Решение задач

“ Некоторые свойства касательных, хорд и секущих в окружности ”

2018

Слайды	**Содержание:**
3-4	Угол между касательной и хордой
5-6	Угол между секущими внутри окружности
7-8	Угол между секущими вне окружности
9-10	Угол между двумя касательными
11-12	Пересечение диаметра окружности и хорды
13-14	Следствие из теоремы о секущей (об отрезках хорд)№1
15-16	Следствие из теоремы о секущей (об отрезках хорд)№2
17	Сводная таблица теорем об углах в окружности

Угол между касательной и хордой

Угол между хордой и касательной   к окружности, проведённой через конец хорды, равен половине дуги, лежащей внутри этого угла.

Задача №1

Дано:

окруж.
△ABC-вписан.
BF-касательная
AF ⊥ BF
∠FAB=27

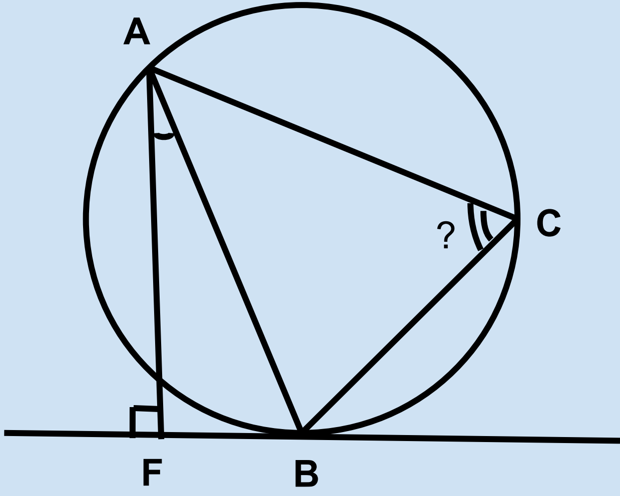
∠ACB-?

Решение:

1) ∠AFB=90(сумма остроугольных) ⇨
∠ABF=90-∠FAB=90-27=63

2) ∠ABF=½◡ AB
∠ACB=½◡ AB ⇨ ∠ABF=∠ACB= 63

Ответ: 63 градуса



Баранова Александра

Задача №2

Дано:

$\triangle ABC$- р/б
$\angle D$- впис.
$\angle D = 30°$
AC- диаметр

$\angle 1 = ?$

Решение:

1) Т.к. $\angle D = 30°$ - впис.

$\Downarrow$

$\smile BC = 60°$ (по т. о впис. $\angle$)

2) $\smile AB = 180° - 60° = 120°$ (т.к. AC- диаметр)

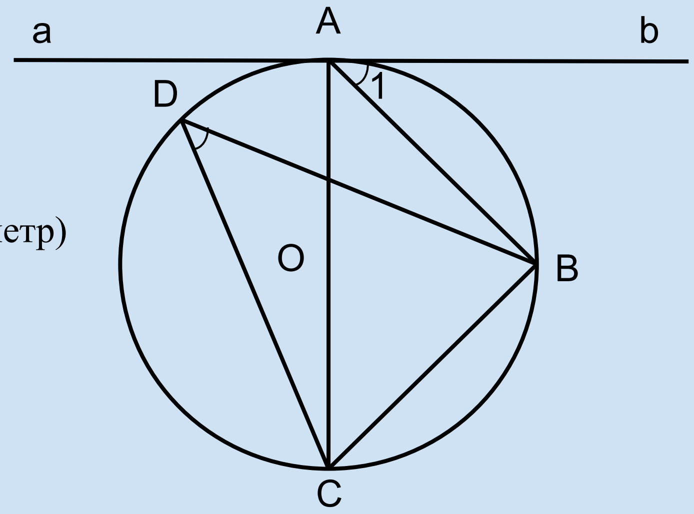
$\Downarrow$

$\angle 1 = \frac{1}{2} \smile AB$

(по т. о угле между касательной и хордой)

$\Downarrow$

$\angle 1 = 60°$



Ответ: 60°

Шиляева Маргарита

Угол между секущими внутри окружности

Величина угла, образованного пересекающимися секущими внутри окружности (пересечение хорд), равна половине суммы величин дуг, заключённых между его сторонами.

Дано

$\angle DCB = 50^\circ$

$\angle ABC = 20^\circ$

Найти:

$\angle DKB$-?

