Тема 3. Временная стоимость денег

2. Простые ставки ссудных процентов

i % – простая годовая ставка ссудного процента;

i – относительная величина годовой ставки процентов; n – продолжительность периода начисления в годах;

P – величина первоначальной денежной суммы; S – наращенная сумма;

д – продолжительность периода начисления в

К – продолжительность года в д

Компаундинг
(? наращенная сумма)

$$S = P(1 + i \cdot n) \qquad (1.7)$$

$$S = P\left(1 + i \cdot \frac{\delta}{K}\right) \qquad (1.8)$$

Дисконтирование (? современная величина)

$$P = \frac{S}{(1 + i \cdot n)} \qquad (1.9)$$

$$n = \frac{S - P}{P \cdot i} \qquad (1.10)$$

$$\delta = \frac{S - P}{P \cdot i} \cdot K \qquad (1.11)$$

$$i = \frac{S - P}{P \cdot n} \qquad (1.12)$$

$$i = \frac{S - P}{P \cdot \delta} \qquad (1.13)$$

Пример 1

Ссуда в размере 50 000 тг выдана на полгода по простой ставке процентов 28% годовых. Определить наращенную сумму.

Решение:

Пример 4

Определить период начисления, за который первоначальный капитал в размере 25 000 000 тг
вырастет до 40 000 000 тг, если

Пример 1

Ссуда в размере 50 000 тг выдана на полгода по простой ставке процентов 28% годовых. Определить наращенную сумму.

Решение:

$$S = P(1 + i \cdot n)$$

Пример 4

Определить период начисления, за который первоначальный капитал в размере 25 000 000 тг вырастет до 40 000 000 тг, если используется простая ставка процентов

Решени

$$n = \frac{S - P}{P \cdot i}$$

Пример 1

Ссуда в размере 50 000 тг выдана на полгода по простой ставке процентов 28% годовых. Определить наращенную сумму.

Решение:

$$S = P(1 + i \cdot n)$$

По формуле (1.7)

S = 50 000 (1 + 0,5 • 0,28) = 57 000 (тг).

Пример 4

Определить период начисления, за который первоначальный капитал в размере 25 000 000 тг вырастет до 40 000 000 тг, если используется простая ставка процентов 28% годовых.

Решение:

$$n = \frac{S - P}{P \cdot i}$$

По формуле (1.10) получаем

n = (40 000 000 – 25 000 000)/(25 000 000 • 0,28) = 2,14 года.

Пример 5

Определить простую ставку процентов, при которой первоначальный капитал в размере 24 000 000 тг достигнет 30 000 000 тг через год.

Решение:

По формуле (1.13) определяем i =

$$i = \frac{S - P}{P \cdot \delta}$$

Пример 6

Кредит выдается под простую ставку 26% годовых на 250 дней. Рассчитать сумму, получаемую заемщиком, и сумму процентных денег, если требуется возвратить 40 000 000 тг.

Решение:

По формуле (1.9) (операция дисконтирования) имеем P =

$$P = \frac{S}{(1 + i \cdot n)}$$

Из формулы (1.4) получаем

I =

Пример 5

Определить простую ставку процентов, при которой первоначальный капитал в размере 24 000 000 тг достигнет 30 000 000 тг через год.

Решение:

По формуле (1.13) определяем

$$i = \frac{S - P}{P \cdot \delta}$$

i = (30 000 000–24 000 000)/(24 000 000•1)=0,25=25%.

Пример 6

Кредит выдается под простую ставку 26% годовых на 250 дней. Рассчитать сумму, получаемую заемщиком, и сумму процентных денег, если требуется возвратить 40 000 000 тг.

Решение:

$$P = \frac{S}{(1 + i \cdot n)}$$

По формуле (1.9) (операция дисконтирования) имеем P = 40 000 000/(1 + 250/365•0,26) = 33 955 857 (тг).

Из формулы (1.4) получаем

I = 40 000 000 – 33 955 857 = 6 044 143 (тг).

