

# Подготовка к ОГЭ по математике для учащихся 9 класса



## Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это  
такое?](#)

[История](#)

[Справочн  
ые  
материалы](#)

[Критерии  
оценок](#)

[Итоги](#)

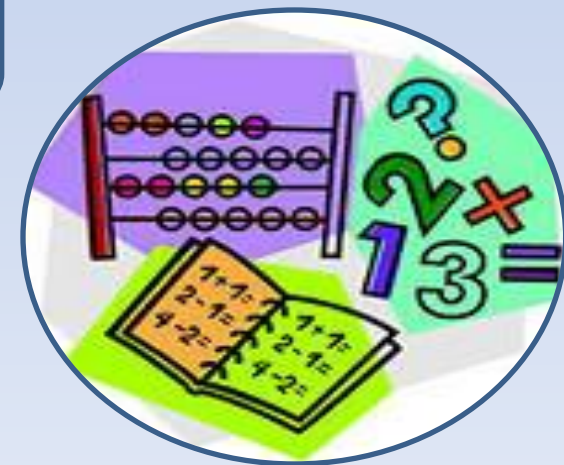
[Примеры  
решения задач  
теорема  
Синусов,  
Косинусов](#)

[Примеры  
решения задач  
площадь  
треугольника](#)

[Примеры  
решения задач  
теорема  
Пифагора](#)

[Задачи для  
самостоятельн  
ого решения](#)

[Проверь себя](#)



# Учусь решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)



## Введение

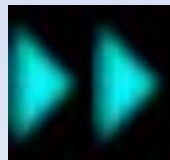
ОГЭ в 9 классе по математике разделен на 3 модуля: алгебра, геометрия и реальная математика. В модуль геометрия входят различные задания, при выполнении которых необходимы знания и умения решать задачи по темам, связанным с такой фигурой, как треугольник.

Вы имеете возможность самостоятельно повторить и прорешать задачи по этой теме. Предложенный квест – это самоучитель, который снабжен необходимым справочным материалом для решения задач.

С помощью квеста вы сможете подробно разобрать приведенные примеры и проверить себя с помощью предложенной схемы решения.

Подробно изучив предложенный материал, вам предстоит самостоятельно решить предложенные задачи.

Объединитесь в группы и начните изучение предложенной темы с помощью карты квеста.



[Главная](#)

[Справочные материалы](#)

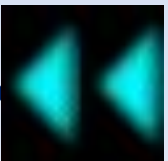


## Что это такое?

Треугольник – это фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, попарно соединяющих эти точки. Точки – это вершины, а отрезки – стороны.

Треугольники бывают

- остроугольные, прямоугольные, тупоугольные
- равнобедренные, равносторонние



# Учусь решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Справочные материалы](#)



## Историческая справка

Теорема Пифагора — одна из основополагающих теорем евклидовой геометрии, устанавливающая соотношение между сторонами прямоугольного треугольника: сумма квадратов длин катетов равна квадрату длины гипотенузы.

Соотношение в том или ином виде предположительно было известно различным древним цивилизациям задолго до нашей эры; первое геометрическое доказательство приписывается Пифагору, строгое аксиоматическое доказательство утверждения принадлежит Евклиду.

Также может быть выражена как геометрический факт равенства площади треугольника, отложенного гипотенузы с суммой площадей треугольников, отложенных от катетов. Верно и обратное утверждение: треугольник, сумма квадратов длин двух сторон которого равна квадрату длины третьей стороны, является прямоугольным.

По мнению историка математики Морица Кантора в Древнем Египте во времена царя Аменемхета I (около XXIII век до н. э.) было известно о прямоугольном треугольнике со сторонами 3, 4, 5 — его использовали гарпедонапты — «натягиватели верёвок». В древневавилонском тексте, относимом ко временам Хаммурапи (XX век до н. э.), приведено приближённое вычисление гипотенузы. По мнению Ван-дер-Вардена, очень вероятно, что соотношение в общем виде было известно в Вавилоне уже около XVIII века до н. э.

Общепринято, что доказательство соотношения дано древнегреческим философом Пифагором (570—490 до н. э.). Имеется свидетельство Прокла (до н. э.),



# Учусь решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)



## Справочные материалы

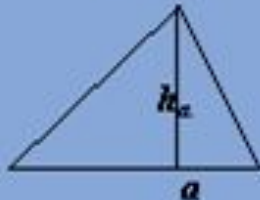


$P=a+b+c$  периметр треугольника

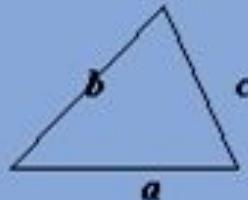
- **Сумма углов в треугольнике равна 180 градусов!**

$c^2 = a^2 + b^2$  Теорема Пифагора

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$



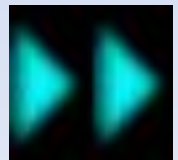
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = p \cdot r$$



[Главная](#)

[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)



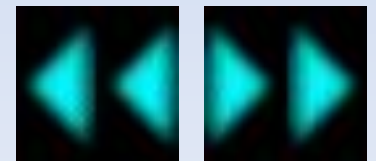
## Справочные материалы

Теорема **синусов**

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Теорема **косинусов**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»



[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)

## Справочные материалы

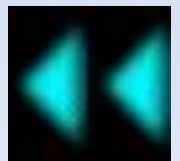
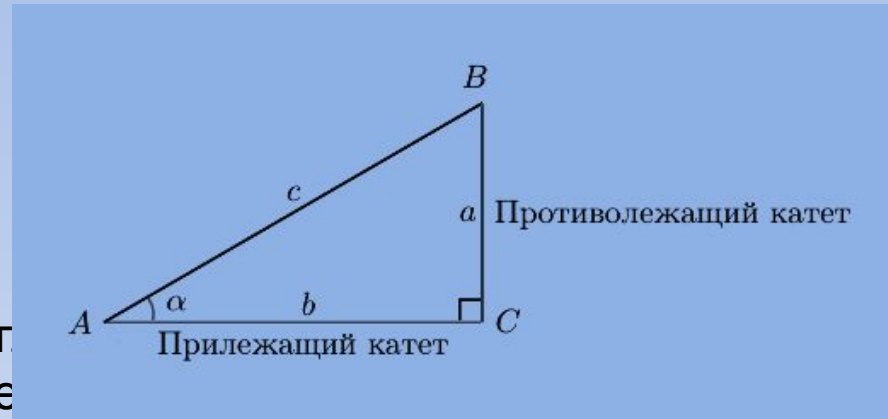
*Гипотенуза* прямоугольного треугольника — это сторона, лежащая напротив прямого угла.  
*Катеты* — стороны, лежащие напротив острых углов.

Катет, лежащий напротив угла, называется *противолежащим* (по отношению к углу). Другой катет, который лежит на одной из сторон угла, называется *прилежащим*.

*Синус* острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к гипотенузе.

*Косинус* острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение прилежащего катета к гипотенузе.

*Тангенс* острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему.



# Учусь решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)

## Критерии оценок



Критерий	Результат
1-2 неверных ответа	Ты усвоил тему
3-4 неверных ответа	Будь внимательнее, ты просто торопишься
5 неверных ответов	Возможно, тебе необходимо вспомнить теорию
6 и более неверных ответов	Изучи внимательно тему еще раз





# Учусь решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это  
такое?](#)

[История](#)

[Справочн  
ые  
материалы](#)

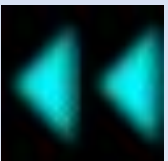
[Критерии  
оценок](#)

[Итоги](#)



## Итоги:

1. Оформите решение задач
2. Предварительно оцените свою работу, проверив решение задач самостоятельной работы .
3. Проведите рефлекссию, используя раздел «Критерии оценок».



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»



[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

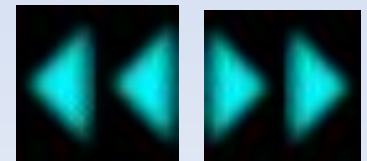
[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)

## Задание № 1. Рассмотрим высказывания, выбери верные/ не верные.

1. В любой прямоугольный треугольник можно вписать окружность.
2. Каждая сторона треугольника больше суммы двух других сторон.
3. Существует треугольник ABC с меньшей стороной AC и углами  $\angle A = 43^\circ$ ,  $\angle C = 72^\circ$ .
4. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы.
5. Любые два равнобедренных треугольника подобны.
6. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, находится на катете этого треугольника.
7. Если стороны одного треугольника соответственно в 3 раза больше сторон другого, то треугольники подобны.
8. Треугольник, стороны которого равны 7, 12, 13 является прямоугольным.



