
Мастер-класс
«Из опыта подготовки к ОГЭ
по математике
Модуль «Геометрия» 1 часть»



Полянская Л. Н., учитель математики
Булгакова Н.Г., учитель математики
МБОУ СОШ № 59

ОСНОВНОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Основной государственный экзамен — это основной обязательный вид экзамена в 9 классе средней школы.

ОГЭ - это результат работы ученика и учителя на протяжении всего обучения в школе, и подготовка к нему является важной составляющей учебного процесса.



Наибольший процент нерешенных заданий приходится на модуль «Геометрия»:

- на изучение геометрии в школе отводится в среднем в два раза меньше времени, чем на уроки алгебры;
- навыки построения и чтения чертежей у многих ребят сформированы плохо;
- аналитическое мышление развито не в полной мере

Итог: задания по геометрии зачастую просто игнорируются учащимися.

Цель мастер-класса:

- поделиться с коллегами опытом работы в подготовке учащихся к ОГЭ модуль «Геометрия».

Задачи:

- показать систему подготовки учащихся к ОГЭ
- определить объём необходимых знаний для успешной сдачи экзамена, продемонстрировать типовые задачи (шаблоны)
- решить совместно модуль «Геометрия» из первой части Демоверсии ОГЭ, как официального источника демонстрационного варианта

СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ

При подготовке учащихся к ОГЭ учителю необходимо:

- формировать у учащихся навыки самоконтроля;
- выполнять систематически контроль теоретических знаний ;
- формировать умения проверять ответ на правдоподобие;
- систематически отрабатывать вычислительные навыки;
- формировать умение переходить от словесной формулировки соотношений между величинами к математической;
- учить проводить доказательные рассуждения при решении задач;
- учить записывать математические рассуждения, доказательства, обращая внимание на точность и полноту проводимых обоснований.

ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ОГЭ СЛЕДУЕТ ЗНАТЬ СПЕЦИФИКУ КЛАССА И УРОВЕНЬ ЗНАНИЙ ПО ПРЕДМЕТУ.

1 группа	2 группа
Учащиеся, которые должны справиться с заданиями базового уровня и получить на экзамене «3».	Учащиеся, которые должны справиться с заданиями базового уровня и более сложными заданиями.
Задачи:	Задачи:
<ol style="list-style-type: none">1) должны выучить всю теорию;2) научиться решать все типы заданий базового уровня;3) на контрольных работах, тестах и зачетах не списывать.4) если получена «2», то отработать (но не более 2 раз)	<ol style="list-style-type: none">1) должны выучить всю теорию;2) научиться решать все типы заданий любой темы разными способами;3) уметь объяснять, почему так решаешь;4) уметь решать задачи на уравнения, проценты, прогрессии;5) знать теорию геометрии и уметь решать задачи с параметрами.6) решать все дополнительные задания;7) если получишь «2», «3», то отработать (но не более 1 раза).

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Задание №15

Планиметрическая задача с практическим содержанием.

1й тип задач

1) Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 18:00?

Решение. стрелки образуют развернутый угол, а он равен 180°

Ответ: 180.

2) Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 4 минуты?

Решение. Сначала найдем, сколько в одной минуте градусов. Так как в круге 60 минут и 360 градусов, то $360 : 60 = 6$ градусов – в одной минуте, а в 4 минутах: $6 \cdot 4 = 24^\circ$

Ответ: 24.



3) На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка, пока часовая проходит 2° ?

Решение. Минутная стрелка движется в 12 раз быстрее часовой, поэтому она пройдет 24° .

Ответ: 24

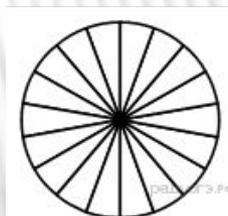
4) Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 5 ч?

Решение. Часовыми делениями циферблат разбит на 12 равных центральных углов с градусной мерой $360^\circ : 12 = 30$ градусов. Между минутной и часовой стрелками пять часовых делений.

Они образуют угол 150° .

Ответ: 150.

