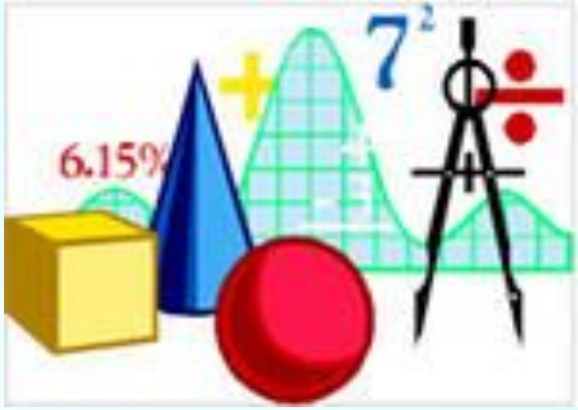
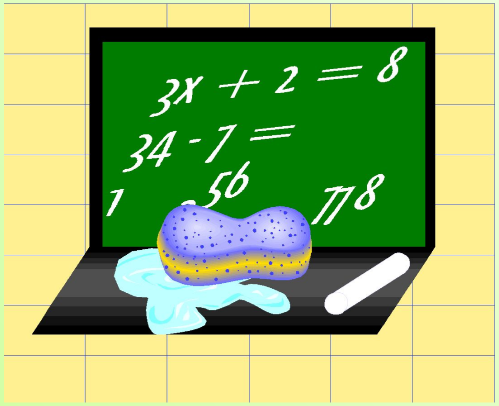


ОГЭ-2023

Задание 16. Окружность, круг и их злементы.

Касательная, хорда, секущая, радиус



Составила учитель математики
Гринюк Любовь Викторовна
МАОУ Барыбинская СОШ
г. Домодедово
Московской области

№ 1

Радиус *OB* окружности с центром в точке *O* пересекает хорду *AC* в точке *D* и перпендикулярен ей. Найдите длину хорды *AC*, если *BD* = 1 см, а радиус окружности равен 5 см.

Решение:

$DO = OB - BD$

$DO \perp AC$ ***- по условию*** $\Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta AOD$ – ***прямоугольный***

$AD = \sqrt{AO^2 - OD^2} = 3$

$AO = CO = r \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta AOD$ – ***равнобедренный***

$\Rightarrow AD = DC \Rightarrow$

$AC = AD \cdot 2$

$c^2 = a^2 + b^2$

Теорема Пифагора

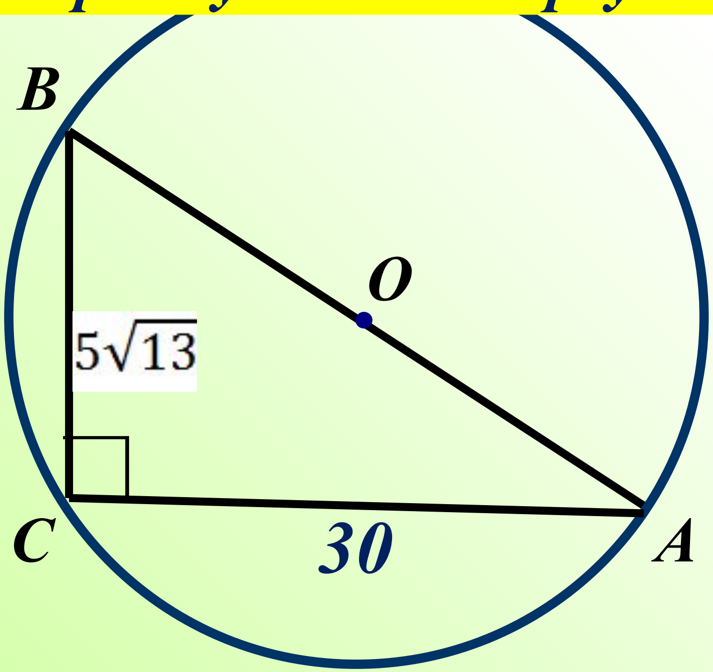
Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

16 **6**

№ 2

В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, *AC* = 30 , *BC* =$5\sqrt{13}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника

Вписанный прямой угол опирается на диаметр окружности, поэтому радиус окружности, описанной вокруг прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы.