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

[Справочные материалы](#)

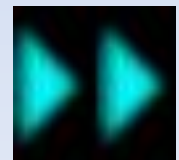
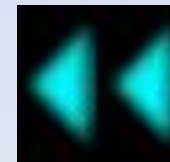
[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)



Исследуй иды событий. Результаты исследований занеси в таблицу:

Верные
1,2,4,7



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

[Справочные материалы](#)

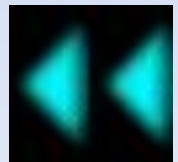
[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)



Исследуй иды событий. Результаты исследований занеси в таблицу:

Не верные
3,5,6,8



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

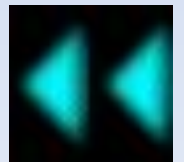
[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)



1. Центром окружности, описанной около правильного треугольника, является точка пересечения его высот.
2. Треугольник, стороны которого равны 7, 12, 13 является прямоугольным.
3. Любые два прямоугольных треугольника подобны.
4. Центром окружности, вписанной в правильный треугольник, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.
5. В треугольнике против меньшего угла лежит меньшая сторона.
6. Внешний угол треугольника равен сумме внутренних, не смежных с ним.
7. Существует треугольник с двумя равными тупыми углами. Медиана треугольника делит треугольник на два равных.



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»



[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

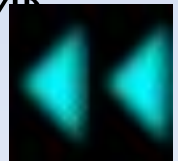
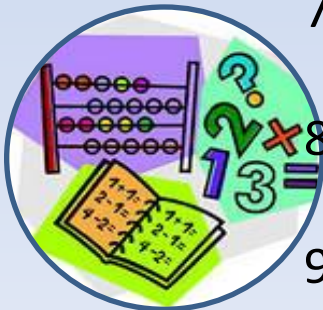
[История](#)

[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)

1. Зная только длины двух сторон треугольника, можно найти его площадь.
2. Если в треугольнике равны два угла, то он равнобедренный.
3. Биссектриса угла треугольника делит сторону треугольника пополам.
4. В равностороннем треугольнике все углы равны.
5. Если три угла одного треугольника соответственно равны трем углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
6. Центр окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, находится в точке пересечения его высот.
7. Все треугольники со сторонами 3, 4, 5 равны между собой.
8. Если в треугольнике два угла равны, то треугольник равнобедренный.
9. Ни в каком треугольнике не может быть два тупых



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это  
такое?](#)

[История](#)

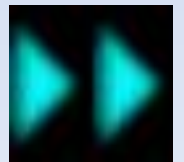
[Справочн  
ые  
материалы](#)

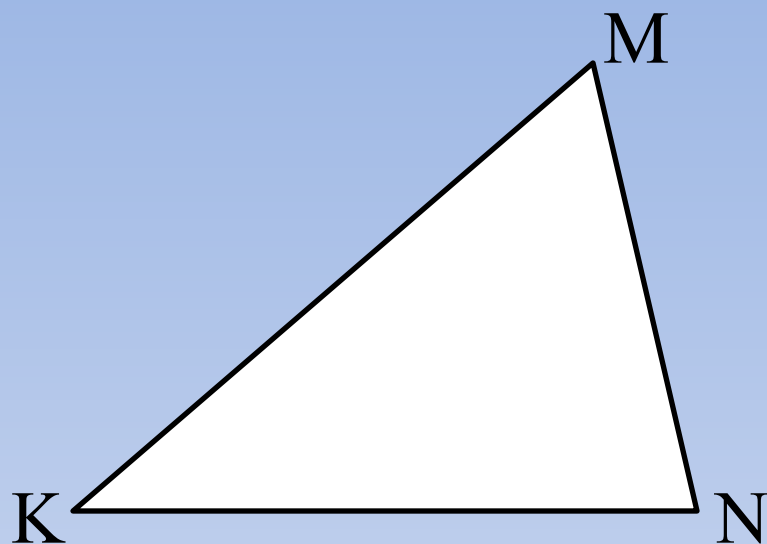
[Критерии  
оценок](#)

[Итоги](#)



## Решение задач на применение теоремы синусов, косинусов:



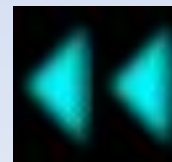


1) Запишите теорему синусов для данного треугольника:

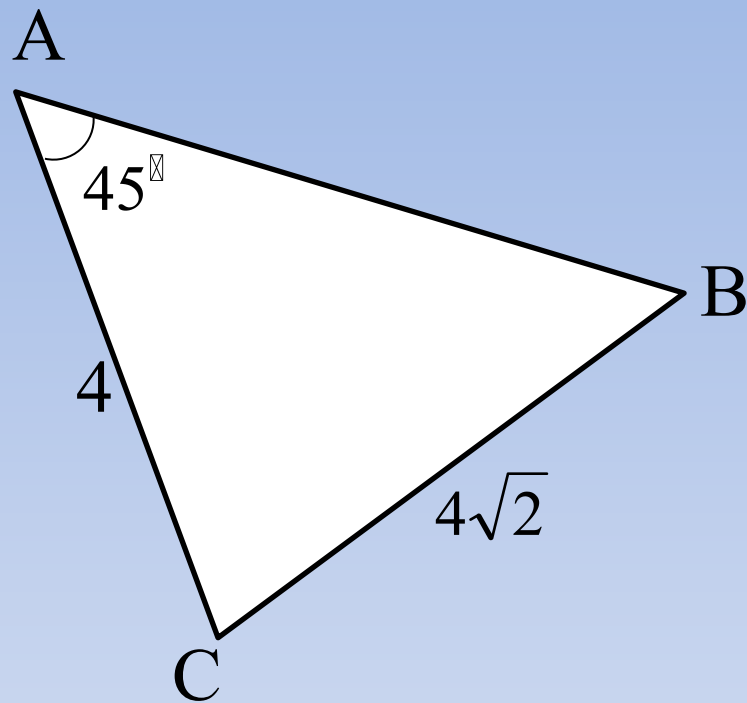
$$\frac{MN}{\sin K} = \frac{NK}{\sin M} = \frac{KM}{\sin N}$$

2) Запишите теорему косинусов для вычисления стороны МК:

$$MK^2 = NM^2 + NK^2 - 2NM \cdot NK \cos N$$







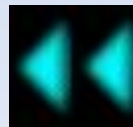
Найдите угол B.

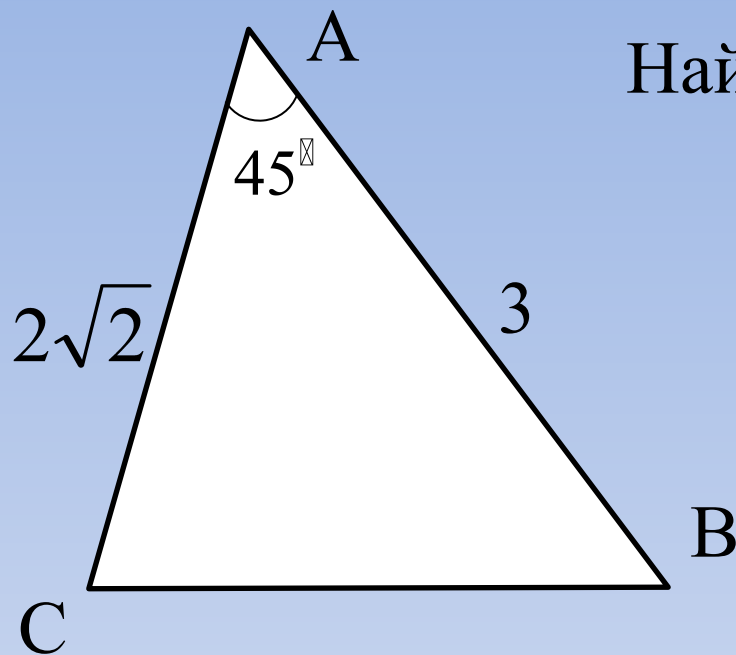
$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{AC \sin A}{BC}$$

$$\sin B = \frac{4 \sin 45^\circ}{4\sqrt{2}}$$

$$\sin B = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle B = 30^\circ$$



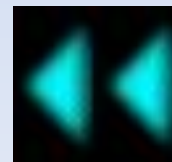


Найдите длину стороны BC.

