

ОБПОУ «Железногорский горно-металлургический колледж»

Тема: *«Решение показательных уравнений неравенств и их систем»*

Преподаватель:
Панасенко Наталья Алексеевна

Методы решения

Показательных уравнений:

- 1) приведение к одному основанию;
- 2) графический метод;
- 3) разложение на множители;
- 4) введения новой переменной (приведение к квадратному);
- 5) метод оценки
- 6) логарифмирование обеих частей;
- 7) однородные (деление обеих частей на наибольшую степень)

Систем показательных уравнений:

- 1) подстановка;
- 2) алгебраическое сложение;
- 3) введение новой переменной;
- 4) графический способ;
- 5) нестандартный метод

Решение показательных уравнений



Проверка усвоения предыдущего материала

К -№1 Уровень «1» - на «3»

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64 \qquad 5^{4-x} = 25$$

К -№2 Уровень «2» - на «4»

$$3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} = 21 \qquad 7 \cdot 5^x - 5^{x+1} = 10$$

К -№3 Уровень «3» - на «5»

$$3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \qquad 4^x - 3 \cdot 2^x = 40$$



ОТВЕТЫ: К -1

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$$

$$2^{5x-14} = 2^6$$

$$5x - 14 = 6$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

$$5^{4-x} = 25$$

$$5^{4-x} = 5^2$$

$$4 - x = 2$$

$$x = 2$$



ОТВЕТЫ: К-2

$$3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} = 21$$

$$3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} = 21$$

$$3^x \cdot 9 + 12 \cdot 3^x = 21$$

$$3^x \cdot (9 + 12) = 21$$

$$3^x \cdot 21 = 21$$

$$3^x = 1$$

$$3^x = 3^0$$

$$x = 0$$

$$7 \cdot 5^x - 5^{x+1} = 10$$

$$5^x (7 - 5) = 10$$

$$5^x = 10 \div 2$$

$$5^x = 5$$

$$x = 1$$



Ответы К-3

$$3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 3 = 0$$

$$t = 3^x, t > 0$$

$$t^2 + 2 \cdot t - 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 + 12 = 16$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

$$3^x = 1 \text{ или } 3^x = -3$$

$$x = 0$$

$$4^x - 3 \cdot 2^x - 40 = 0$$

$$2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 40 = 0$$

$$2^x = t, t > 0$$

$$t^2 - 3t - 40 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 9 + 160 = 169$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 + 13}{2} = 8$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2} = -5$$

$$2^x = 8 \text{ или } 2^x = -5$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$



Решение простейших показательных неравенств

$$a > 0, a \neq 1$$

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$



$$a > 1$$



$$f(x) > g(x)$$



$$0 < a < 1$$



$$f(x) < g(x)$$

Знак неравенства

Сохраняется

Меняется

Устный счет

• Решить уравнения

$$3^x = 81$$

4

$$2^x = 16$$

4

$$3^x = 1$$

0

$$5^x = 25$$

2

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{4}{9}$$

2

$$2^{x+4} = 16$$

0

$$5^{x-1} = 125$$

4

$$7^{x+2} = 1$$

-2

• Решить неравенства

$$3^x \geq 1$$

$x \geq 0$

$$5^x \leq 125$$

$x \leq 3$

$$2^x \leq 32$$

$x \leq 5$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{9}$$

$x \geq 2$

1 1) $3^{x+2} - 3^x = 72$ 2) $2^x - 2^{x-4} = 15$ 3) $3^{12x-1} - 9^{6x-1} - 27^{4x-1} + 81^{3x+1} = 2192$

