Пособия для подготовки к

Издательство «ЭКЗАМЕН»

ОГЭ ЕГЭ 2021

www.examen.biz экзамен.рф sale@examen.biz info@examen.biz тел./факс (495) 641-00-30

МАТЕМАТИКА

Серии пособий для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ по математике

- «ЕГЭ и ОГЭ. Типовые варианты экзаменационных заданий»
- «ЕГЭ и ОГЭ. Типовые тестовые задания»
- «ЕГЭ и ОГЭ. Банк заданий»
- «ЕГЭ и ОГЭ. Экзаменационный тренажёр»

sale@examen.biz info@examen.biz тел./факс (495) 641-00-30

ОГЭ ЕГЭ 2021

Под редакцией И. В. Ященко

МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Типовые варианты экзаменационных заданий для 9 класса

ВПР ВСЕРОССИЙСКАЯ ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА

Комплект пособий создан разработчиками ВПР

Подробная информация на сайте издательства «ЭКЗАМЕН» – ЭКЗАМЕН.РФ

ВПР

ВСЕРОССИЙСКАЯ ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА

Подробная информация на сайте издательства «ЭКЗАМЕН» – ЭКЗАМЕН.РФ

УМК к линии Л. С. Атанасяна и др.

Дидактические материалы

- Предлагаемые дидактические материалы удовлетворяют требованиям планируемых результатов обучения как обязательного, так и повышенного уровней сложности.
- Данные пособия состоят из нескольких разделов, включающих задания для работы учащихся на разных этапах учебного процесса.
- По каждому разделу предлагаются обучающие, проверочные и контрольные работы в 4-х вариантах; математические диктанты, дополнительные задания разного уровня сложности для дифференцированного подхода в обучении. Ко всем задачам даны ответы, а к некоторым – указания к решению.
- Книги также содержат раздел задач из открытого банка заданий ОГЭ по математике.
- Структура контрольных работ и форма заданий соответствуют структуре и форме заданий Основного государственного экзамена.

УМК к линии Л. С. Атанасяна и др.

Контрольные работы

- Пособия предназначены для проверки знаний и умений учащихся по курсу геометрии. Они содержат проверочные работы по всем темам, изучаемым в школьном курсе геометрии.
- Каждая проверочная работа даётся в четырёх вариантах. Кроме того, по каждой теме даётся набор заданий для подготовки к контрольной работе.
- Каждый вариант включает задания трёх видов: с выбором ответа, с кратким ответом и с развёрнутым ответом, что соответствует формам заданий, использующимся в настоящее время в экзаменационных работах ОГЭ и в других современных видах испытаний учащихся.
- Рекомендовано учителям, а также учащимся и их родителям для самостоятельного контроля знаний.

УМК ко всем линиям учебников

Предпрофильная и профильная подготовка

Обоснованность решения заданий ГИА-11 по математике с полным развёрнутым ответом

ГИА-2021 11 класс

задания с развёрнутым ответом

Решаемость заданий ЕГЭ

Математика профильная

Номер задания	полный балл
B1	88-98%
B2	95-100%
B3	84-94%
B4	86-96%
B5	87-97%
B6	74-84%
B7	54-64%
B8	57-67%
B9	62-72%
B10	77-87%
B11	60-70%
B12	52-62%

Номер задания	полный балл	
C1 / 13	30-40%	2 балла
C2 / 14	1-2%	
C3 / 15	12-22%	
C4 / 16	1-2%	3 балла
C5 / 17	9-19%	
C6 / 18	1-3%	4 балла
C7 / 19	0,2-1%	

Задание № 13

а) Решите уравнение $\cos x + 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\sin 2x - 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\ -\frac{7\pi}{2}\right]$.

а) Решите уравнение $8\sin^2 x - 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а) Решите уравнение $\cos 2x - \sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 13

а) Решите уравнение $\cos x + 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\sin 2x - 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\ -\frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$\cos x + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{3}\sin 2x - 1;$$

$$\cos x + 2\cos^2 x - 1 = -1;$$

$$\cos x \cdot (1 + 2\cos x) = 0.$$

Значит, $\cos x = 0$ или $\cos x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{2}k$, $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

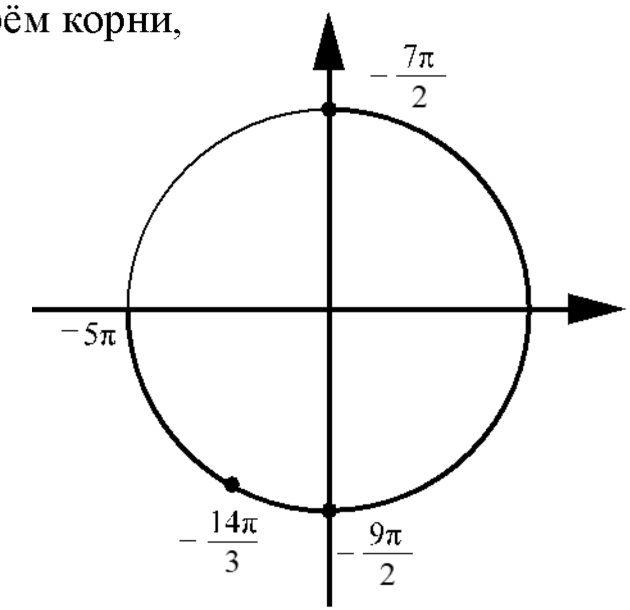
Задание № 13

а) Решите уравнение $\cos x + 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\sin 2x - 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\ -\frac{7\pi}{2}\right]$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\ -\frac{7\pi}{2}\right]$.

Получим числа $-\frac{9\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{2}$ и $-\frac{14\pi}{3}$.



Ответ: а) $\frac{\pi}{2}k$, $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{9\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{2}$, $-\frac{14\pi}{3}$.

Задание № 13

а) Решите уравнение $\left(2\cos^2 x + 3\sin x - 3\right)\cdot\log_2\left(\sqrt{2}\cos x\right) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi;\ -3\pi\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$\left(2 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 3\right)\cdot\log_2\left(\sqrt{2}\cos x\right) = 0;$$

$$\left(2\sin^2 x - 3\sin x + 1\right)\cdot\log_2\left(\sqrt{2}\cos x\right) = 0;$$

Значит, $\log_2\left(\sqrt{2}\cos x\right) = 0$ или $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ при условии $\cos x > 0$.

Решая первое уравнение, получаем $\sqrt{2}\cos x = 1$, откуда $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Решая второе уравнение, получаем $\sin x = 1$ или $\sin x = \frac{1}{2}$. Учитывая условие $\cos x > 0$, получаем: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 13

а) Решите уравнение $\left(2\cos^2 x+3\sin x-3\right)\cdot\log_2\left(\sqrt{2}\cos x\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2};\ -3\pi\right]$.

б) Найдём корни, удовлетворяющие неравенству $-\frac{9\pi}{2}\le x\le -3\pi$. Получаем:

$$-\frac{9\pi}{2}\le -\frac{\pi}{4}+2\pi k\le -3\pi,\quad -\frac{9\pi}{2}\le \frac{\pi}{4}+2\pi k\le -3\pi \quad \text{или} \quad -\frac{9\pi}{2}\le \frac{\pi}{6}+2\pi k\le -3\pi.$$

Из первого неравенства находим $k=-2$ и при этом $x=-\frac{\pi}{4}-4\pi=-\frac{17\pi}{4}$.

Из второго неравенства $k=-2$, а $x=\frac{\pi}{4}-4\pi=-\frac{15\pi}{4}$.

Из третьего неравенства: $k=-2$, а $x=\frac{\pi}{6}-4\pi=-\frac{23\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \pm\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{23\pi}{6},\ -\frac{15\pi}{4},\ -\frac{17\pi}{4}$.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 13

$$9^{\cos^2 x} = 3^{\sin 2x} \cdot 9$$

$$\log_5(\cos x - \sin 2x + 25) = 2$$

$$\left(\sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x\right)\sqrt{1 - 2\sin x} = 0$$

$$19 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 1 = 0$$

$$\left(x^2 + 2x - 1\right)\left(\log_2\left(x^2 - 3\right) + \log_{0,5}\left(\sqrt{3} - x\right)\right) = 0$$

$$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$$

Примеры решения реальных заданий ЕГЭ

Задание № 13

(типичные ошибки)

а) Решите уравнение $\cos 2x - \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{15\pi}{4}$; $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{5\pi}{2}$

C1) а) $\cos 2x - \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$

$\cos^2 x - \sin^2 x + \sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

$\cos x(\cos x + \sqrt{2}) - \sin^2 x + 1 = 0$

$\cos x(\cos x + \sqrt{2}) + \cos^2 x = 0$

$\cos x(\cos x + \sqrt{2} + \cos x) = 0$

$\cos x(2\cos x + \sqrt{2}) = 0$

$\cos x = 0$ $\qquad$ $2\cos x + \sqrt{2} = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi R$ $\qquad$ $2\cos x = -\sqrt{2}$

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi R$

$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi R$

б) $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

$R = -3$; $x = \frac{\pi}{2} - 3\pi = -\frac{5\pi}{2}$

$R = -4$; $x = \frac{\pi}{2} - 4\pi = -\frac{7\pi}{2}$

$R = -2$; $x = \frac{3\pi}{4} - 4\pi = -\frac{13\pi}{4}$

$R = -1$; $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi = -\frac{11\pi}{4}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + \pi R$; $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi R$;

$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi R$

б) $x = -\frac{5\pi}{2}$; $x = -\frac{7\pi}{2}$; $x = -\frac{13\pi}{4}$;

$x = -\frac{11\pi}{4}$

а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{13\pi}{6}$.

С1. а) $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$

б) корни из $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$

Решение.

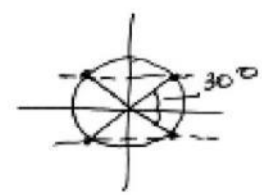
а) $\cos 2x + \sin^2 x = \frac{3}{4}$ Т.к. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

$1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = \frac{3}{4}$

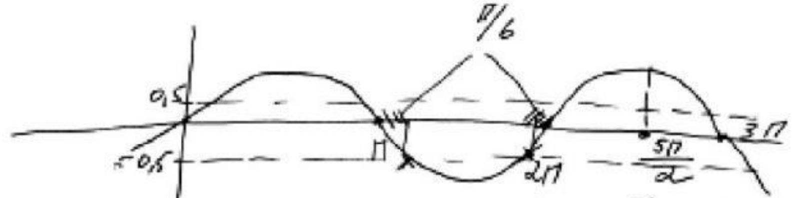
$1 - \frac{3}{4} = 2\sin^2 x - \sin^2 x$

$\sin^2 x = \frac{1}{4}$

$\sin x = \pm\frac{1}{2}$



б)



б) $\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

$2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

$2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi m \\ x = \frac{11\pi}{6} + 2\pi p \end{array}\right.$ $k, n, m, p \in \mathbb{Z}$

№13

а) $\sqrt{6}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-2\cos^2 x=\sqrt{3}\cos x-2$

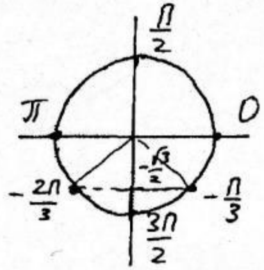
$\sqrt{6}\left(\sin x\cos\frac{\pi}{4}+\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)-2\cos^2 x-\sqrt{3}\cos x+2=0$

$\frac{\sqrt{12}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{12}}{2}\cos x-2\cos^2 x-\sqrt{3}\cos x+2=0$

$\sqrt{3}\sin x-2(1-\sin^2 x)+2=0$

$\sqrt{3}\sin x-2+2\sin^2 x+2=0$

$\sin x(\sqrt{3}+2\sin x)=0$



$\sin x=0$

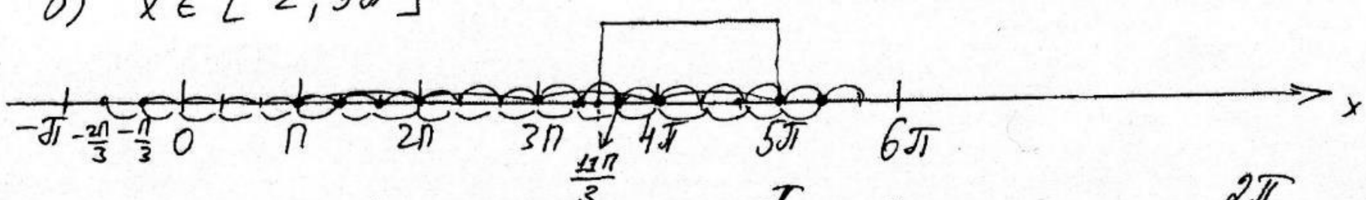
$x=\pi n,\ n\in Z$

$\sqrt{3}+2\sin x=0$

$\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z \\ x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z \end{array}\right.$$

б) $x\in\left[\frac{7\pi}{2};5\pi\right]$



Ответ: а) $x=\pi n,\ n\in Z$, $x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$; $x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$;

б) $\frac{11\pi}{3}$, 4π; 5π.

(13) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ б) $x \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3}\sin x$

$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x - 3 = 0$

$D = 3 + 24 = 27 = (3\sqrt{3})^2$

$\sin x = \frac{\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ – не может быть

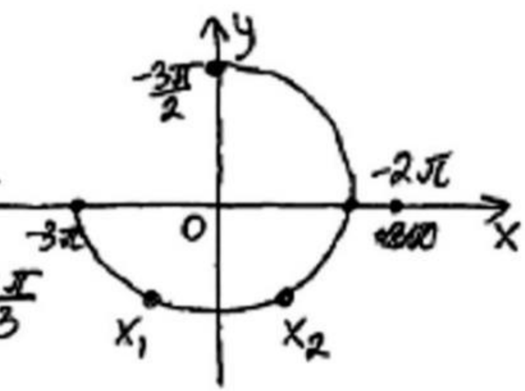
$\sin x = \frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{4} = \frac{-2\sqrt{3}}{4_2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$

(б)

$x_1 = -3\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{8\pi}{3}$

$x_2 = -2\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{3}$



Ответ: а) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$

б) $-\frac{8\pi}{3};\ -\frac{7\pi}{3}$

13

$\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

$\cos^2 x - \sin^2 x + 2\cos^2 x + 2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x = 0$

$3\cos^2 x + \sin^2 x + \sqrt{3}\sin x = 0.$

$3 - 3\sin^2 x + \sin^2 x + \sqrt{3}\sin x = 0$

$-2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x + 3 = 0.$

$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x - 3 = 0$

$\sin x = a$

$2a^2 - \sqrt{3}a - 3 = 0$

$a = \sqrt{3}$ – не подходит

$D = 3 + 24 : 27 = 3\sqrt{3}$

$x_{1;2} = \frac{\sqrt{3} \pm 3\sqrt{3}}{4}$

$\sqrt{3}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k.$

б) $-\frac{14\pi}{6}$; $-\frac{16\pi}{6}$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$

б) $-\frac{14\pi}{6}$; $-\frac{16\pi}{6}$.

