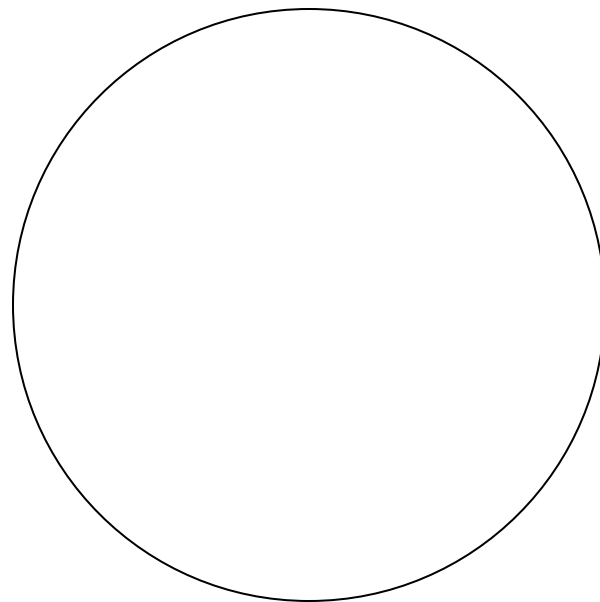
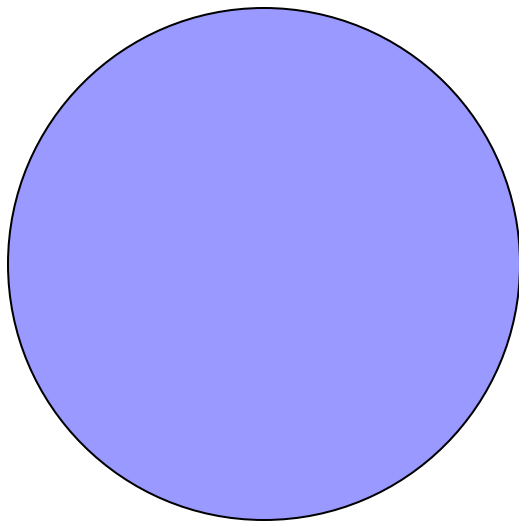
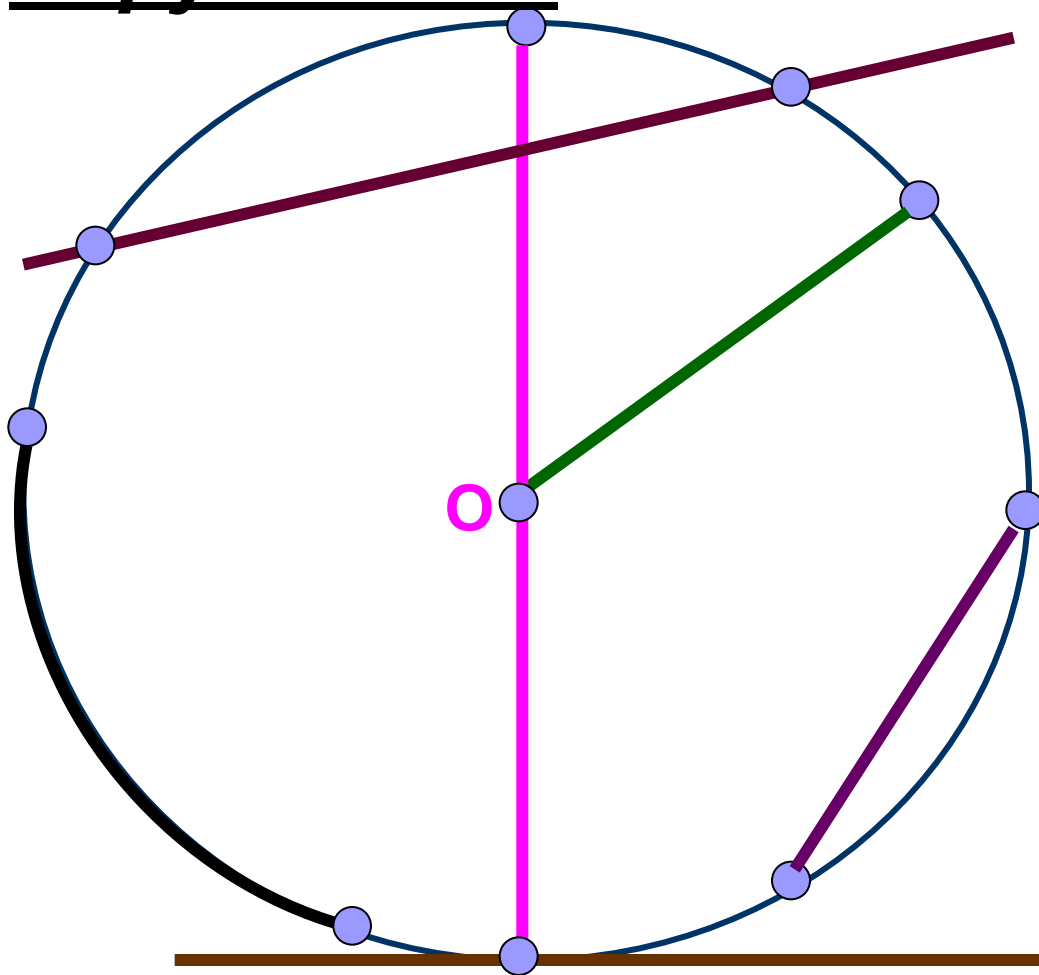