2.2 Простые учетные ставки

Пусть:

d (%) — простая годовая учетная ставка;

d — относительная величина учетной ставки;

Dг — сумма процентных денег, выплачиваемая за год; D — общая сумма процентных денег;

S — сумма, которая должна быть возвращена;

P — сумма, получаемая заемщиком.

$$d = \frac{D_г}{S} \quad (2.1) \qquad D_г = d \cdot S \quad (2.2) \qquad D = n \cdot D_г = n \cdot d \cdot S \quad (2.3)$$

$$P = S - D = S(1 - n \cdot d) = S\left(1 - \frac{\delta}{K} \cdot d\right) \quad (2.4)$$

S = P / (1 – nd)

$$n = \frac{S - P}{S \cdot d} \quad (2.6)$$

$$d = \frac{S - P}{S \cdot n} = \frac{S - P}{S \cdot \delta} \cdot K \quad (2.7)$$

Пример 7

Кредит выдается на полгода по простой учетной ставке 20%. Рассчитать сумму, получаемую заемщиком, и величину дисконта, если требуется возвратить 30 000 000 тг.

Решение:

По формуле (2.4) получаем

$$P = S - D = S(1 - n \cdot d) = S\left(1 - \frac{\delta}{K} \cdot d\right)$$

P = 30 000 000 (1 - 0,5 • 0,2) = 27 000 000 (тг.).

Далее:

D = S - P = 30 000 000 - 27 000 000 = 3 000 000 (тг.).

Пример 8

Кредит в размере 40 000 000 тг. выдается по простой учетной ставке 25% годовых. Определить срок, на который предоставляется кредит, если заемщик желает получить 35 000 000 тг.

Решение:

Расчет проводится по формуле (2.6):

$$n = \frac{S - P}{S \cdot d}$$

n = (40 000 000 - 35 000 000)/(40 000 000 • 0,25) = 0,5 года

3. Сложные ставки ссудных процентов

i_c – относительная величина годовой ставки сложных ссудных процентов;

$K_{нс}$ – коэффициент наращения в случае сложных процентов;

j – номинальная ставка сложных ссудных процентов (ее определение будет дано в дальнейшем).

$$S = P(1 + i_c)^n \qquad (3.1)$$

$k_{нс} = (1 + i_c)^n$ (3.2)

Если срок ссуды n в годах не является целым числом, множитель наращения определяют по выражению: (3.3)

$$K_н = (1 + i_c)^{n_a}(1 + n_b i_c)$$

$n = n_a + n_b$

n_a – целое число лет;

n_b – оставшаяся дробная часть года.

Коэффициент дисконтирования *a* является величиной, обратной коэффициенту наращения (3.11)

$$z = \frac{1}{(1 + P)^n}$$

Если срок ссуды составляет *n* лет, то аналогично формуле (3.1) получаем выражение для определения наращенной суммы:

$$S_{mn} = P(1 + j/m)^{mn} \quad (3.6)$$

mn – общее число интервалов начисления за весь срок ссуды.

Пример 10

Первоначальная вложенная сумма равна 200 000 тг. Определить наращенную сумму через 5 лет при использовании простой и сложной ставок процентов в размере 28% годовых. Решить этот пример также для случаев, когда проценты начисляются по полугодиям, поквартально, непрерывно.

$$S = P(1 + i \cdot n)$$

Решение:

По формуле (1.7) для простых процентных ставок имеем S = 200 000 (1 + 5*0,28) = 480 000 (тг).

$$S = P(1 + i_c)^n$$

По формуле (3.1) для сложных процентов: S = 200 000 (1 + (1 + 0,28)^5 = 687 194,7 (тг).

$$S_{mn} = P(1 + j/m)^{mn}$$

По формуле (3.6) для начисления по полугодиям:

$S = 200\ 000\ (1 + 0{,}14)^{10} = 741\ 444{,}18$ (тг).

Из той же формулы для поквартального

$S = 200\ 000\ (1 + 0{,}07)^{20} = 773\ 936{,}66$

4. Сложные учетные ставки

Рассмотрим теперь антисипативный способ начисления сложных процентов.