5) Колесо имеет 18 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



Решение. 18 спиц делят окружность колеса на 18 равных центральных углов, сумма которых равна 360° . Поэтому величина одного такого угла будет равна $360^\circ : 18 = 20$

Ответ: 20.

6) На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 15° ?



Решение. Колесо представляет собой круг. Количество спиц совпадает с количеством секторов, на которые ими оно делится. Так как развёрнутый угол 360° , а угол между спицами равен 15° , имеем: $360^\circ : 15 = 24$. Поэтому в колесе 24 спицы.

Ответ: 24.

2й тип задач

7) Площадь прямоугольного земельного участка равна 9 га, ширина участка равна 150 м. Найдите длину этого участка в метрах.

Решение. Переведем площадь участка в квадратные метры:

$$9 \text{ га} = 90\,000 \text{ м}^2.$$

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Поэтому, длина участка равна: $90\,000 : 150 = 600$ м.

Ответ: 600.

8) Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна 800 м^2 и одна сторона в 2 раза больше другой.

Ответ дайте в метрах.

Решение. Пусть x м — ширина участка, тогда длина — $2x$ м. Так как площадь прямоугольника равна произведению его смежных

$$2 \cdot x^2 = 800$$

То откуда $x=20$ — ширина. Соответственно 40 м — длина.

Периметр прямоугольника $2 \cdot (20 + 40) = 120$ метров.

Ответ: 120.

9) Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см 40 см?

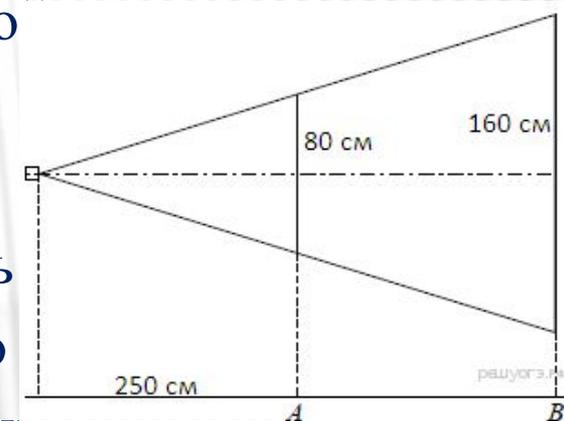
Решение. Найдем объем доски: $350 \cdot 20 \cdot 2 = 14\,000 \text{ см}^3$. Найдем объем балки: $1050 \cdot 30 \cdot 40 = 1\,260\,000 \text{ см}^3$.

Поэтому количество досок равно $1\,260\,000 : 14\,000 = 90$.

Ответ: 90.

3й тип задач

10) Проектор полностью освещает экран А высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран В высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

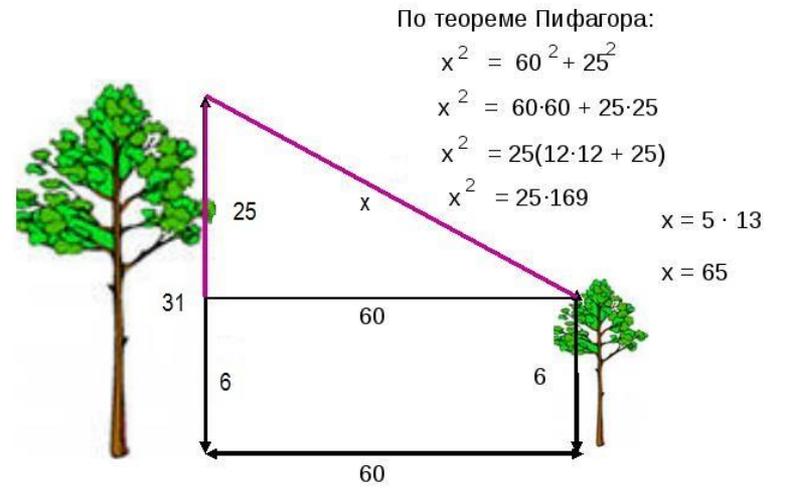
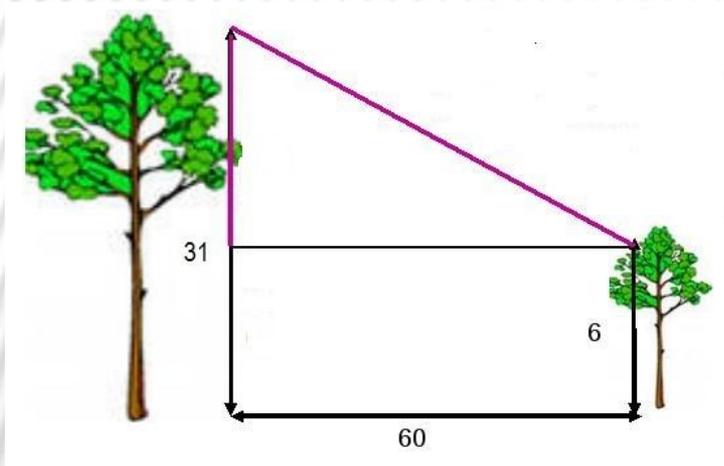


