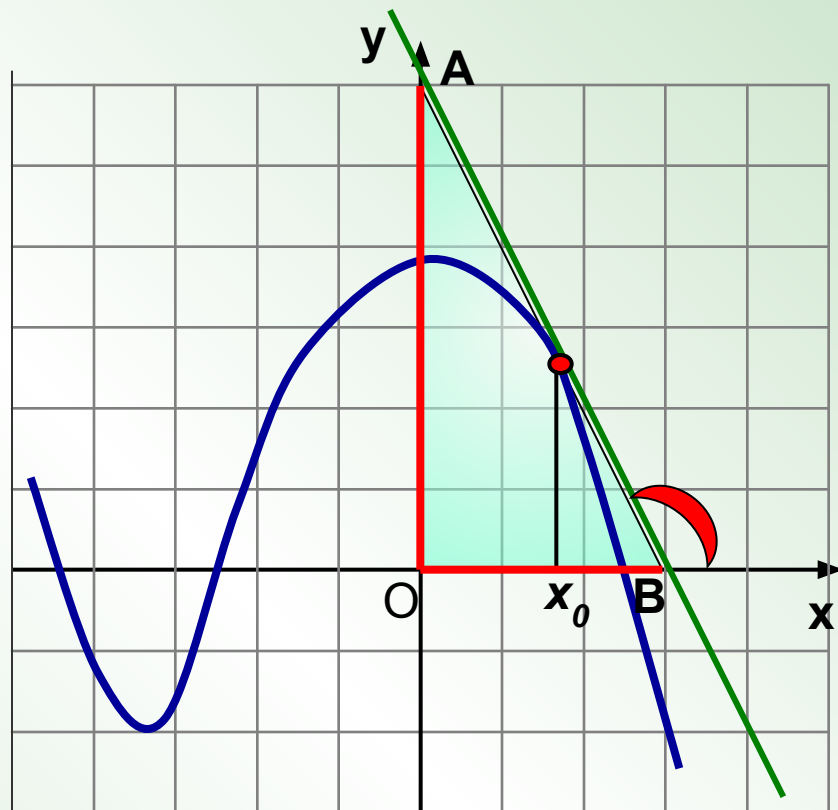
-0,
5

Верно!

-2

Подумай!

2



Геометрический смысл производной: $k = \operatorname{tg} \alpha$
Угол наклона касательной к оси Ox тупой, значит $k < 0$.
Из прямоугольного треугольника находим $\operatorname{tg} \alpha = 6 : 3 = 2$. Значит, $k = -2$

Проверка



2) Непрерывная функция $y = f(x)$ задана на интервале $(-6; 7)$. На рисунке изображен ее график. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$.

Верно!

3

Подумай!