Задача №1

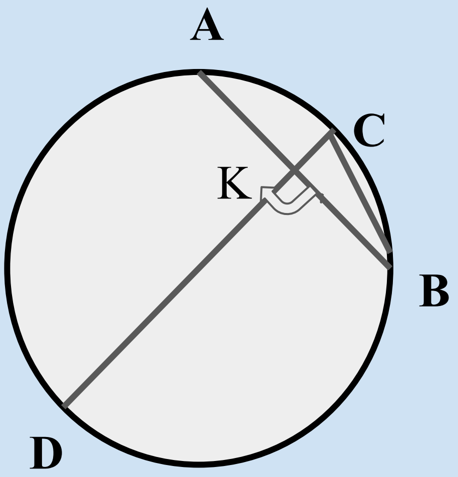
Решение:

1.Т.к. $\angle DCB$-вписанный $\Rightarrow$ $\smile DB = 100^\circ$

$\smile AC = 40^\circ$ (аналогично по теореме о вписанном угле)

2. По теореме об угле между секущими $\angle DKB = (100^\circ + 40^\circ) : 2 = 70^\circ$

Ответ: 70°



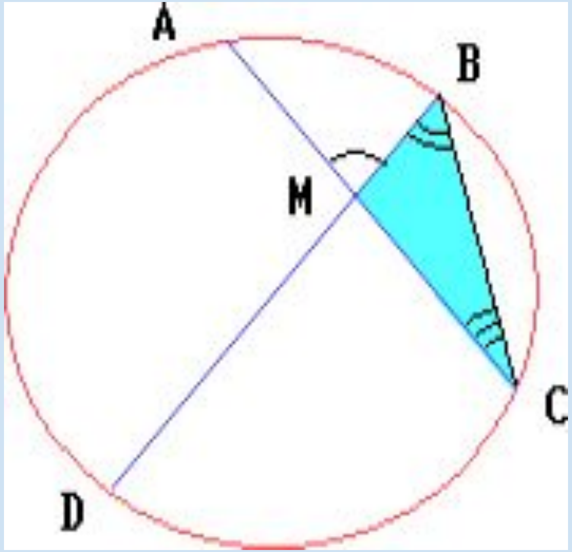
Задача №2

Окружность разделена точками *A, B, C, D* так, что $\smile AB : \smile BC : \smile CD : \smile DA = 2 : 3 : 5 : 6$. Проведены хорды *AC* и *BD*, пересекающиеся в точке *M*.
Найдите угол *AMB*.

Дано:
$\smile$ AB:
$\smile$ BC:
$\smile$ CD:
$\smile$ DA=
=2:3:5:6
хорда AC
хорда BD
AC ∩ BD в т. M
∠AMB- ?

Решение:

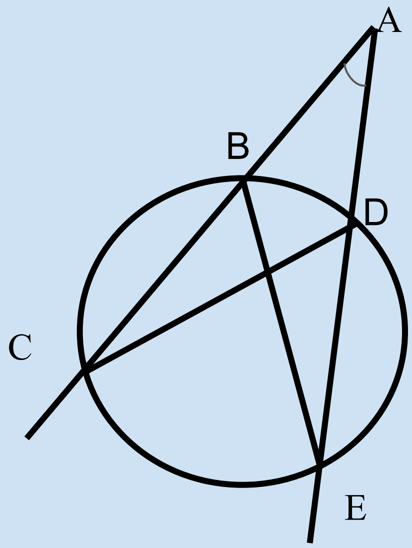
1. ∠AMB=½($\smile$ AB +$\smile$ CD) , но
$\smile$AB=2k, $\smile$ BC=3k, $\smile$CD= 5k, $\smile$DA= 6k.
2. 2k + 3k + 5k + 6k= 360°
16k = 360
k = 22,5°
3. $\smile$AB= 45°, $\smile$CD= 112,5°
4. По теореме об угле между секущими
∠AMB= (45 + 112,5) : 2 = 78,75°



Ответ:78,75°

Угол между секущими вне окружности

Если через точку, лежащую вне окружности проведены две секущие, то угол между ними измеряется полуразностью дуг, заключенных внутри угла.