Примеры решения задания № 13
(ЕГЭ-2020)

а) №13

$\cos 2x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + 1 = 0$

$\cos 2x + \sqrt{3}\cdot\left(\left(\overset{1}{\sin\frac{\pi}{2}}\cos x\right) + \left(\sin x\cdot\overset{0}{\cos\frac{\pi}{2}}\right)\right) + 1 = 0$

$\cos 2x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0$

$\cos^2 x - \cancel{\sin^2 x} + \cos^2 x + \cancel{\sin^2 x} + \sqrt{3}\cos x = 0$

$2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x = 0$

$\cos x\cdot(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$

$\underset{(1)}{\cos x = 0} \lor \underset{(2)}{2\cos x + \sqrt{3} = 0}$

(1) $\cos x = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

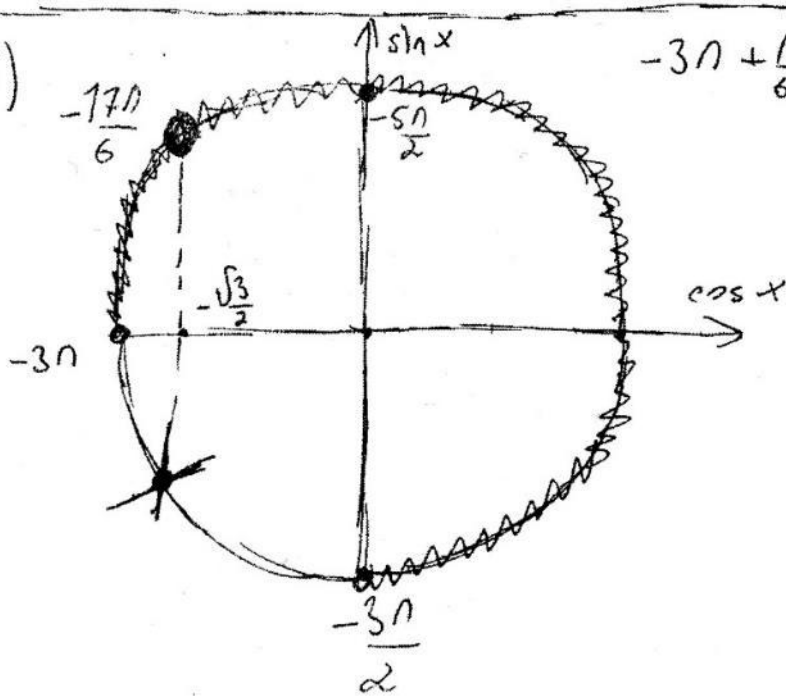
(2) $2\cos x = -\sqrt{3}$

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z$

б)



$-3\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{17\pi}{6}$

Ответ.

а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$; $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$;

$x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

б) $-\frac{17\pi}{6}$; $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{5\pi}{2}$

13) $\cos 2x + \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$

а) $\cos^2 x - \sin^2 x - \sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

$\cos^2 x - 1 + \cos^2 x - \sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x - \sqrt{2}\cos x = 0$

$\cos x\,(2\cos x - \sqrt{2}) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ 2\cos x - \sqrt{2} = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z \\ x = \frac{7\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z \end{array}\right.$$

б) $x \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

$-3\pi \le \frac{\pi}{2} + 2\pi n \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le \frac{1}{2} + 2n \le -\frac{3}{2}$

$-3\frac{1}{2} \le 2n \le -2$

$-\frac{7}{4} \le n \le -1 \Rightarrow n = -1$

при $n=-1$: $x = \frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$

$-3\pi \le \frac{\pi}{4} + 2\pi n \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le \frac{1}{4} + 2n \le -\frac{3}{2}$

$-3\frac{1}{4} \le 2n \le -\frac{7}{4}$

$-\frac{13}{8} \le n \le -\frac{7}{8} \Rightarrow n = -1$

при $n=-1$: $x = \frac{\pi}{4} - 2\pi = -\frac{7\pi}{4}$

$-3\pi \le \frac{7\pi}{4} + 2\pi n \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le \frac{7}{4} + 2n \le -\frac{3}{2}$

$-4\frac{3}{4} \le 2n \le -3\frac{1}{4}$

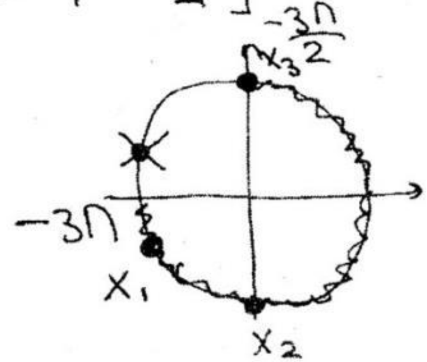
$-\frac{19}{8} \le n \le -\frac{13}{8} \Rightarrow n = -2$

при $n=-2$: $x = \frac{7\pi}{4} - 4\pi = -2\pi$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$; $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$; $x = \frac{7\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$

б) $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{7\pi}{4}$; -2π

№ 13 $\cos 2x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+1=0$ $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$



$2\cos^2 x - 1 + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x = 0$

$\cos x\,(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$

$\cos x = 0$ $2\cos x + \sqrt{3} = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ $x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

б) $x_1 = -3\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{17\pi}{6}$

$x_2 = -3\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$

$x_3 = -\frac{3\pi}{2} + 0 = -\frac{3\pi}{2}$

Отбор корней с помощью тригонометрической окружности (задание № 13)

Окончание пункта а): …

$\cos x = -\dfrac{1}{2};$ $\qquad\qquad$ $\sin x = \dfrac{1}{2}.$

$x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$ $\qquad\qquad$ $x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n,$

$x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

б) $\left[-2\pi;\ -\dfrac{3\pi}{2}\right]$

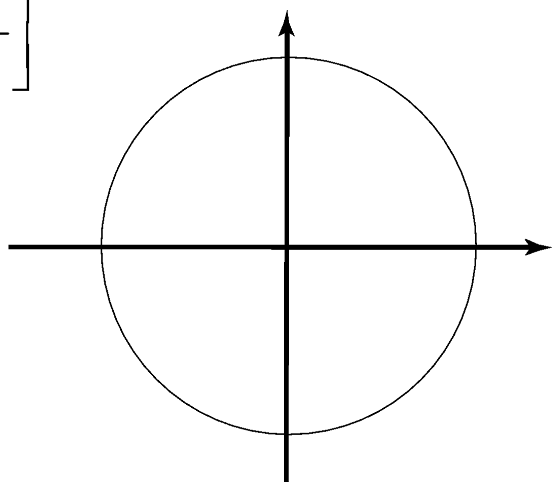
Окончание пункта а): …

$\cos x = -\frac{1}{2}$; $\sin x = \frac{1}{2}$.

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$,

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

б) $\left[-2\pi;\ -\frac{2\pi}{2}\right]$



ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Окончание пункта а): …

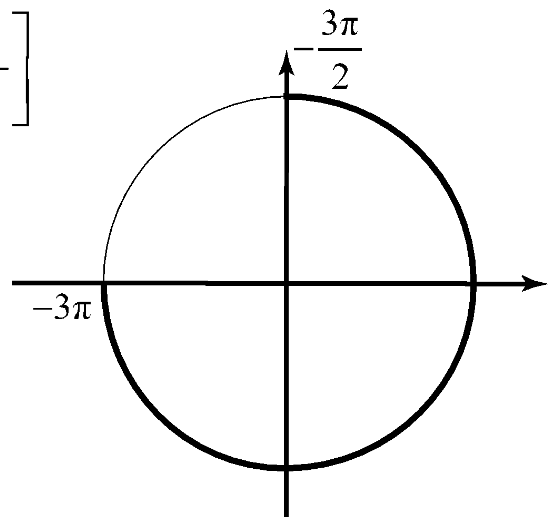
$\cos x = -\frac{1}{2}$; $\sin x = \frac{1}{2}$.

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$,

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

б) $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right]$



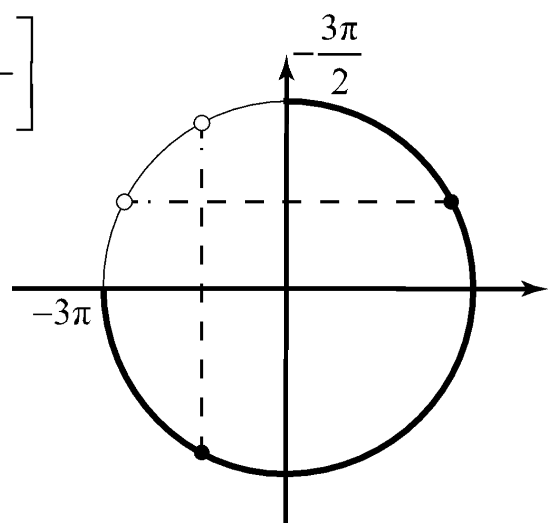
Окончание пункта а): …

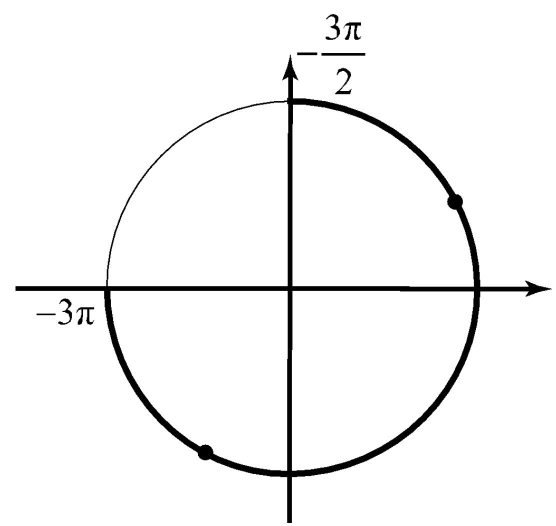
$\cos x = -\dfrac{1}{2}$; $\sin x = \dfrac{1}{2}$.

$x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$ $x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n$,

$x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

б) $\left[-3\pi;\ -\dfrac{3\pi}{2}\right]$





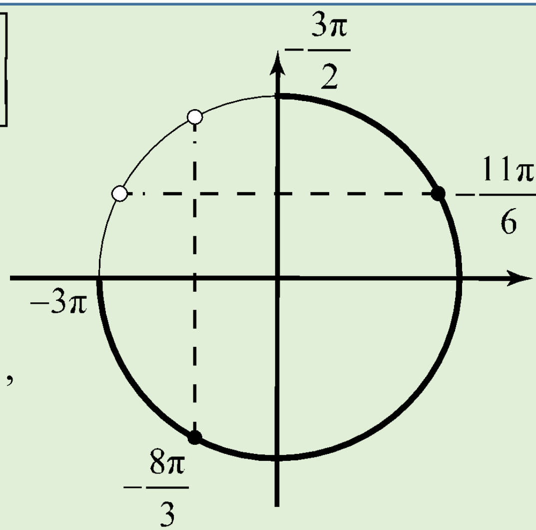
Окончание пункта а): …

$\cos x = -\dfrac{1}{2}$; $\qquad$ $\sin x = \dfrac{1}{2}$.

$x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$ $\qquad$ $x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n$,

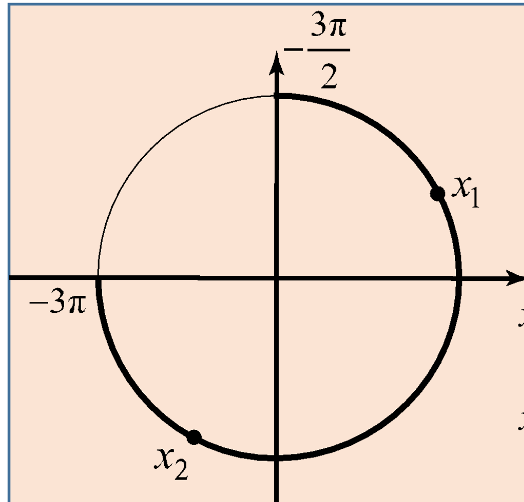
$x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

б) $\left[-3\pi;\ -\dfrac{3\pi}{2}\right]$



$-\dfrac{3\pi}{2} - \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{11\pi}{6}$,

$-3\pi + \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{8\pi}{3}$.



$x_1 = -\dfrac{3\pi}{2} - \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{11\pi}{6}$,

$x_2 = -3\pi + \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{8\pi}{3}$.

Ответ: а) $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n$, $x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

б) $-\dfrac{11\pi}{6}$, $-\dfrac{8\pi}{3}$.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 14

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 5. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK:KB = SM:MC = 5:1$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α — прямоугольник.

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка A, а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α.

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания AB равна 5, а боковое ребро SA равно 9. Точка M лежит на ребре AB, $AM = 1$, а точка K лежит на ребре SC. Известно, что $MK = KD$.

а) Докажите, что плоскость DKM перпендикулярна плоскости ABC.

б) Найдите площадь треугольника DKM.

Задание № 14

Пример “раскладывания по полочкам” задания № 14-б (возможное обобщение)

Расстояние	Угол	Сечение
- т. и пр.	**- пр. и пр.**	- 3 т.
- т. и пл.	- пр. и пл.	- 2 т., $\parallel$ пр.
- пр. и пр.	- пл. и пл.	- 2 т., $\perp$ пр.
- пр. и пл.		- 1 т., $\parallel$ пл.
- пл. и пл.		- 1 т., $\perp$ пл.

Замечание: в Задании № 14 дан многогранник или тело вращения

Задание № 14

Расстояние между скрещивающимися прямыми

Утверждение (И. Ф. Шарыгин).
Расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию от точки, являющейся проекцией одной из данных прямых на перпендикулярную ей плоскость, до проекции другой прямой на эту плоскость.
Алгоритм вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми, опирающийся на эту лемму, заключается в следующем.

1) Строим плоскость, перпендикулярную одной из скрещивающихся прямых.
2) Находим проекции этих прямых на данную плоскость.
3) Проекция одной из этих прямых на эту плоскость является точкой. Вычисляем расстояние от этой точки до проекции другой прямой на эту плоскость. Это расстояние и будет искомым.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Указания по оцениваю развернутых ответов участников ЕГЭ для эксперта, проверяющего развёрнутые ответы на задания 13–19 по МАТЕМАТИКЕ

(документ предоставляется эксперту при проведении оценивания экзаменационных работ вместе с критериями оценивания)

“Выдержки”

В критериях оценивания выполнения заданий с развернутым ответом КИМ ЕГЭ по математике для каждого задания приводится один возможный вариант решения. Однако предлагаемый разработчиками КИМ способ (метод) решения не является эталонным. Он лишь помогает эксперту в решении соответствующего задания.

