

## Розпізнавання. Загальні алгоритми навчання

- Проблема розпізнавання є загальною. В системному аналізі вона виникає в зв'язку з необхідністю автоматизації процедур розпізнавання фігур (цифр, букв, простих зображень), звуків (голосів, шуму), діагностики захворювань або несправностей і таке інше.
- Розпізнавання є важливим ступенем обробки інформації, яку отримує людина (завдяки органам чуттів) чи система (завдяки датчикам та приладам).
- Спочатку розпізнають предмети, після цього – співвідношення між ними, тобто ситуації. Далі – мають бути розпізнаними зміни ситуацій, тобто явища.
- Саме це дає можливість визначити закономірності і прогнозувати подальший хід явищ та їх розвиток.

# Розпізнавання. Загальні алгоритми навчання (продовження)

Достатньо широке коло задач можна задовольнити, якщо прийняти

$$\hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = \sum_{v=1}^N c_v \varphi_v(\mathbf{x}) \quad (4.5)$$

або якщо визначити

$$\hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = \mathbf{c}^T \boldsymbol{\varphi}(x)$$

де  
 $\mathbf{c}$  - N-мірний вектор коефіцієнтів,

$\boldsymbol{\varphi}(x)$  - N-мірний вектор лінійно незалежних функцій. Тоді можна отримати

$$J(\mathbf{c}) = M \left\{ F(y - \mathbf{c}^T \boldsymbol{\varphi}(x)) \right\} \quad (4.7)$$

# Розпізнавання. Загальні алгоритми навчання (продовження)

- Тоді алгоритм пошукового типу буде мати вигляд
- $\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \gamma[n] \tilde{\nabla}_{\mathbf{c}_+} F(x[n], \mathbf{c}[n-1], a[n])$  , (4.13)
- де  $\tilde{\nabla}_{\mathbf{c}_+} F(x[n], \mathbf{c}[n-1], a[n]) =$
- 
- $= \frac{F_+(x[n], \mathbf{c}[n-1], a[n]) - F_-(x[n], \mathbf{c}[n-1], a[n])}{2a[n]}$  , (4.14)
- а вектори  $F_+(x[n], \mathbf{c}[n-1], a[n])$  та  $F_-(x[n], \mathbf{c}[n-1], a[n])$
- визначаються співвідношеннями, аналогічними (3.12).

# Розпізнавання. Алгоритм навчання персептрону для двох класів

- У найпростішій формі, при навчанні персептрона для двох класів будують лінійну дискримінантну функцію, яка розділює дві навчальні вибірки.
- Схема такого простішого персептрона складається з зважуючих елементів, суматора та активуючого елементу (функцію, котра відображує результат підсумовування, називають також активуючою функцією).
- Вихідний сигнал цього персептрона базується на зваженій сумі його вхідних сигналів, а саме
- $$d(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n w_i x_i + w_{n+1}$$
- котра є лінійною дискримінантною функцією по відношенню до компонентів вектору ознак. Коефіцієнти  $w_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n + 1$  називають вагами, вони змінюють (масштабують) вхідні сигнали перед тим, як вони підсумовуються і подаються на порогів пристрій. У цьому змісті ваги аналогічні синапсам у нервовій системі людини.

# Розпізнавання. Алгоритм навчання персептрону для двох класів (продовження)

- Легко також побачити зв'язок з функцією  $\hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ , яка розділювала класи у попередньому розділі, а саме
- $$\hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = \sum_{v=1}^N c_v \phi_v(\mathbf{x})$$
- Якщо пороговий пристрій установлює на виході персептрона сигнал  $+1$  (цей сигнал указує, що об'єкт належить до, наприклад, першого класу), при
- $$d(\mathbf{x}, \mathbf{w}) > 0$$
- на виході встановлюється сигнал  $-1$ . Якщо  $d(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = 0$ ,
- об'єкт лежить на розділюючій поверхні між двома класами (тобто це умова невизначеності).

# Розпізнавання. Алгоритм навчання персептрону для двох класів (продовження)

- Рівняння поверхні, яка реалізується персептроном, можна отримати, якщо прирівняти до нуля вираз

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n w_i \mathbf{x}_i + w_{n+1} = 0$$

- Це буде рівняння гіперплощини в  $n$ -мірному просторі ознак. З геометричної точки зору перші  $n$  коефіцієнтів задають напрям гіперплощини, а останній -  $w_{n+1}$ , пропорційний відстані від початку координат до цієї гіперплощини в перпендикулярному напрямку. Тобто при  $w_{n+1} = 0$  розділююча гіперплощина проходить через початок координат у просторі ознак. Аналогічно, якщо  $w_j = 0$ , то гіперплощина проходить паралельно координатній вісі  $x_j$ .