Задача№1

Дано:
AC,AE-секущие

Доказать :
$\angle CAE=\frac{1}{2}(\smile CE-\smile BD)$

Доказательство:

1) $\angle A=180^\circ-(\angle C+\angle D)$

2) $\angle D=180^\circ-\angle CDE$, $\angle CDE$-вписанный
$\angle CDE=1/2\smile CE$, $\angle D=180^\circ-1/2\smile CE$

3) $\angle C$-вписанный, $\angle C=1/2\smile BD$

4) $\angle A=180^\circ-(180^\circ-1/2\smile CE+1/2\smile BD)=180^\circ-180^\circ+\frac{1}{2}\smile CE-1/2\smile BD=\frac{1}{2}(\smile CE-\smile BD)$

Ч.Т.Д

Григорьев Кирилл

Задача№2

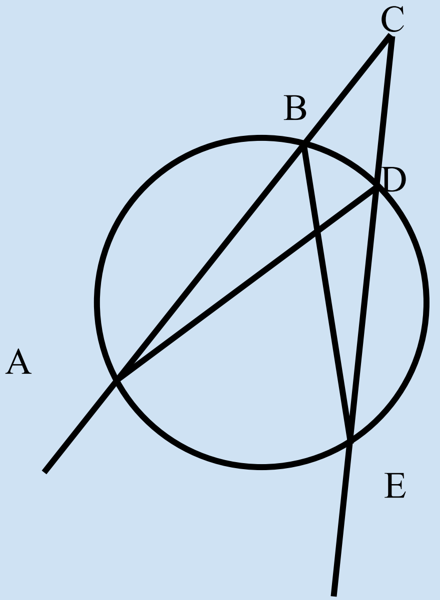
Дано:

AC, CE- секущие
$\angle ACE=32°$
$\smile AE=100°$

$\smile BD$-?

Решение:

1) $\angle ACE=\frac{1}{2}(\smile AE-\smile BD)$ (по теореме)
2) $\smile AE-\smile BD=2\angle C$
$\smile BD=\smile AE-2\angle C$
$\smile BD=100-2*32=100-64=36°$
Ответ: 36°



Зеленский Константин

Угол между двумя касательными

Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен полуразности большей и меньшей высекаемых ими дуг.

Задача №1

Дано:

Окр (O; r)

AO=OC=r

BE, BM- касательные

$\angle AOC = 60^o$

$\angle ABC = ?^o$

Решение:

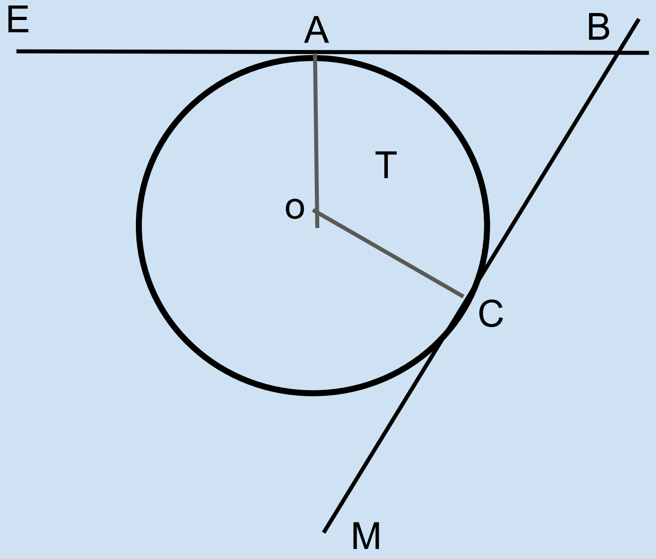
1)Т.к. $\angle AOC = 60^o \Rightarrow \smile T = 60^o$ *(св. центр* $\angle$*)*, $\smile AC = 360^o - 60^o = 300^o$

2) $\angle ABC = (\smile AC - \smile T):2$

(по теор. о угле между двумя касательными)

$$\angle ABC = \frac{(300-60)}{2} = 120^o$$

Ответ: 120^o



Шевчук Елизавета

Задача №2

Через концы A , B дуги окружности в 104 градуса проведены касательные AC и BC. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.