- ✓ Решение участника экзамена может иметь логику, отличную от логики решения, данного в критериях (альтернативное решение). В этом случае эксперт оценивает допустимость решения конкретной задачи тем способом, который выбрал участник экзамена. Если ход решения допустим, то ***эксперт оценивает обоснованность этого решения на основании той совокупности свойств (признаков), формул или утверждений, которые соответствуют выбранному способу решения.***

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Указания по оцениваю развернутых ответов участников ЕГЭ для эксперта, проверяющего развёрнутые ответы на задания 13–19 по МАТЕМАТИКЕ

(документ предоставляется эксперту при проведении оценивания экзаменационных работ вместе с критериями оценивания)

“Выдержки”

- ✓ Участник экзамена может использовать без доказательства математические факты и формулы, содержащиеся в учебниках, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования (далее – Федеральный перечень).

- ✓ Если экзаменуемый использует в решении без доказательства формулы и факты, которые не представлены в учебниках, входящих в Федеральный перечень, то такое решение классифицируется как недостаточно обоснованное.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Указания по оцениваю развернутых ответов участников ЕГЭ для эксперта, проверяющего развёрнутые ответы на задания 13–19 по МАТЕМАТИКЕ

(документ предоставляется эксперту при проведении оценивания экзаменационных работ вместе с критериями оценивания)

“Выдержки”

- ✓ Если математические преобразования, представленные в решении, не отражают основных необходимых логических шагов, то решение не может оцениваться максимальным баллом.
- ✓ При проверке правильности решения необходимо проверять корректность промежуточных шагов решения, в том числе числовых выкладок (при необходимости, с помощью калькулятора). Наличие ошибок в промежуточных выкладках, даже не повлиявших на итоговый ответ, означает наличие математически некорректного перехода в решении задачи, что не позволяет оценить решение задачи максимальным баллом.
- ✓ Если участник экзамена решает задачу с другими числовыми данными, то такое решение задачи оценивается в 0 баллов, даже если он решают содержательно более сложную задачу.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 15

Решите неравенство $\log_5\left(\frac{3}{x}+2\right)-\log_5(x+2)\le\log_5\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$.

Решите неравенство $\log_7\left(2x^2+12\right)-\log_7\left(x^2-x+12\right)\ge\log_7\left(2-\frac{1}{x}\right)$.

$$2\log_2\left(x\sqrt{5}\right)-\log_2\left(\frac{x}{1-x}\right)\le\log_2\left(5x^2+\frac{1}{x}-2\right)$$

Решите неравенство $x^2\log_{625}(-2-x)\ge\log_5\left(x^2+4x+4\right)$.

Задание № 15

Решите неравенство $2\log_2\left(x\sqrt{5}\right)-\log_2\left(\frac{x}{1-x}\right)\le\log_2\left(5x^2+\frac{1}{x}-2\right)$

Решение.

Левая часть неравенства определена при $0<x<1$, поэтому при $0<x<1$ неравенство принимает вид:

$$5x(1-x)\le 5x^2+\frac{1}{x}-2;\ \frac{10x^3-5x^2-2x+1}{x}\ge 0;\ \frac{(2x-1)\left(5x^2-1\right)}{x}\ge 0,$$

откуда $x\le-\frac{\sqrt{5}}{5}$; $0<x\le\frac{\sqrt{5}}{5}$; $x\ge\frac{1}{2}$. Учитывая ограничение $0<x<1$, получаем: $0<x\le\frac{\sqrt{5}}{5}$; $\frac{1}{2}\le x<1$.

Ответ: $\left(0;\frac{\sqrt{5}}{5}\right]$; $\left[\frac{1}{2};1\right)$.

Примеры решения реальных заданий ЕГЭ

Задание № 15

(типичные ошибки)

Задание № 15

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Пусть $t=\log_4 x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t+3}{t-3}+\frac{t-3}{t+3}\ge\frac{4t+16}{t^2-9};\ \frac{t^2+6t+9}{(t-3)(t+3)}+\frac{t^2-6t+9}{(t-3)(t+3)}-\frac{4t+16}{(t-3)(t+3)}\ge 0;$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\ge 0;\ \frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\ge 0,$$

откуда $t<-3$; $t=1$; $t>3$.

При $t<-3$ получим: $\log_4 x<-3$, откуда $0<x<\dfrac{1}{64}$.

При $t=1$ получим: $\log_4 x=1$, откуда $x=4$.

При $t>3$ получим: $\log_4 x>3$, откуда $x>64$.

Решение исходного неравенства: $0<x<\dfrac{1}{64}$; $x=4$; $x>64$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

Задание № 15

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

15. $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4-16}{\log_4^2 x-9}$

ОДЗ. $x>0$, $x\in(0;+\infty)$

$\dfrac{\log_4 64+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4 64+\log_4 x}-\dfrac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$

$\dfrac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}-\dfrac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$

Пусть $\log_4 x=t$, тогда

$\dfrac{3+t}{t-3}+\dfrac{t-3}{3+t}-\dfrac{4t-16}{t^2-9}\geq 0$

...

№15.

$2^x - 6 - \frac{9\cdot 2^x - 37}{4^x - 7\cdot 2^x + 12} \le \frac{1}{2^x - 4}$;

ОДЗ: $x \ne 2$

$x \ne \log_2 3$

$4^x - 7\cdot 2^x + 12 \ne 0$

$(2^x - 3)(2^x - 4) \ne 0$

$t > 0$;

$2^x = t$;

$t - 6 - \frac{9t - 37}{t^2 - 7t + 12} \le \frac{1}{t - 4}$;

$t - 6 - \frac{9t - 37}{(t-3)(t-4)} \le \frac{1}{t-4}$;

$t - 6 - \frac{9t - 37 + t - 3}{(t-3)(t-4)} \le 0$;

$t - 6 - \frac{10(t-4)}{(t-3)(t-4)} \le 0$;

$\frac{(t-4)((t-6)(t-3) - 10)}{(t-3)(t-4)} \le 0$;

$\frac{(t-4)(t^2 - 9t + 8)}{(t-3)(t-4)} \le 0$;

$\frac{(t-4)(t-1)(t-8)}{(t-3)(t-4)} \le 0$

$0 < 2^x \le 1$ $\quad 3 < 2^x < 4$ $\quad 4 < 2^x \le 8$

$x \le 0$; $\quad \begin{cases} x > \log_2 3; \\ x < 2; \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x > 2; \\ x \le 3; \end{cases}$

Ответ: $(-\infty; 0] \cup (\log_2 3; 2) \cup (2; 3]$.

$$\log_2\frac{8}{x} - \frac{10}{\log_2 16x} \geq 0$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x > 0 \\ \log_2 16x \neq 0 \end{cases}$$

$\underline{x > 0}$

$\log_2 x + 4 \neq 0$

$\log_2 x \neq -4$

$x \neq \frac{1}{16}$

$$\log_2 8 - \log_2 x - \frac{10}{\log_2 16 + \log_2 x} \geq 0$$

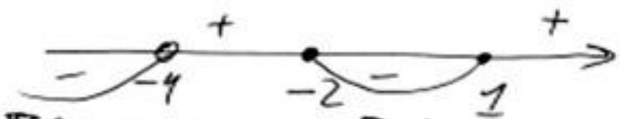
$$3 - \log_2 x - \frac{10}{4 + \log_2 x} \geq 0$$

$$\frac{12 + 3\log_2 x - 4\log_2 x - \log_2^2 x - 10}{4 + \log_2 x} \geq 0.$$

$$\frac{2 - \log_2 x - \log_2^2 x}{4 + \log_2 x} \geq 0$$

$$\frac{\log_2^2 x + \log_2 x - 2}{4 + \log_2 x} \leq 0$$

$$\frac{(\log_2 x - 1)(\log_2 x + 2)}{4 + \log_2 x} \leq 0$$



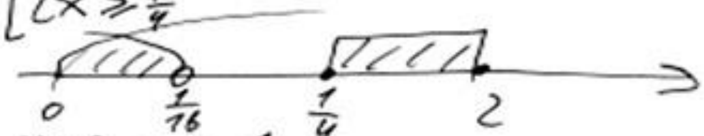
$$\left[\begin{array}{l} \log_2 x < -4 \\ -2 < \log_2 x < 1 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \log_2 x < -4 \\ \begin{cases} \log_2 x \leq 1 \\ \log_2 x \geq -2 \end{cases} \end{array}\right.$$

$2 > 1$

!

$$\left[\begin{array}{l} x < \frac{1}{16} \\ \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq \frac{1}{4} \end{cases} \end{array}\right.$$



$x > 0 \quad x \neq \frac{1}{16}$

Ответ: $\left(0; \frac{1}{16}\right) \cup \left[\frac{1}{4}; 2\right]$

Примеры решения задания № 15 (ЕГЭ-2020)

ГИА-2021 11 класс

задания с развёрнутым ответом

№15.

$$x^2\log_{243}(3-x) \geq \log_3(x^2-6x+9).$$

$$x^2\cdot\log_{3^5}(3-x) \geq \log_3(x^2-6x+9).$$

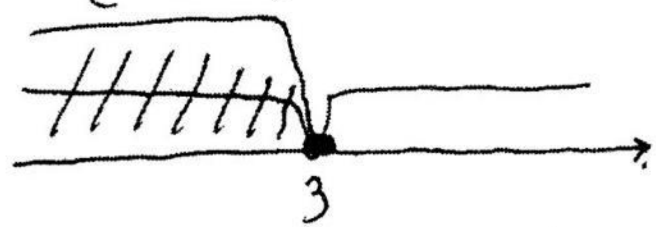
$$x^2\cdot\frac{1}{5}\log_3(3-x) \geq \log_3(x-3)^2.$$

$$\frac{x^2}{5}\log_3(3-x)-2\log_3(x-3) \geq 0.$$

...

ОДЗ. $\begin{cases} x^2-6x+9>0 \\ 3-x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} \cancel{3>}\; x<3. \\ (x-3)^2>0. \end{cases}$



15) $x^2 \log_{243}(3-x) \geq \log_3(x^2-6x+9)$

ОДЗ: $\begin{cases} 3-x>0 \\ x^2-6x+9>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<3 \\ x\in(-\infty;3)\cup(3;+\infty) \end{cases}$

$x^2 \log_{3^5}(3-x) \geq \log_3(3-x)^2$

$\frac{x^2}{5}\log_3(3-x) \geq 2\log_3(3-x)$

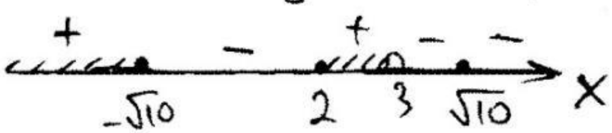
$\frac{x^2}{5}\log_3(3-x) - 2\log_3(3-x) \geq 0 \Rightarrow \log_3(3-x)\cdot\left(\frac{x^2}{5}-2\right) \geq 0$

Приравняем уравнение к 0, чтобы найти значения x, при которых уравнение становится равно 0:

$\log_3(3-x)\left(\frac{x^2}{5}-2\right)=0$

$\begin{cases} \log_3(3-x)=0 \\ \frac{x^2}{5}-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3-x=3^0 \\ \frac{x^2-10}{5}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3-x=1 \\ x^2-10=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\pm\sqrt{10} \end{cases}$

Отметим значения x на числовой прямой и расставим знаки



ОДЗ: $x<3 \Rightarrow x\in(-\infty;-\sqrt{10}]\cup[2;3)$

Ответ: $x\in(-\infty;-\sqrt{10}]\cup[2;3)$

№ 15 $x^2 \log_{512}(4-x) \geq \log_2(x^2-8x+16)$

Ограничения:

$$\begin{cases} 4-x>0 \\ x^2-8x+16>0 \end{cases}$$

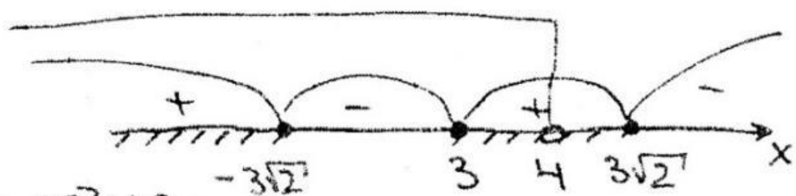
$$\begin{cases} x<4 \\ \cancel{(x-4)(x+4)}(x-4)^2>0 \end{cases}$$

$$x^2\log_{2^9}(4-x) \geq \log_2(4-x)^2$$

$$\frac{x^2\log_2(4-x)}{9} \geq 2\log_2(4-x)$$

$$\frac{x^2\log_2(4-x)-18\log_2(4-x)}{9} \geq 0$$

$$(x^2-18)\log_2(4-x) \geq 0$$



$$x\in(-\infty;-3\sqrt{2}]\cup[3;4)$$

№15

$$x^2\cdot\log_2^{3}(4-x)\ge\log_2(x^2-8x-16)$$

$$\frac{x^2}{9}\log_2^{3}(4-x)-\log_2(x^2-8x-16)\ge 0$$

Воспользуемся методом рационализации:

$$\frac{x^2}{9}\cdot(2-1)\cdot(4-x-1)-1\cdot(2-1)\cdot(x^2-8x+16-1)\ge 0$$

$$\frac{x^2}{9}\cdot\cancel{3}\cdot\overset{2}{(3-x)}-\overset{-1}{\cancel{(3)}}\cdot\overset{1}{(x^2-8x+16-1)}\ge 0 \quad :3$$

…

Ограничение:

$4-x>0$

$x<4$

$x^2-8x-16>0$

$(x-4)^2>0$

$x\ne 4$

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 16

Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P.

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 18, $\angle ABC = 60°$.

Две окружности разных радиусов касаются внешним образом в точке C. Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на меньшей и большей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает бо́льшую окружность в точке E, а прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке D.

а) Докажите, что прямые AD и BE параллельны.