5

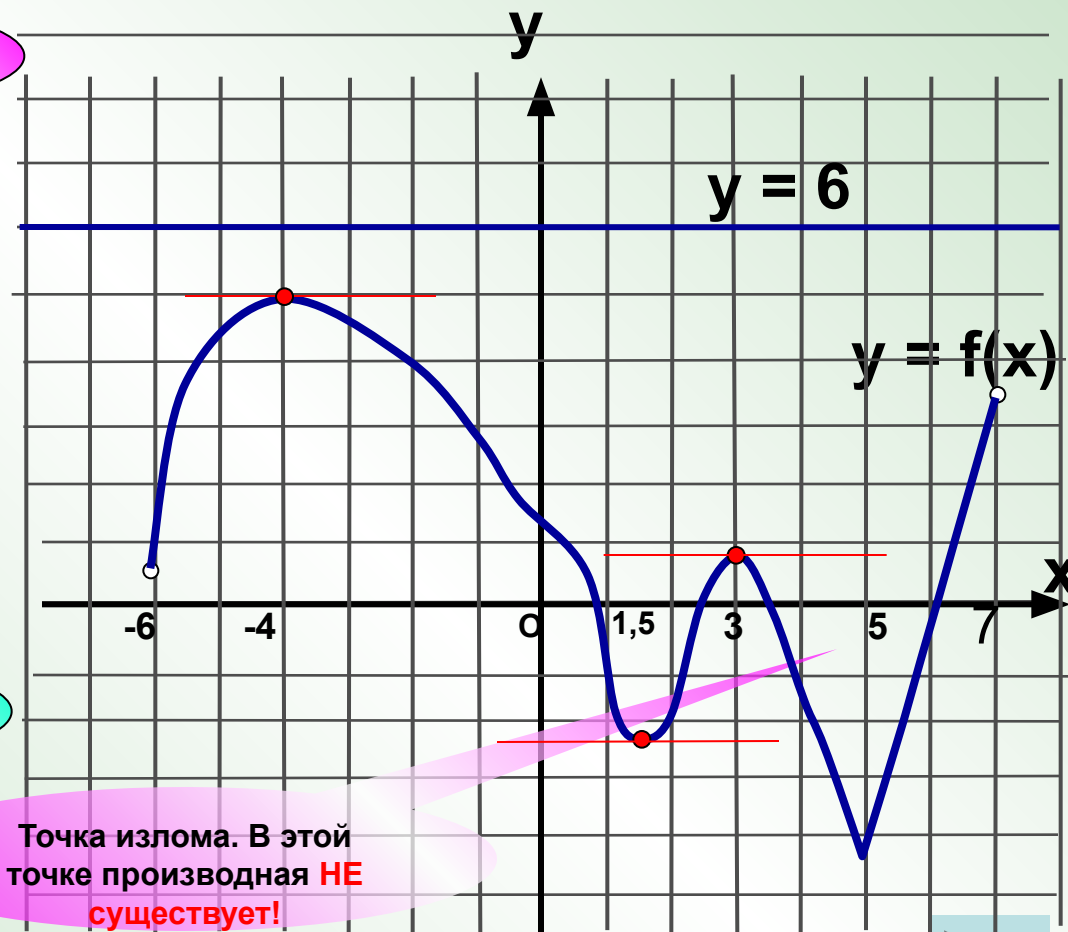
Подумай!

8

Подумай!

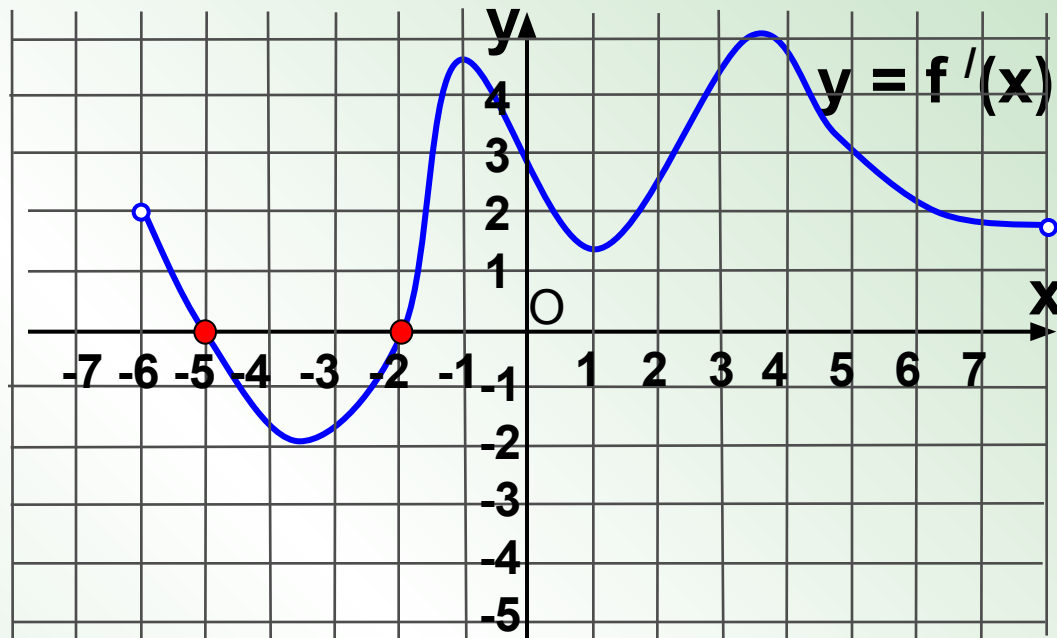
11

Проверка



**Задачи на
определение
характеристик
функции по графику
её производной**

3) На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-6; 8)$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на экстремум и укажите количество ее точек экстремума.