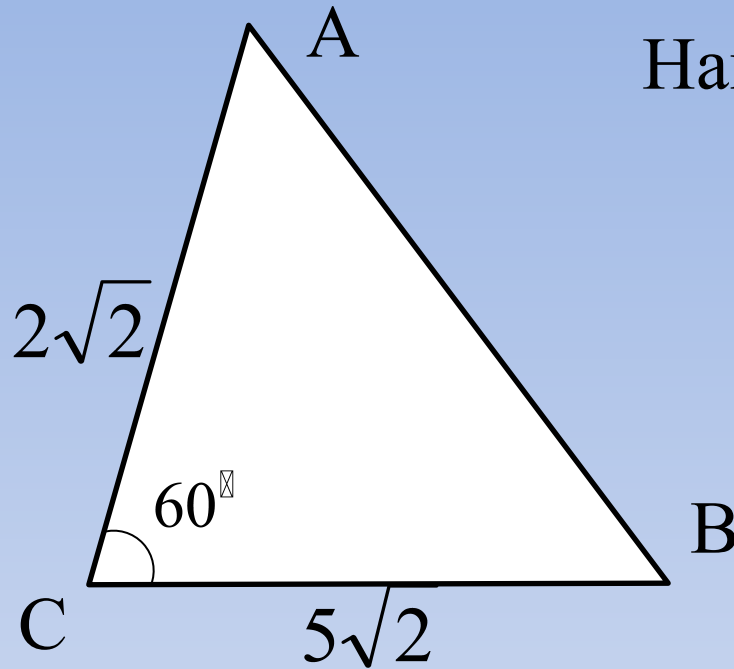
$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos A$$

$$BC^2 = (2\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3 \cos 45^\circ$$

$$BC^2 = 5 \Rightarrow BC = \sqrt{5}$$



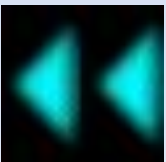
Найдите длину стороны АВ.

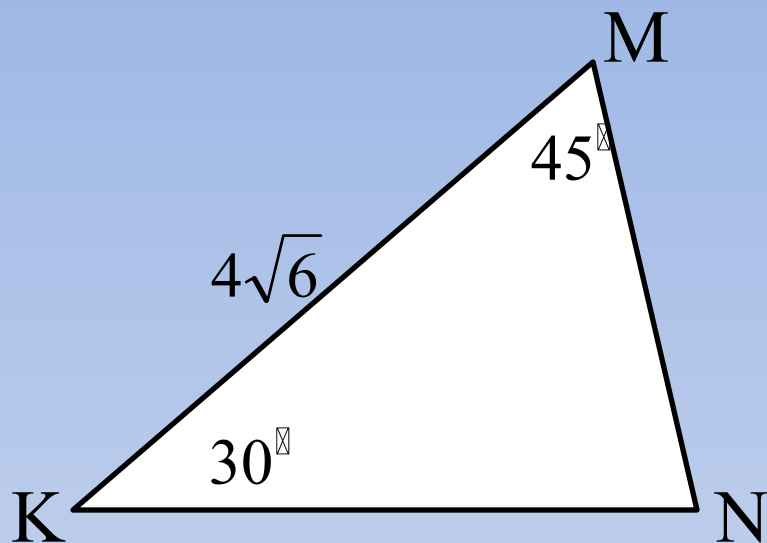


$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cos C$$

$$BC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cos 60^\circ$$

$$BC^2 = 38 \Rightarrow BC = \sqrt{38}$$





$$\angle M = 45^\circ, \angle K = 30^\circ,$$

$$KN = 4\sqrt{6}$$

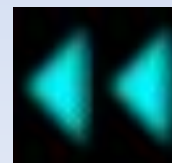
Найдите MN.

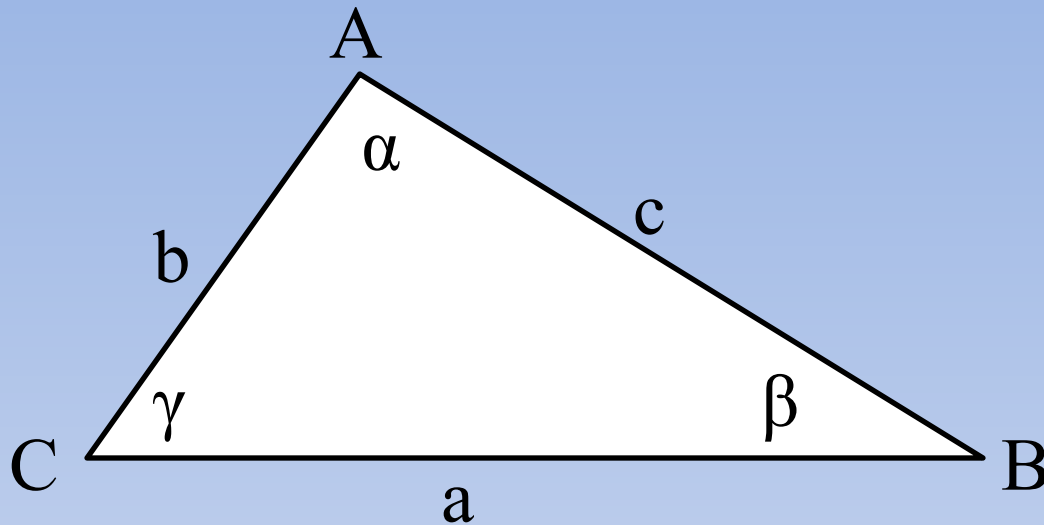
$$\frac{MN}{\sin K} = \frac{KN}{\sin M}$$

$$MN = \frac{4\sqrt{6} \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$MN = \frac{KN \sin K}{\sin M}$$

$$MN = 4\sqrt{3}$$

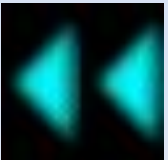




Запишите формулу для вычисления:

~~AC, если  $\angle A = \alpha, \angle B = \beta, \angle C = \gamma$ .~~

$$BC \cos \angle C = \frac{a \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$



# Учись решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»



[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

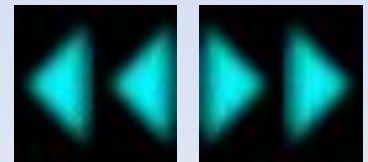
[История](#)

[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)

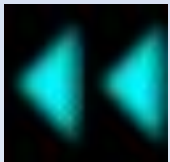
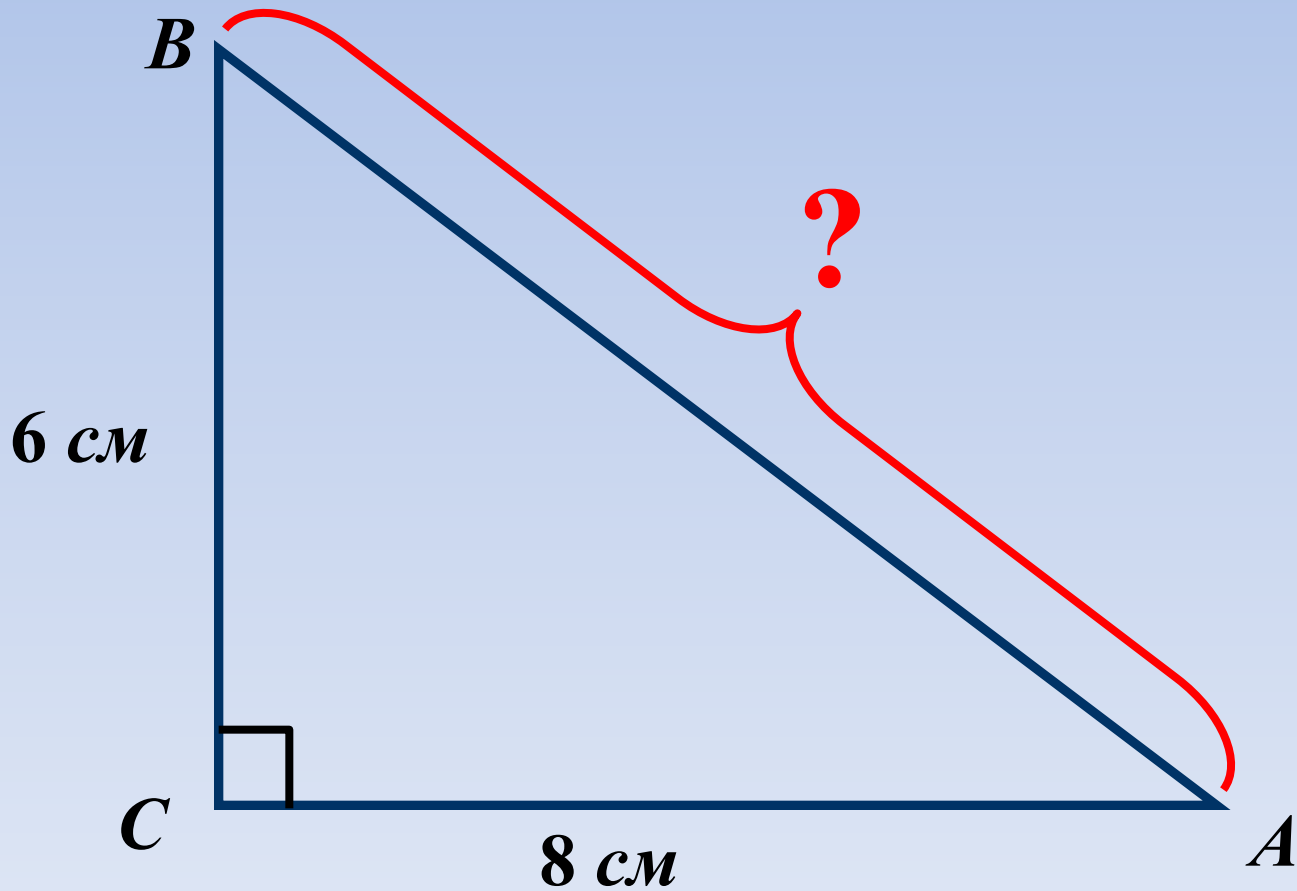
## Решение задач по тереме Пифагора:



1.

**Дано:**  $\triangle ABC$

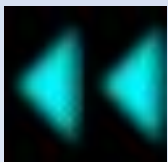
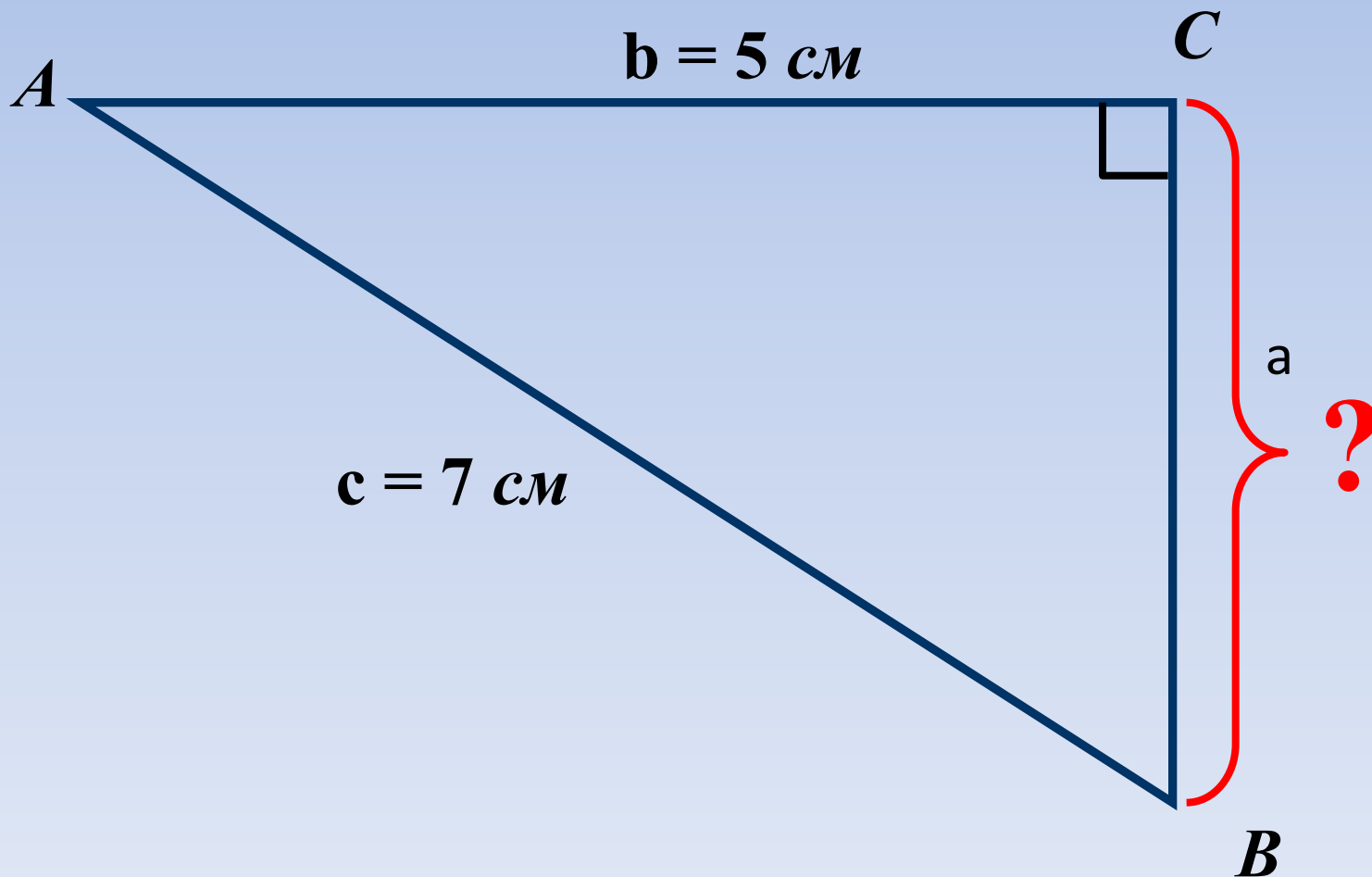
**Найти:**  $AB$



2.

**Дано:**  $\triangle ABC$

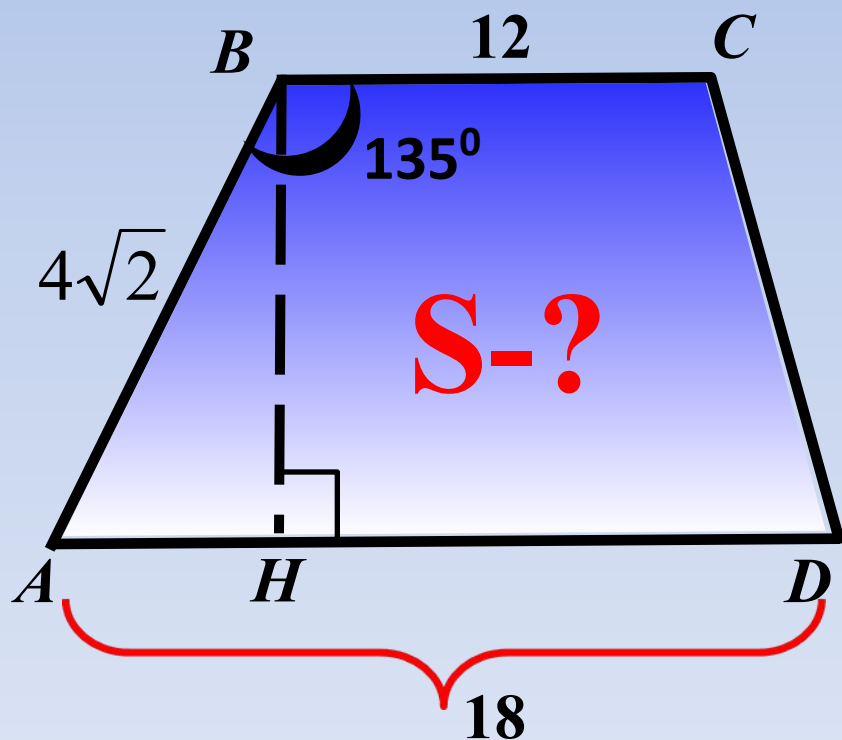
**Найти:**  $a = ?$





**Задача №2  
из ГИА**

Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна  $4\sqrt{2}$ , а угол между ней и одним из оснований равен  $135^\circ$ . Найдите площадь трапеции.