б) Найдите BC, если радиусы окружностей равны $\sqrt{15}$ и 15.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 17

15-го января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 15% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 40 980 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Примеры решения реальных заданий ЕГЭ

Задание № 17

(типичные ошибки)

Задание № 17

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Задание № 17

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга (млн) 15-го числа	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1+1\cdot r$	0,9	$1+1r-0{,}9$
3	$0{,}9+0{,}9\cdot r$	0,8	$0{,}9+0{,}9-0{,}8$
4	$0{,}8+0{,}8r$	0,7	$0{,}8+0{,}8r-0{,}7$
5	$0{,}7+0{,}7\cdot r$	0,6	$0{,}7+0{,}7r-0{,}6$
6	$0{,}6+0{,}6r$	0,5	$0{,}6+0{,}6r-0{,}5$
7	$0{,}5+0{,}5r$	0	$0{,}5+0{,}5r$

тогда общая сумма выплат:

$$1+1\cdot r-\cancel{0{,}9}+\cancel{0{,}9}+0{,}9r-\cancel{0{,}8}+\cancel{0{,}8}+0{,}8r-\cancel{0{,}7}+\cancel{0{,}7}+0{,}7r-$$
$$-\cancel{0{,}6}+\cancel{0{,}6}+0{,}6r-\cancel{0{,}5}+\cancel{0{,}5}+0{,}5r=$$
$$=1+r+0{,}9r+0{,}8r+0{,}7r+0{,}6r+0{,}5r=1+4{,}5r$$

Общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$$= \quad 1+4{,}5r>1{,}2$$
$$4{,}5r>0{,}2$$
$$r>2{,}25$$

т.к. r - целое число, то наименьшее $r=3$.

Ответ: r наименьшее $=3$

№17. Пусть S - кредит

$\bar{r} = \frac{r}{100}$

месяц	Долг	Долг после %	Выплаты	Остаток
1	S	$S + S\bar{r}$	$\frac{S}{14} + S\bar{r}$	$\frac{13S}{14}$
2	$\frac{13S}{14}$	$\frac{13S}{14} + \frac{13S}{14}\bar{r}$	$\frac{S}{14} + \frac{13S}{14}\bar{r}$	$\frac{12S}{14}$
3	$\frac{12S}{14}$	$\frac{12S}{14} + \frac{12S}{14}\bar{r}$	$\frac{S}{14} + \frac{12S}{14}\bar{r}$	$\frac{11S}{14}$
4	$\frac{11S}{14}$	$\frac{11S}{14} + \frac{11S}{14}\bar{r}$	$\frac{S}{14} + \frac{11S}{14}\bar{r}$	$\frac{10S}{14}$
...				
13	$\frac{2S}{14}$	$\frac{2S}{14} + \frac{2S}{14}\bar{r}$	$\frac{S}{14} + \frac{2S}{14}\bar{r}$	$\frac{S}{14}$
14	$\frac{S}{14}$	$\frac{S}{14} + \frac{S}{14}\bar{r}$	$\frac{S}{14} + \frac{S}{14}\bar{r}$	0

Общая сумма выплат $= S + S\bar{r}\left(1 + \frac{1}{14}\right)\cdot 14 = S + S\bar{r}15$

$1{,}15S = S + 15S\bar{r}$

$0{,}15S = 15S\bar{r}$

$0{,}15 = 15\bar{r}$

$\bar{r} = 0{,}01$

$r = 1$

Ответ: 1

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 17 (2020 г.)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 34 150 рублей больше суммы, взятой в кредит?

17) S – сумма кредита
r – проценты
n – количество лет
$S_{выпл.}$ – сумма выплаты
x – один платеж

$r = 10\%$
$n = 3$
$S_{выпл} = S + 34150 = 3x$

Составим математическую модель:

$$((S \cdot 1{,}1 - x) \cdot 1{,}1 - x) \cdot 1{,}1 - x = 0$$

Задание № 18

Найдите все значения параметра а, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a+1| \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения

Типичная ошибка связана с попытками применения “графического способа” ко всем задачам задания № 18.

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7x-4} \cdot \ln\left(x^2 - 8x + 17 - a^2\right) = 0$$

имеет одно решение.

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

Задание № 18

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{|3x| - 2x - 2 - a}{x^2 - 2x - a} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a - y^2} = \sqrt{a - x^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Примеры решения задания № 18 (ЕГЭ-2020)

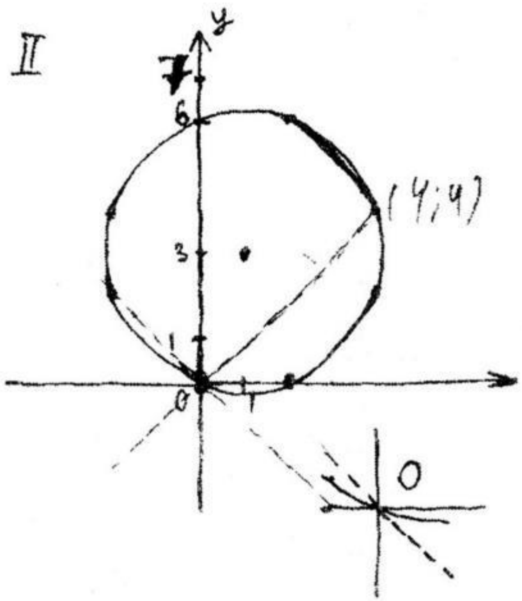
№18. $\begin{cases}\log_{11}(a-y^2)=\log_{11}(a-x^2) & \text{I}\\ x^2+y^2=2x+6y & \text{II}\end{cases}$

I $\begin{cases} a>x^2 \\ |x|=|y|\end{cases}$

II $x^2-2x+1-1+y^2-6y+9-9=0$

$(x-1)^2+(y-3)^2=10.$

II



Найдём точки $|x|=|y|$

$(0;0)$; $(4;4)$, $(-2;2)$

$3 \Rightarrow 1$ точка не подходит по ОДЗ

$\left.\begin{array}{l} 1\ a>4^2 \\ 2\ a>(-2)^2 \\ 3\ a>0 \end{array}\right\}$ 1 из них неверно, 2 - верны

3 - верно, ибо в противном случае неверны все.
2 - верно, ибо в противном случае и 1 неверно. $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 1 неверно $\Rightarrow \begin{cases} a \le 4^2 \\ a>4 \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow a\in(4;16]$

Ответ: $a\in(4;16]$

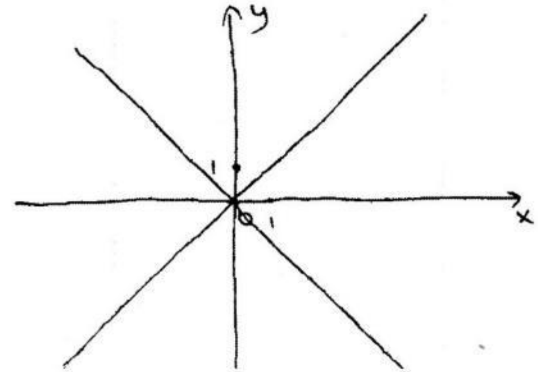
№ 18.

$$\begin{cases} \log_{11}(a-y^2) = \log_{11}(a-x^2) \\ x^2+y^2 = 2x+6y \end{cases}$$

a, при которых 2 решения.

Первое уравнение тождественно.

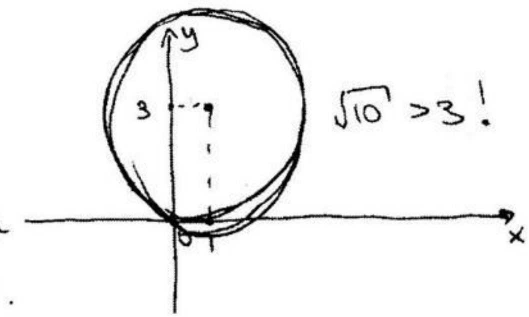
$$\begin{cases} y^2 < a \\ x^2 < a \\ y^2 = x^2 \end{cases} \quad \text{то есть,} \quad \begin{cases} y^2 < a \\ x^2 < a \\ |y| = |x| \end{cases}$$



А второе:

$$(x-1)^2 - 1 + (y-3)^2 - 9 = 0$$

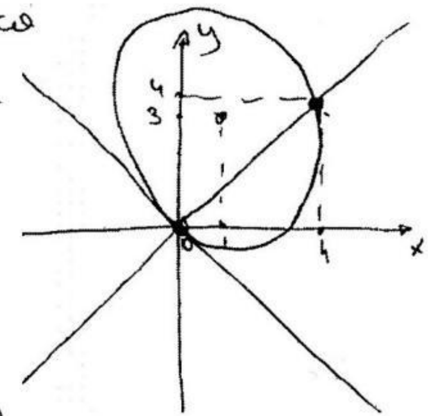
$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$$



$\sqrt{10} > 3$!

Это уравнение окружности, проходящей через точку $(0;0)$ и имеющей $r = \sqrt{10}$.

Найдём точки, в которых эти графики пересекаются. Можно видеть, что это произойдёт в I четверти и в точке $(0;0)$. В I четверти $|y| = y$, $|x| = x$



$$(x-1)^2 + (x-3)^2 = 10$$

$$x^2 - 2x + x^2 - 6x = 0$$

$$2x^2 - 8x = 0$$

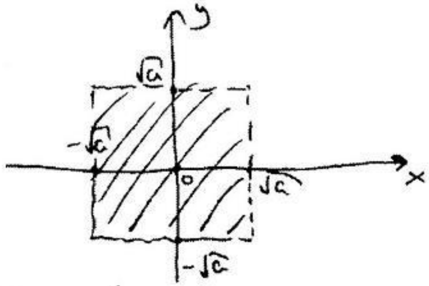
$$x(x-4) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$$

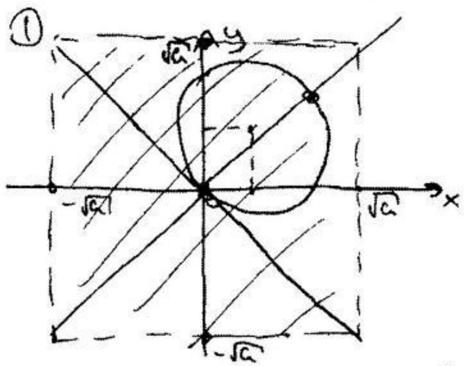
Значит, точки $(0;0)$ и $(4;4)$.

При этом ОДЗ – $\begin{cases} y^2 < a \\ x^2 < a \end{cases} \iff \begin{cases} -\sqrt{a} < y < \sqrt{a} \\ -\sqrt{a} < x < \sqrt{a} \end{cases}$

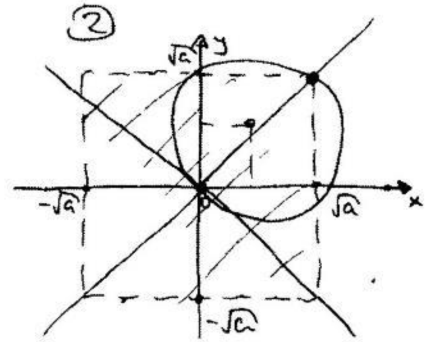
Изобразим ОДЗ графически: (Очевидно, если $a \le 0$, то система не имеет решений).



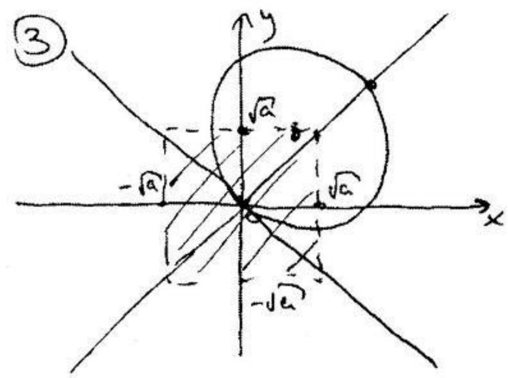
Система имеет 2 решения, когда точки $(0;0)$ и $(4;4)$ входят в этот квадрат. Рассмотрим возможные картинки в зависимости от a:



Оба решения входят в ОДЗ.



Одно из решений пересекается границей ОДЗ, т.к. неравенство строгое, остаётся одно решение.



Решение одно.

Вторая картинка осуществляется при $\sqrt{a} = 4$; $a = 16$

Соответственно, при $\begin{cases} a < 16 \\ a > 0 \end{cases}$ решение одно;

при $a \le 0$ решений нет.

Ответ: $a \in (16; +\infty)$.

ГИА-2021 11 класс

задания с развёрнутым ответом

Задание № 19

На столе лежит 40 карточек, часть из которых красного цвета, а остальные синего (есть хотя бы по одной карточке каждого цвета). На каждой карточке написано натуральное число. Все числа, написанные на синих карточках, различны. Любое число на красной карточке меньше любого числа на синей карточке. Среднее арифметическое всех чисел на карточках равно 14. Если утроить числа на синих карточках, то среднее арифметическое всех чисел станет равно 39.

а) Может ли на столе быть ровно 10 синих карточек?

б) Может ли на столе быть ровно 10 красных карточек?

в) Какое наибольшее количество синих карточек может быть на столе?

На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1+1+111+11+11+1=136$.

а) Можно ли получить сумму 113, если $n=50$?

б) Можно ли получить сумму 114, если $n=50$?

в) Какую наибольшую четырёхзначную сумму можно получить, если $n=50$?

19 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{3}{10}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{5}{12}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 8 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 16 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 16 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов *а* и *б*?

Решение.

а) Если группа состоит из 3 мальчиков, посетивших только театр, 5 мальчиков, посетивших только кино, и 8 девочек, сходивших и в театр, и в кино, то условие задачи выполнено. Значит, в группе из 16 учащихся могло быть 8 мальчиков.

б) Предположим, что мальчиков было 9 или больше. Тогда девочек было 7 или меньше. Театр посетили не более 3 мальчиков, поскольку если бы их было 4 или больше, то доля мальчиков в театре была бы не меньше $\frac{4}{4+7}=\frac{4}{11}$, что больше $\frac{3}{10}$. Аналогично кино посетили не более 5 мальчиков, поскольку $\frac{6}{6+7}=\frac{6}{13}>\frac{5}{12}$, но тогда хотя бы один мальчик не посетил ни театра, ни кино, что противоречит условию.

В предыдущем пункте было показано, что в группе из 16 учащихся могло быть 8 мальчиков. Значит, наибольшее количество мальчиков в группе — 8.