Решение. Заметим, что высота экрана, расположенного на расстоянии 250 см, в 2 раза меньше высоты экрана, расположенного на искомом расстоянии, значит, по теореме о средней линии, искомое расстояние в два раза больше первоначального экрана:

$$250 \cdot 2 = 500 \text{ см.}$$

Ответ: 500.

11) Две сосны растут на расстоянии 60 м одна от другой. Высота одной сосны 31 м, а другой – 6 м. Найдите расстояние между их верхушками.



Ответ: 65.

12) Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 шагов от фонаря. Длина тени человека равна четырём шагам. На какой высоте (в метрах) висит фонарь?

Решение.

Сначала найдем расстояние (в шагах)

от фонаря до крайней точки тени:

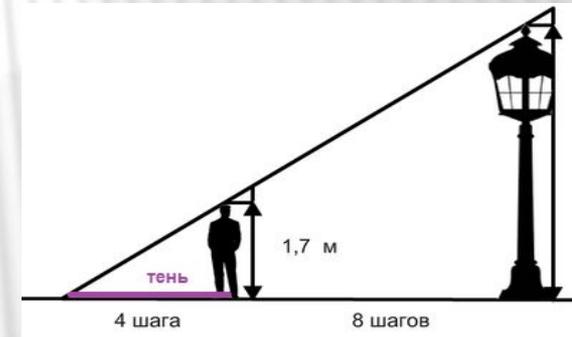
$$4 + 8 = 12 \text{ шагов.}$$

Прямоугольные треугольники подобны с коэффициентом подобия $k = 12 : 4 = 3$.

Значит, высота фонаря в 3 раза больше роста человека

$$1,7 \cdot 3 = 5,1 \text{ (м)}$$

Ответ: 5,1.



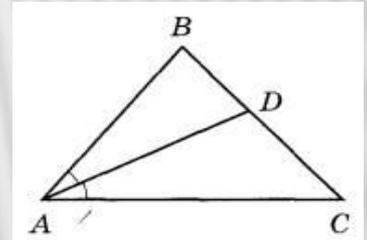
ЗАДАНИЕ 16

МНОГОУГОЛЬНИКИ И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ

1) В треугольнике ABC известно, что угол $BAC = 48^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

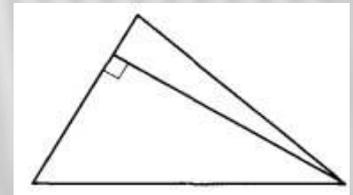
Решение. Так как AD биссектриса угла BAC, то она делит этот угол пополам. Следовательно, угол BAD представляет собой половинку угла BAC и равен:

$$\angle BAD = \frac{\angle BAC}{2} = \frac{48^\circ}{2} = 24^\circ$$



Ответ: 24

2) Сторона треугольника равна 16, а высота, проведённая к этой стороне, равна 19. Найдите площадь этого треугольника.



Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения высоты на основание, к которому эта высота проведена. В задании дано значение высоты $h=19$ и длина основания $a=16$. Тогда площадь треугольника равна:

$$s = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 19 = 152$$

Ответ: 152

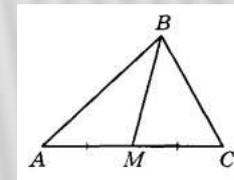
3) В треугольнике ABC известно, что $AC = 32$, BM — медиана, $BM = 23$. Найдите AM .

Решение.

Так как BM — медиана, опущенная на сторону AC , то точка M делит сторону AC пополам, то есть

$$AM = \frac{1}{2} AC \text{ и } AM = \frac{32}{2} = 16.$$

Ответ: 16



4) Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 57° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Так как сумма острых углов прямоугольного треугольника 90 градусов, то неизвестный угол будет равен $90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$.

Ответ:33

5) Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите его высоту.

Решение.

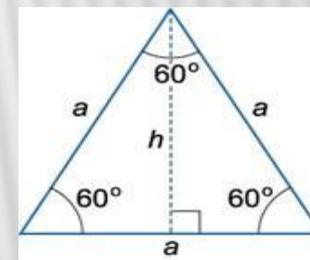
В равностороннем треугольнике все стороны равны, а углы составляют по 60° градусов. В таком треугольнике высота, проведенная из любого его угла является также и медианой.

Найдем высоту из прямоугольного треугольника,

у которого известна гипотенуза и угол в 60°

градусов, лежащий напротив высоты,

тогда противолежащий катет (высоту) можно вычислить как



$$h = a \cdot \sin 60^\circ$$

$$h = 16\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24$$

6) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине A равен 111° . Найдите величину угла ABC. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Внешний угол – смежный угол с углом A.

Сумма смежных углов равна 180° .

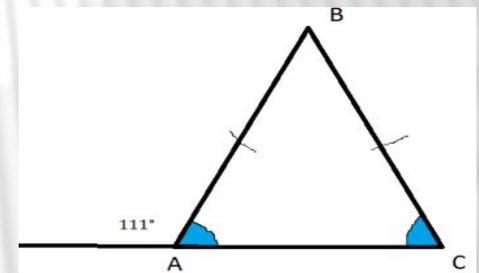
$$\angle A = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ.$$

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны, поэтому

$$\angle A = \angle C = 69^\circ.$$

Сумма углов треугольника ABC равна 180° .

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 69^\circ - 69^\circ = 42^\circ.$$



О т в е т:42

7) Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника АВС, сторона АВ равна 57, сторона ВС равна 74, сторона АС равна 48. Найдите MN.

Решение.

По условию задачи отрезок MN является средней линией треугольника АВС и параллельна основанию АС (то есть MN перпендикулярна АС по определению средней линии треугольника). Кроме того известно, что длина средней линии в 2 раза меньше длины основания, которому она параллельна,

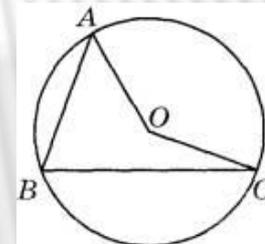
$$\text{то есть } MN = \frac{1}{2} AC = \frac{48}{2} = 24$$

Ответ: 24

ЗАДАНИЕ 17

ОКРУЖНОСТЬ, КРУГ И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ.

- 1) Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что углы $\angle ABC = 69^\circ$ и $\angle OAB = 48^\circ$. Найдите угол $\angle BCO$.
Ответ дайте в градусах.