5

Не верно!

2

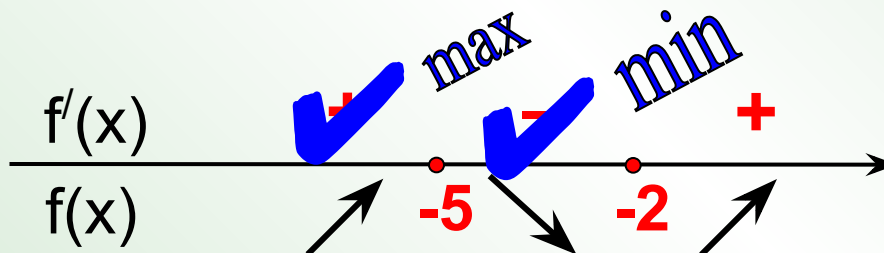
Верно!

1

Не верно!

4

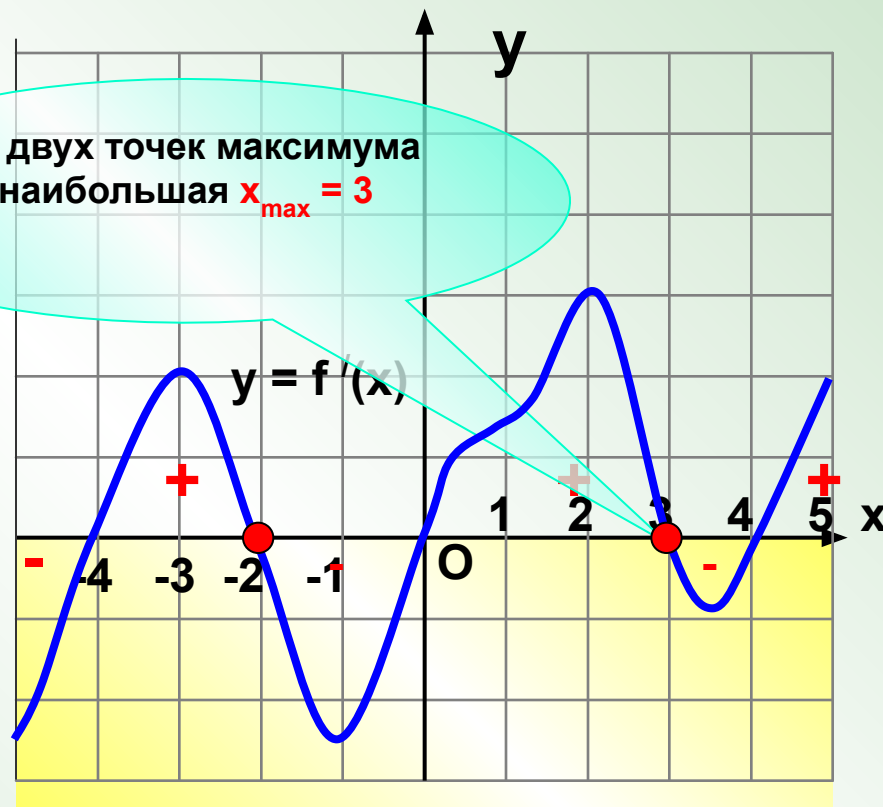
Не верно!



Проверка (2)



5) На рисунке изображен график производной функции, заданной на промежутке $[-5;5]$. Исследуйте функцию на монотонность и укажите наибольшую точку максимума.



Подумай!

5

Верно!