Примеры решения задания № 19

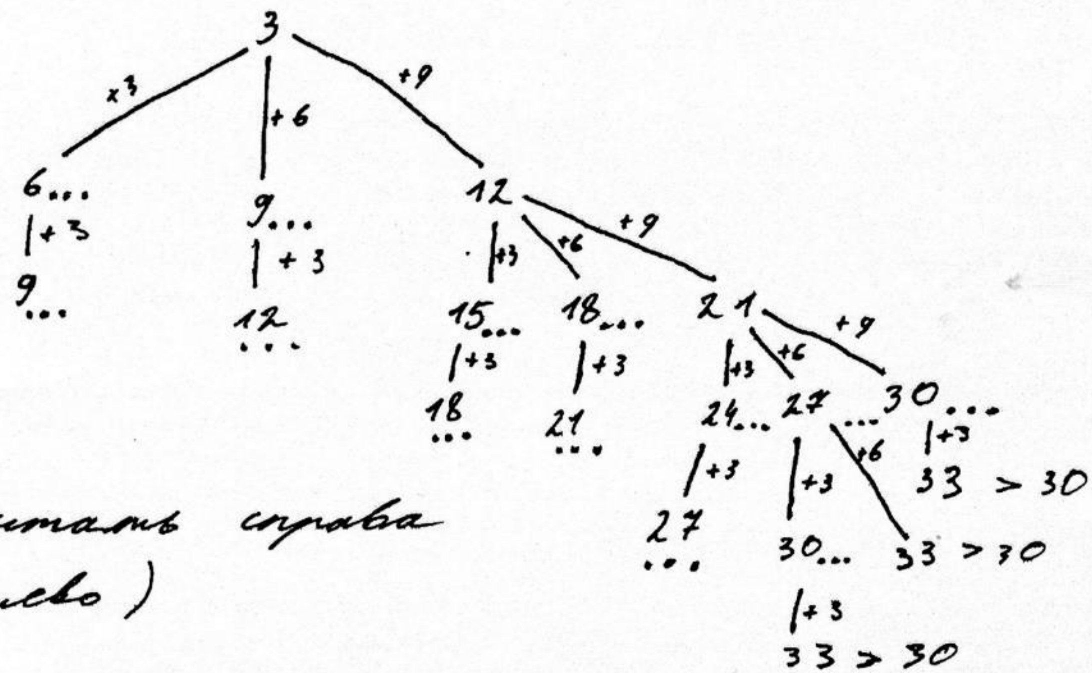
Задание № 19

За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 3 пункта при получении трёх звёзд, на 6 пунктов при получении двух звёзд и на 9 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 32 пункта?
б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?
в) За пройденный уровень начисляется 9000 очков при получении трёх звёзд, 5000 – при получении двух звёзд и 2000 – при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пунктов и суммарно было получено 17 звёзд?

Задание № 19

а) Нет, так как если построить дерево:



(график читать справа налево)

То мы увидим, что в каком бы порядке мы не суммировали потраченную энергию, 32 у нас никогда не выйдет

Задание № 19 (2020 г.)

На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1+1+111+11+11+1=136$.

а) Можно ли получить сумму 150, если $n=60$?

б) Можно ли получить сумму 150, если $n=80$?

в) Для скольких значений n можно получить сумму 150?

ГИА-2021 11 класс
задания с развёрнутым ответом

№19. а) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{40\text{ единиц}} + \underbrace{11+11+\ldots+11}_{10\text{ раз по 2 единицы}} = 150$ $n = 40 + 10\cdot 2 = 60$ единиц

Ответ: да.

б) Ответ: нет (см. пункт в)

в) Рассмотрим все варианты получения 150 по данному алгоритму:

1) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{150\text{ единиц}} = 150$

2) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{139\text{ ед.}} + \underbrace{11}_{+2\text{ ед}} = 150$ $= 141$

3) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{128\text{ ед}} + \underbrace{11+11}_{4\text{ ед}} = 150$ $= 132$

4) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{117\text{ ед.}} + \underbrace{11+11+11}_{6\text{ ед}} = 150$ $= 123$

5) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{106\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{4\text{ раза по 2 ед}} = 150$ $= 114$

6) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{95\text{ ед.}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{5\text{ раз по 2 ед.}} = 150$ $+ 5\cdot 2 = 105$

7) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{84\text{ ед.}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{6\text{ раз по 2 ед.}} = 150$ $= 96$

8) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{73\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{7\text{ раз по 2 ед.}} = 150$ $= 87$

9) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{62\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{8\text{ раз по 2 ед}} = 150$ $= 78$

10) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{51\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{9\text{ раз по 2}} = 150$ $= \cancel{60}\ 69$

11) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{40\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{10\text{ раз по 2}} = 150$ $= 60$

12) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{29\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{11\text{ раз по 2}} = 150$ $= 51$

13) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{18\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{12\text{ раз по 2}} = 150$ $= 42$

14) $\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{7\text{ ед}} + \underbrace{11+\ldots+11}_{13\text{ раз по 2}} = 150$ $= 33$

15) $\underbrace{111}_{3\text{ ед}} + \underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{39\text{ ед}} = 150$ $= 42$ (повтор)

16) $\underbrace{11+111}_{5\text{ ед}} + \underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{28\text{ ед}} = 150$ $= 33$ (повтор)

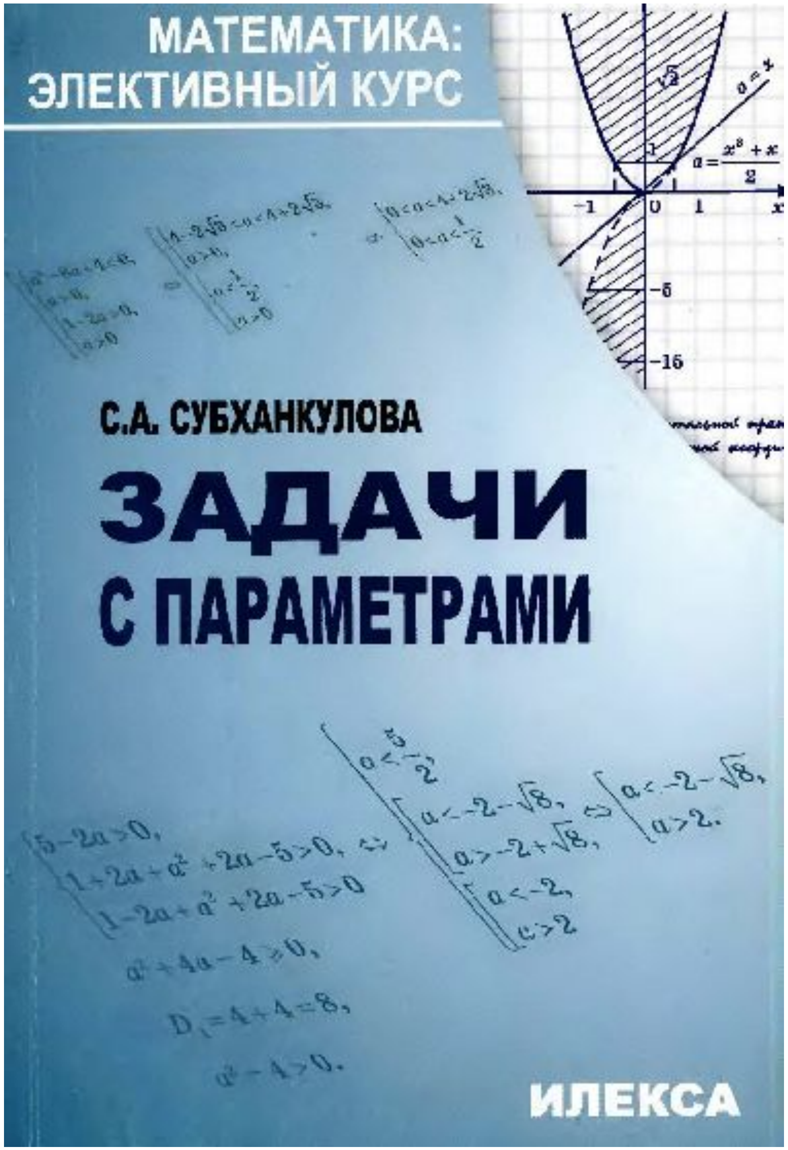
17) $\underbrace{111+11+11}_{7\text{ ед}} + \underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{17\text{ ед}} = 150$ $= 24$

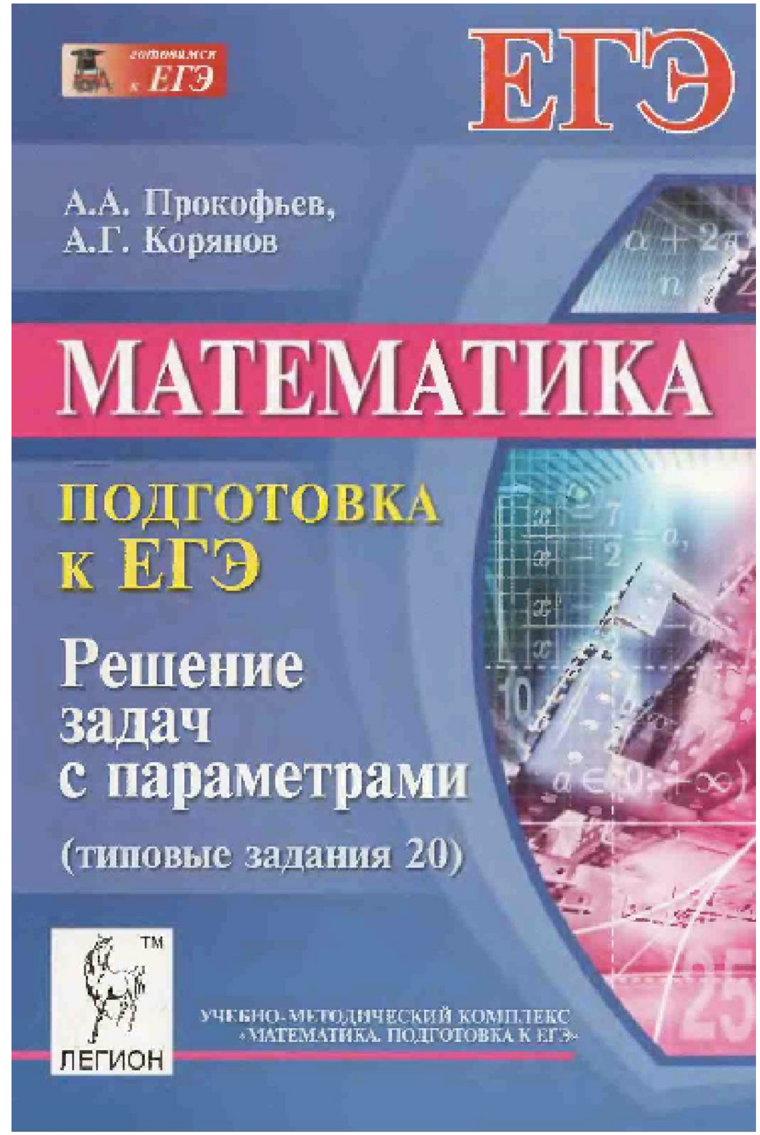
18) $\underbrace{111+11+11+11}_{9\text{ ед}} + \underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{6\text{ ед}} = 150$ $= 15$

Ответ: для 16 значений n можно получить сумму 150.

ГИА-2021 11 класс

задания с развёрнутым ответом





https://semenova-klass.moy.su/
/ Ученикам / Подготовка к ЕГЭ / Часть В

Спасибо за внимание…

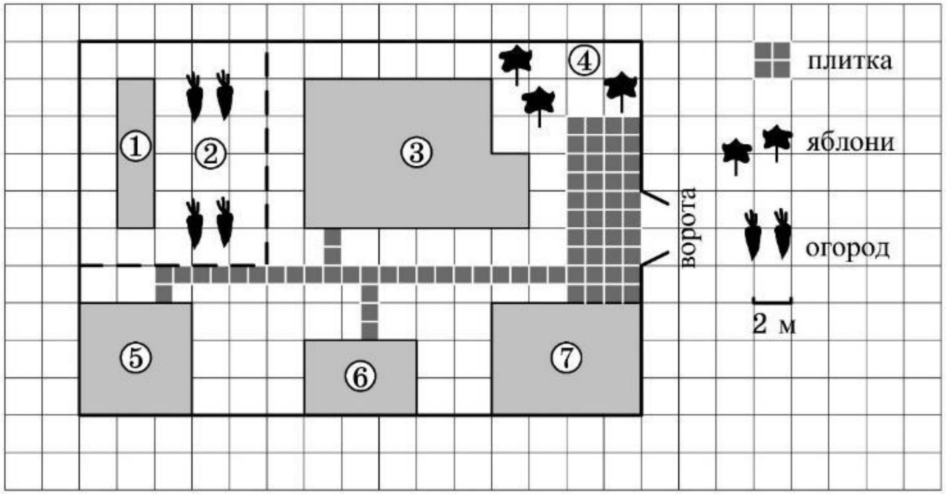
ОГЭ-2021

От ОГЭ 2019 к ОГЭ-2021…

~ блоки “Алгебра”, “Геометрия”,
~ Перспективы “Перспективной модели”,
~ 1 блок (задачи 1-5).

ОГЭ-2021 _ 1 блок (задания № 1 - № 5)

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Крапивка, ул. Южная, д. 15 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится гараж, а за ним сарай, отмеченный на плане цифрой 6. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м.

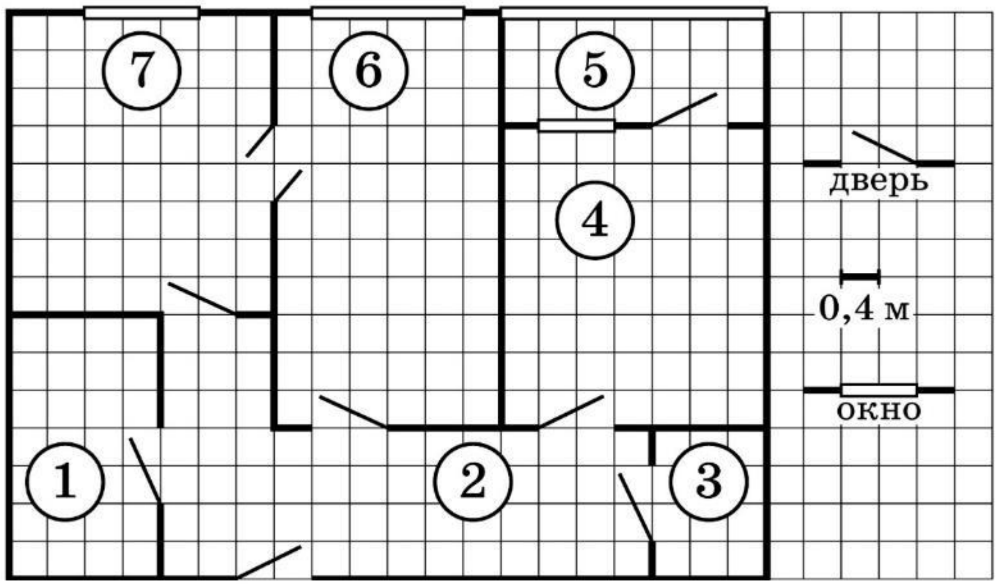
Если войти на территорию участка через ворота, жилой дом окажется по правую руку. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется баня, к которой ведёт дорожка, выложенная специальным садовым покрытием, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и застелены садовым покрытием, состоящим из плит размером 1 м × 1 м. Между гаражом и яблонями имеется площадка площадью 40 кв. м, вымощенная плитами такого же размера, но другой фактуры и цвета.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

ОГЭ-2021 _ 1 блок (задания № 1 - № 5)