По теореме Пифагора

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2}$$

$$AB = \sqrt{30^2 + \left(5\sqrt{13}\right)^2}$$

$$AB = \sqrt{1225} = 35$$

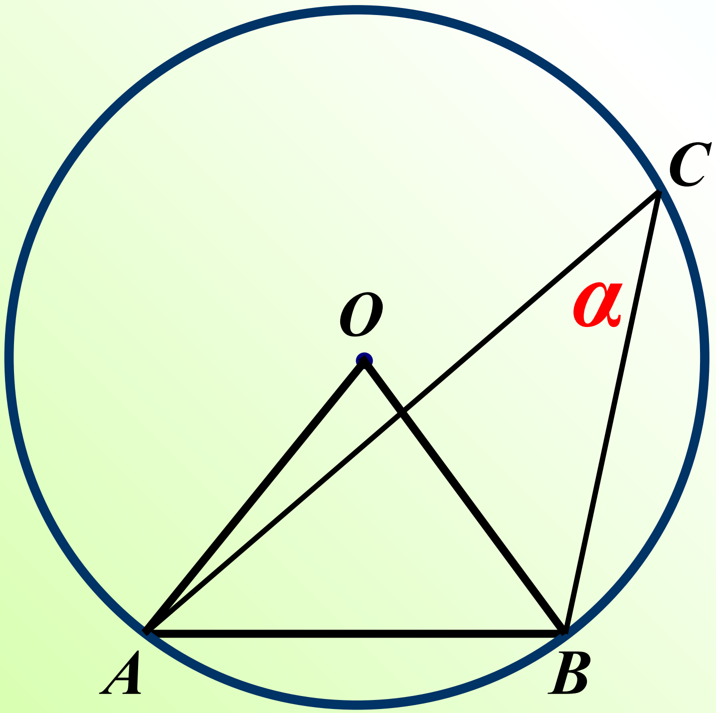
$$R = 35 : 2$$

16	1	7	,	5		

№ 3

Найдите величину (в градусах) вписанного угла α, опирающегося на хорду AB, равную радиусу окружности.

Решение:



Центральный угол равен градусной мере дуги на которую он опирается. Вписанный угол равен половине дуги на которую он опирается

$$AB = R \quad OA = OB = R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta AOB - \text{равносторонний}$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 60^0$$

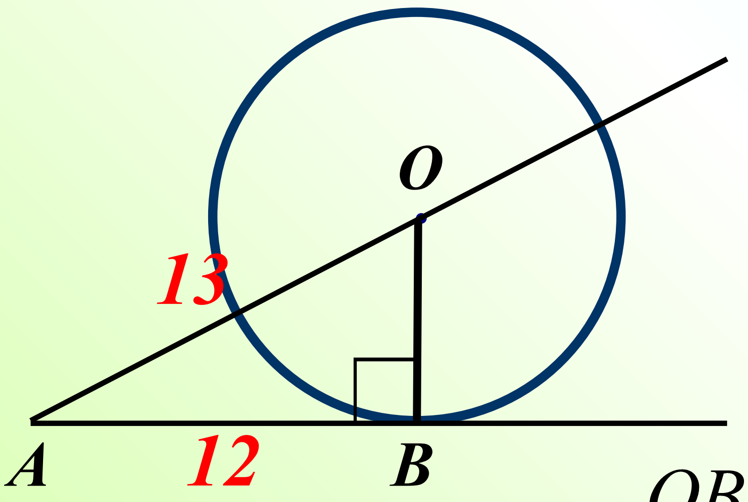
$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$$

16	3	0				

№ 4

К окружности с центром в точке *O* проведены касательная *AB* и секущая *AO*. Найдите радиус окружности, если *AB* = 12 см, *AO* = 13 см.

Решение:



Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

$OB \perp AB \Rightarrow \Delta AOB -$ ***прямоугольный***

По теореме Пифагора:

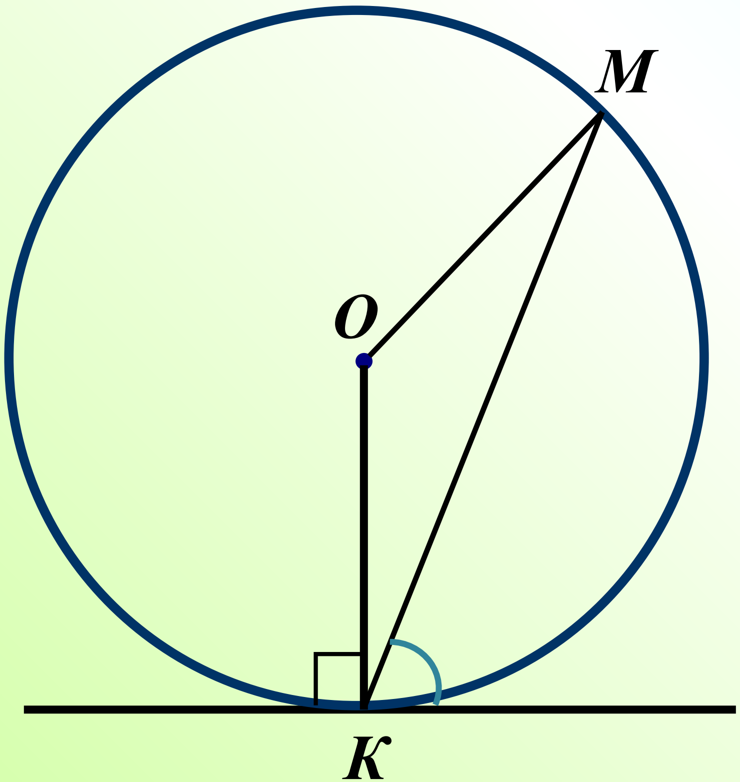
$$AO^2 = OB^2 + AB^2 \quad \Rightarrow \quad OB^2 = AO^2 - AB^2$$

16	5					

№ 5

Прямая касается окружности в точке *K*. Точка *O* — центр окружности. Хорда *KM* образует с касательной угол, равный 83°. Найдите величину угла *OMK*. Ответ дайте в градусах.

Решение:



Δ ***KOM* - *равнобедренный***

$\Rightarrow \angle OKM = \angle OMK =$

$\angle OKM = 90^o - 83^o =$

16	7					

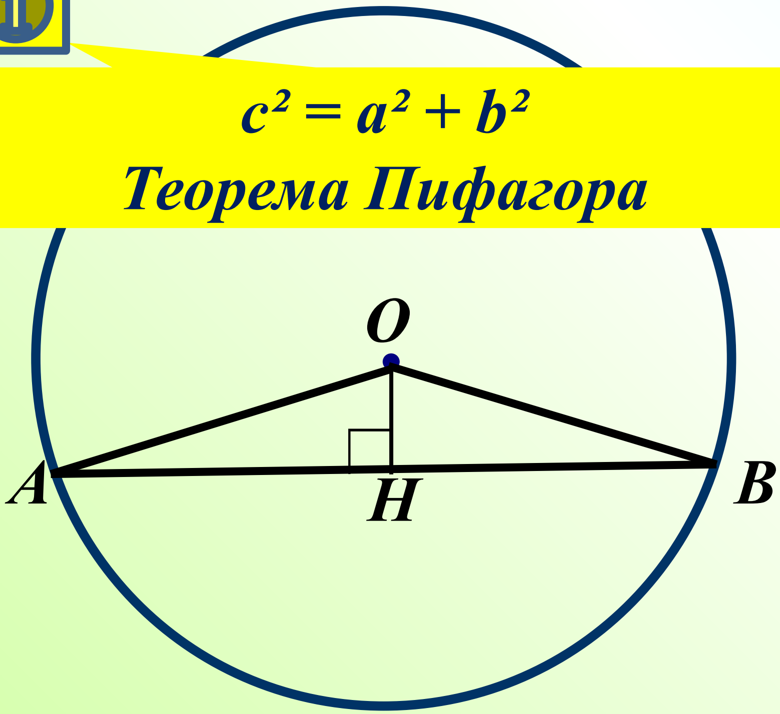
№ 6

Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.

Решение:

$c^2 = a^2 + b^2$

Теорема Пифагора



Рассмотрим ΔAOH и ΔHOB:

$$\left.\begin{array}{l} OH \perp AB \\ HO - \text{общая} \\ OA = OB = R \end{array}\right\} \Delta AOH = \Delta HOB$$