# Окружность. Касательные. секущие. Хорды. Углы.

# Окружность. Круг.



# Окружность



секущая

диаметр

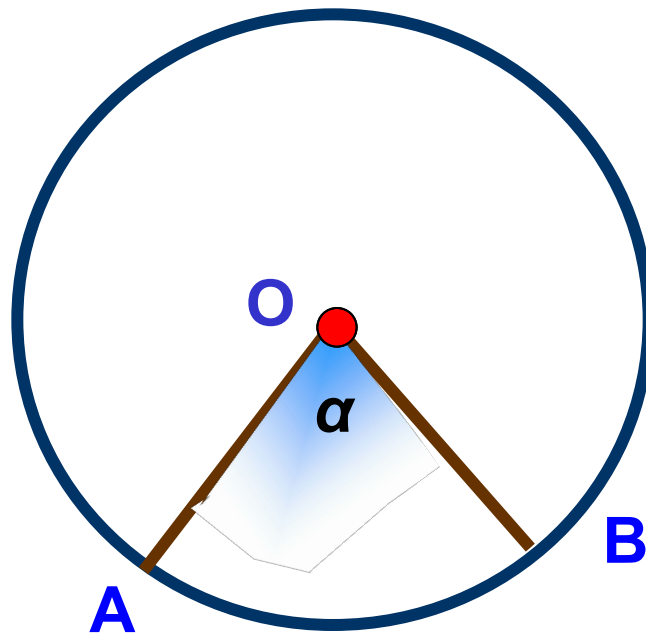
радиус

хорда

касательная

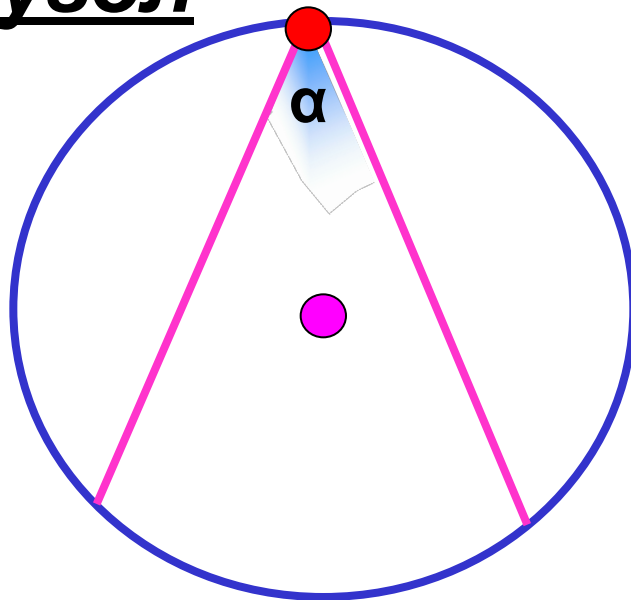
Дуга

## Центральный угол



Угол с вершиной в центре  
окружности называется  
**центральным углом**

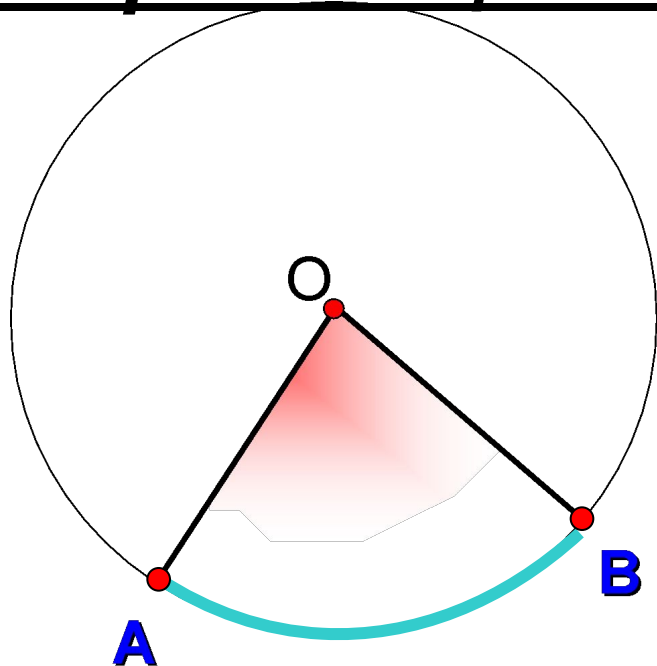
## Вписанный угол



Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется

**вписанным углом**

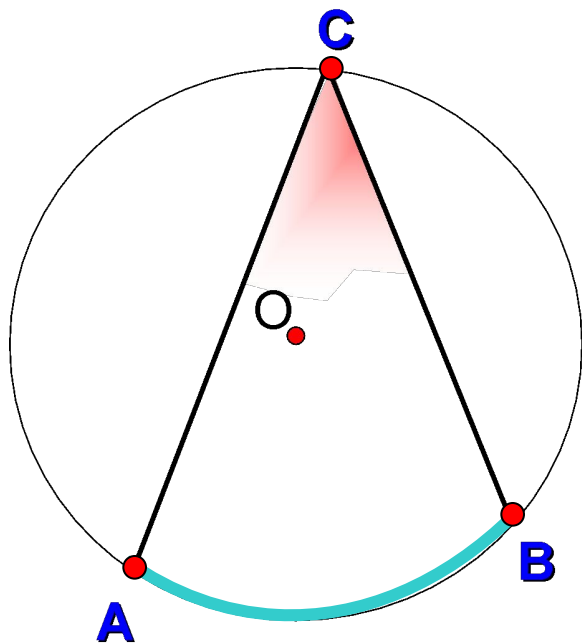
## Теорема о центральном угле



Градусная мера  
**центрального угла**  
равна градусной мере  
**дуги**, на которую он  
опирается.

$$\angle AOB = \cup AB$$

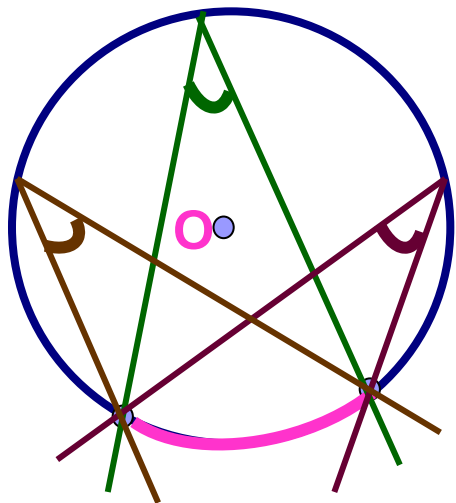
## Теорема о вписанном угле



Вписанный угол  
измеряется **половиной**  
**дуги**, на которую он  
опирается

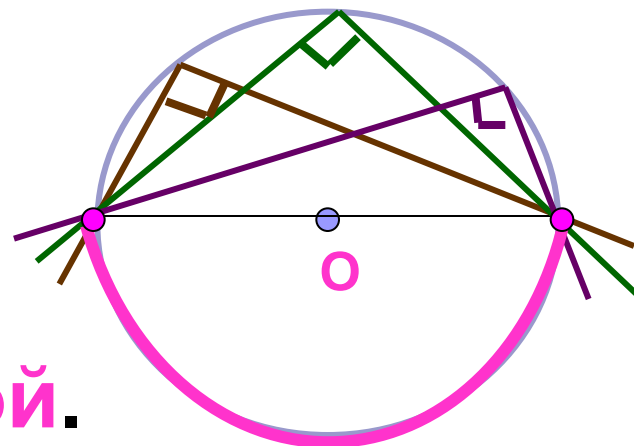
$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$$