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



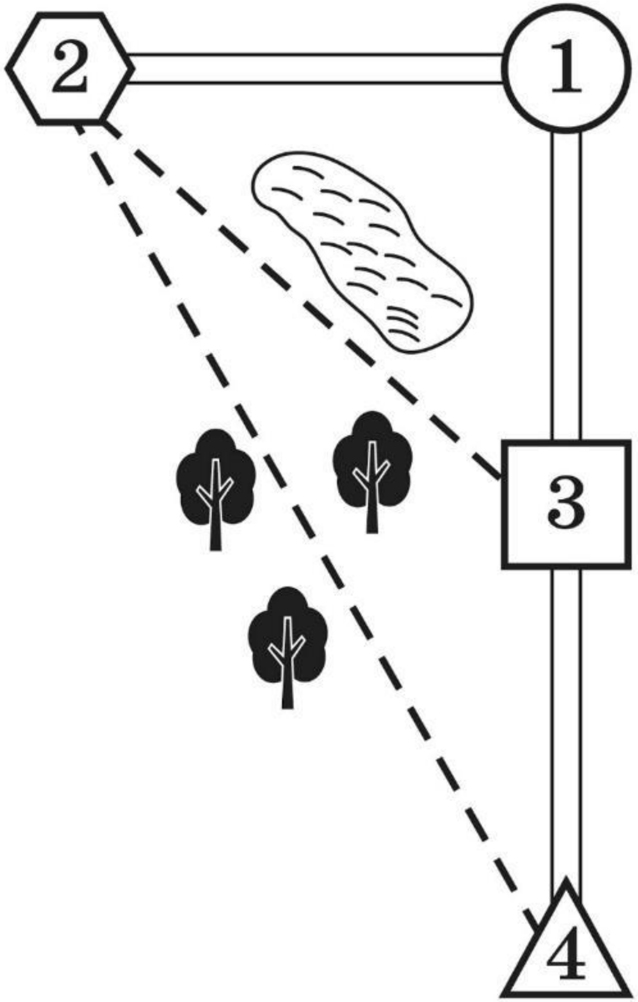
На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения двери и окна, а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,4 м. Вход в квартиру находится в прихожей. В квартире есть застеклённая лоджия, а также ещё три помещения с окнами — спальня, кухня и гостиная. Самое узкое окно в спальне — оно выходит на лоджию. Окно в гостиной шире, чем окно в кухне. Кроме этих помещений в квартире есть санузел и кладовая, площадь которой наименьшая.

ОГЭ-2021 _ 1 блок (задания № 1 - № 5)

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Миша летом отдыхает у дедушки и бабушки в деревне Николаевке. Миша с дедушкой собираются съездить на велосипедах в село Игнатьево на железнодорожную станцию. Из Николаевки в Игнатьево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе — через деревню Свистуху до деревни Берёзовки, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Игнатьево. Есть и третий маршрут: в Свистухе можно свернуть на прямую тропинку, которая идёт мимо пруда прямо в Игнатьево.

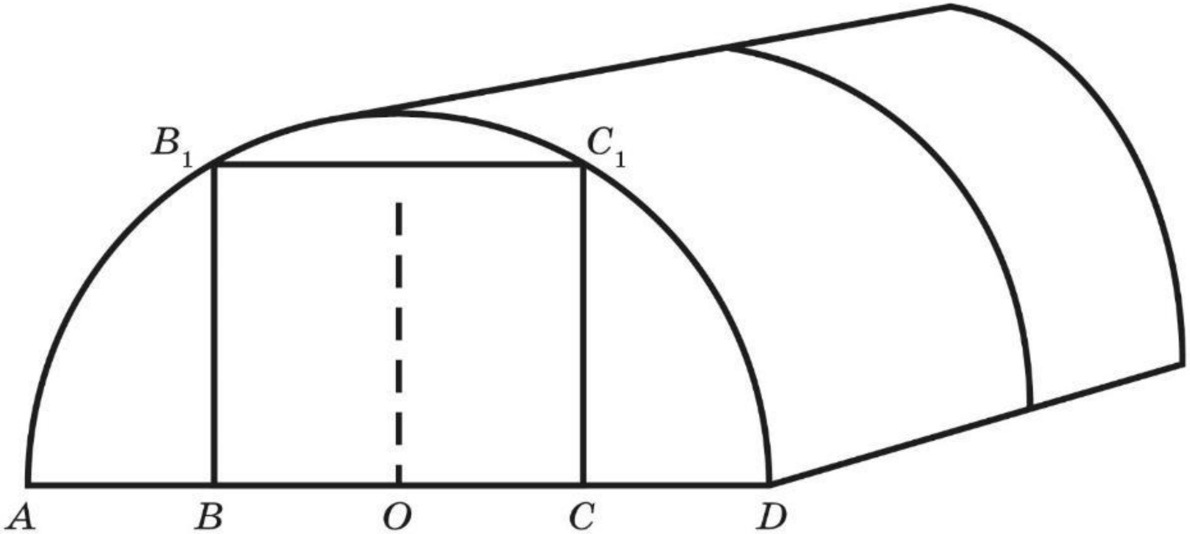
По шоссе Миша с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке 15 км/ч. Расстояние по шоссе от Николаевки до Свистухи равно 16 км, от Николаевки до Берёзовки — 36 км, а от Берёзовки до Игнатьево 15 км.



ОГЭ-2021 _ 1 блок (задания № 1 - № 5)

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

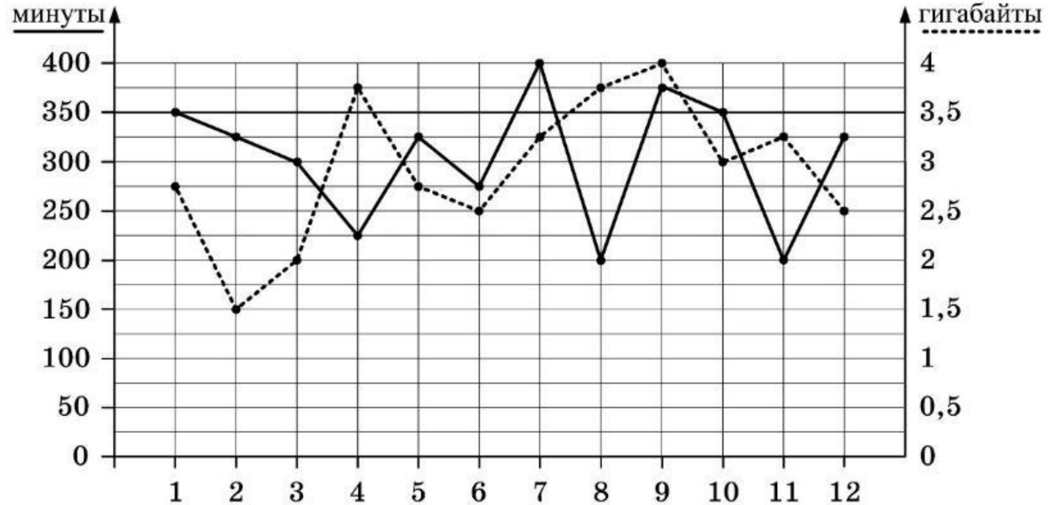
Сергей Петрович решил построить на дачном участке теплицу длиной 4 м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Сергей Петрович заказал металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5 м каждая и покрытие для обтяжки.



Отдельно требуется купить плёнку для передней и задней стенок теплицы. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником BCC_1B_1, где точки B, O и C делят отрезок AD на четыре равные части. Внутри теплицы Сергей Петрович планирует сделать три грядки по длине теплицы — одну центральную широкую грядку и две узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 40 см, для которых необходимо купить тротуарную плитку размером 20 см × 20 см.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 300 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:
пакет минут, включающий 350 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
пакет интернета, включающий 3,5 гигабайта мобильного интернета;
пакет SMS, включающий 150 SMS в месяц;
безлимитные бесплатные входящие вызовы.
Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин.
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб	100 руб. за пакет
SMS	2 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегестрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 120 SMS.

ОГЭ-2021

Методика проверки и оценки заданий
с развернутым ответом:
алгебраические задания (20 – 22)

ОГЭ-2021 Задание № 20

Демонстрационный вариант

Решите уравнение $x^4 = (4x-5)^2$.

Решение.
Исходное уравнение приводится к виду:

$$(x^2-4x+5)(x^2+4x-5)=0.$$

Уравнение $x^2-4x+5=0$ не имеет корней.
Уравнение $x^2+4x-5=0$ имеет корни -5 и 1.
Ответ: -5; 1.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

К

ОГЭ-2021 Задание № 20

Пример 1

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0$.

ОГЭ-2021 Задание № 20

Пример 1 Решите уравнение $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0.$

Решение. Первый способ. Пусть $t = \frac{1}{x}$, тогда уравнение примет вид:
$t^2 - 3t - 4 = 0$, $t = -1$ или $t = 4$.

Уравнение $\frac{1}{x} = -1$ имеет корень $x = -1$.

Уравнение $\frac{1}{x} = 4$ имеет корень $x = \frac{1}{4}$.

Ответ: -1; $\frac{1}{4}$.

Второй способ. Приведём к общему знаменателю дроби в левой части уравнения:

$\frac{1 - 3x - 4x^2}{x^2} = 0$, откуда

$$\begin{cases} 1 - 3x - 4x^2 = 0, \\ x^2 \neq 0. \end{cases}$$

Первое уравнение системы
$4x^2 + 3x - 1 = 0$ имеет корни $x = -1$ или $x = \frac{1}{4}$.

Если $x = -1$, то $x^2 \neq 0$,
если $x = \frac{1}{4}$, то $x^2 \neq 0$.

Ответ: -1; $\frac{1}{4}$.

ОГЭ-2021 Задание № 20

Пример 2

Решите уравнение $x^2 - 3x + \sqrt{6 - x} = \sqrt{6 - x} + 28$.

ОГЭ-2021 Задание № 20

Пример 2

Решите уравнение $6x^2 - 13x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 15$.

Решение. Выражения, стоящие в левой и правой частях уравнения, имеют смысл при $2 - x \geq 0$, то есть при $x \leq 2$.

После преобразований имеем:

$6x^2 - 13x - 15 = 0,$

$D = 13^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-15) = 169 + 360 = 529 = 23^2;$

$x_{1,2} = \dfrac{13 \pm 23}{12};$

$x_1 = -\dfrac{5}{6}, \; x_2 = 3.$

$x = 3$ не удовлетворяет условию $x \leq 2$.

$x = -\dfrac{5}{6}$ удовлетворяет условию $x \leq 2$, значит, $x = -\dfrac{5}{6}$ — корень исходного уравнения.

Ответ: $-\dfrac{5}{6}$.

ОГЭ-2021 Задание № 21

Демонстрационный вариант

22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.
Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4}+\frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часам. Составим уравнение: $\frac{x}{4}+\frac{x}{8}=3$.

Решив уравнение, получим $x=8$.
Ответ: 8 км.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

К

ОГЭ-2021 Задание № 21

Пример 1

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 165 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 18 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода равна v км/ч. Получаем уравнение:

$\frac{165}{v-4}+\frac{165}{v+4}=13$; $165v+660+165v-660=13v^2-208$; $13v^2-330v-208=0$,

откуда $v=26$.

Ответ: 26 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

ОГЭ-2021 Задание № 21

Пример 1

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 165 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 18 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода равна v км/ч.

По течению: скорость – $(v+4)$ км/ч, время – $\frac{165}{v+4}$ ч.

Против течения: скорость – $(v-4)$ км/ч, время – $\frac{165}{v-4}$ ч.

Время движения: $18-5=13$ ч.

Получаем уравнение:

$\frac{165}{v-4}+\frac{165}{v+4}=13$;

$165v+660+165v-660=13v^2-208$ при $(v+4)\cdot(v-4)\neq 0$;

$13v^2-330v-208=0$,

$D=330^2-4\cdot 13\cdot(-208)=4\cdot\left(165^2+13\cdot 208\right)=4\cdot 29929=2^2\cdot 173^2$.

$v_1=\frac{330-346}{2\cdot 13}=-\frac{8}{13}$; $v_2=\frac{330+346}{2\cdot 13}=\frac{338}{13}=26$ – оба корня удовлетворяют условию $(v+4)\cdot(v-4)\neq 0$, но $v_1=-\frac{8}{13}$ не удовлетворяет условию задачи.

Скорость теплохода $v=26$.

Ответ: 26 км/ч.

ОГЭ-2021 Задание № 21

Пример 1

Решение. Пусть x км/ч — скорость теплохода в неподвижной воде. По данным условия задачи составим таблицу:

	Путь (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
По течению реки	165	$x + 4$	$\frac{165}{x+4}$
Против течения реки	165	$x - 4$	$\frac{165}{x-4}$

По условию задачи теплоход двигался $18 - 5 = 13$ (ч). Следовательно,

$$\frac{165}{x+4} + \frac{165}{x-4} = 13 \ \Big| \cdot (x+4)(x-4) \neq 0,$$

$$13x^2 - 330x - 208 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 165^2 + 13 \cdot 208 = 29929 = 173^2$$

$$x_{1,2} = \frac{165 \pm 173}{13},$$

$x_1 = -\frac{8}{13}$ — не удовлетворяет условию $x > 0$,

$x_2 = 26$.

Если $x = 26$, то $(x + 4)(x - 4) \neq 0$.

Ответ: 26 км/ч.

ОГЭ-2021 Задание № 22

Демонстрационный вариант

Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

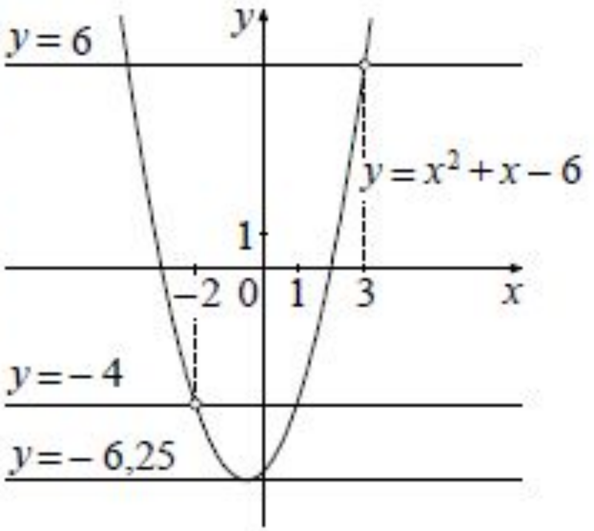
Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4-13x^2+36=(x^2-4)(x^2-9)=(x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$$

При $x\neq-2$ и $x\neq3$ функция принимает вид:

$$y=x^2+x-6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2;-4)$ и $(3;6)$.



Прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0{,}5;-6{,}25)$.

Поэтому $c=-6{,}25$, $c=-4$ или $c=6$.

Ответ: $c=-6{,}25$; $c=-4$; $c=6$.