**Подсказка (3):**

$$S = \frac{1}{2} (BC + AD) \cdot BH$$

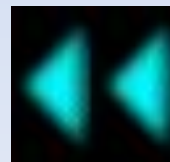
$\triangle ABH$  :

$$\angle AHB = 90^\circ, \angle ABH = \angle A = 45^\circ$$

$$AH = BH$$

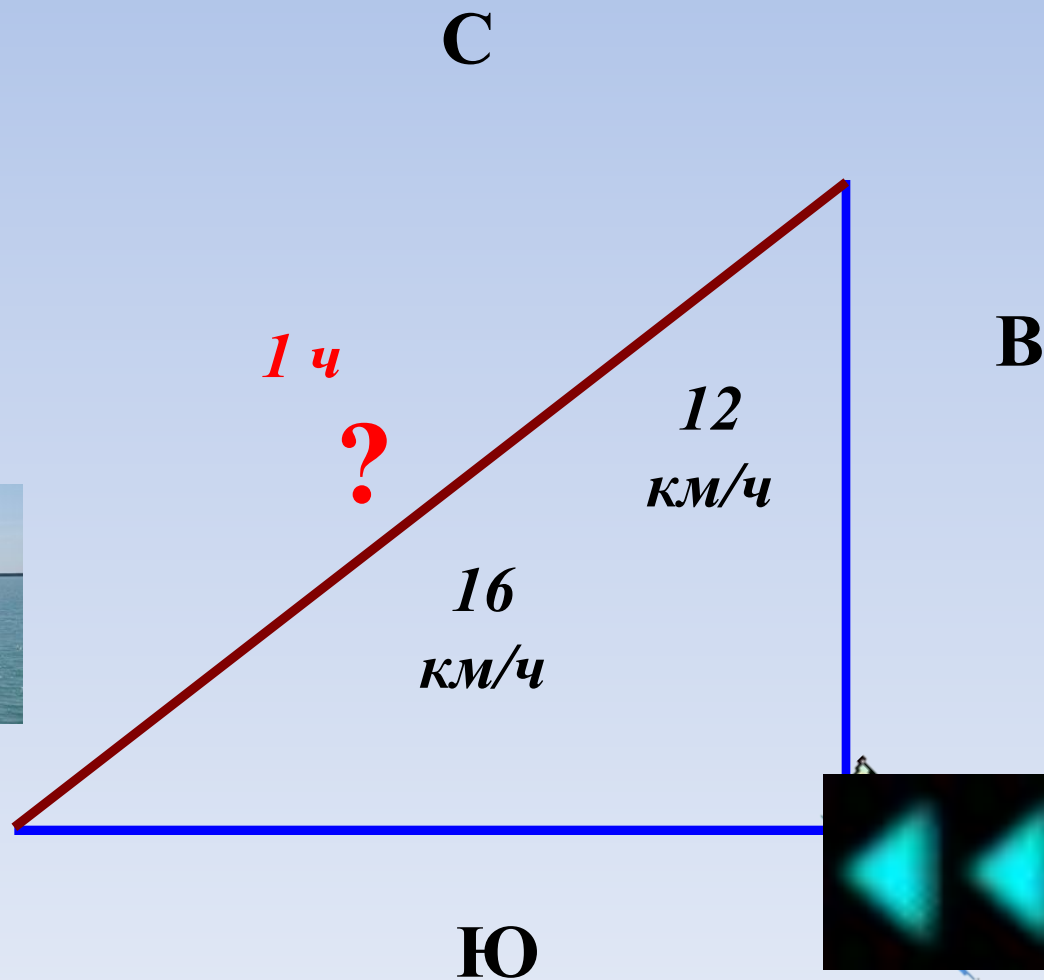
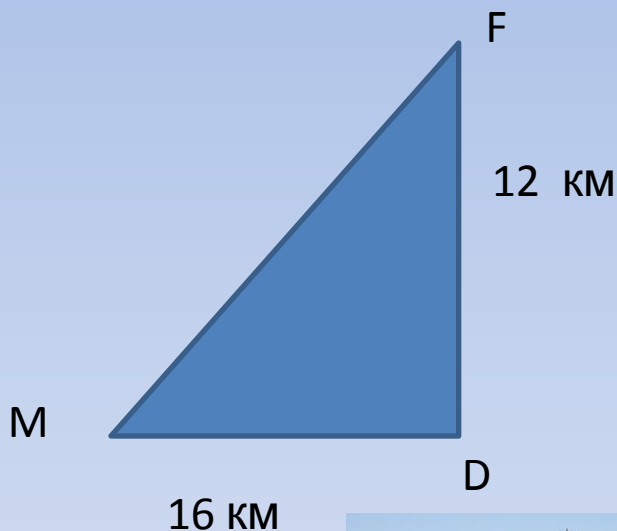
$$AB^2 = 2BH^2 \longrightarrow BH$$

**60**



**Задача №3  
из ГИА**

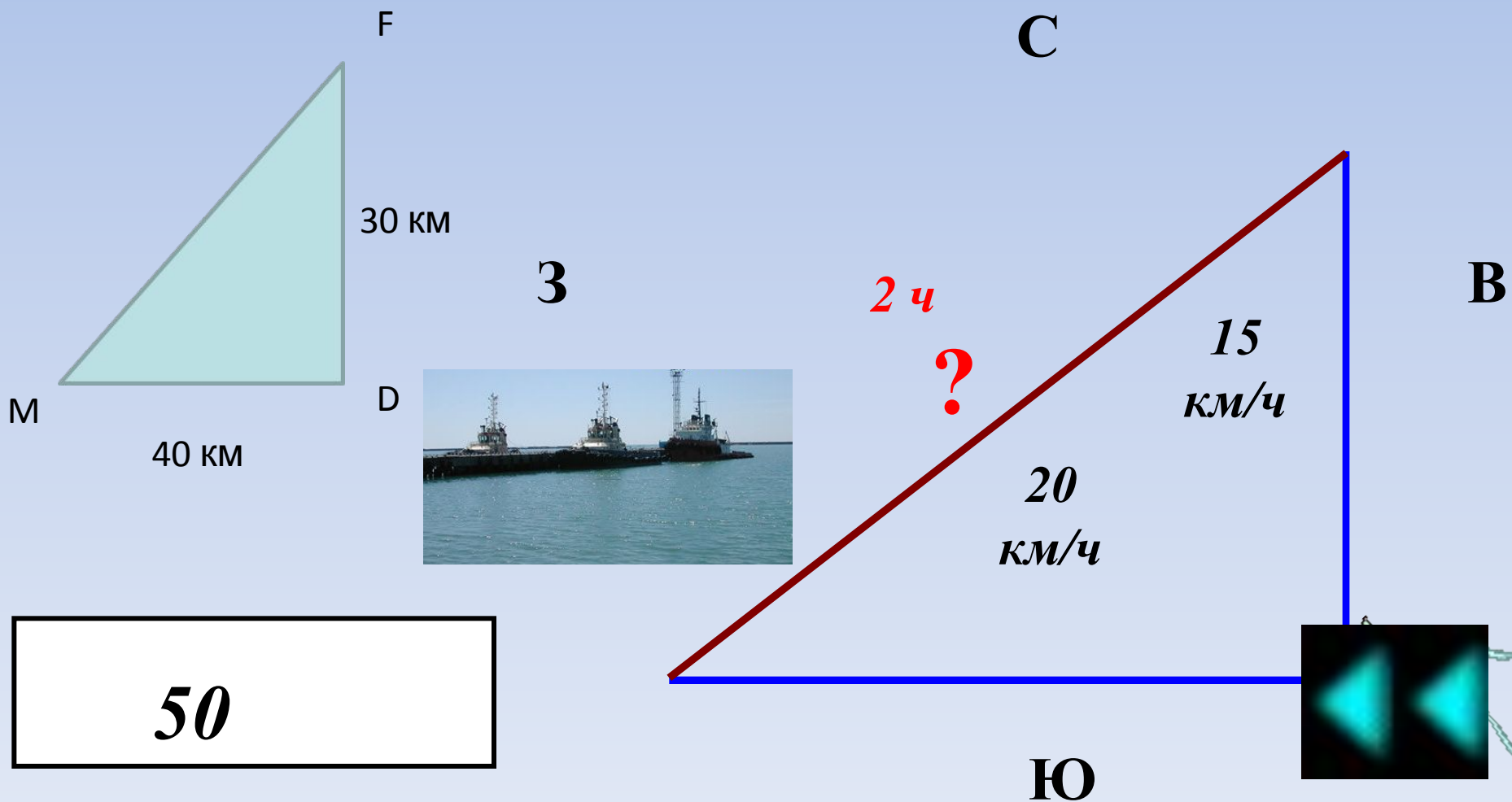
Два сухогруза вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 12 км/ч и 16 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 1 час?