## Следствия о вписанных углах



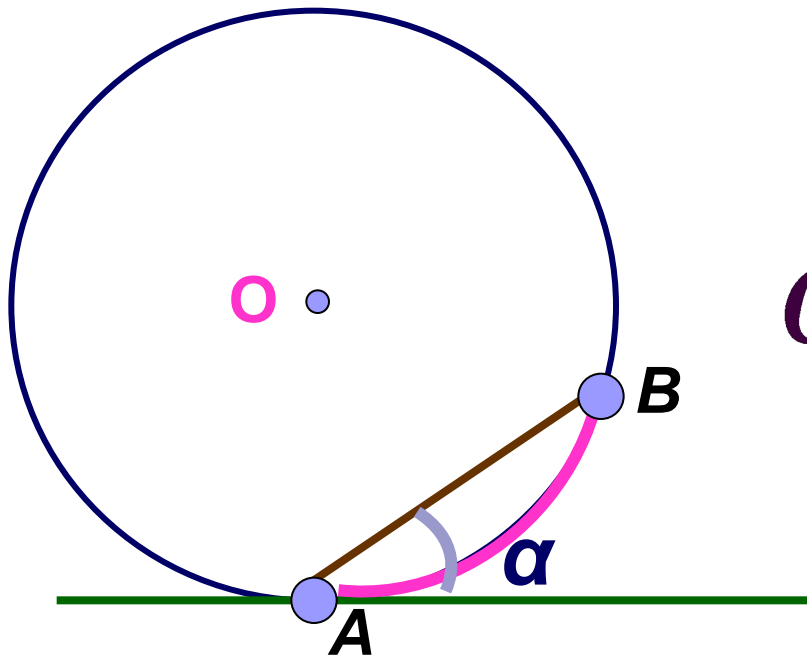
**Вписанные углы,  
опирающиеся на одну и  
ту же дугу, равны.**

**Вписанный угол,  
опирающийся на  
полуокружность – прямой.**





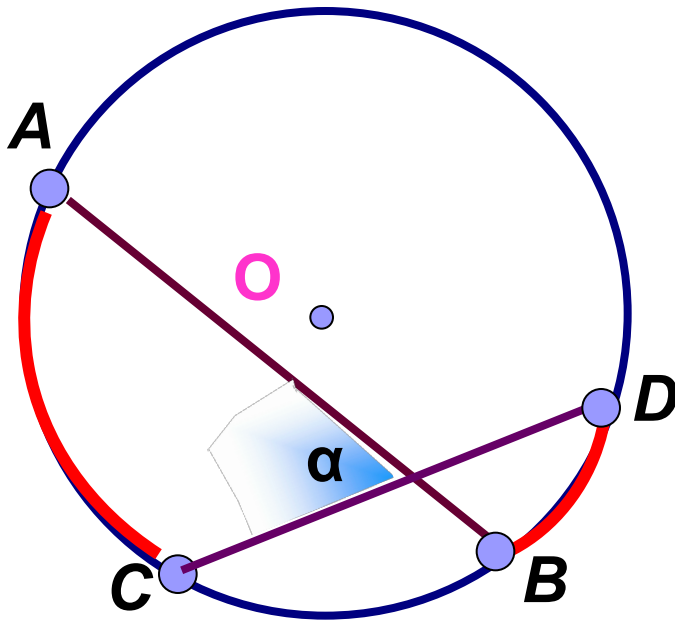
## Угол между касательной и хордой



$$\alpha = \frac{1}{2} \cup AB$$

Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, измеряется **половиной** заключенной в нем дуги

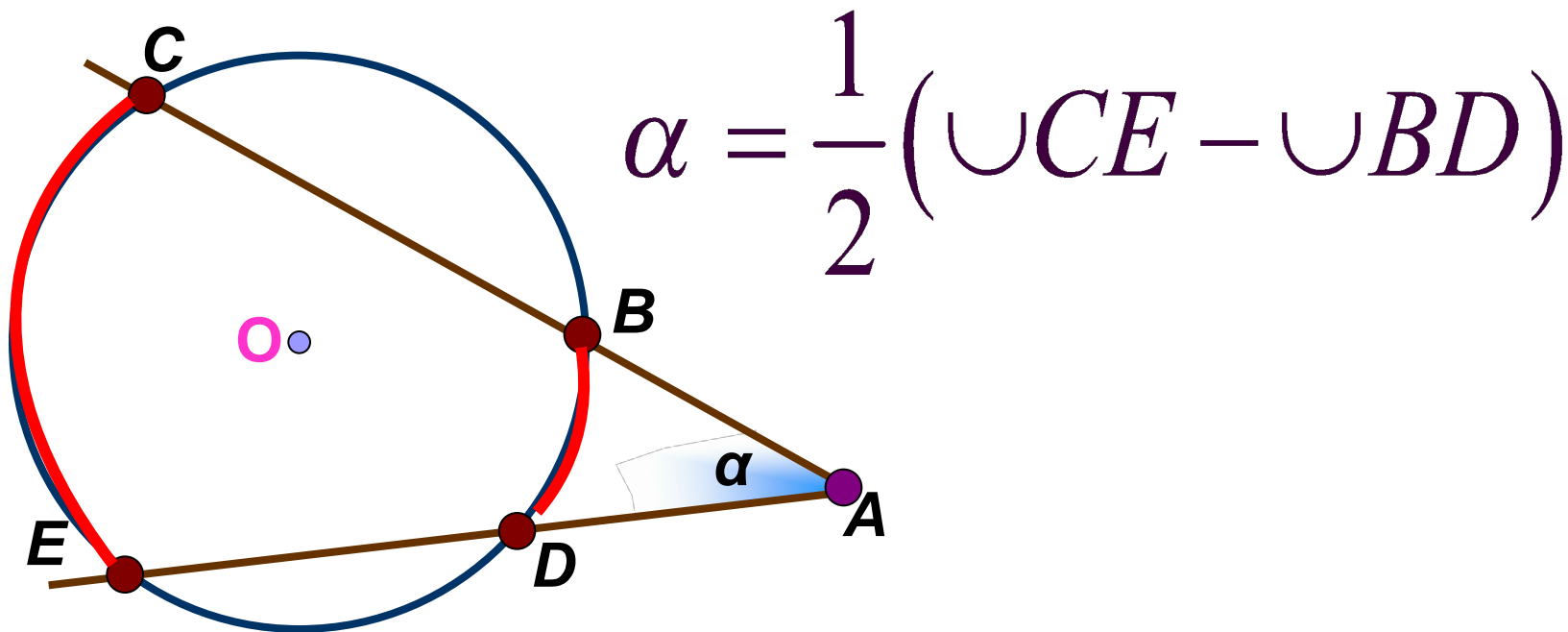
Угол между двумя  
пересекающимися хордами