Решение

Угол $\angle ABC$ является вписанным углом, опирающийся на дугу AC . Известно, что градусная мера дуги, на которую опирается вписанный угол в 2 раза больше этого угла, то есть

Угол $\angle AOC$ — центральный и равен градусной мере дуги AC , на которую он опирается, то есть $\angle AOC = 138^\circ$

Рассмотрим треугольник AOC — равнобедренный, так как $AO = OC$ — радиусы окружности. Углы при основании этого треугольника равны, а сумма всех углов 180° , следовательно,

$$\angle OAC = \angle OCA = \frac{180^\circ - 138^\circ}{2} = 21^\circ$$

$$\angle CAB = \angle CAO + \angle OAB = 21^\circ + 48^\circ = 69^\circ$$

$$\angle BCA = 180^\circ - \angle ABC - \angle CAB = 180^\circ - 69^\circ - 69^\circ = 42^\circ$$

и угол ВС

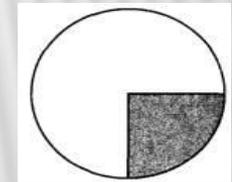
$$\angle BCO = \angle BCA - \angle OCA = 42^\circ - 21^\circ = 21^\circ$$

Ответ: 21

2) Площадь круга равна 88. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 90° .

Решение.

Если центральный угол равен 90° , то закрашенный сектор в точности равен $1/4$ от всего круга, так как $90:360=1:4$.



Так как вся площадь круга 88, то площадь сектора будет равна $88:4=22$.

Ответ: 22.

3) На окружности по разные стороны от диаметра АВ взяты точки М и N. Известно, что угол $\angle NBA = 36^\circ$. Найдите угол $\angle NMB$. Ответ дайте в градусах.

Решение.

$\angle NBA$ является вписанным углом и

опирается на дугу AN, следовательно, градусная мера дуги AN

равна: $AN = 2 \cdot \angle NBA = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$

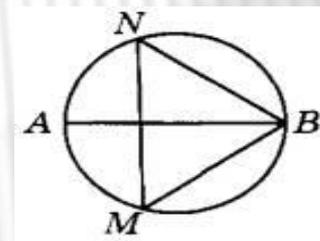
Градусная мера дуги АВ равна 180° , так как это диаметр окружности, который делит круг в 360° пополам. Тогда градусная мера дуги NB равна

$$NB = AB - AN = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

На дугу NB опирается вписанный угол $\angle NMB$, который равен половине градусной меры дуги NB:

$$\angle NMB = \frac{NB}{2} = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$$

Ответ: 54.



4) Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.

Решение

Проведём отрезок АО. Рассмотрим треугольник

АОВ. Данный треугольник прямоугольный, так как

ОВ – высота. АВ равно половине длины хорды. Тогда, по теореме

Пифагора:

$$AO^2 = OB^2 + AB^2$$

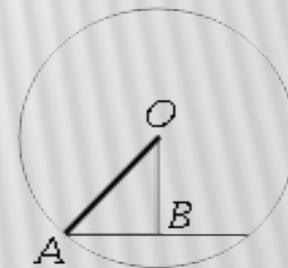
$$AO^2 = 27^2 + \left(\frac{72}{2}\right)^2$$

отсюда :

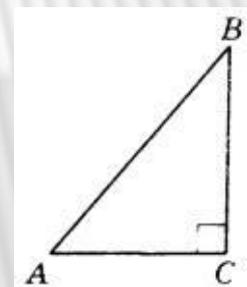
АО=45 – радиус окружности.

Следовательно, диаметр равен 90.

Ответ: 90.



5) В треугольнике ABC известно, что $AC = 8$, $BC = 15$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



Решение.

Радиус описанной около прямоугольного треугольника окружности равен половине его гипотенузы.

Найдем гипотенузу AB треугольника ABC

по теореме Пифагора:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

и радиус равен

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{17}{2} = 8,5$$

Ответ: 8,5

ЗАДАНИЕ 18

ПЛОЩАДИ, ПЕРИМЕТРЫ ФИГУР И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ.

1) Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, BC = 7, AD = 9, AC = 32. Найдите AO.

Решение.