Дано:

AC;BC - касательные

$\smile AB = 104^o$

$\angle C = ?$

Решение:

1)**Доп.построение:**

Проведём радиусы к точкам касания:

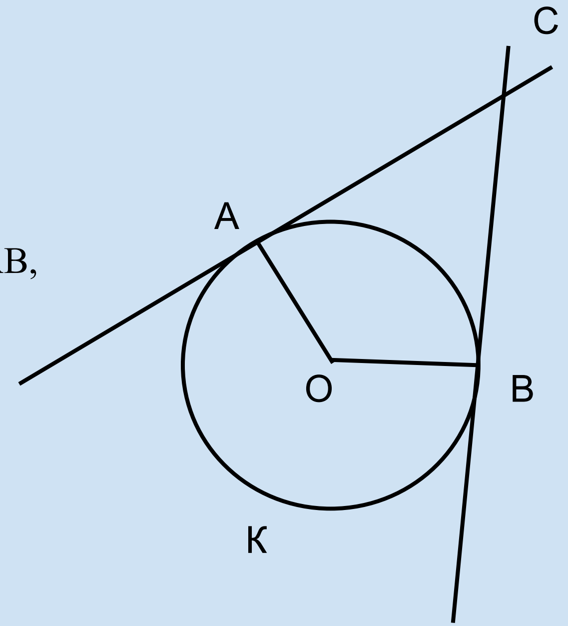
$AO \perp AC$ и $BO \perp BC$.

2) $\angle AOB$- центральный, опирающийся на $\smile AB$, значит $\angle AOB = 104^o$

3) $\smile AKB = 360 - 104 = 256^\circ$

$\angle C = (256 - 104) : 2 = 76^\circ$

Ответ: 76^o

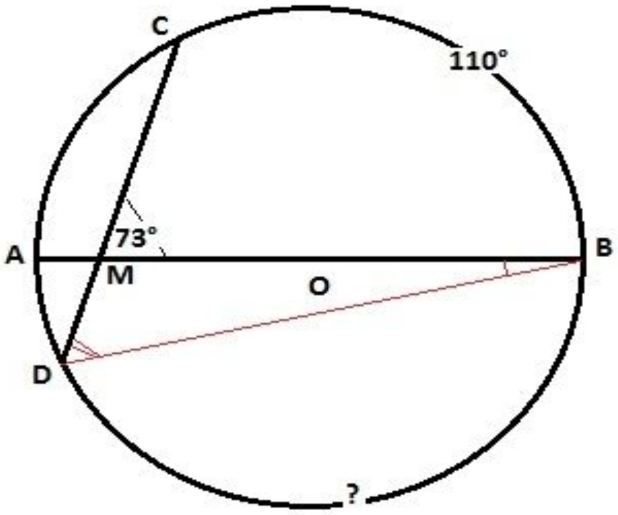


Махонина Екатерина

Пересечение диаметра и хорды

Задача №1

**Хорда CD пересекает диаметр AB окружности в точке M.
Найдите градусную меру дуги BD, если угол CMB = 73°, дуга BC = 110°**



Величина угла, образованного пересекающимися хордами, равна половине суммы величин дуг, заключённых между его сторонами. (если надо, доказывается через вписанные углы CDB и ABD для которых угол CMB - внешний и равен их сумме).
То есть 73° = (110+AD)/2.
Отсюда дуга AD = 36°.
Дуга ADB = 180° (AB - диаметр)
Тогда дуга BD = 180°-36° = 144°.
Ответ: дуга DB = 144°.

Следствие из теоремы о секущей №1

Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату отрезка касательной .

Задача №1

Дано:

AC - секущая

AB - касательная

Доказать:

$AD^2 = AB \cdot AC$

Доказательство:

1) Доп.построение: BD и CD

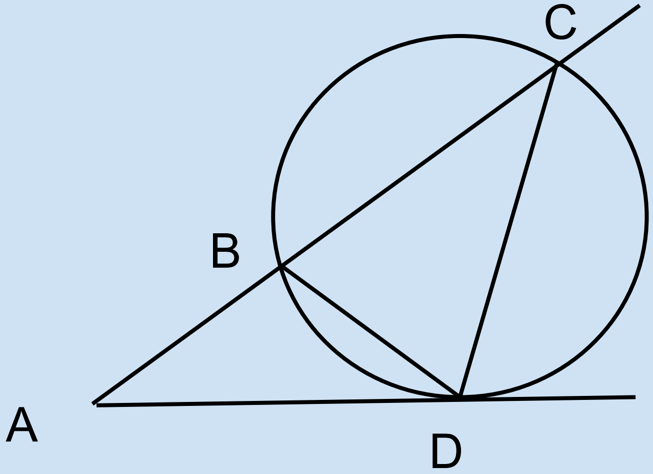
2) $\triangle ABD \sim \triangle ADC$ ($\angle A$-общий, $\angle ADB = \angle ACD = \frac{1}{2}$ BD)

$\Downarrow$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AC}$$

$\Downarrow$

$AD^2 = AB \cdot AC$ Доказано.