По теореме Пифагора:

$$OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \mathbf{45}$$

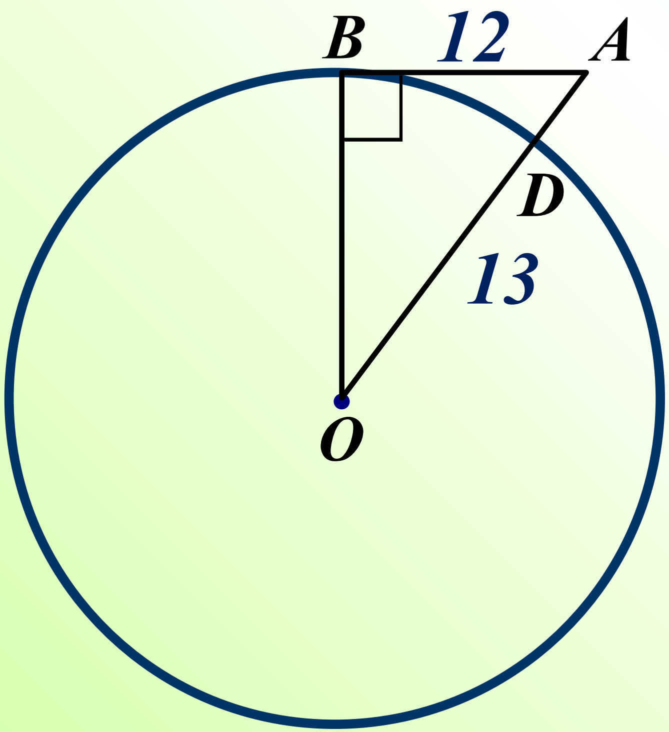
$$\Rightarrow \ D = 2 \cdot R$$

16	9	0				

№ 7

К окружности с центром в точке *O* проведены касательная *AB* и секущая *AO*. Найдите радиус OD окружности, если *AB* = 12 см, *AO* = 13 см.

Решение:



Радиус окружности перпендикулярен касательной в точке касания

$OB \perp AB$

$\Rightarrow \Delta AOB -$ ***прямоугольный***

По теореме Пифагора:

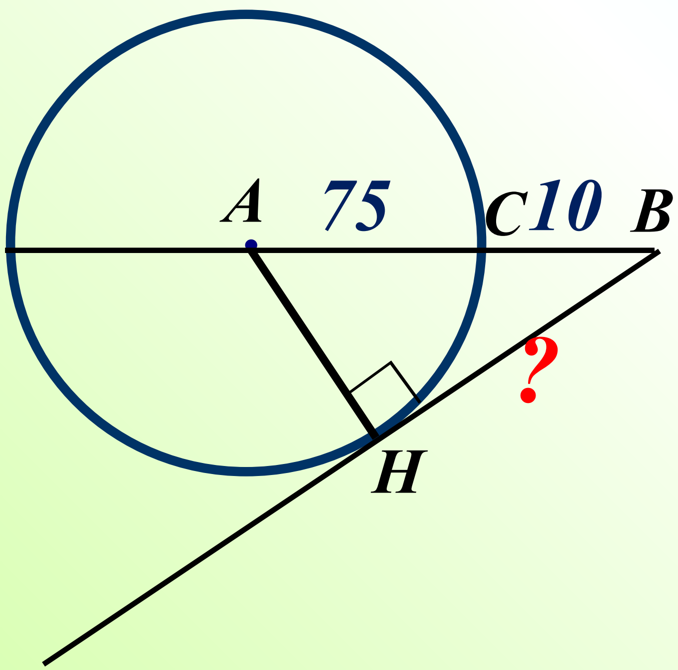
$AO^2 = AB^2 + OB^2$

16 | 5

№ 8

На отрезке *AB* выбрана точка *C* так, что $AC = 75$ и $BC = 10$. Построена окружность с центром *A*, проходящая через *C*. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки *B* к этой окружности.

Решение:



Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

$AH \perp BH$

$\Rightarrow \Delta ABH -$ ***прямоугольный***

По теореме Пифагора:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} =$$

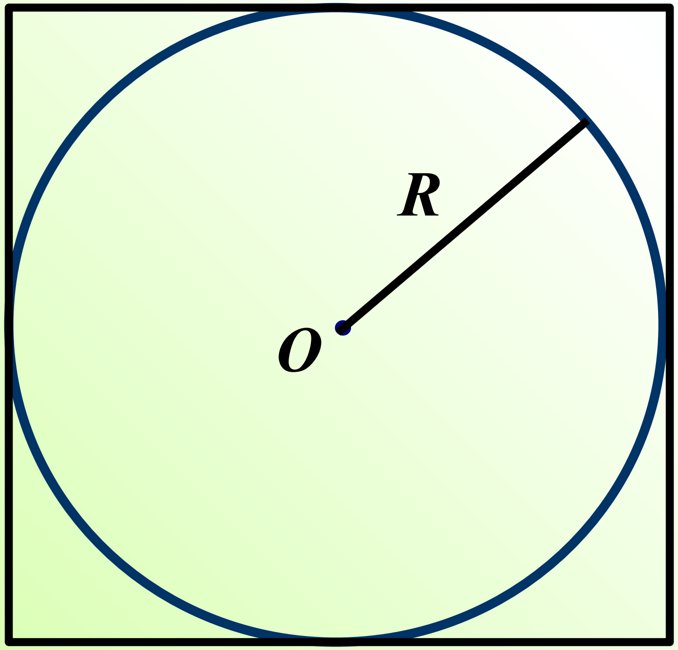
$$= \sqrt{(AC + CB)^2 - AH^2}$$

16	4	0				

№ 9

Окружность радиусом 39 вписана в квадрат. Найдите площадь квадрата.

Решение:



Сторона квадрата равна диаметру вписанной в него окружности

$$S = (2R)^2$$

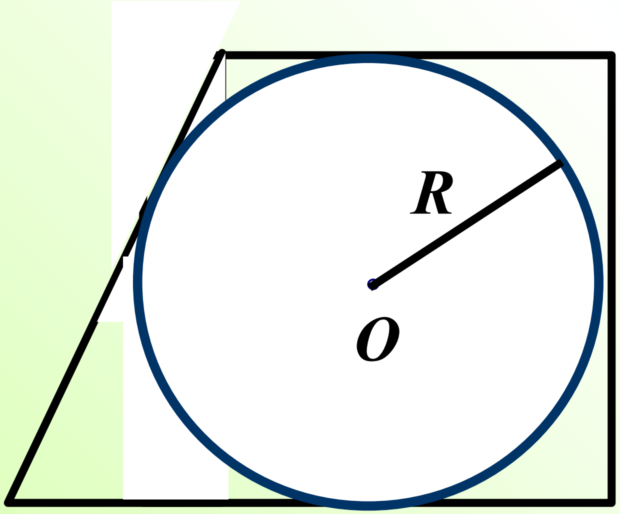
$$S = (2 \cdot 39)^2 =$$

16 | 6 0 8 4

№ 10

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 16. Найдите высоту этой трапеции.

Решение:



Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен половине высоты трапеции.

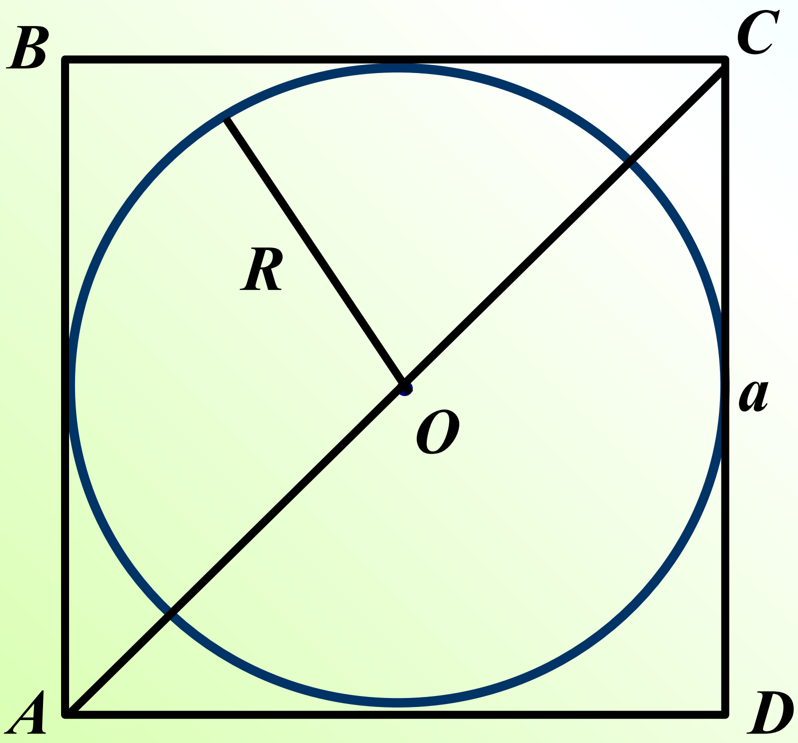
$$H = 2 \cdot R$$

16 | 3 | 2

№ 11

Радиус вписанной в квадрат окружности равен $2\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

Решение:



Радиус вписанной в квадрат окружности вдвое меньше её стороны.

