

# АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

## 9 класс

Учитель математики  
Аксенова Н.В.

# Устная работа

- \* Последовательность  $(x_n)$  задана формулой:  $x_n = n^2$ .
- \* Какой номер имеет член этой последовательности, если он равен 144? 225? 100?  
 $144 = 12^2 = x_{12}$      $225 = x_{15}$ ,     $100 = x_{10}$
- \* Являются ли членами этой последовательности числа 48? 49? 168?  
**48 и 168 не являются членами последовательности,  
49 – является.**

# Устная работа

\* О последовательности  $(u_n)$  известно, что  $u_1=2$ ,  
 $u_{n+1}=3u_n+1$ .

\* Как называется такой способ задания последовательности? **Рекуррентный способ.**

\* Найдите первые четыре члена этой последовательности.

$$u_1=2$$

$$u_2=3u_1+1=7$$

$$u_3=3u_2+1=22$$

$$u_4=3u_3+1=67$$

# Устная работа

- \* О последовательности  $(a_n)$  известно, что

$$a_n = (n-1)(n+4)$$

**Формулой n-ого члена.**

- \* Как называется такой способ задания последовательности?

**Заметим, что в формуле n-ого члена множители отличаются друг от друга на 5.**

- \* Найдите  $n$ , если  $a_n = 150$  ?

$$150 = (n-1)(n+4)$$

$$150 = 10 \cdot 15$$

$$n = 11$$

# Что общего в последовательностях?

● 2, 6, 10, 14, 18, ... 22, 26

● 11, 8, 5, 2, -1, ... -4, -7

● 5, 5, 5, 5, 5, ... 5, 5

- Найдите для каждой последовательности следующие два члена.

# Арифметическая прогрессия

- \* Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

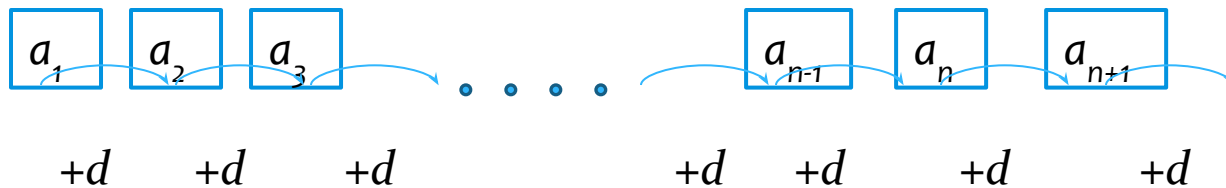
$(a_n)$  - арифметическая прогрессия,  
если  $a_{n+1} = a_n + d$ ,  
где  $d$ -некоторое число.

# Разность

## Арифметической прогрессии

- \* Число  $d$ , показывающее, на сколько следующий член последовательности отличается от предыдущего, называется разностью прогрессии.

$$d = a_{n+1} - a_n$$



# Свойства прогрессии

- 2, 6, 10, 14, 18, ....  $d=4, a_{n+1} > a_n$
- 11, 8, 5, 2, -1, ....  $d=-3, a_{n+1} < a_n$
- 5, 5, 5, 5, 5, ....  $d=0, a_{n+1} = a_n$
- Если в арифметической прогрессии разность положительна ( $d > 0$ ), то прогрессия является возрастающей.
- Если в арифметической прогрессии разность отрицательна ( $d < 0$ ), то прогрессия является убывающей.
- В случае , если разность равна нулю ( $d=0$ ) и все члены прогрессии равны одному и тому же числу, последовательность называется стационарной.



# Задача

- На складе 1 числа было 50 тонн угля. Каждый день в течение месяца на склад приходит машина с 3 тоннами угля. Сколько угля будет на складе 30 числа, если в течение этого времени уголь со склада не расходовался.

- $a_1 = 50, d = 3$

- 1 числа: 50 т

2 числа: +1 машина (+3 т)

3 числа: +2 машины (+3·2 т)

.....

.....