Гареева Даша

Задача№2

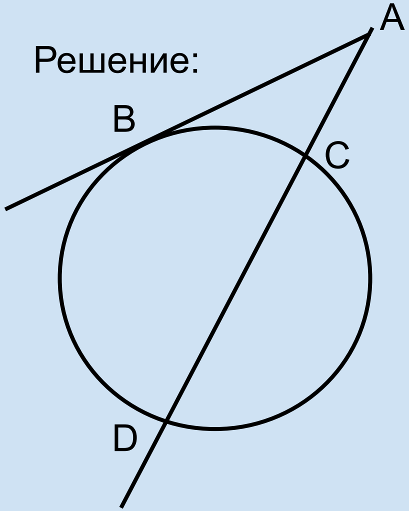
Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной.

Дано:

AB-касательная
AD-секущая
AB=5 см
AD=10 см

CD=?

Решение:



$AB^2 = AD \cdot AC$

$5^2 = 10 \cdot AC$

$25 = 10 \cdot AC$

$AC = 2{,}5$

⇩

CD=AD-AC=10-2,5=7,5 см

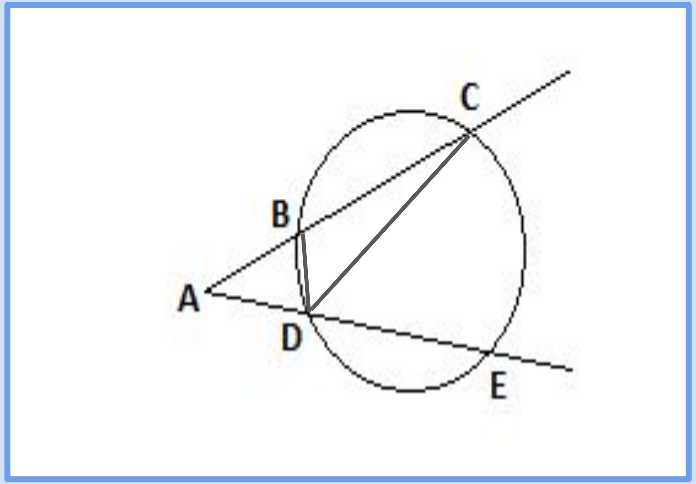
Ответ: 7,5 см

Новикова Полина

Следствие из теоремы о секущей №2

Если из точки, лежащей вне окружности, проведены две секущие, то произведение одной секущей на её внешнюю часть равно произведению другой секущей на её внешнюю часть. Если перевести это утверждение на язык букв (согласно рисунку справа), то получится следующее: AB * AC = AD *AE

Задача №1



Доказательство: Доп.построения

1.Проведём отрезки к BD и CD, Треугольники ABD и ADC подобны:

(угол A у них общий, а углы ADB и C равны, так как каждый из них

измеряется половиной дуги BD) .

2.Из подобия следует соотношение AB/AD = AD/AC,

3.Откуда получаем AD^2=AB * AC. Поскольку секущая выбрана произвольно, то данное соотношение будет выполняться для любой секущей. Следовательно доказана и теорема о двух секущих. Чибисов Денис

Задача №2

Из точки вне окружности проведена секущая, пересекающая окружность в точках, удаленных от данной на 12 и 20. Расстояние от данной точки до центра окружности равно 17. Найдите радиус окружности.

Дано:

Окр. с ц. - (.) O
AC и AE - секущие
AO = 17см
AB = 12 см
AC = 20 см

R - ?