Обозначим:

d_c (%) — сложная годовая учетная ставка;
d_c — относительная величина сложной учетной ставки; $k_{ну}$ — коэффициент наращения для случая учетной ставки; f — номинальная годовая учетная ставка.

$$S = \frac{P}{(1 - d_c)^n}$$

$k_{ну}$ — коэффициент наращения для случая учетной ставки

$$k_{ну} = \frac{1}{(1-d_c)^n} \qquad (4.2)$$

для периода начисления, не являющегося целым числом, имеем:

$$K_{ну} = \frac{1}{(1-d_c)^{n_a} \cdot (1-d_c \cdot n_b)} \qquad (4.3)$$

Пример 15. Первоначальная сумма долга равняется 25 000 000 тг. Определить величину наращенной суммы через 3 года при применении декурсивного и антисипативного способов начисления процентов. Годовая ставка – 25%.

Решение:

По формулам (3.1) и (4.1) получаем:

S_1 = 25 000 000 $(1 + 0,25)^3$ = 48 828 125 (тг);

S_2 = 25 000 000 $/(1 – 0,25)^3$ = 59 255 747 (тг).

Данный пример наглядно демонстрирует ощутимость различия в результатах при разных способах начисления процентов. Разница составляет больше 10 млн. тг.

Пример 16. Определить современное значение суммы в 120 000 000 тг, которая будет выплачена через 2 года, при использовании сложной учетной ставки 20% годовых.

Решение:

Производим расчет по формуле (4.8):

P = 120 000 000 $(1 – 0,2)^2$ = 76 800 000 (тг).

Обозначим:

i – простая годовая ставка ссудного

процента; d – простая годовая учётная

ставка;

i_c – сложная годовая ставка ссудного процента;

d_c – сложная годовая учётная ставка;

j – номинальная ставка ссудного процента;

f – номинальная учётная ставка.

Приравнивая формулы (1.7), (2.5), (3.1), (3.6), (4.1), (4.5) попарно, Приравнивая соотношения (1.7) и (2.5), получим:

$$1 + ni = \frac{1}{1 - nd} \qquad (5.1)$$

Откуда:

$$i = \frac{d}{1 - nd} \qquad (5.2)$$

Сравнение доходности ценных бумаг:

Доходность определяется по эффективной ставке, в качестве которой выступает сложная декурсивная. Но методики начисления процентов по разным активам различны.

Чтобы сравнить – выразить номинальную ставку в виде эффективной.

$$(1+i_c)^n = (1+j/m)^{nm}$$

$$i_c = (1+j/m)^m - 1 \qquad (5.7)$$

Пример 17

Срок уплаты по долговому обязательству — полгода, учетная ставка равна 18%. Какова доходность данной операции, измеренная в виде простой ставки
ссудного
процента?

Решение:

Используем формулу (5.1):

$i = 0,18/(1 - 0,5*0,18) = 0,198 = 19,8\%$.

Пример 18

Рассчитать эффективную ставку сложных процентов, если номинальная ставка равна 24% и начисление процентов происходит

Учет инфляции

При начислении процентов может быть учтена инфляция – снижение покупательной способности денег.   «+» и «–» инфляции для кредитора/инвестора и заёмщика.

При этом суммы S_ℓ, покупательная способность которой с учетом инфляции должна быть равна покупательной способности суммы *S* при отсутствии инфляции, можно записать:

$$S_\ell = S + \Delta S$$

где: ΔS — сумма, которая должна быть добавлена к сумме *S* сохранения ее покупательной способности.

$$\ell(\%) = \frac{\Delta S}{S} \cdot 100$$

В качестве показателей, характеризующих инфляцию, может быть

В расчетах обычно используют относительную величину уровня инфляции – темп инф- ляции:

$$\ell = \frac{\ell(\%)}{100} = \frac{\Delta S}{S}$$

Рассмотрим случай, когда ссуда в условиях инфляции выдается в начале года с последующим погашением в конце года. Предположим, что задан годовой уровень инфляции $\ell_Г$. Тогда значение $\Delta S_Г$ будет определяться выражением:

$$\Delta S_Г = S \cdot \ell_Г$$

$$S_Г = S + S \cdot \ell_Г = S \cdot (1 + \ell_Г)$$

и так далее

Величину, показывающую, во сколько раз значение $S_Г$ будет больше $S_Г$ называют индексом инфляции $I_И$

$$I_И = 1 + \ell_Г$$

Уровень инфляции за некоторый период времени показывает, <u>на сколько процентов</u> вырастут цены, а индекс инфляции – во сколько раз они вырастут.