**20**

**Задача №4  
из ГИА**

Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 15 км/ч и 20 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 2 часа?



# Учусь решать задачи по теме «ТРЕУГОЛЬНИКИ»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

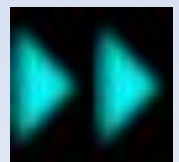
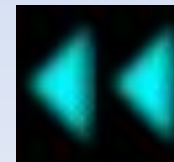
[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

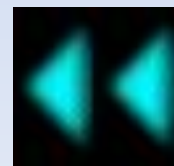
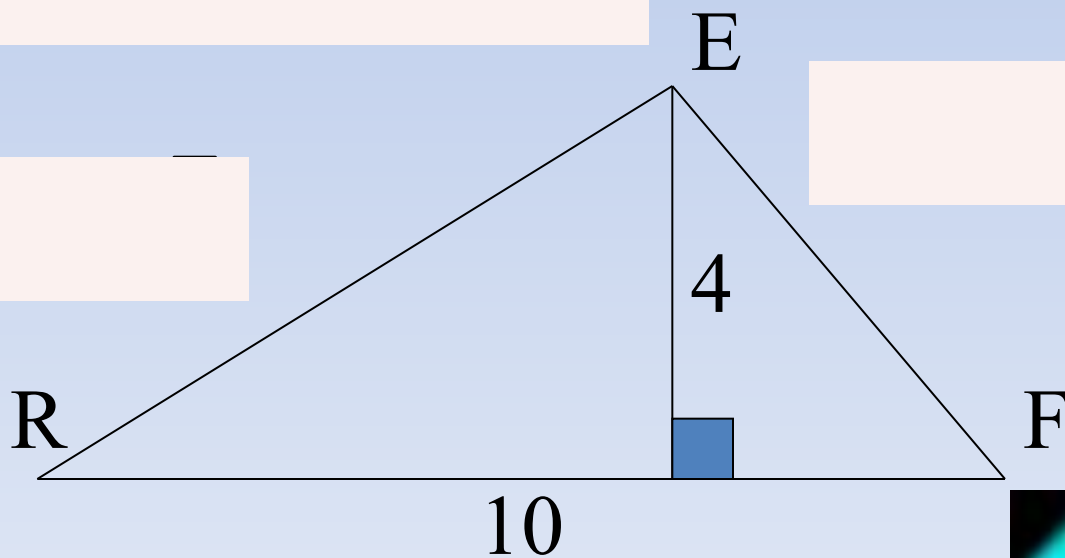
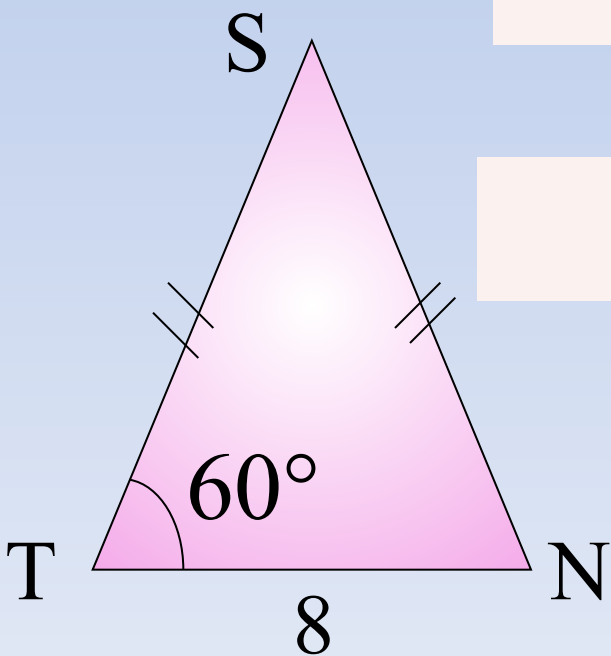
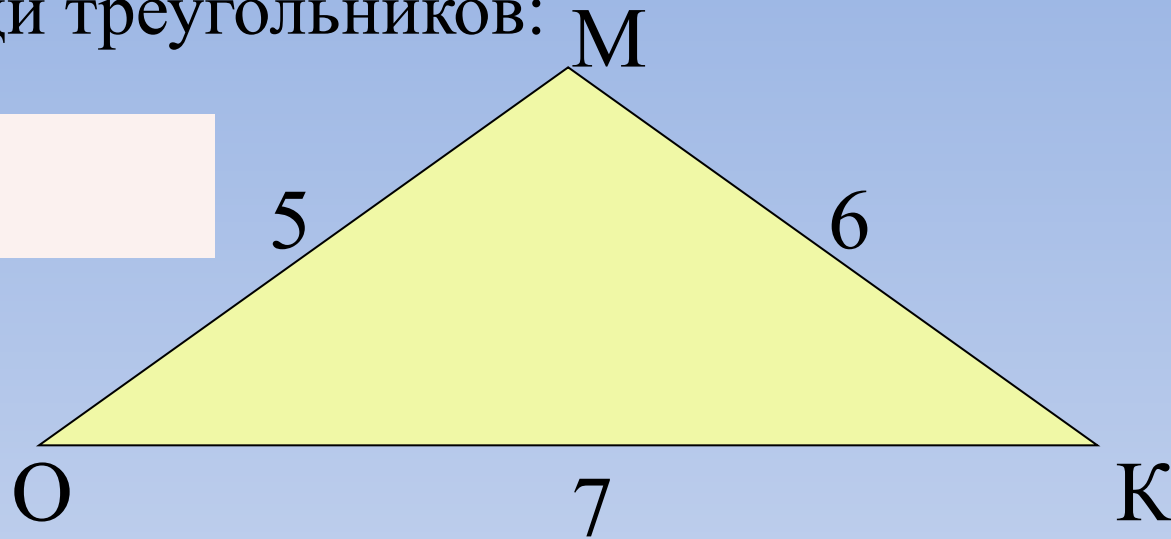
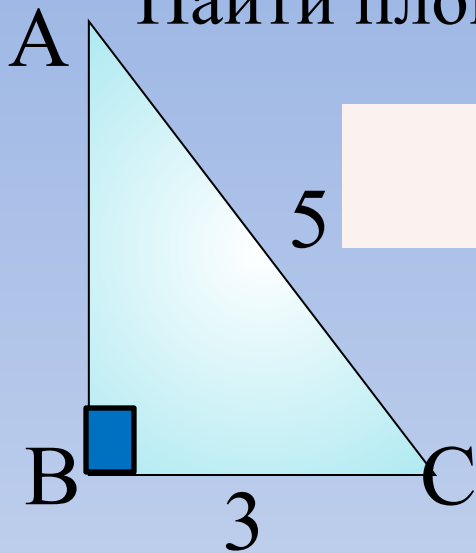
[Итоги](#)