$$\alpha = \frac{1}{2}(\cup AC + \cup BD)$$

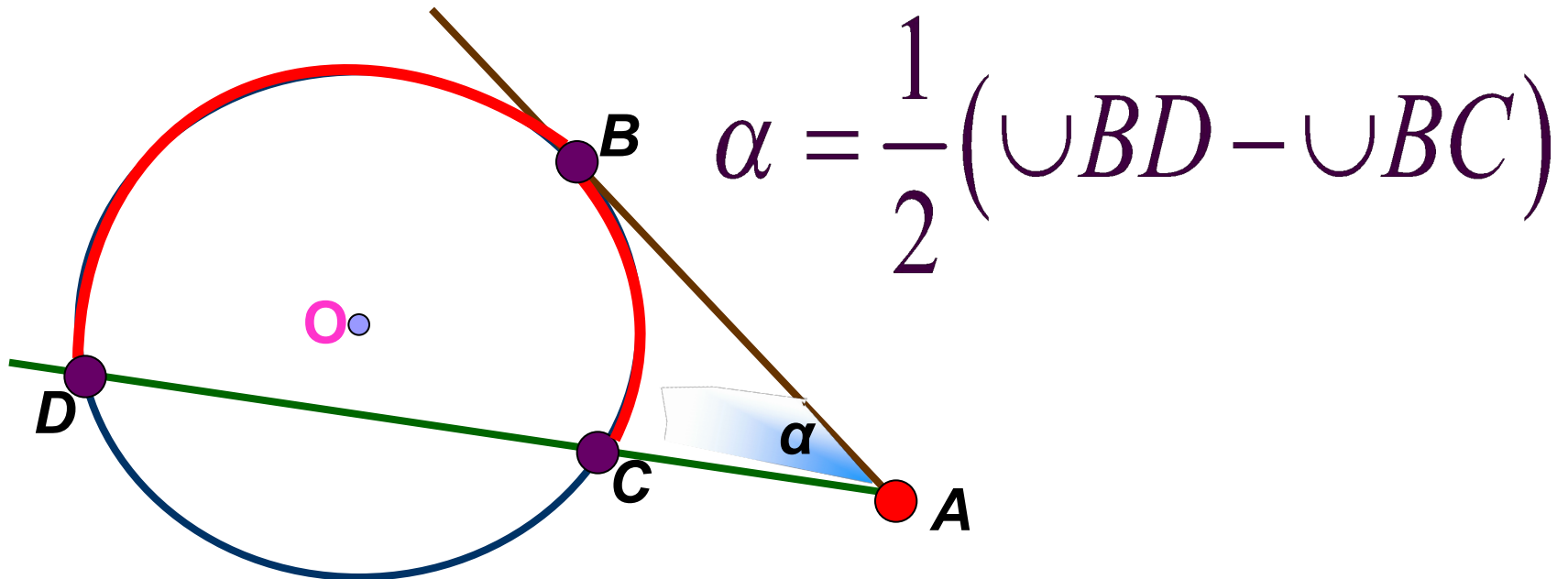
Угол между двумя пересекающимися хордами измеряется **полусуммой** заключенных между ними дуг

Угол между двумя секущими,  
проведенными из одной точки



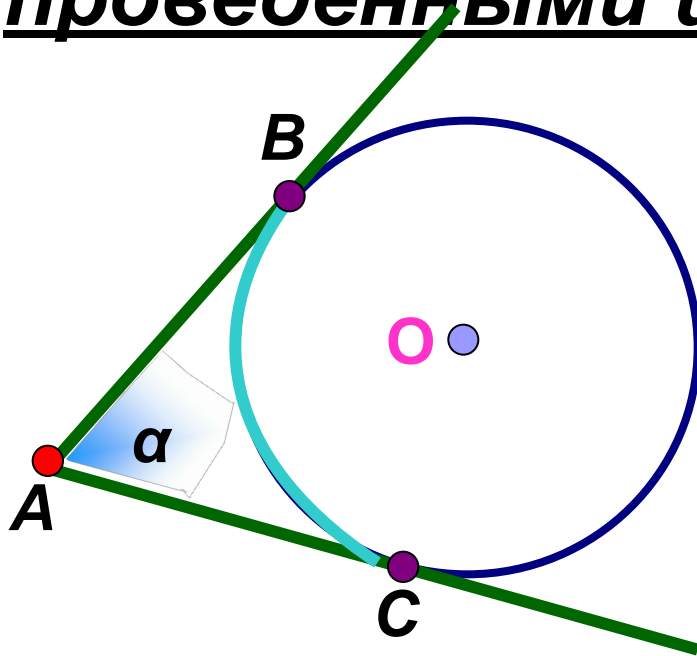
Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

Угол между касательной и секущей,  
проведенными из одной точки



Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

Угол между двумя касательными,  
проведенными из одной точки



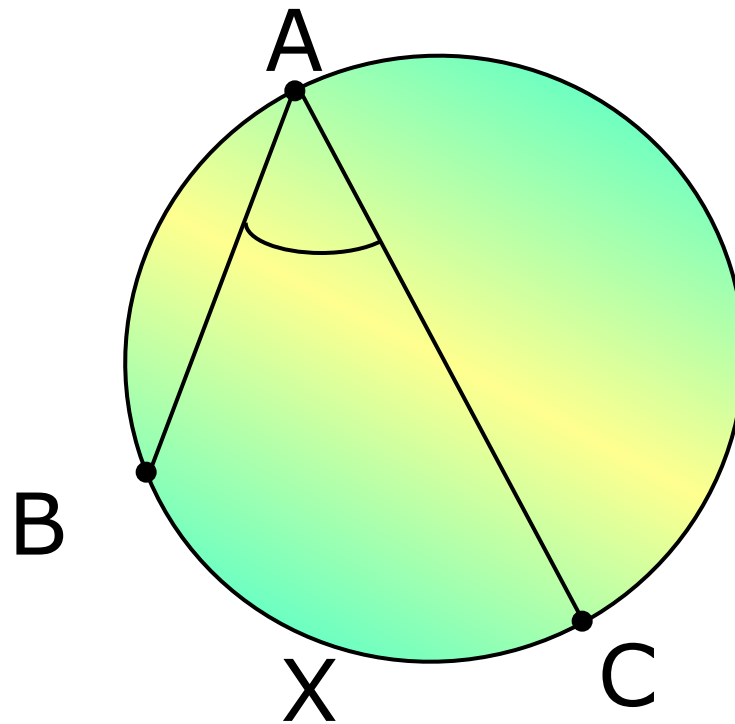
$$\alpha = 180^{\circ} - \cup BC$$

Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен  $180^{\circ}$  минус величина заключенной внутри него дуги, меньшей полуокружности.

# Вписанные и вневписанные углы

1	5	9	13	17	21	25	29
2	6	10	14	18	22	26	30
3	7	11	15	19	23	27	31
4	8	12	16	20	24	28	