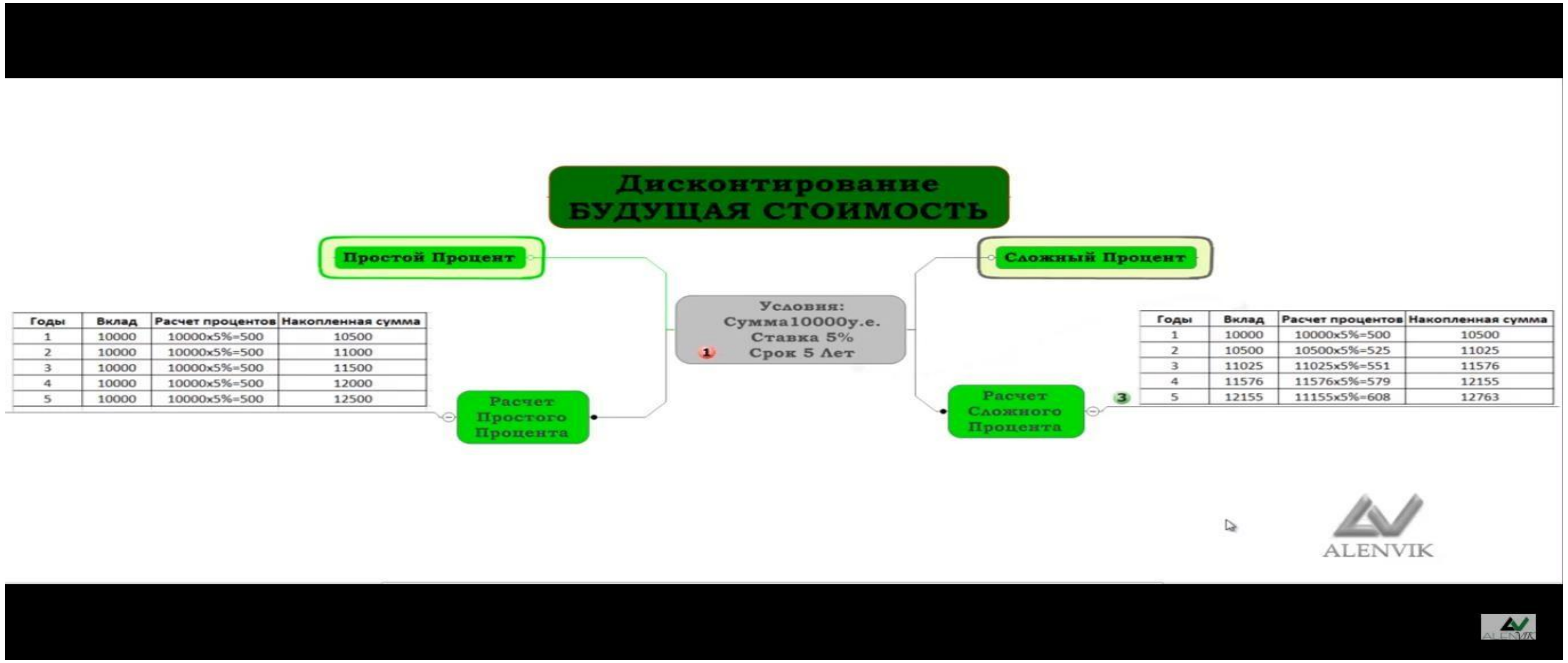
Виде
о:

Корпоративные финансы. Базовые сущности. Основы финансов и финансовой грамотности
https://www.youtube.com/watch?v=iFc7cJ7Z 0

Математические основы финансово-экономических расчетов при принятии финансово-кредитных
решений
https://www.youtube.com/watch?v=LQcdisot5NA
https://www.youtube.com/watch?v=a78rPw-eYtA
https://www.youtube.com/watch?v=qEiDk1yrlSQ

Простые и сложные %. https://www.youtube.com/watch?v=LQcdisot5NA

Видео:
По теме много видео в Интернете. Следует найти своё, понятное Вам!
Простые и сложные %.
https://www.youtube.com/watch?v=LQcdisot5NA



Спасибо за внимание!