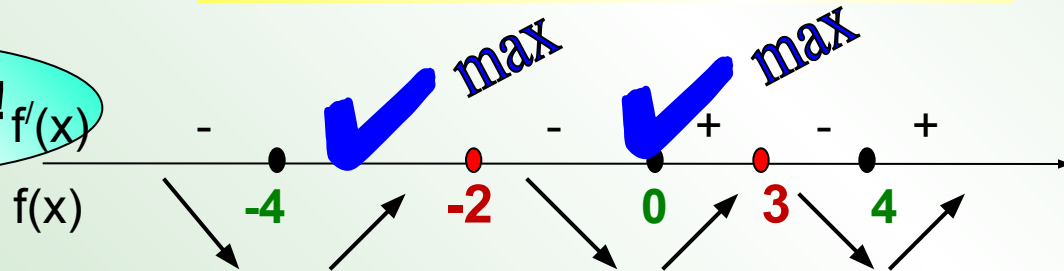
3

Подумай!

2

Подумай!

4



7) На рисунке изображен график производной функции.
Найдите длину промежутка возрастания этой функции.

2

4

3

5

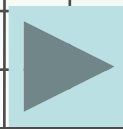
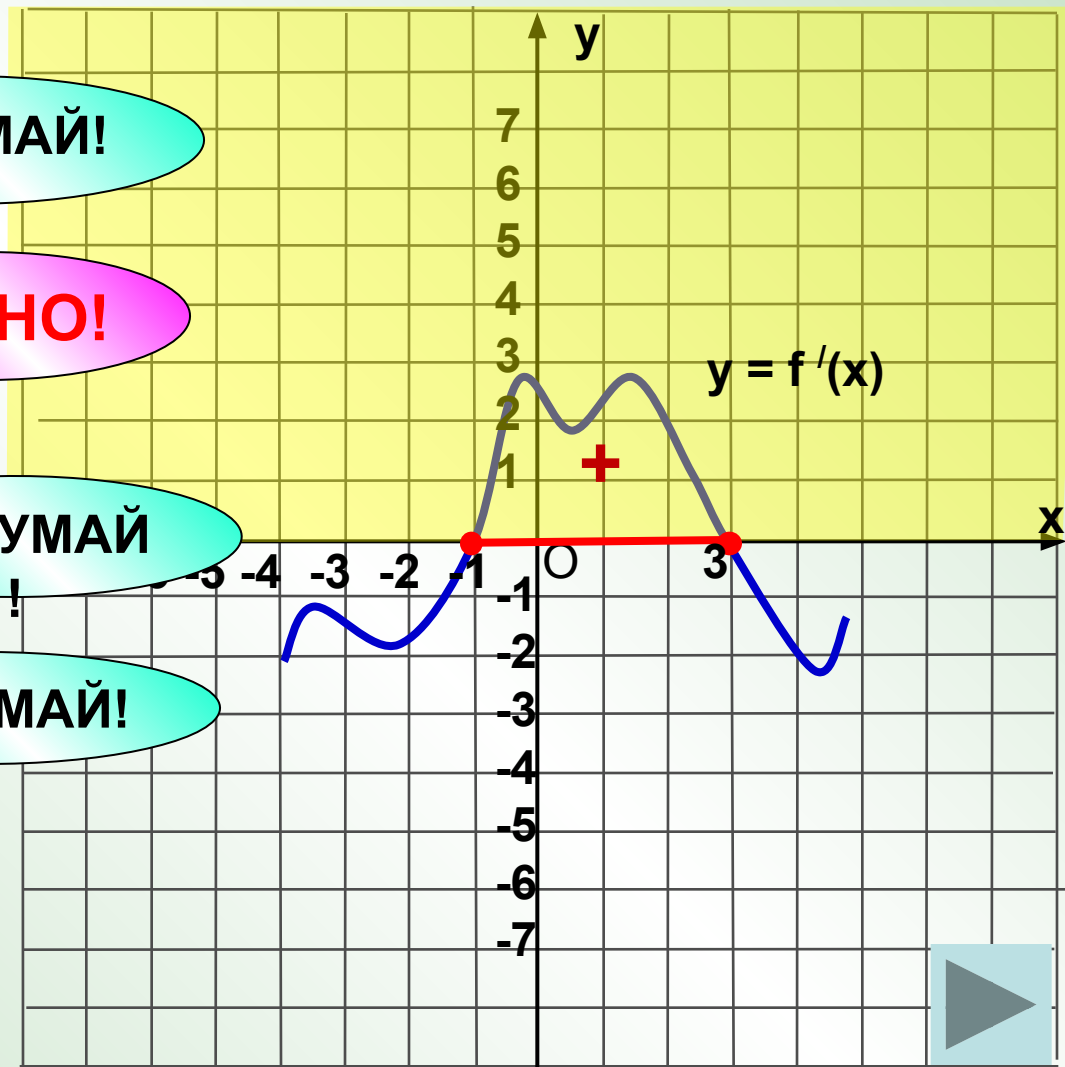
ПОДУМАЙ!