Треугольники BCO и AOD

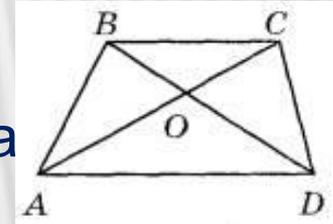
подобны друг другу. Следовательно, можно записать

$$\text{отношение } \frac{OC}{AO} = \frac{BC}{AD} = \frac{7}{9}$$

то есть точка O делит отрезок AC в отношении 7:9, отсчитывая от вершины C. Это означает, что весь отрезок AC можно разделить на $7+9=16$ равных частей, 7 из которых составляет OC, а 9 – AO, то есть:

Ответ: 18.

$$AO = \frac{9}{16} \cdot AC = \frac{9}{16} \cdot 32 = 18$$



2) В ромбе ABCD угол ABC равен 134° . Найдите угол ACD.

Ответ дайте в градусах.

Решение

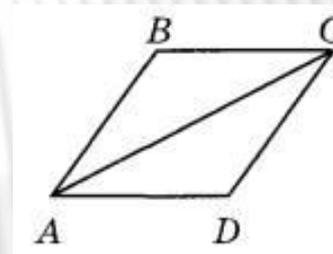
Сумма всех углов в ромбе равна 360° , а противоположные углы равны. Следовательно,

угол BCD равен $\angle BCD = \frac{360^\circ - 2 \cdot 134^\circ}{2} = 46^\circ$

Диагональ AC ромба является также биссектрисой углов BAD и BCD, следовательно, угол ACD в 2 раза меньше угла BCD:

$$\angle ACD = \frac{\angle BCD}{2} = \frac{46^\circ}{2} = 23^\circ$$

Ответ: 23.



3) Сторона ромба равна 8, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь этого ромба.

Решение

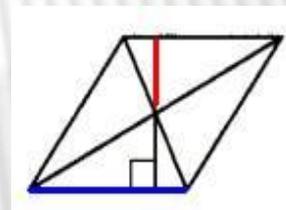
Площадь ромба можно найти по формуле площади параллелограмма, так как ромб – это частный случай параллелограмма. Площадь будем искать как произведение высоты h ромба на длину стороны a , к которой эта высота проведена. Высота ромба равна

$$h = 2 \cdot 2 = 4$$

Таким образом, площадь ромба равна

$$S = 8 \cdot 4 = 32$$

Ответ: 32



4) В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 9, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° .
Найдите площадь трапеции.

Решение

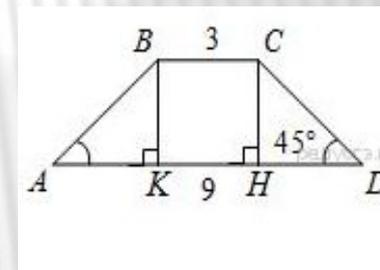
Введём обозначения, как показано на

рисунке. Тогда $AK = HD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$

Треугольник АКВ прямоугольный и равнобедренный, тогда высота ВК равна 3.

Откуда

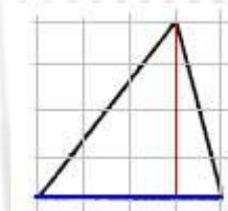
Ответ: 18. $S = \frac{3 + 9}{2} \cdot 3 = 18$



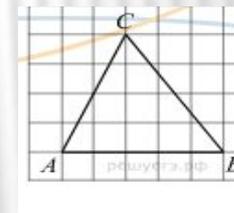
ЗАДАНИЕ 19

ФИГУРЫ НА КЛЕТКЕ

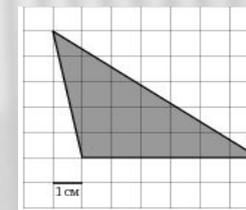
1) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



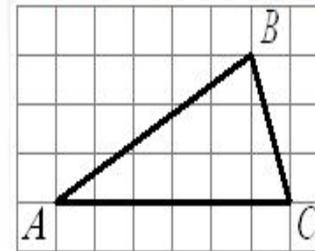
2) На клетчатой бумаге с квадратными клетками изображён треугольник ABC. Найдите тангенс угла C.