$$a = 2 \cdot R$$

$$a = 4\sqrt{2}$$

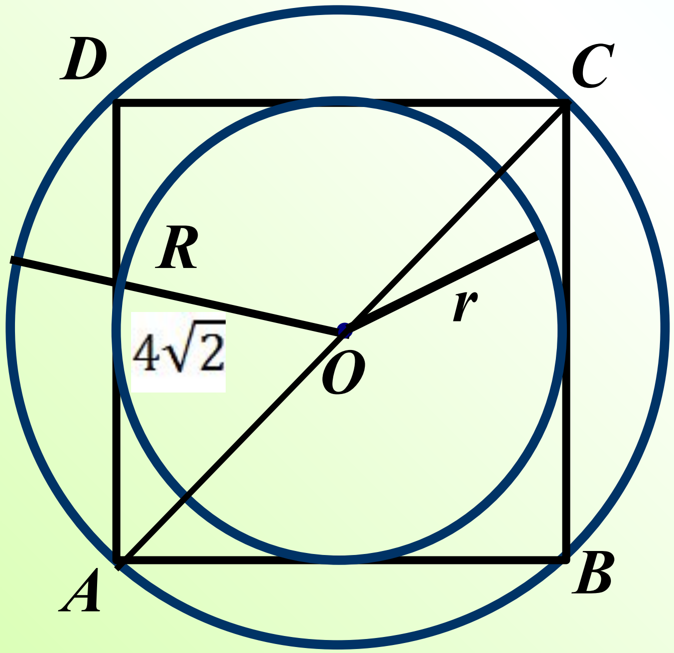
$$AC = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2}$$

16	8					

№ 12

Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $4\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

Решение:



Радиус описанной вокруг квадрата окружности равен половине его диагонали.

$AC = 8\sqrt{2}$ $AC^2 = 2AB^2$

$2AB^2 = 128;$ $AB^2 = 64;$

$AB = 8;$

Сторона квадрата вдвое больше радиуса вписанной в него окружности.

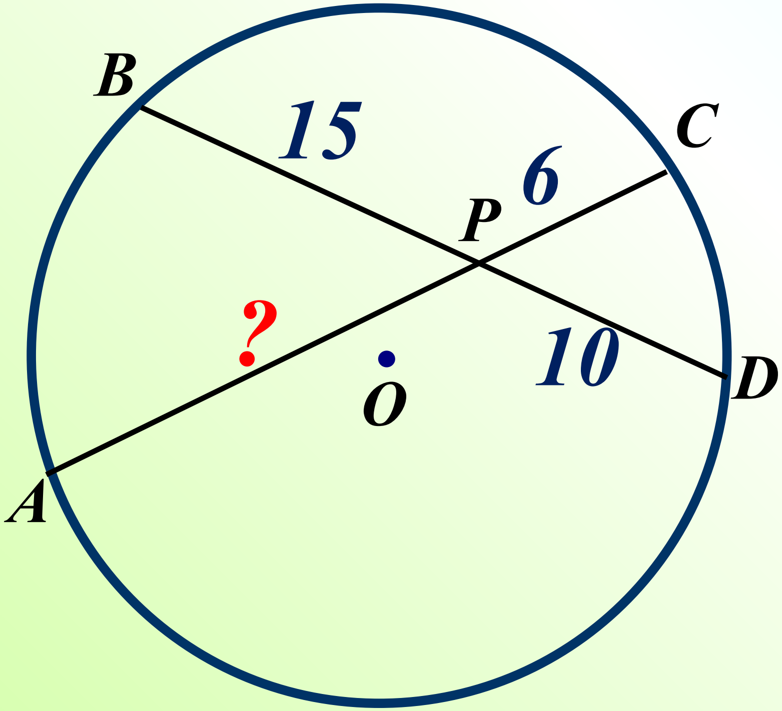
$$r = \frac{AB}{2} =$$

16 | 4

№ 13

Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P, $BP = 15$, $CP = 6$, $DP = 10$. Найдите AP.