Решение:

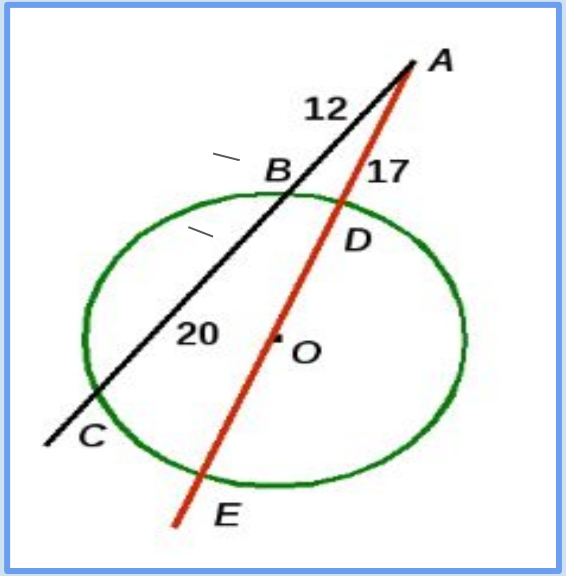
1) OD=OE (радиусы)
2) т.к. AB*AC = AD*AE (по св.-ву сек., провед. из точки к окр.)

⇩

12*20 = (17-OD)(17+OD)

$12*20 = 17^2 - OD^2$

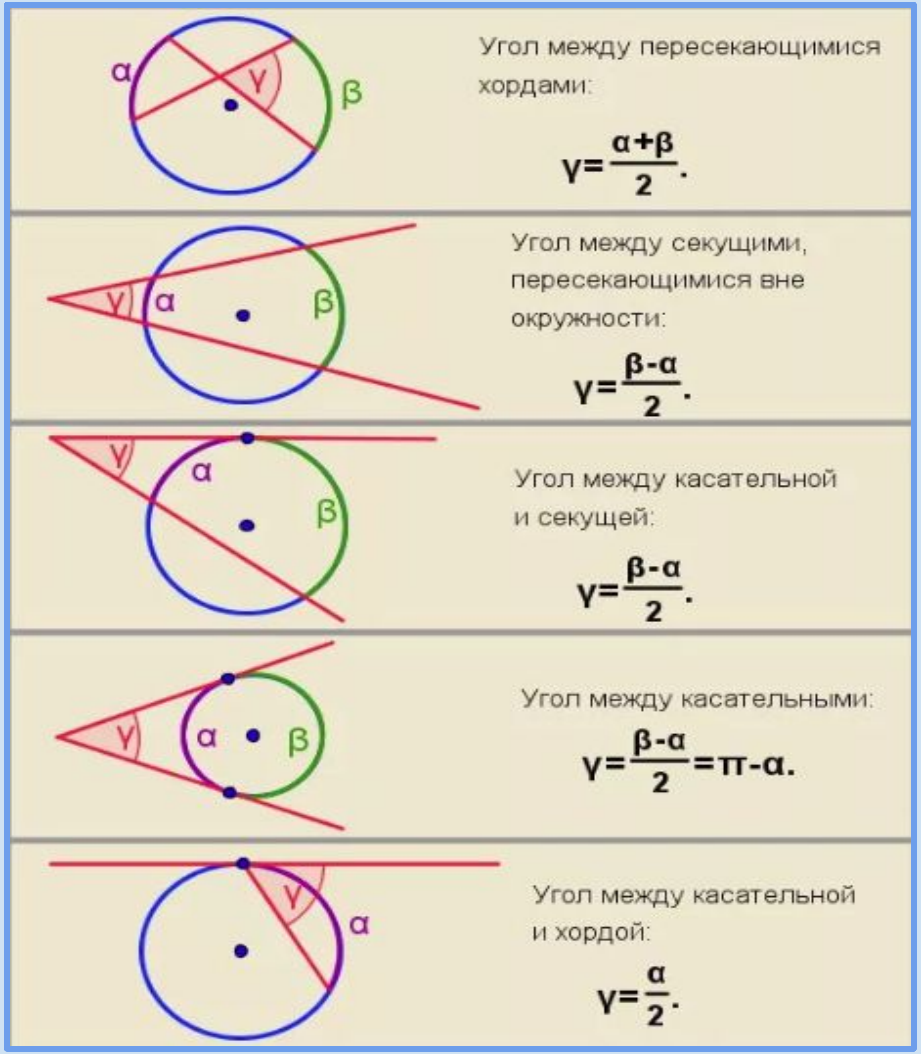
OD = 7(см)



Ответ: 7 см.

Мукимова Алина

Обобщённая таблица по нахождению углов между секущими, касательной и секущей, двумя касательными



Над решением задач работали:

Баранова Александра, Шиляева Маргарита, Шевчук Елизавета, Махонина Екатерина, Григорьев Кирилл, Чибисов Денис, Мукимова Алина, Зеленский Константин, Новикова Полина, Гареева Даша, Шкромада Елена Алексеевна