Литература

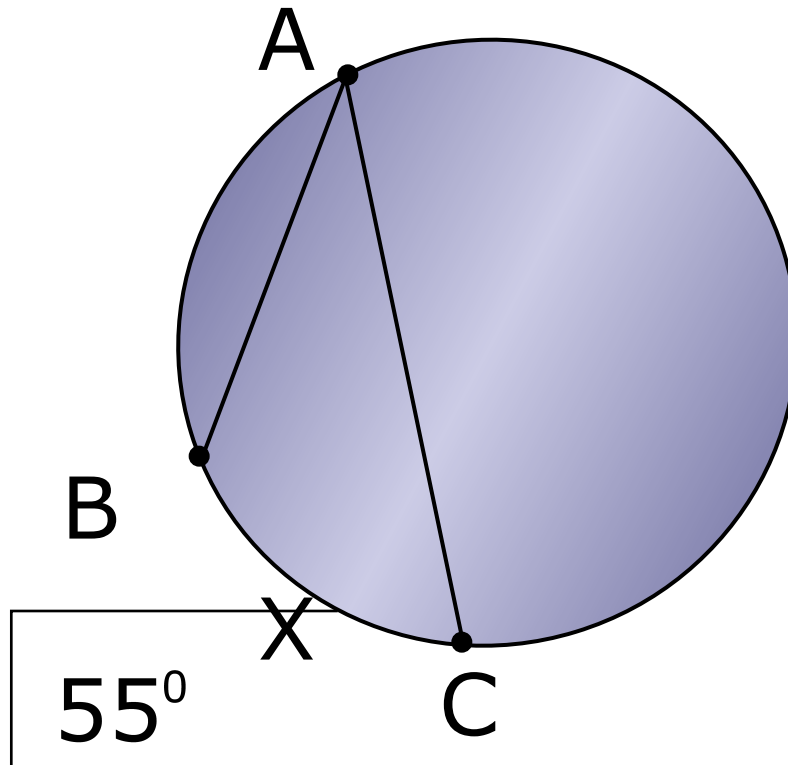


$$\square BAC = 41^{\circ}15'$$

---

$\square BAC, \square BXC - ?$





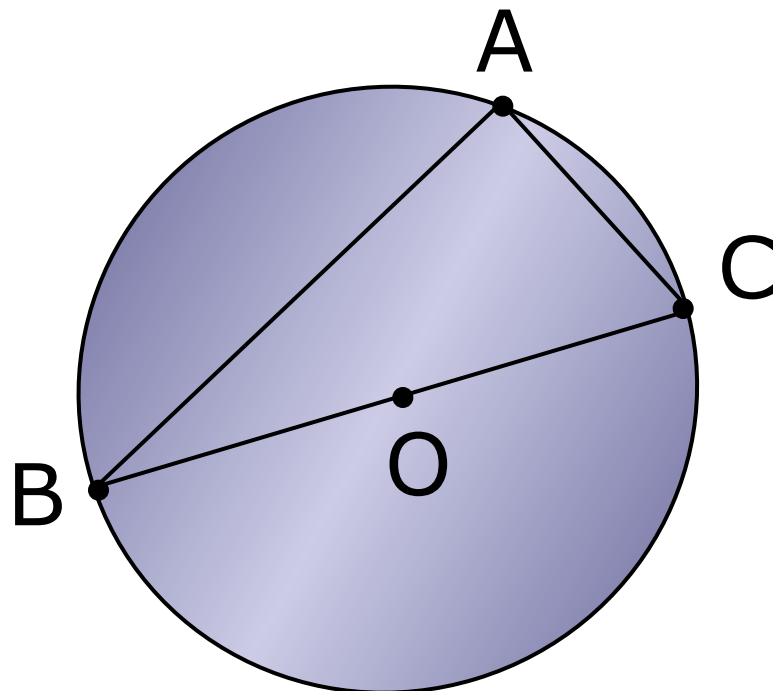
$BXC = 55^\circ$

---

$BAC = ?$



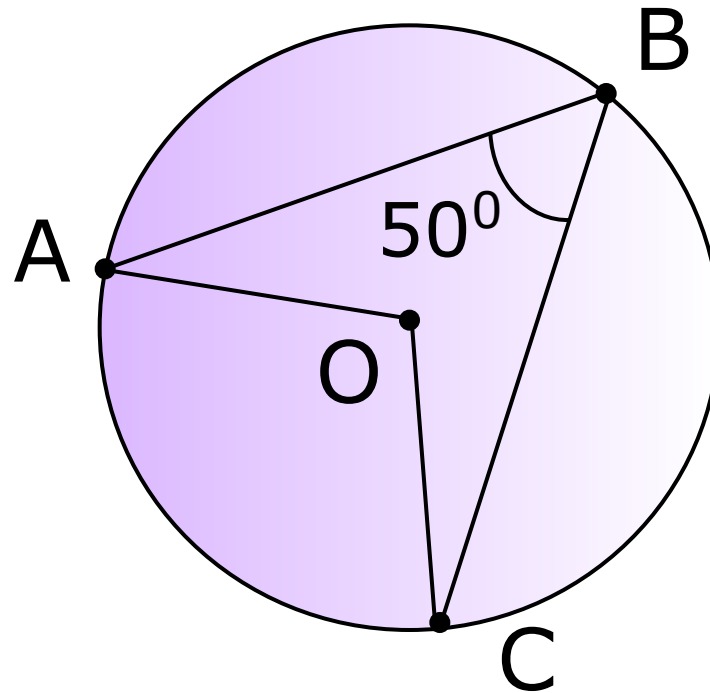




---

$\angle BAC - ?$





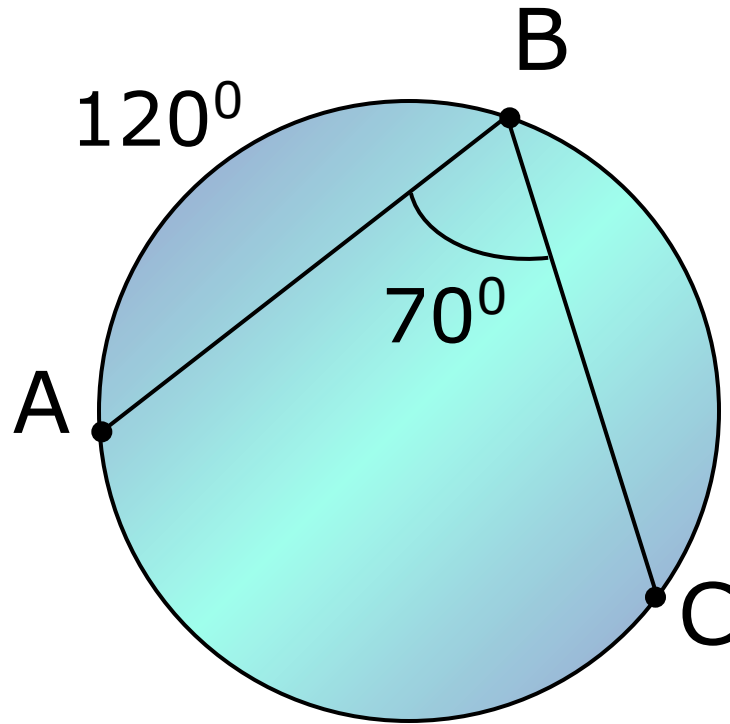
$$\square AB : \square BC = 5 : 8$$

$$\square ABC = 50^\circ$$

---


$$\square AB, \square BC, \square AC, \square AOC$$