# Розпізнавання. Алгоритм навчання персептрону для двох класів (продовження)

- Багатошарові нейронні кола дещо відрізняються від персептрона, якого було розглянуто вище. По-перше, кількістю шарів. По-друге – вони можуть мати більшу кількість виходів (вона дорівнює кількості класів, яку може розпізнавати таке коло). По-третє, замість активуючої функції з пороговим перетворенням використовується неперервна функція (частіше за все сігмоїдальна) зі «згладженим» порогом (це необхідно, оскільки для розробки правила навчання необхідно забезпечити можливість диференціювання вздовж всіх шляхів нейронного кола
- $$h_j(I_j) = \frac{1}{1 + e^{-(I_j + \Theta_j) / \Theta_0}}, \quad (12.2-47)$$
- де  $I_j$  – значення на вході активуючого елементу кожного вузла шару J нейронного кола,  $\Theta_j$  – величина зсуву, параметр  $\Theta_0$  визначає крутизну функції.
- Оскільки адаптація нейронів вихідного шару в ході навчання такого нейронного кола не викликає особливих проблем (оскільки вихідний сигнал їх відомий), головна проблема при навчанні полягає у забезпеченні потрібних змін у нейронах всіх шарів, окрім вихідного.

# Розпізнавання. Алгоритм навчання персептрону для двох класів (продовження)

- Спрощено описати процедуру навчання можна наступним чином.
- Для будь-якого шару  $J$ , котрому безпосередньо передуює шар  $K$ , обчислюють ваги  $w_{jk}$ , з допомогою рівняння

$$\Delta w_{jk} = \alpha \delta_j O_k \quad (12.2-68)$$

- Якщо шар  $J$  є вихідним, тоді  $\delta_j$  обчислюється як

$$\delta_j = (r_j - O_j) h'_j(I_j). \quad (12.2-69)$$

- Якщо шар  $J$  є внутрішнім, та наступним (в бік виходу) є шар  $P$ , тоді  $\delta_j$  задається рівняннями

$$\delta_j = h'_j(I_j) \sum_{p=1}^{N_p} \delta_p w_{jp} \quad (12.2-70)$$

- для  $j = 1, 2, \dots, N_j$



# Розпізнавання. Алгоритм навчання персептрону для двох класів (продовження)

- Використовуючи активуючу функцію виду (12.2-50)
- з параметром  $\Theta_0 = 1$ , можна отримати
- $$h'_j(I_j) = O_j(1 - O_j), \quad (12.2-71)$$
- тоді рівняння (12.2-69) та (12.2-70) отримують вигляд
- $$\delta_j = (r_j - O_j)O_j(1 - O_j) \quad (12.2-72)$$
- для вихідного шару та
- $$\delta_j = O_j(1 - O_j) \sum_{p=1}^{N_p} \delta_p w_{jp} \quad (12.2-73)$$
- для внутрішніх шарів (більше подробиць щодо нейронного кола, його опису, нумерації шарів та інше можна отримати з книги авторів Гонсалес, Вудс Цифровая обработка изображений (с.1009 - 1036)).

## Про самонавчання

- Самонавчання – це навчання без (як спочатку здається) будь-яких натяків ззовні про правильність реакції системи на покази. Жодного дива тут нема.
- Як можна зрозуміти, за систему багато що вирішив її конструктор на стадії проектування системи.
- Ті ознаки, за якими проводиться класифікація, в першу чергу визначаються вхідними пристроями системи, тобто набором датчиків.
- Так, наприклад, якщо пристрій вводу даних представляє собою набір фотоелементів, тоді ознаками на основі яких проводять класифікацію, можуть бути конфігурації, розміри, але не щільність та не вага предмету.

## Про самонавчання (продовження)

- Будемо вважати, що множина образів  $X$  складається з кількох підмножин  $X_k$  які не перетинаються, та відповідають різним класам образів, які характеризуються векторами  $x$ . Поява при показі образів  $x$  з підмножин  $X_k$  є випадковою. Позначимо через  $P_k$  імовірність появи образів  $x$  з підмножин  $X_k$  а через  $p_k(x) = p(x/k)$  – умовну щільність розподілу імовірності векторів  $x$  у відповідному класі. Ці умовні щільності розподілу імовірності векторів  $x$  у відповідному класі такі, що їхні максимуми знаходяться над «центрами» класів, які відповідають підмножинам  $X_k$ . Нажаль, коли невідомо, до якого класу належить образ  $x$ , ці умовні імовірності визначити неможливо.

- Однак спільна щільність розподілу ймовірностей

$$p(x) = \sum_{k=1}^M P_k p_k(x)$$

- має досить повну інформацію про ці множини. Наприклад, можна вважати, що максимуми  $p(x)$  також будуть відповідати центрам класів. Тому існує ряд методів самонавчання, які спрямовані на визначення цієї спільної щільності розподілу, визначення по ній «центрів», а потім - границь класів.

# Принципи самонавчання

- **Самонавчання** при розпізнаванні образів потребує визначення тільки по показам, без будь-яких вказівок ззовні, границі між класами. Як було пояснене вище, в благо приємних випадках ця границя представляє собою яр на поверхні між горами, який створений спільною щільністю ймовірності. Тому існує досить багато способів про визначення параметрів цих щільностей ймовірності, якщо, наприклад, відома якась інформація про їх форму (закон розподілу).
- Можливий і інший підхід.
- Уявімо собі, що всі елементи  $x$ , які відповідають образам одного класу, розташовані у безпосередній близькості від «центру» цього класу. Тоді класифікація може бути можлива на базі вимоги, щоб кожен елемент кожного класу був віддалений від центра цього класу на відстань, меншу, ніж від центрів інших класів. Цю вимогу пов'язують з мінімізацією **функціоналу середнього ризику**. Тобто задача у такій постановці може вважатись вирішеною, якщо вдалося отримати змогу по показам образів визначити центри множин так, щоб **середній ризик був мінімальний**.