$3^x(3^2 - 1) = 72;$ $2^{x-4}(2^4 - 1) = 15;$ $3^{12x-1} - 3^{12x-2} - 3^{12x-3} + 3^{12x+4} = 2192$

$$3^x = \frac{72}{8};$$

$$3^x = 9;$$

$$3^x = 3^2;$$

$$x = 2$$

Ответ: 2

$$2^{x-4} = \frac{15}{15};$$

$$2^{x-4} = 1;$$

$$2^{x-4} = 2^0;$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

Дом. задание

$$1) 2 \cdot 3^{x-1} - 3^{x-2} = 5^{x-2} + 4 \cdot 5^{x-3}$$

2

$$3^{x-2}(2 \cdot 3 - 1) = 5^{x-3}(5 + 4);$$

$$5 \cdot 3^{x-2} = 5^{x-3} \cdot 3^2;$$

$$3^{x-4} = 5^{x-4};$$

$$\begin{cases} 3^{x-4} \\ 5^{x-4} \end{cases} = 1;$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^0$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

$$2) 5^{2x-1} + 4^x = 5^{2x} - 4^{x+1}$$

$$5^{2x-1}(1 - 5) = 2^{2x}(-2^2 - 1);$$

$$-5^{2x-1} \cdot 4 = -2^{2x} \cdot 5;$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x-1} = \frac{5}{2};$$

$$2x - 1 = 1;$$

$$x = 1$$

Ответ: 1

$$3) 2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$$

Дом.задание

3

$$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

$$(3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

Çàìáíà : $3^x = t, t > 0.$

$$t^2 - 4 \cdot t + 3 = 0$$

$$t = 1, t = 3$$

Ïäñòàâè - t, ïëó÷è

$$3^0 = 1, 3^0 = 3$$

$$\tilde{d} = 0, \tilde{d} = 1$$

Îòââò : $\tilde{d} = 0, \tilde{d} = 1.$

$$8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0 (\text{ñàìñòìÿòà ëüí }) \left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x - 6 = 0$$

Îòââò : $\tilde{d} = -1, \tilde{d} = -2.$

$$4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$$

$$4 \cdot 3^{2x} - 13 \cdot 2^x \cdot 3^x + 9 \cdot 2^{2x} = 0 \Big| 2^{2x}$$

$$4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 9 = 0$$

Çàìáíà : $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t, t > 0.$

$$t = 1, t = \frac{9}{4}$$

$$4t^2 - 13t + 9 = 0$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1, \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4}$$

Îòââò : $\tilde{d} = 0, \tilde{d} = 2.$

Дом. задание

Решение показательных неравенств



4

Решите неравенства

$$25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$$

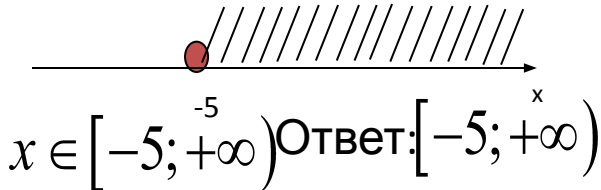
$$(5^2)^{-x+3} \geq (5^{-1})^{3x-1}$$

$$5^{-2x+6} \geq 5^{-3x+1}$$

$$-2x + 6 \geq -3x + 1$$

$$-2x + 3x \geq 1 - 6$$

$$x \geq -5$$



$$6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \left(6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1-x+2} - 1\right) \leq 1$$

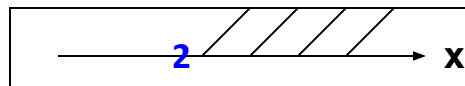
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} (2-1) \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$a = \frac{1}{3}, \text{ çíàê } \leq \text{ íáíÿàòñÿ } \geq$$

$$\tilde{\delta} - 2 \geq 0$$

$$\tilde{\delta} \geq 2$$



$$\text{òâàò} : [2; +\infty).$$

$$4^x - 2^x \leq 12$$

$$\text{òâàò} : (-\infty; 2].$$

Системы показательных уравнений

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 25; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4^x \cdot 2^y = 32, \\ 3^{8x+1} = 3^{3y}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 6, \\ 2^x - 2^y = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 5^2; \end{cases}$$

Решение: $(1; 3)$.

Дом. задание

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2 + x = 1, \\ y = 2 - x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$$

Решение: $(1; 1)$.