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!

Проверка



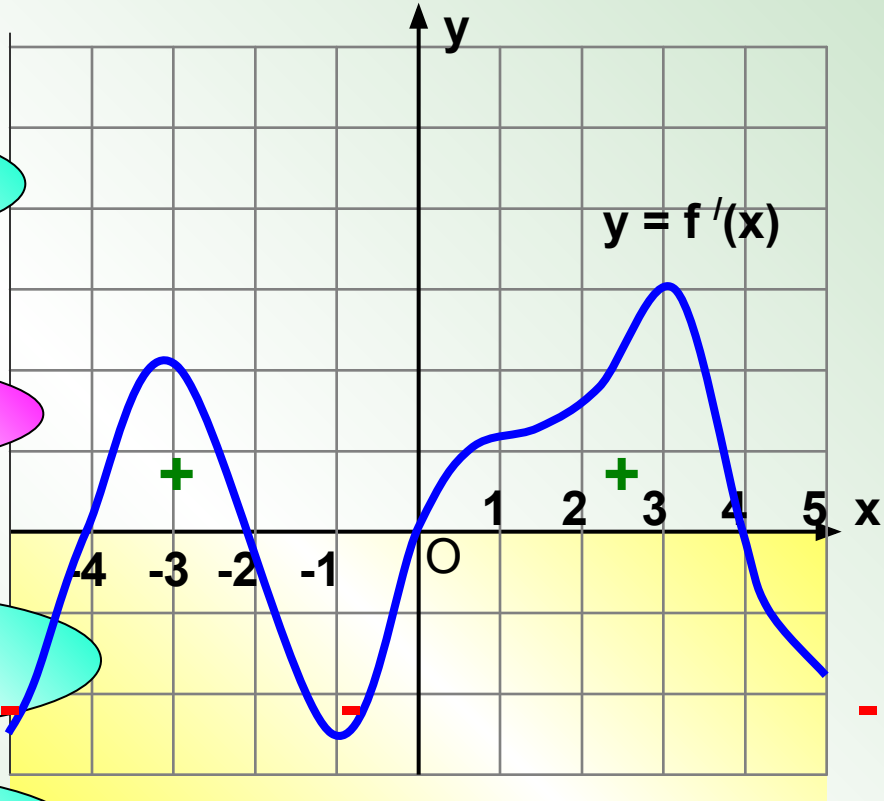
6) На рисунке изображен график производной функции, заданной на промежутке $[-5;5]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число промежутков убывания.

Подумай!

Верно!

Подумай!

Подумай!

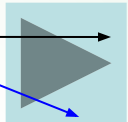
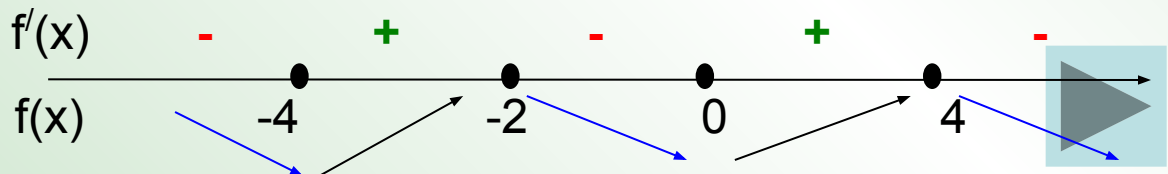