# Решение задач на нахождение площади треугольников.

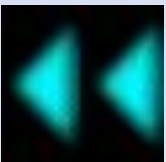
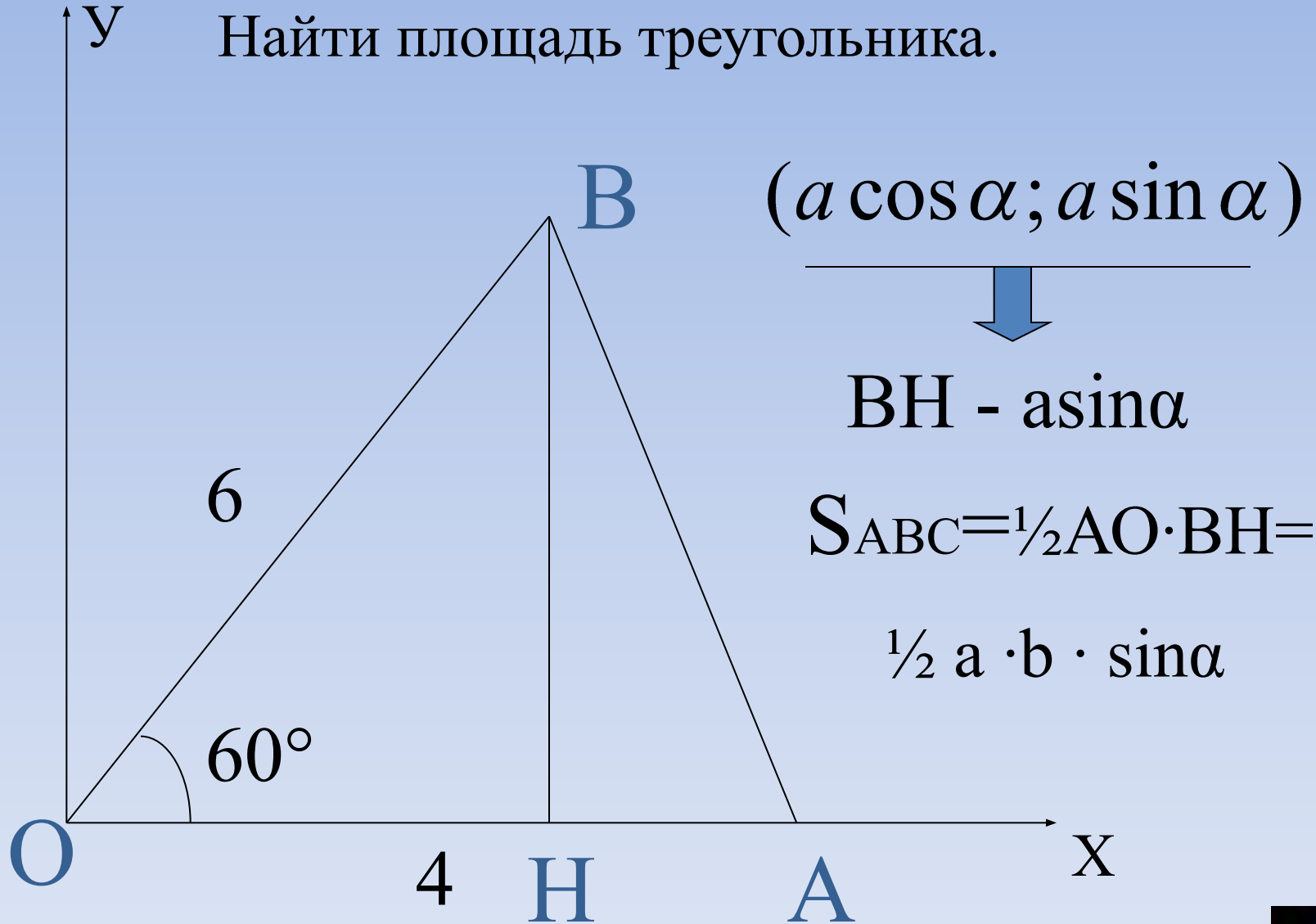


Найти площади треугольников:

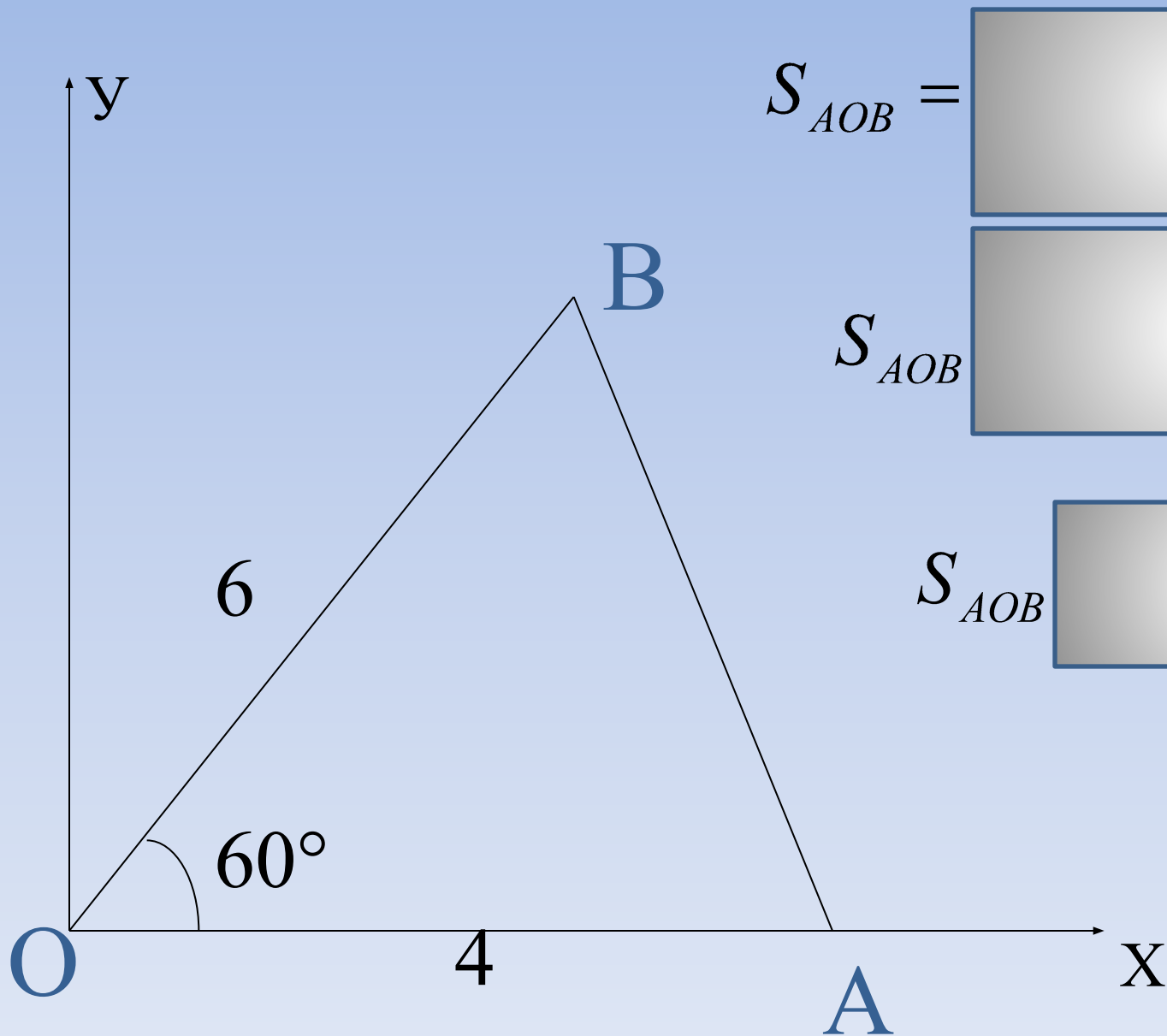


ДАНО:  $\triangle ABO$ :  $BO = a$ ,  $AO = b$ ,  $\angle C = \alpha$

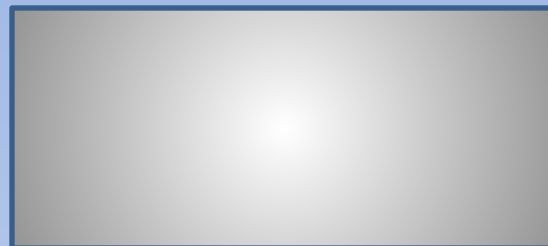
Найти площадь треугольника.



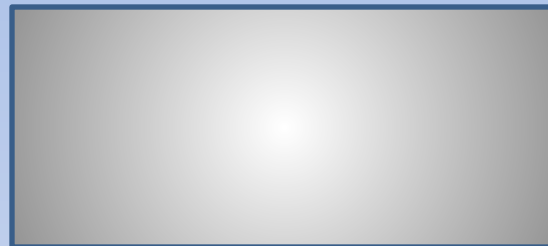
Найти площадь треугольника:



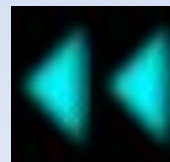
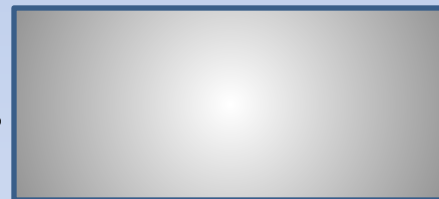
$$S_{AOB} =$$