Решение:



Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды

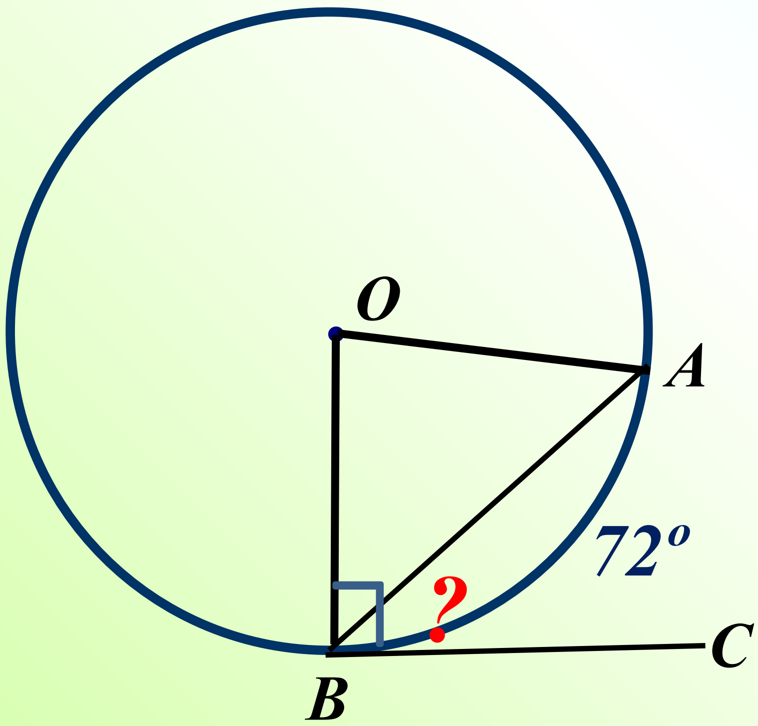
$$BP \cdot PD = AP \cdot PC$$

$$AP = \frac{BP \cdot PD}{PC}$$

16	2	5				

№ 14 **На окружности отмечены точки *A* и *B* так, что меньшая дуга *AB* равна 72°. Прямая *BC* касается окружности в точке *B* так, что угол *ABC* острый. Найдите угол *ABC*. Ответ дайте в градусах.**

Решение:



Центральный угол равен градусной мере дуги на которую он опирается

$\angle AOB$ – ***центральный***

$$\angle AOB = 72^0$$

ΔAOB – ***равнобедренный***

$$\angle OBA = \angle OAB = \frac{180^0 - 72^0}{2}$$

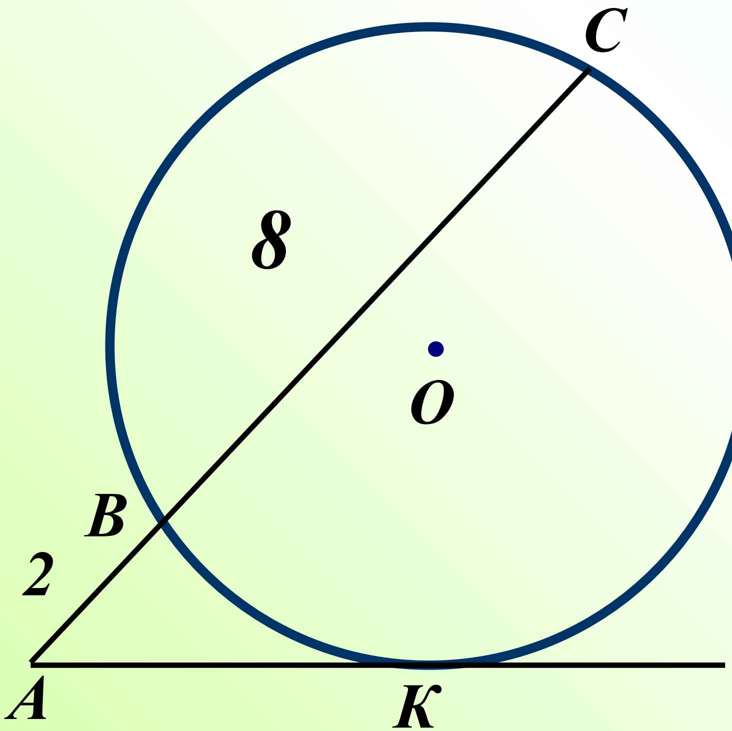
$$\angle ABC = 90^0 - 54^0$$

16	3	6				

№ 15

Через точку *A*, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окр-ти в точке *K*. Другая прямая пересекает окр-ть в точках *B* и *C*, причём *AB* = 2, *AC* = 8. Найдите *AK*.