Работа по группам

- Команда 1 «Константа»
- Команда 2 «Формула успеха»
- Команда 3 «Логарифм»
- Команда 4 «Драйвер»



Задания Команда «Константа»

Решить уравнения и системы.

Определить метод решения:

$$\begin{cases} 16^x - 16^y = 24 \\ 16^{x+y} = 256 \end{cases} \quad 7^x - 7^{x-1} = 6$$

$$0,3^{x^3 - x^2 + x - 1} = 1 \quad 5^x + 7^x = 12^x$$

$$\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 725 \\ 3^x - 2^{\frac{y}{2}} = 25 \end{cases}$$



Задания
команда 2
« Формула успеха »

Решить уравнения и системы.
Указать метод решения.

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 4 \\ 3^y \cdot 2^x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3^{x-1} \\ y + 2x = 3 \end{cases}$$

$$27 \cdot 3^{4x-9} - 9^{x+1} = 0$$

$$2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 3^{2x} = 0$$

$$5^x - 5^{x-2} = 600$$



Задания
Команда 3
«Логарифм»

$$\begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ 3^y = 27 \end{cases}$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0$$

$$5^x = 6 - x$$

$$8^{4x-9} = 9^{4x-9}$$

$$\begin{cases} 2^y \cdot 5^x = 200 \\ x + y = 1 \end{cases}$$



Задания
команда 4
«Драйвер»

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^y = \frac{11}{4} \\ 2^x - 3^y = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad 6^{2x-3} = 5$$
$$5 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 15^x - 3 \cdot 5^{2x} = 0 \quad \begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases}$$
$$\sqrt{2^{x+2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$



Команда 1 «КОНСТАНТА»



Приведение к
одному

Введение
новой

переменной
метод

оценки
Подстановка

Алгебраическое

Разложение на

множители
множители

Команда 2 «Формула успеха»

Разложение на

Графический

Однородное 2

Нестандартный

Приведение к

одному

основанию

ОСНОВАНИЮ



Команда 3 «Логарифм»

Приведение к
одному
основанию
Графический
метод
Приведение к
Подстановка
Однородно
Однородное



Команда 4 «Драйвер»

Приведение к одному

Введение новой переменной

Логарифмирование обеих

Однородное 2

Нестандартный

метод

Однородное 2 степени

Нестандартный метод



Команда 1 «Синие»



При $x=1$, уравнение
обращается в

тождество $5+7=12$

Разделим обе части $12^x \neq 0$

. Получим $\left(\frac{5}{12}\right)^x + \left(\frac{7}{12}\right)^x = 1$.

к. при основании < 1 ,

показательная функция

убывает на \mathbb{R} , то при $x < 1$

левая часть уравнения

(*) больше 1.

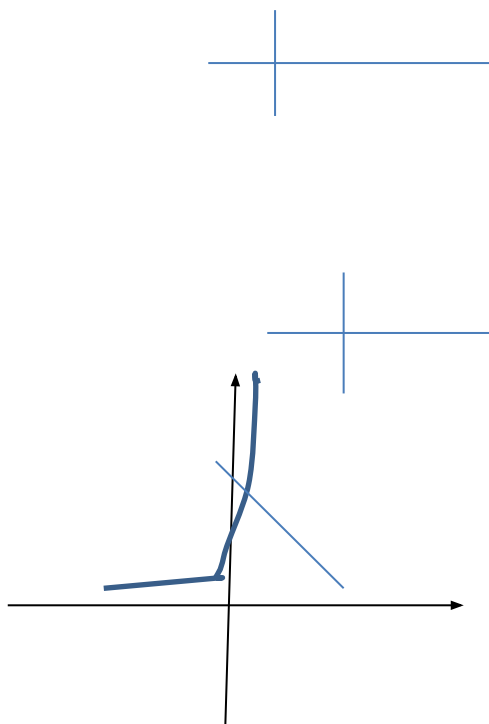
Если $x > 1$, то левая часть

меньше 1. Поэтому

других корней нет.

Ответ: $x=1$

Команда 3 «Зеленые»



Команда 4 «Желтые»