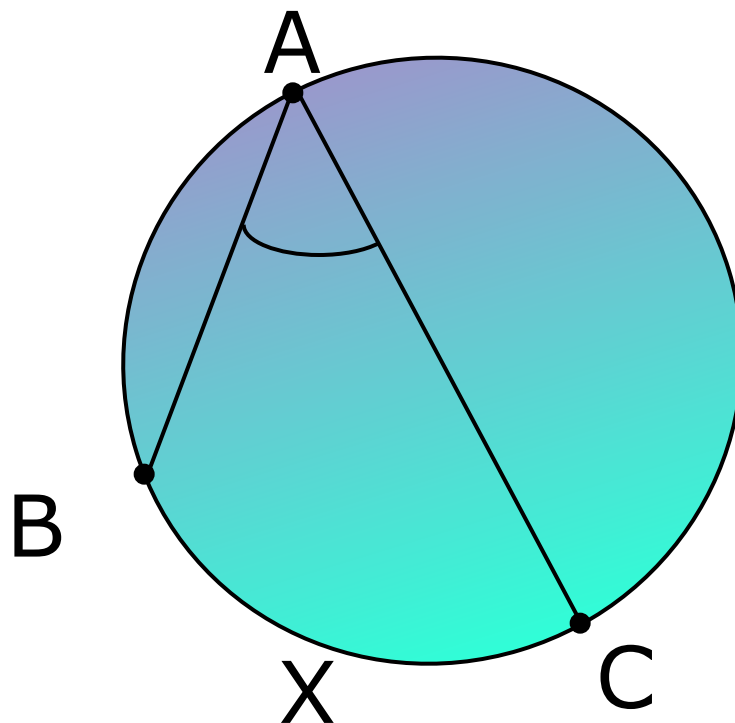


$$\square AB = 120^\circ, \square ABC = 70^\circ$$

---


$$\square BC = ?$$



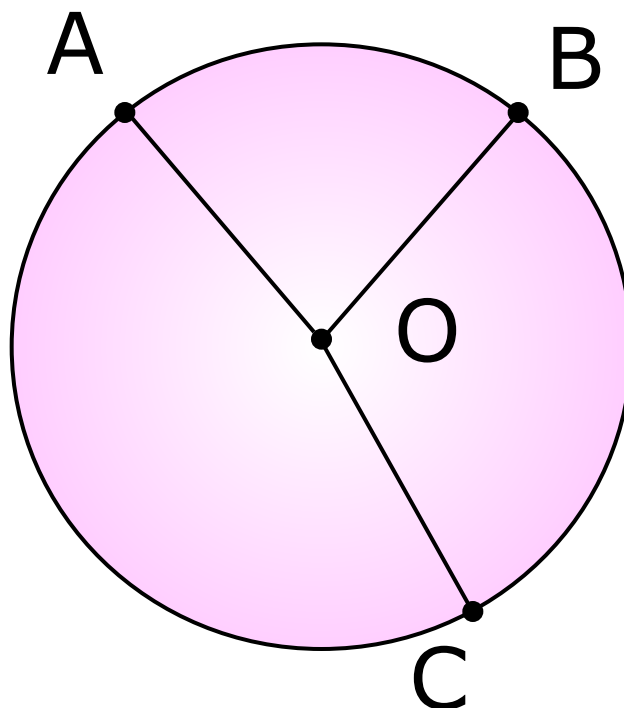


$$\sphericalangle BAC : \sphericalangle BXC = 5 : 3$$

---

$$\sphericalangle BAC - ?$$



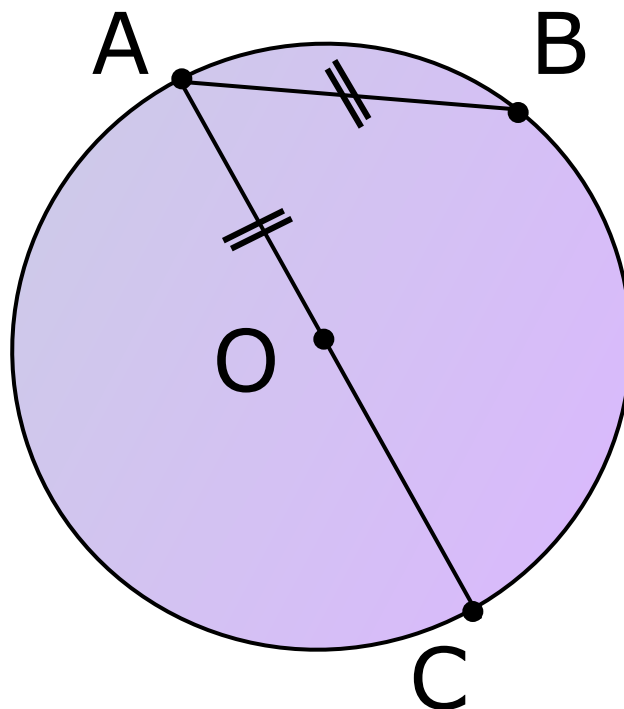


$$\square AB : \square BC : \square AC = 2 : 7 : 9$$

---

$$\square AOB, \square BOC, \square AOC$$



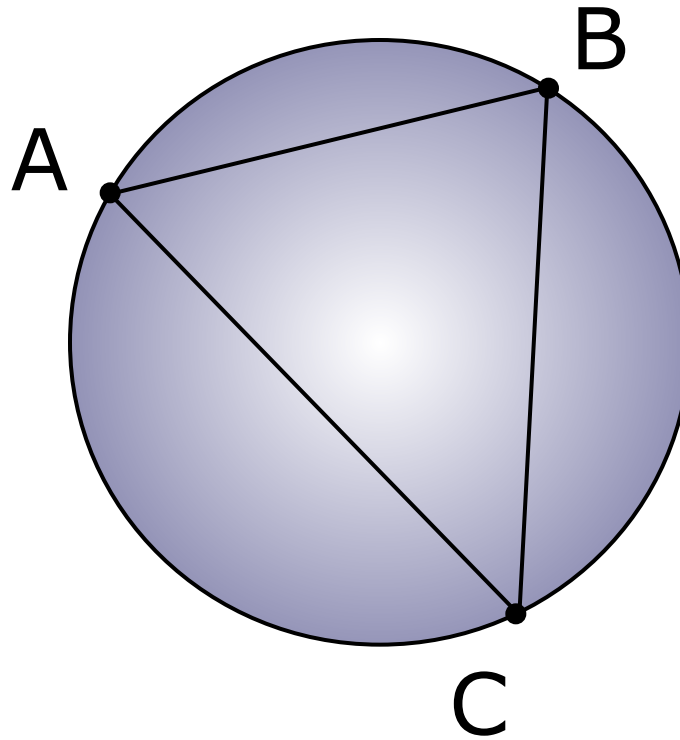


$$AB = AO$$

---

□ CAB - ?