30 числа: +29 машин (+3·29 т)

- $a_{30} = a_1 + 29d$

$$a_{30} = 137$$

# Формула n-ого члена

\*  $a_1$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$$

.....

$$a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

# Пример 1.

\* Последовательность  $(c_n)$ -арифметическая прогрессия.  
Найдите  $c_{81}$ , если  $c_1=20$  и  $d=3$ .

\* Решение:

Воспользуемся формулой  $n$ -ого члена

$$c_{81}=c_1+d(81-1),$$

$$c_{81}=20+3\cdot 80,$$

$$c_{81}=260.$$

\* Ответ: 260.

# Задача.

\* В арифметической прогрессии четные члены оказались затёрты: 3, ..., 7, ..., 11...

Можно ли восстановить утраченные числа?

● Заметим, что  $a_3 = a_1 + 2d$ ,  $a_5 = a_3 + 2d$ ,  $a_7 = a_5 + 2d$  и т.д.

Тогда  $d = (a_{n+2} - a_n) : 2$ , то есть  $d = 2$ .

● Искомая последовательность

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

● Можно ли найти пропущенные члены последовательности, не вычисляя разности?

# Характеристическое свойство арифметической прогрессии

- Пусть  $a_n$  – искомый член последовательности. Воспользуемся тем, что разность между соседними членами последовательности постоянна:

- $$\begin{aligned} a_n - a_{n-1} &= a_{n+1} - a_n, \\ 2a_n &= a_{n-1} + a_{n+1}, \\ a_n &= (a_{n-1} + a_{n+1}) : 2 \end{aligned}$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

- Числовая последовательность является арифметической прогрессией тогда и только тогда, когда любой член этой последовательности, начиная со второго, есть среднее арифметическое соседних с ним членов.

# Формула $S_n$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_2 + a_1$$



$$2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

# Формула суммы n-первых членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$a_1; d; n$

# №577 б

\* Последовательность  $(c_n)$ - арифметическая прогрессия. Найдите  $c_{21}$ , если  $c_1=5,8$  и  $d=-1,5$ .

\* Решение:

Воспользуемся формулой n-ого члена

$$c_{21}=c_1+d(21-1),$$

$$c_{21}=5,8+(-1,5)\cdot 20,$$

$$c_{21}=-24,2.$$

\* Ответ: -24,2.



# Задача.

- Числовая последовательность задана формулой  $a_n = 3 + 5n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$
- Является ли эта последовательность арифметической прогрессией? Если да, то какова ее разность?

- Решение:

Поскольку  $a_{n+1} = 3 + 5(n+1) = 3 + 5n + 5 = a_n + 5$ , при всех значениях  $n$ , то последовательность является арифметической прогрессией по определению. Из полученной формулы  $a_{n+1} = a_n + 5$  разность этой прогрессии равна 5.

# Интересный факт

- \* Любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой  $a_n = kn + b$ , где  $k$  и  $b$  – некоторые числа.

$$a_n = a_1 + d(n-1) = dn + (a_1 - d)$$

- \* Последовательность  $(a_n)$ , заданная формулой вида  $a_n = kn + b$ , где  $k$  и  $b$  – некоторые числа, является арифметической прогрессией.

$$a_{n+1} - a_n = k(n+1) + b - (kn + b) = kn + k + b + kn - b = k$$

# Задача.

\* Седьмой член арифметической прогрессии равен 1 и равен разности между четвертым и вторым членами. Найти первый член прогрессии.

\* Дано:  $a_7=1$ ,  $a_7=a_4-a_2$ .

\* Найти:  $a_1$ .

\* Решение:

По условию  $a_7=a_4-a_2$ , то есть  $a_7=2d$ ,  
но  $a_7=1$ , поэтому  $d=0,5$ .

$$a_7=a_1+6d,$$

$$a_1=a_7-6d,$$

$$a_1=1-6\cdot 0,5,$$

$$a_1=-2$$

# Домашнее задание:

- пункт 25,
- № 578а, № 580б, №582, №586а, №601а.

- **Творческое задание:**

Докажите, что в арифметической прогрессии для любых номеров, таких что  $k < n$ , выполняются равенства

и

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

$$d = \frac{a_n - a_k}{n - k}$$

● Успехов в  
выполнении  
домашнего  
задания!