ОГЭ-2021 Задание № 22

Демонстрационный вариант

Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Основным условием положительной оценки за решение задания является верное построение графика. Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколотая точка обозначена в соответствии с ее координатами**.

ОГЭ-2021 Задание № 22

23 Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Разложим числитель дроби на множители $x^4-13x^2+36=\left(x^2-4\right)\left(x^2-9\right)=(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$.

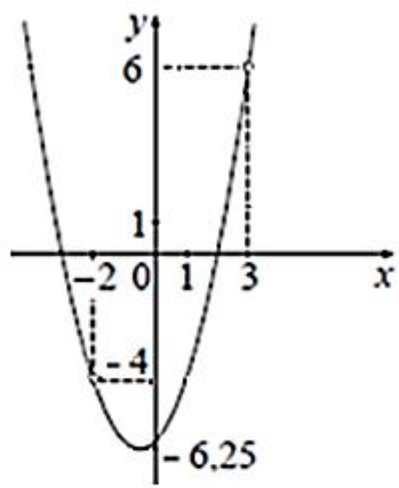
При $x\neq-2$ и $x\neq3$ функция принимает вид $y=x^2+x-6$.

Графиком функции $y=(x+0,5)^2-6,25$ является парабола, с выколотыми точками $(-2;-4)$ и $(3;6)$, полученная из параболы $y=x^2$ сдвигом вдоль оси Ox на 0,5 единичных отрезка влево и вдоль оси Oy на 6,25 единичных отрезка вниз.

Дополнительные точки:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6

Построим график:

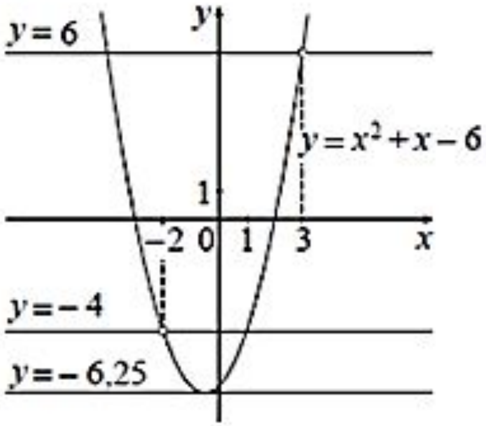


Продолжение

ОГЭ-2021 Задание № 22

Постройте график функции $y=\frac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

При каждом c прямая $y=c$ параллельна оси Ox или совпадает с ней и проходит через точку $(0;c)$.



Прямая $y=c$ имеет с построенным графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы $(-0,5;-6,25)$, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых выколотая $(-2;-4)$ или $(3;6)$. Поэтому $c=-6,25$, $c=-4$ или $c=6$.

Ответ: $c=-6,25$, $c=-4$, $c=6$.

ОГЭ-2021 Задание № 22

Задача 1

Построить график функции $y = x^2 - 4x + 3$.

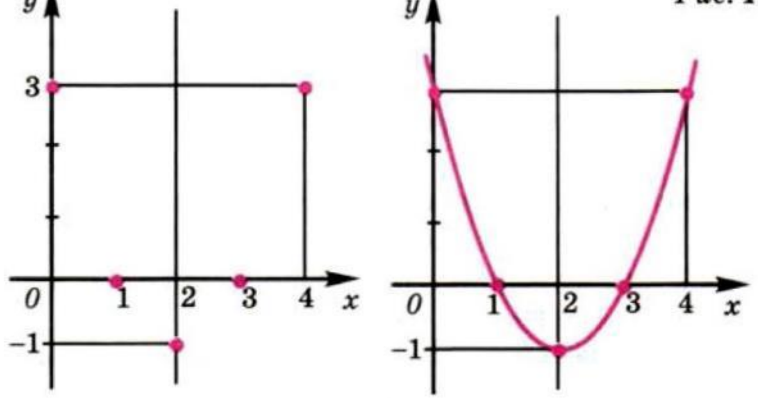
1. Вычислим координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{-4}{2} = 2, \quad y_0 = 2^2 - 4\cdot 2 + 3 = -1.$$

Построим точку $(2; -1)$.

2. Проведем через точку $(2; -1)$ прямую, параллельную оси ординат, — ось симметрии параболы (рис. 44, *а*).

Рис. 44



3. Решая уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$, найдем нули функции: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$. Построим точки $(1; 0)$ и $(3; 0)$ (рис. 44, *б*).

4. Возьмем две точки на оси Ox, симметричные относительно точки $x = 2$, например точки $x = 0$ и $x = 4$. Вычислим значение функции в этих точках: $y(0) = y(4) = 3$. Построим точки $(0; 3)$ и $(4; 3)$.

5. Проведем параболу через построенные точки (рис. 44, *в*). ◁

Учебник _Алимов-8

По такой же схеме можно *построить график любой квадратичной функции* $y = ax^2 + bx + c$:

1. Построить вершину параболы $(x_0; y_0)$, вычислив x_0, y_0 по формулам $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = y(x_0)$.

2. Провести через вершину параболы прямую, параллельную оси ординат, — ось симметрии параболы.

3. Найти нули функции, если они есть, и построить на оси абсцисс соответствующие точки параболы.

4. Построить две какие-нибудь точки параболы, симметричные относительно ее оси. Для этого надо взять две точки на оси Ox, симметричные относительно точки x_0, и вычислить соответствующие значения функции (эти значения одинаковы). Например, можно построить точки параболы с абсциссами $x = 0$ и $x = 2x_0$, если $x_0 \neq 0$ (ординаты этих точек равны c).

5. Провести через построенные точки параболу.

Заметим, что для более точного построения графика полезно найти еще несколько точек параболы.

ОГЭ-2021

Учебник

_Макарычев-9

Пример 1. Построим график функции $y = 0{,}5x^2 + 3x + 0{,}5$.

▶ Графиком функции $y = 0{,}5x^2 + 3x + 0{,}5$ является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты m и n вершины этой параболы:

$$m = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2 \cdot 0{,}5} = -3;$$

$$n = 0{,}5 \cdot (-3)^2 + 3 \cdot (-3) + 0{,}5 = -4.$$

Значит, вершина параболы — точка $(-3; -4)$.
Составим таблицу значений функции:

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	4	$0{,}5$	-2	$-3{,}5$	-4	$-3{,}5$	-2	$0{,}5$	4

Построив точки, координаты которых указаны в таблице, и соединив их плавной линией, получим график функции $y = 0{,}5x^2 + 3x + 0{,}5$ (рис. 31). ◁

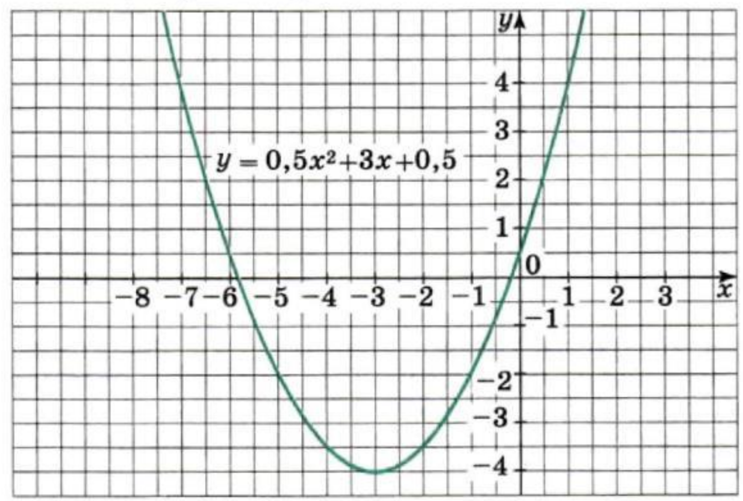


Рис. 31

При составлении таблицы и построении графика учитывалось, что прямая $x = -3$ является осью симметрии параболы. Поэтому мы брали точки с абсциссами -4 и -2, -5 и -1, -6 и 0, симметричные относительно прямой $x = -3$ (эти точки имеют одинаковые ординаты).

Чтобы построить график квадратичной функц
1) найти координаты вершины параболы и от
координатной плоскости;
2) построить еще несколько точек, принадлеж
боле;
3) соединить отмеченные точки плавной линии

ОГЭ-2021 Задание № 22

Учебник

_Мордкович-8

Алгоритм построения параболы
$y = ax^2 + bx + c$

1. **Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось параболы.**
2. **Отметить на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы (чаще всего в качестве одной из таких точек берут точку $x = 0$), найти значения функции в этих точках; построить на координатной плоскости соответствующие точки.**
3. **Через полученные три точки провести параболу (в случае необходимости берут еще пару точек, симметричных относительно оси параболы, и строят параболу по пяти точкам).**

П р и м е р 3. Построить график функции $y = 2x^2 - 6x + 1$.

Р е ш е н и е. Графиком функции является парабола с ветвями, направленными вверх, поскольку старший коэффициент 2 — положительное число. Найдем координаты вершины параболы. Имеем:

$$a = 2,\ b = -6;\ x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 2} = 1{,}5;\ y_0 = f(x_0) = f(1{,}5),$$

где $f(x) = 2x^2 - 6x + 1$. Значит,

$$y_0 = f(1{,}5) = 2 \cdot 1{,}5^2 - 6 \cdot 1{,}5 + 1 = -3{,}5.$$

На рис. 92 отмечена точка $(1{,}5; -3{,}5)$ — вершина искомой параболы, проведена ось параболы. Чтобы построить саму параболу, поступим так: возьмем на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы, например точки $x = 0$ и $x = 3$; вычислим значения функции в этих точках, учтя, что $f(0) = f(3)$. Имеем: $f(0) = 1$, значит, и $f(3) = 1$. Точки $(0; 1)$ и $(3; 1)$ отмечены на рис. 92. А теперь, зная три точки, построим искомую параболу (рис. 93).

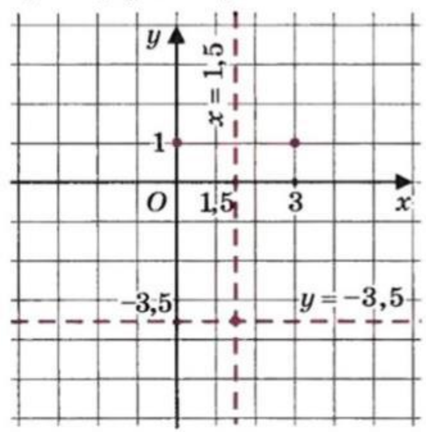


Рис. 92

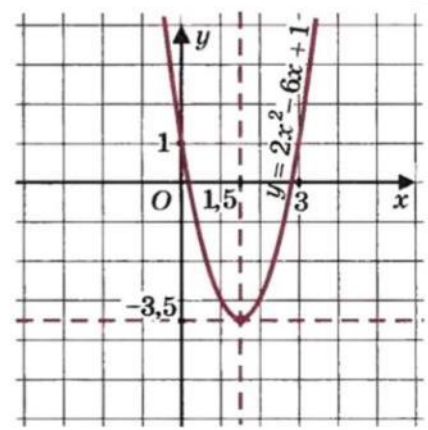


Рис. 93

ОГЭ-2021 Задание № 22

Учебник _ **Никольский-8**

Пример 1. Построим график функции

$$y = x^2 - 2x - 3.$$

Выделяя полный квадрат из трёхчлена

$$x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x + 1 - 4 = (x-1)^2 - 4,$$

получим, что функция (4) может быть записана следующим образом: $y = (x-1)^2 - 4$.

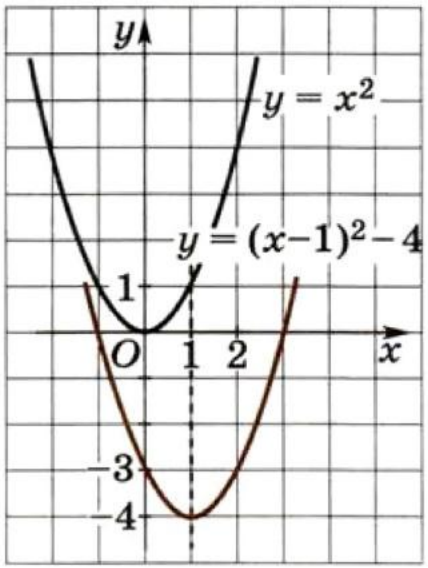


Рис. 71

Но тогда график функции (4) есть парабола, полученная параллельным переносом параболы $y = x^2$ так, что её вершина есть точка (1; –4) (рис. 71).

Тот же график можно было построить, вычислив координаты вершины параболы и нескольких её точек:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1,$$

$$y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4.$$

x	–1	0	1	2	3
y	0	–3	–4	–3	0

ОГЭ-2021 Задание № 22

Пример 1

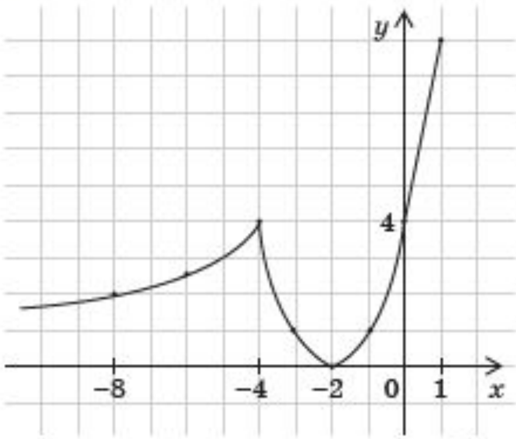
Постройте график функции

$$y=\begin{cases}x^2+4x+4, \text{ если } x\ge -4,\\ -\dfrac{16}{x}, \text{ если } x<-4,\end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y=-\dfrac{16}{x}$ при $x<-4$ и график функции $y=x^2+4x+4$ при $x\ge -4$.



Прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m=0$ и при $m\ge 4$.

Ответ: 0; $[4;+\infty)$.

Пример

Решение. Построим график этой функции (рис. 6):

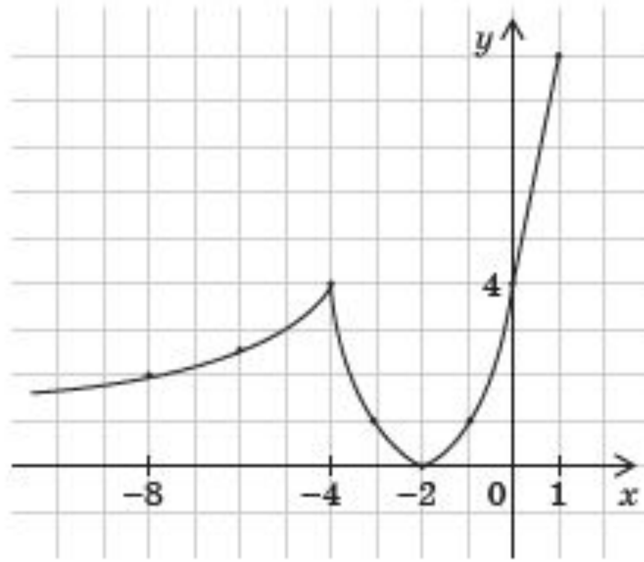


Рис. 6

1) при $x \geq -4$ $y = x^2 + 4x + 4$ — часть параболы $y = (x + 2)^2$, полученной из параболы $y = x^2$ сдвигом вдоль оси Ox на 2 единицы влево;

2) при $x < -4$ $y = -\frac{16}{x}$ — часть гиперболы, расположенной во второй координатной четверти (проходит, например, через точки (−4; 4) и (−8; 2)).