Решение:



Если из точки, лежащей вне окружности, проведены касательная и секущая, то квадрат длины касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть

$$AK^2 = AB \cdot AC$$

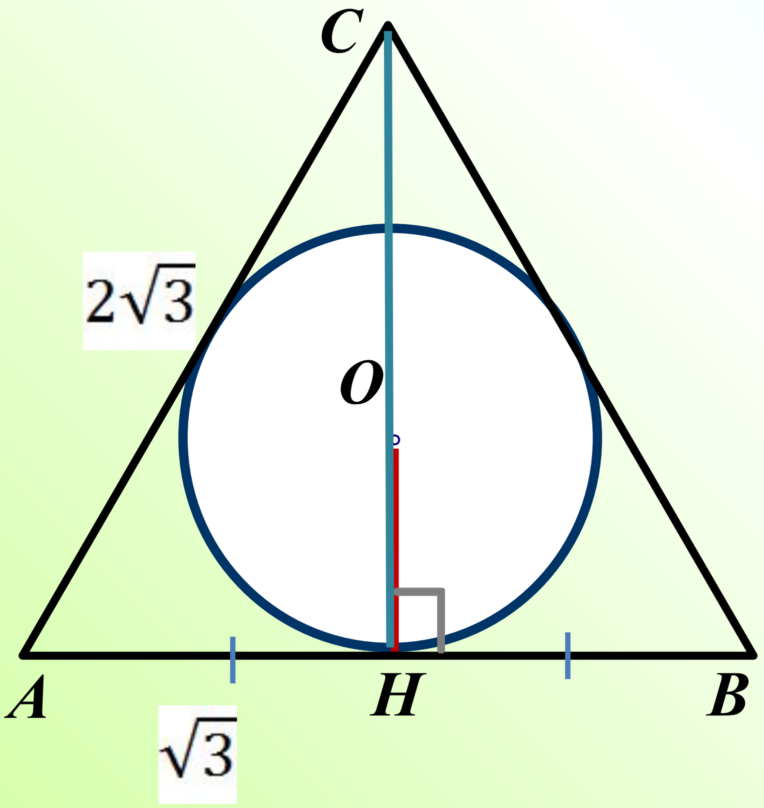
$$AK = \sqrt{AB \cdot AC}$$

16	4					

№ 16

Сторона равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

Решение:



Центр вписанной окружности находится в точке пересечения биссектрис треугольника.

$$\Delta ACH: \; AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = 3$$

Медианы точкой пересечения делятся в отношении 2:1

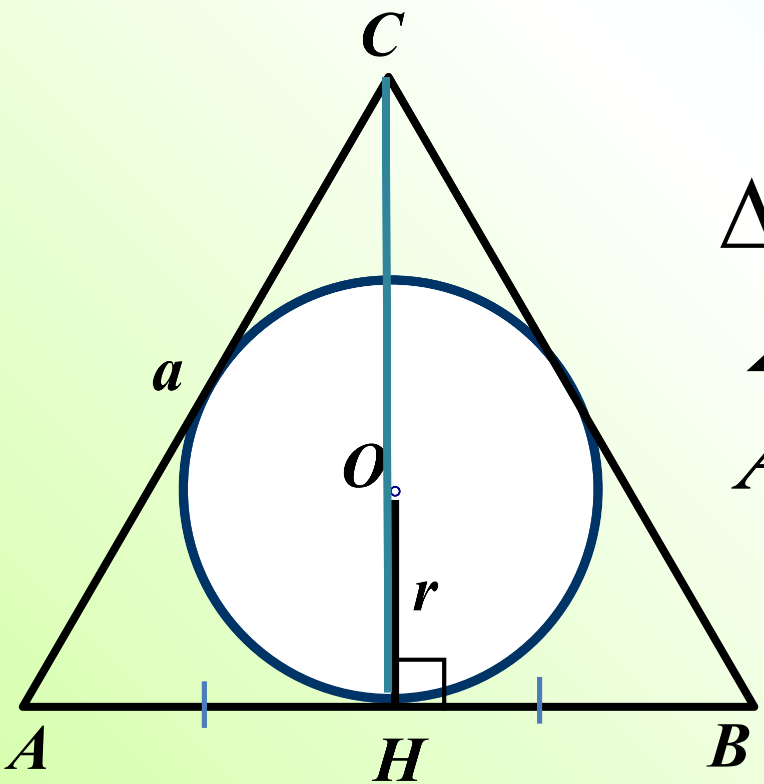
$$OH = \frac{CH}{3}$$

16	1

№ 17

Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольника равен $2\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника..

Решение:



ΔABC - *равносторонний*

$\Delta ACH: CH = 6\sqrt{3}$

$\angle A -$ *60º*

$$\sin A = \frac{CH}{AC}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{AC}; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{AC};$$

$AC =$

16	1	2				