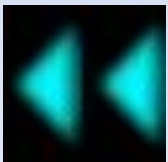
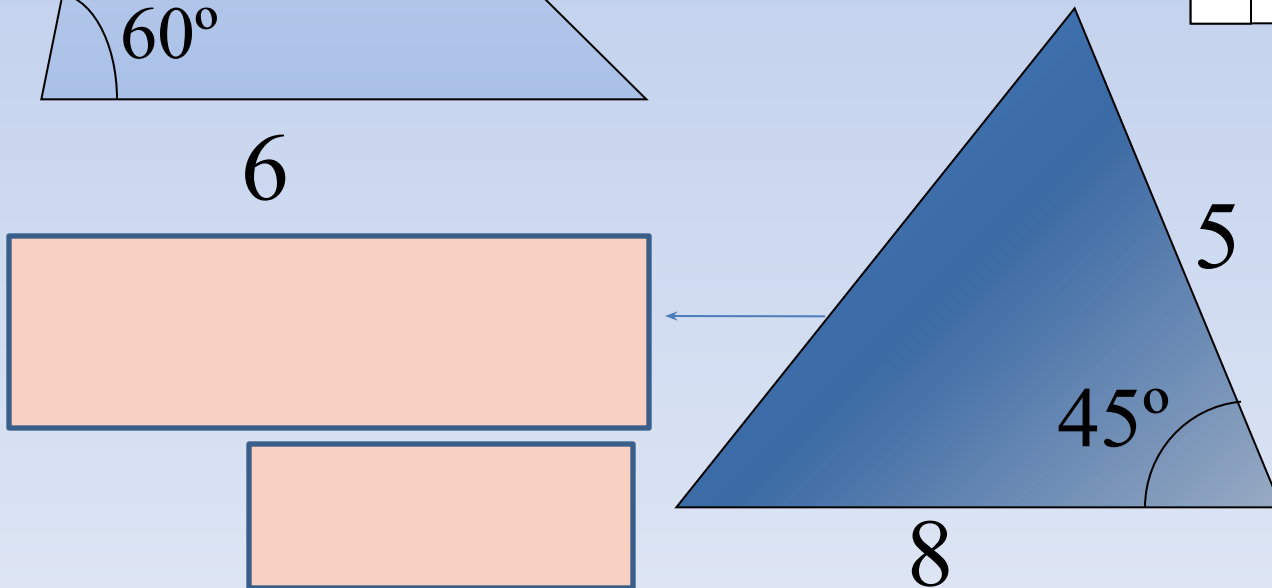
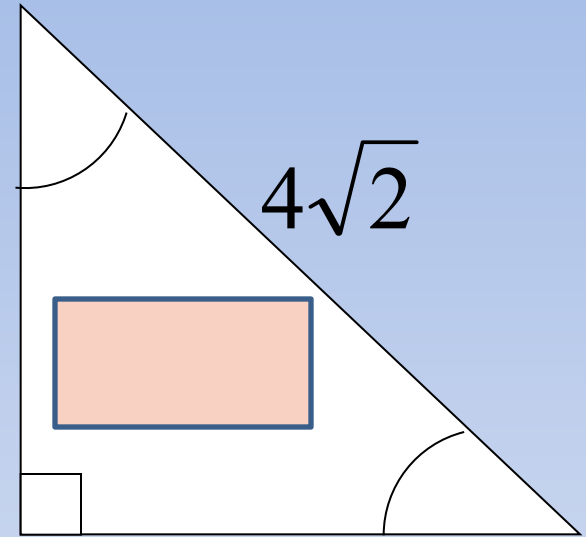
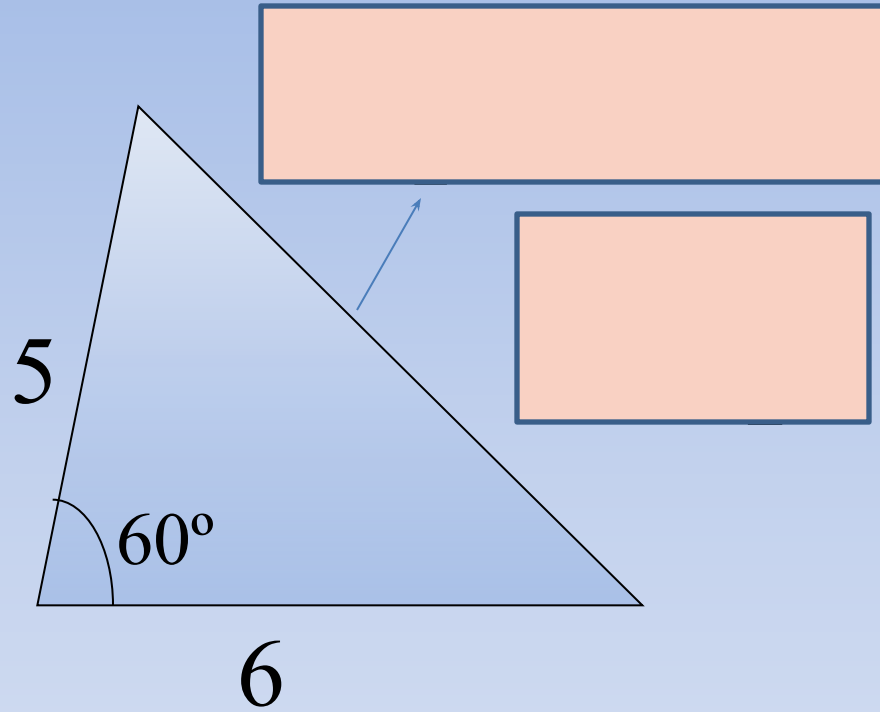
$$S_{AOB}$$



$$S_{AOB}$$

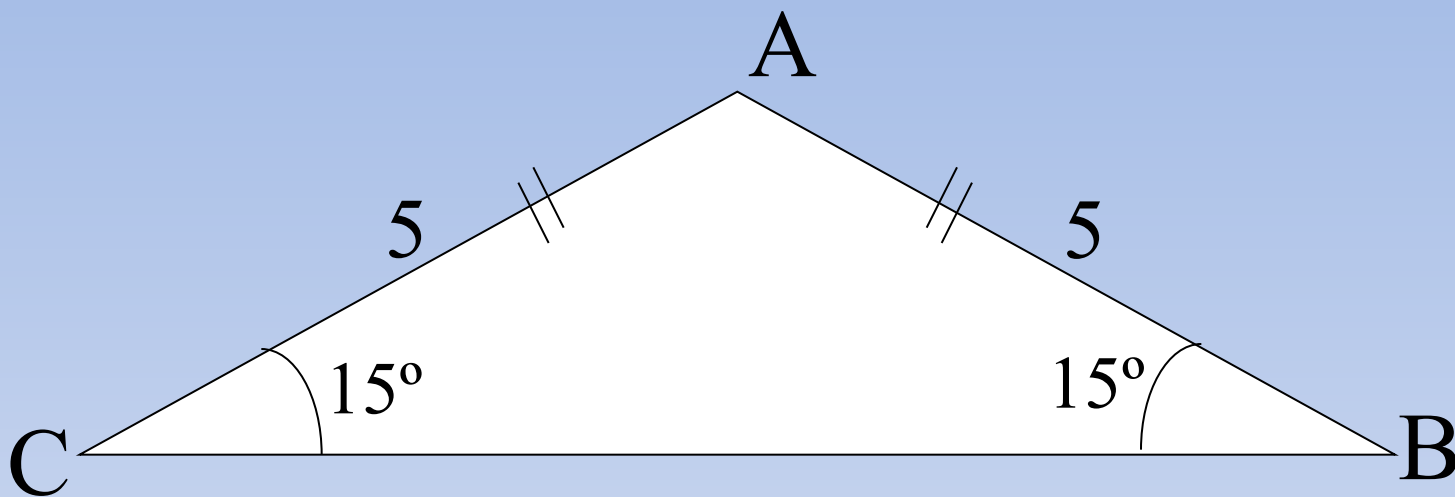


Найдите площади треугольников:





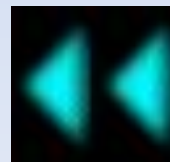
Найдите площадь равнобедренного треугольника:



$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin \angle B$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin(180^\circ - 30^\circ)$$

$$S_{AOB} = \frac{25}{4}$$





[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

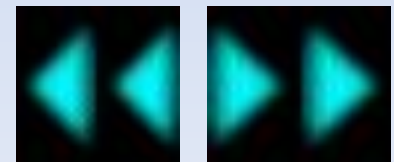
[История](#)

[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)

Реши задачи  
самостоятельно,  
используя чертежи  
и определение  
тангенса угла.



# Учись решать задачи по теме «Теория вероятностей»

[Главная](#)

[Введение](#)

[Что это такое?](#)

[История](#)

[Справочные материалы](#)

[Критерии оценок](#)

[Итоги](#)



Найдите тангенс угла, изображенного на рисунке.