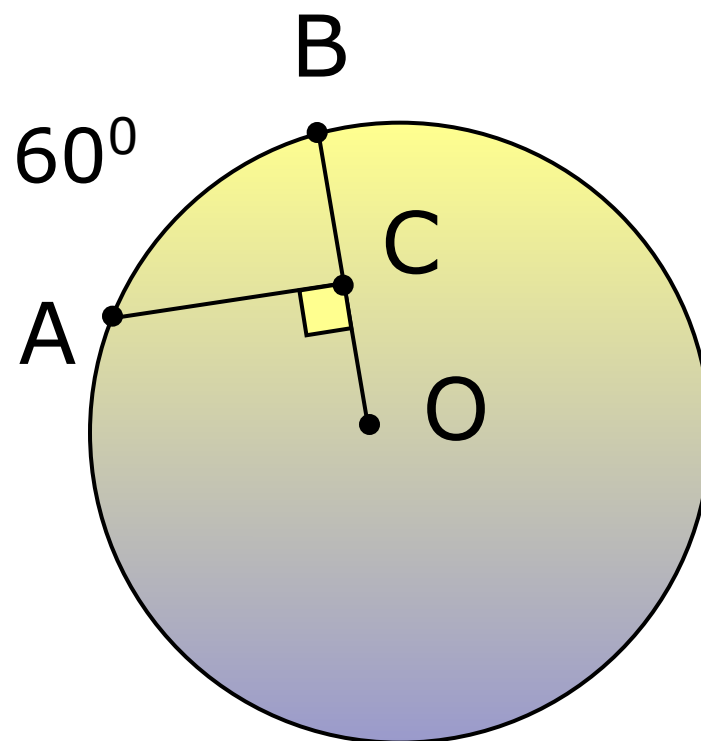


$$\square AB : \square BC : \square AC = 5 : 6 : 7$$

---

$\square ACB, \square BAC, \square ABC - ?$





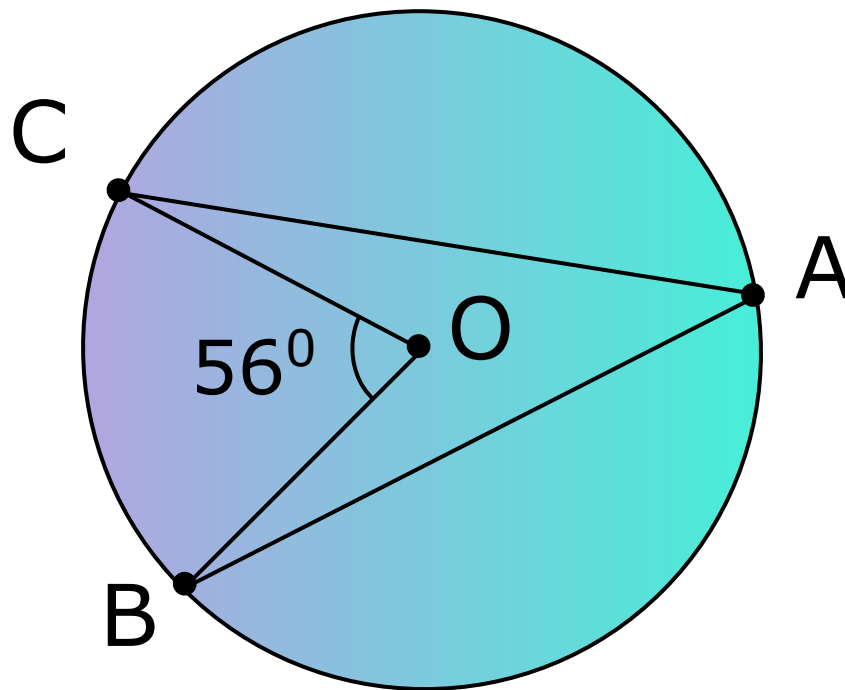
$\square AB = 60^\circ, OB = 6\text{ см}$