1

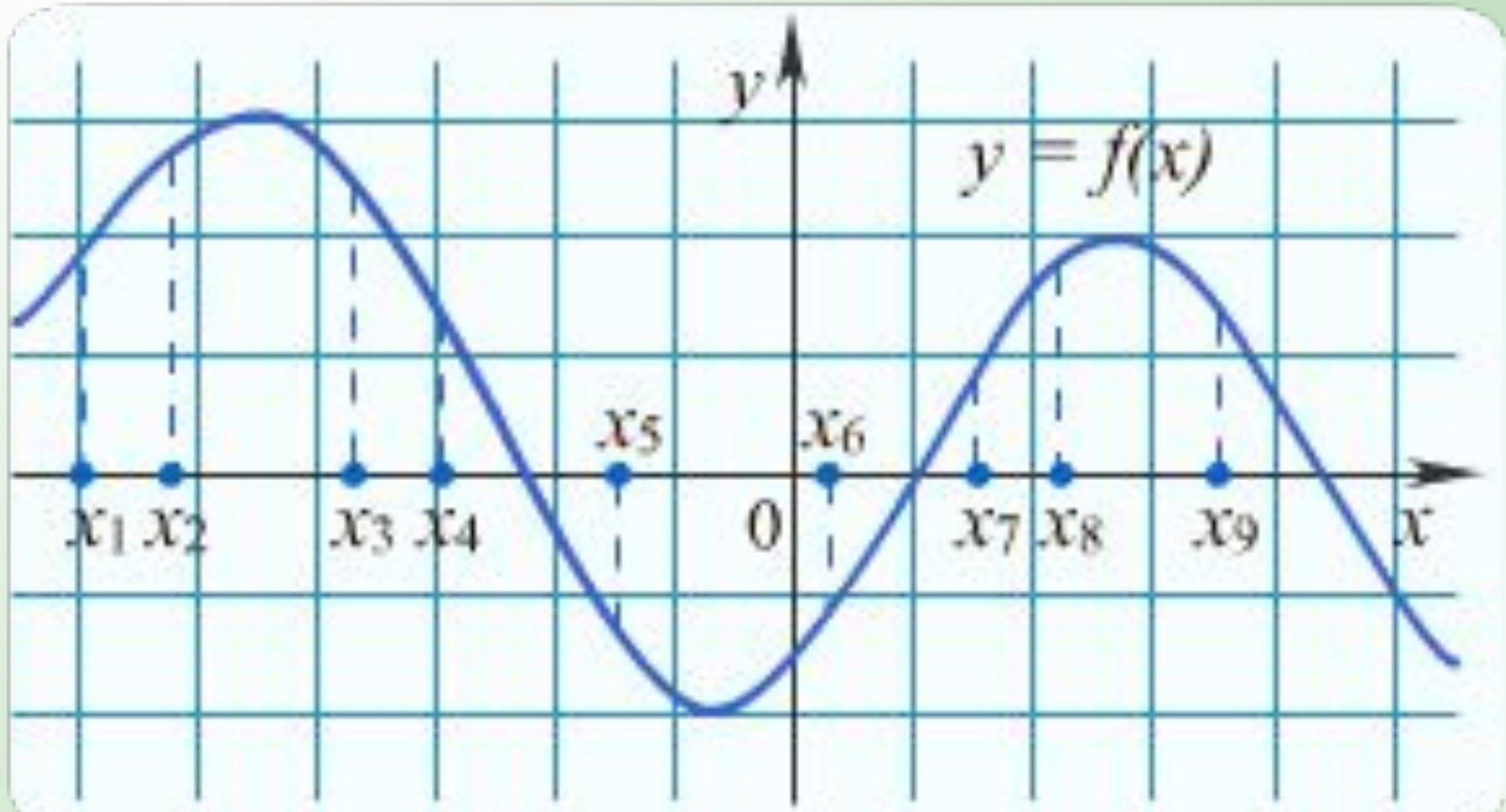
3

2

4



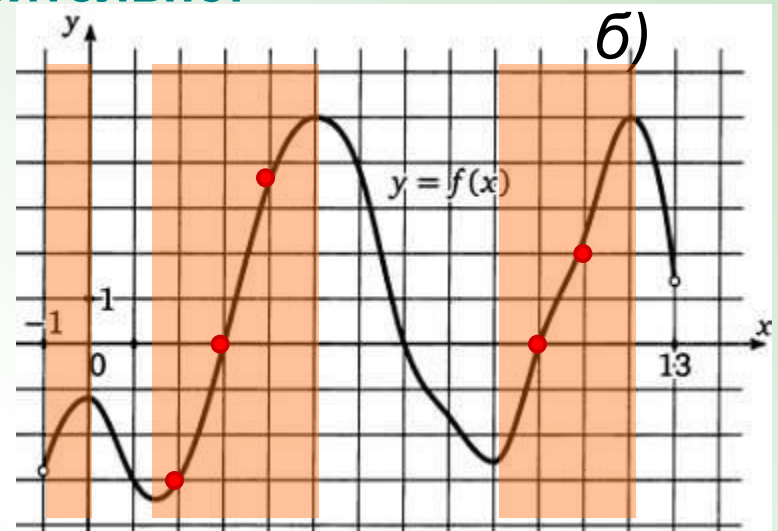
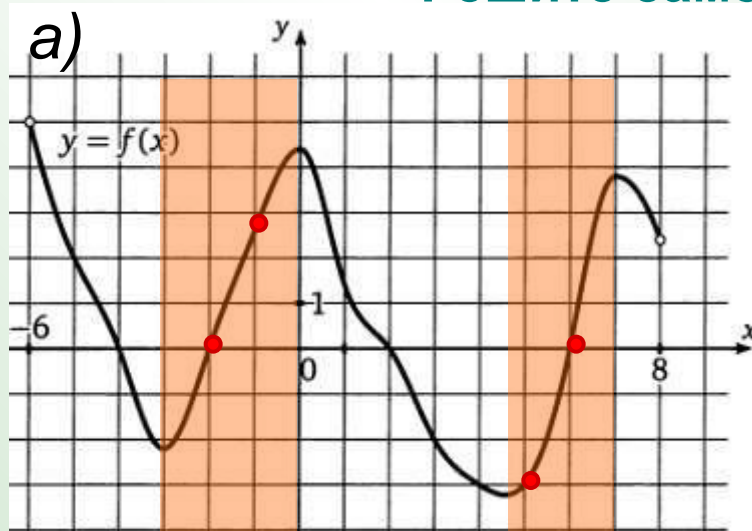
**Задачи на
определение
характеристик
производной по
графику функции.**



На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 . Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решите самостоятельно!



Решение.

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ возрастает.

Целые решения при :

$x = -2; x = -1; x = 5; x = 6$.

Их количество равно 4.

Ответ: 4.

Целые решения при :

$x = 2; x = 3; x = 4; x = 10; x = 11$.

Их количество равно 5.

Ответ: 5.

**Задачи
на физический
СМЫСЛ
производной**

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 3t - 29$, где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

Ответ: 3

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 - 4t + 3$, где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 38 м/с?

Ответ: 14

Математика

профильный уровень

ЗАДАНИЕ № 12

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на $[a;b]$

1. Найти производную функции $f'(x)$;
2. Найти **стационарные и критические точки** функции: $f'(x)=0$;
3. Выбрать из них точки, принадлежащие данному отрезку $[a;b]$;
4. Вычислить значения функции в найденных точках и на концах отрезка, т. е. в точках a и b ;
5. Среди всех вычисленных значений функции выбрать **наибольшее и наименьшее**

Наибольшее значение
 $f(x)$

Наименьшее значение
 $f(x)$

Алгоритм нахождения точек экстремума (максимума или минимума) функции.

1. Найти производную $y = f'(x)$
2. Найти стационарные ($f'(x) = 0$) и критические ($f'(x)$ не существуют) точки функции $y = f(x)$
3. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
4. На основании теорем и определений сделать вывод о ее точках экстремума

Самостоятельная работа в парах

Задание № 12

Профильный уровень