При $x = -4$ граничная точка параболы $y = (x + 2)^2$ имеет координаты (−4; 4), так как $y(-4) = = (-4 + 2)^2 = 4$, граничная точка гиперболы $y = -\frac{16}{x}$ также имеет координаты (−4; 4), так как $y(-4) = \frac{-16}{-4} = 4$.

Прямая $y = m$ имеет с построенным графиком одну или две общие точки при $m = 0$ или $m \geq 4$.

Ответ: 0; [4; +∞).

ОГЭ-2021 Задание № 22

Работа 1

Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2+2x+1, \text{ если } x\geq -4, \\ -\dfrac{36}{x}, \text{ если } x<-4, \end{cases}$$

начениях m прямая $y=m$ имеет с графиком одну

23. $y=\begin{cases} x^2+2x+1 & \text{при } x\geq -4 \\ -\frac{36}{x} & \text{при } x<-4. \end{cases}$

$y=x^2+2x+1$ – графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

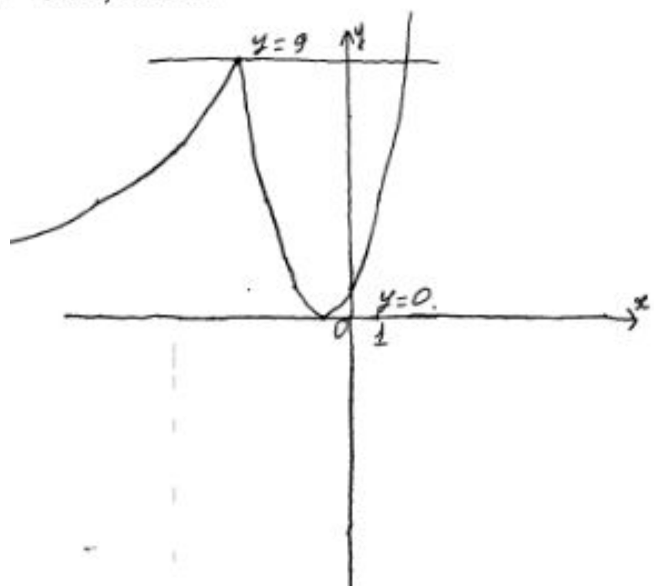
$m=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2}=-1.$

$n=y(m)=(-1)^2+2\cdot(-1)+1=0.$

$(-1;0)$ – вершина параболы.

$y=-\frac{36}{x}$ – графиком функции является гипербола.

x	-4	-6	-9
y	9	6	4



Ответ: при $m=0$ и $m\geq 9$ прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

ОГЭ-2021 Задание № 22

Работа 2

Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2+2x+1, \text{ если } x\geq -4,\\ -\dfrac{36}{x}, \text{ если } x<-4,\end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

23.

$$y=\begin{cases} x^2+2x+1, \text{ если } x\geq -4\\ -\dfrac{36}{x}, \text{ если } x<-4\end{cases}$$

$y=x^2+2x+1$ – квадратичная функция, график – парабола

$x_в=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{-2}{2}=-1$; $y_в=1-2+1=0$

x	-2	-4	-3	0	1	2	-1
y	1	9	4	1	4	9	0

вершина

$y=-\dfrac{36}{x}$ – график гипербола

x	3	4	6	9	12	-3	-4	-6	-9	-12
y	-12	-9	-6	-4	-3	12	9	6	4	3

Продолжение

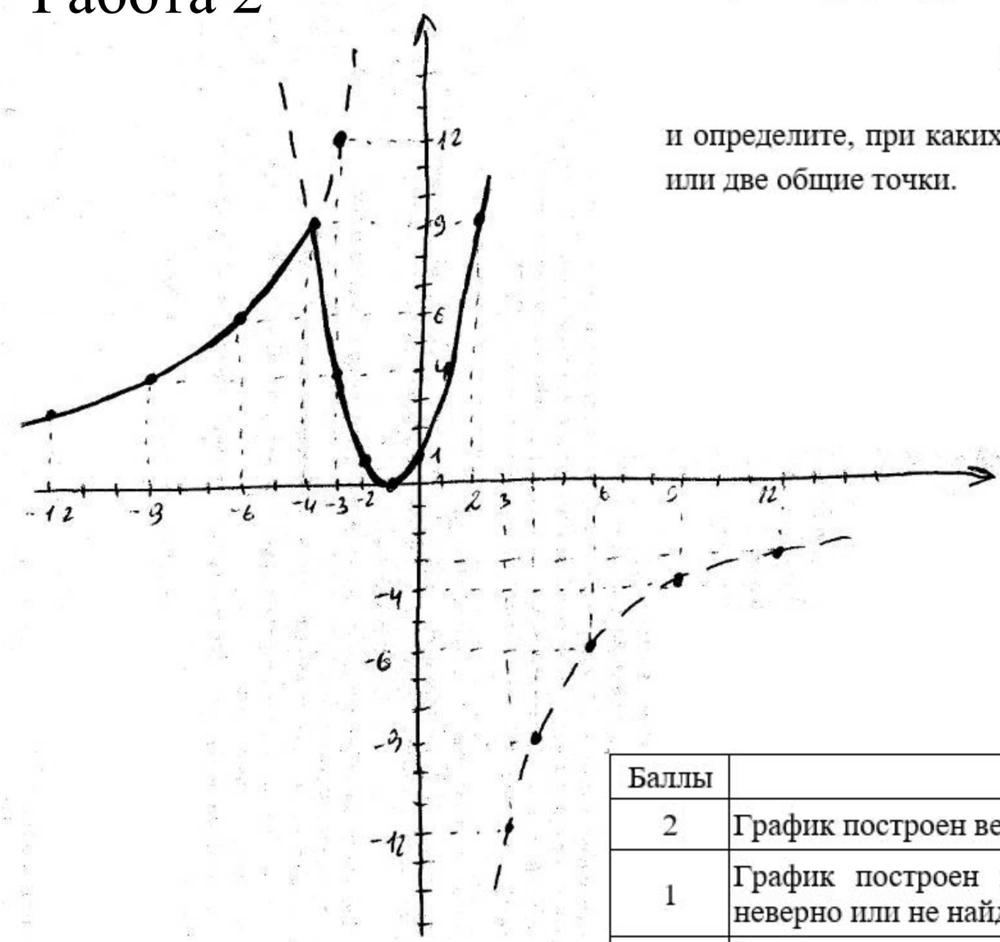
ОГЭ-2021 Задание № 22

Работа 2

Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2+2x+1, & \text{если } x\ge -4,\\ -\dfrac{36}{x}, & \text{если } x<-4,\end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

ОГЭ-2021 Задание № 22

Работа 3

Постройте график функции

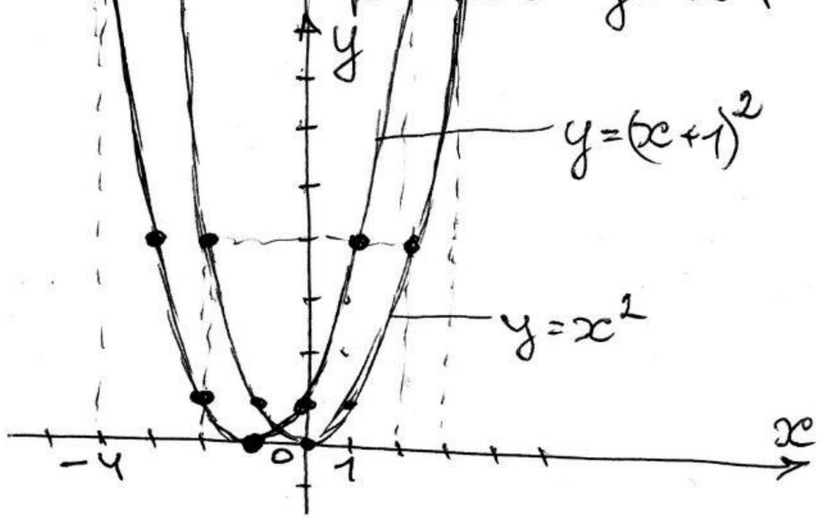
$$y=\begin{cases} x^2+2x+1, & \text{если } x\ge -4,\\ -\dfrac{36}{x}, & \text{если } x<-4,\end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

23. $y=\begin{cases} x^2+2x+1, & \text{если } x\geq -4\\ -\dfrac{36}{x}, & \text{если } x<-4\end{cases}$

(*) построю $y=x^2+2x+1$, если $x\geq -4$

$y=(x+1)^2$ – квадратичная ф-ция, график – парабола, сдвинутая влево на 1 парабола $y=x^2$.



Продолжение

ОГЭ-2021 Задание № 22

Работа 3

Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2+2x+1, \text{ если } x \geq -4, \\ -\dfrac{36}{x}, \text{ если } x < -4, \end{cases}$$

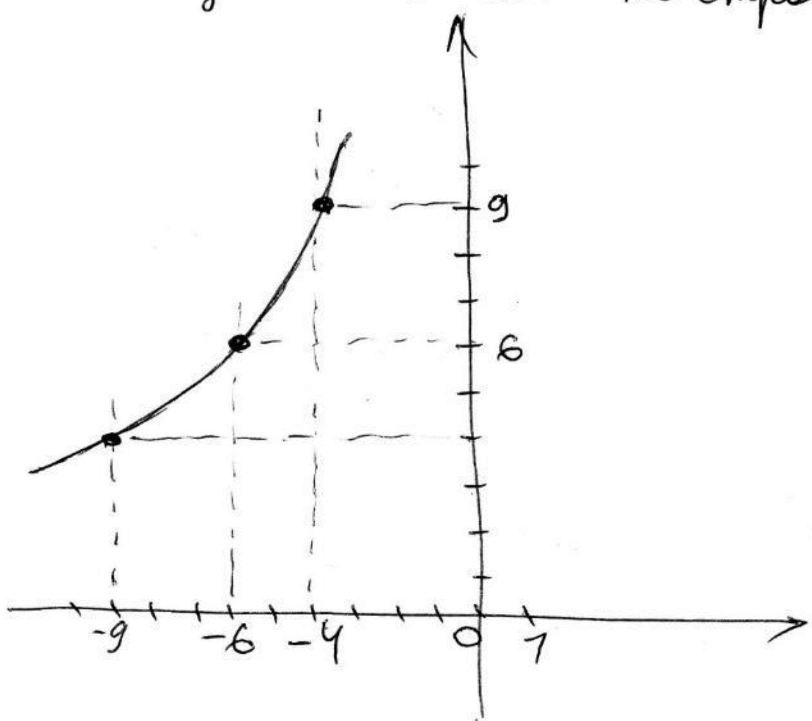
и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

$\boxed{**}$ построю $y = -\dfrac{36}{x}$, если $x < -4$

это гипербола

x	4	6	9	−4	−6	−9
y	−9	−6	−4	9	6	4

там где $x > 0$ можно не строить

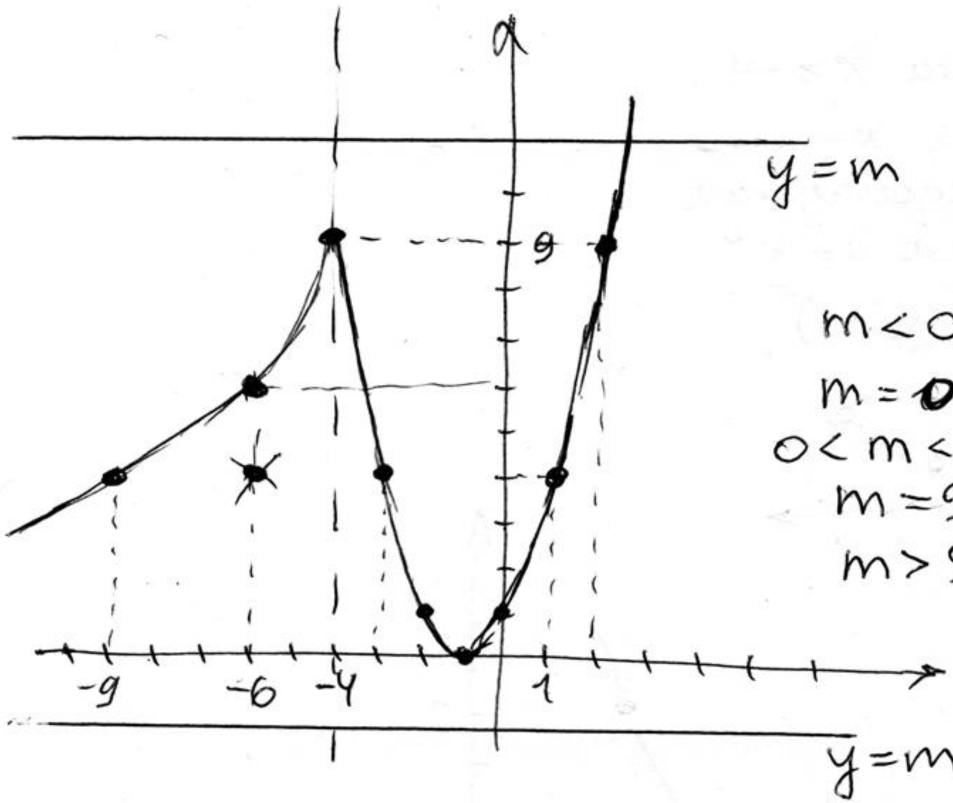


Продолжение

ОГЭ-2021 Задание № 22

Работа 2

*** построю весь график



$m < 0$ корней нет

$m = 0$ 1 корень

$0 < m < 9$ 3 корня

$m = 9$ 2 корня

$m > 9$ 1 корень

Ответ: $m \geqslant 9$ или $m = 0$

Пример 2

Постройте график функции

$$y=\begin{cases}-x^2-6x-4, & \text{если } x<-1{,}5,\\ x^2-4x-1{,}5, & \text{если } x\ge -1{,}5.\end{cases}$$

и определите, при каких значениях p прямая $y=p$ имеет с графиком две общие точки.

ОГЭ-2021

Спасибо за внимание…

Были использованы материалы:

Крайнева Л.Б.
ОГЭ. Математика. Задания повышенного и высокого уровней сложности.
М.: БИНОМ., 2018