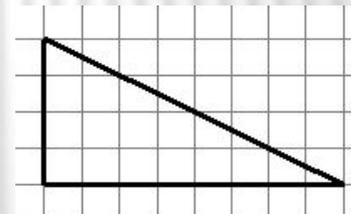
3) На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображён треугольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



4) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



5) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



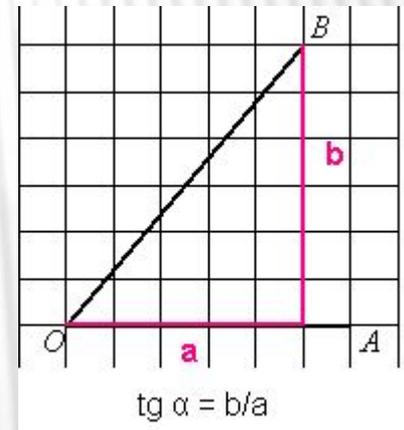
6) Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.

Решение

Тангенс - отношение противолежащего катета к прилежащему.

$$\text{tg } \alpha = 6/5 = 1,2$$

Ответ: 1,2



ЗАДАНИЕ 20

АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЙ

№1 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 3) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Решение.

- 1) **Неверно.** Нужно чтобы еще угол между ними был равен.
- 2) **Неверно.** Если окружности имеют разные радиусы, то точка пересечения не будет равноудалена от их центров.
- 3) **Верно.**

Ответ: 3.

№2 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
- 2) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 3) Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.

Решение.

- 1) Неверно, касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.
- 2) Верно.
- 3) Неверно. Внешний угол треугольника равен 180 градусов минус угол треугольника, к которому он примыкает или внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним.

Ответ: 2.

№3. Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 2) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.
- 3) Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Решение.

- 1) Неверно, боковые стороны у трапеции могут различаться по длине.
- 2) Верно. Из внешней точки окружности можно провести только две касательные к этой окружности.
- 3) Неверно. Площадь квадрата равна половине произведения его диагоналей.

Ответ: 2

4) №4 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90 градусов, то такой ромб — квадрат.

Решение.

- 1) Верно. Так как по аксиоме параллельных прямых. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной. Значит можно провести такую прямую.
- 2) Неверно. Сумма любых двух сторон БОЛЬШЕ третьей стороны, а здесь $1+2 < 4$
- 3) Верно. Противоположные углы в ромбе равны, значит 90 и 90 сумма односторонних = 180 градусов. Вывод все углы = 90 в ромбе все стороны равны, значит это КВАДРАТ.

Ответ: 13

№5. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Любые два равносторонних треугольника подобны.
- 2) В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение.

- 1) Верно. Равносторонние треугольники подобны, так как углы в нем все равны по 60 градусов, следовательно, они подобны по 2 углам.
- 2) Неверно. В прямоугольнике диагонали могут пересекаться под разными углами, в том числе и под прямым.
- 3) Верно. Диаметр окружности — отрезок, соединяющий две точки на окружности и проходящий через центр окружности. Соответственно, при любом повороте диаметра, расстояние между такими точками всегда одно и то же.

Ответ: 13.

№6. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
 - 2) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
 - 3) Если диагонали параллелограмма равны, то он является ромбом.
- В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение.

- 1) Верно. Длина гипотенузы всегда меньше сумм катетов прямоугольного треугольника.
- 2) Верно. Так как биссектриса делит угол пополам, то расстояние от нее до противоположных сторон угла будет одинаковым.
- 3) Неверно. Диагонали у ромба должны пересекаться под прямым углом и не обязательно быть равными.

Ответ: 12.

№7 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) В параллелограмме есть два равных угла.
- 2) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
- 3) Площадь прямоугольника равна произведению длин всех его **сторон**.

Решение.

- 1.Верно. В параллелограмме противоположные углы равны. Значит имеется 2 пары равных углов.
- 2.Неверно. Если бы в треугольнике было хотя бы два тупых угла (то есть больше 90 градусов) то сумма этих двух углов уже была бы больше 180 градусов. Если в треугольнике один угол тупой, то два остальных только острые. В сумме эти три угла должны дать 180 градусов.
- 3.Неверно. Площадь прямоугольника равна произведению длин двух его смежных сторон.

Ответ: 1

Спасибо за внимание!