---

$AC = ?$



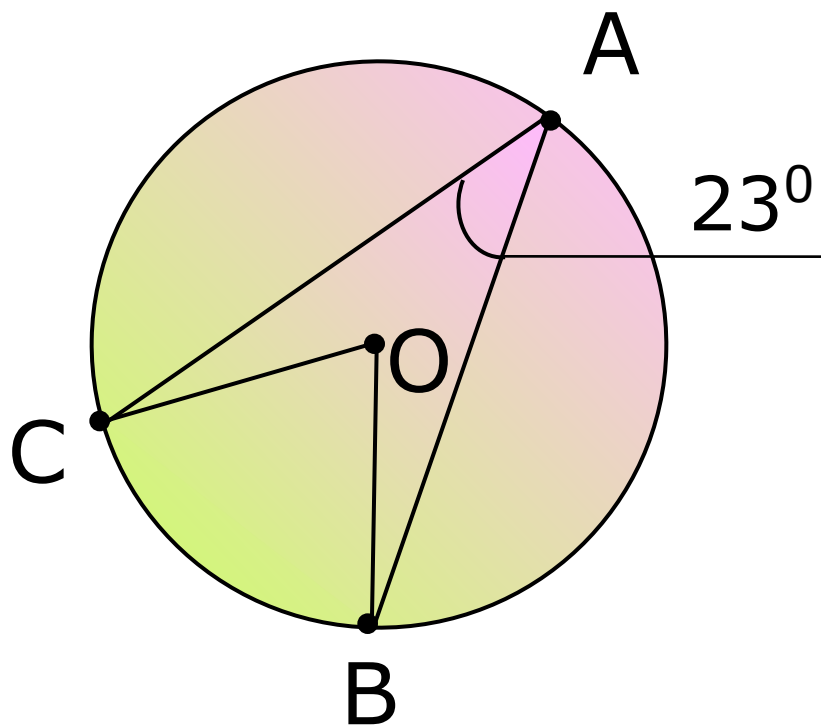




---

$\square$   $\angle CAB = ?$

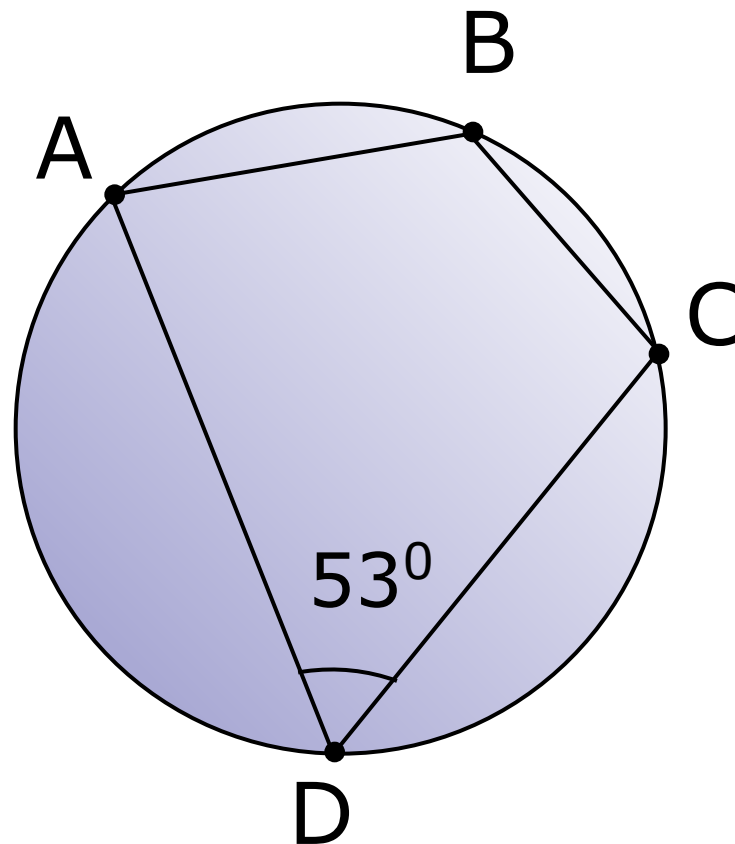




---

$\angle COB = ?$

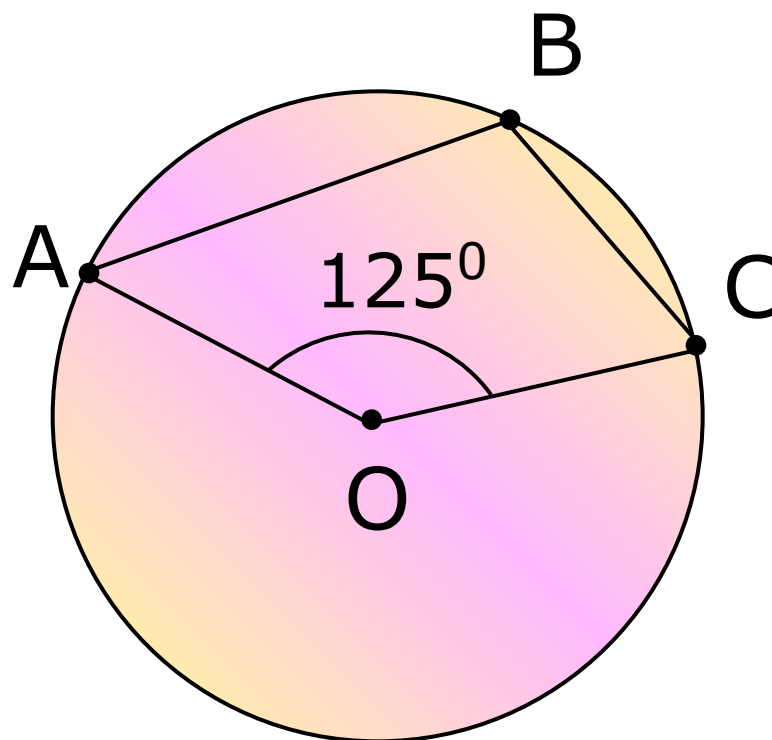




---

$ABC - ?$

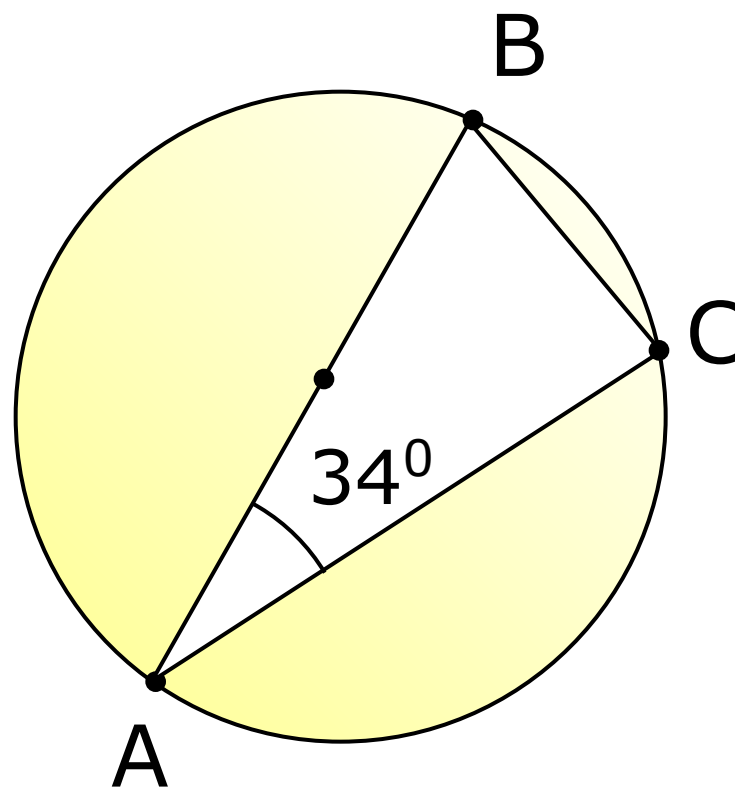




---

$ABC - ?$

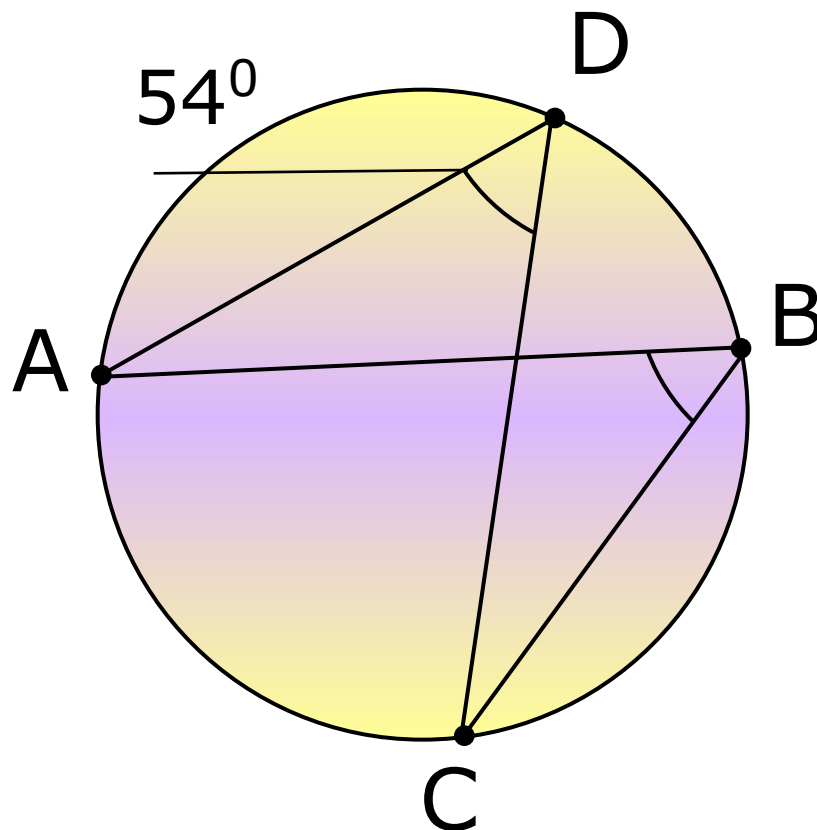




---

$ABC - ?$

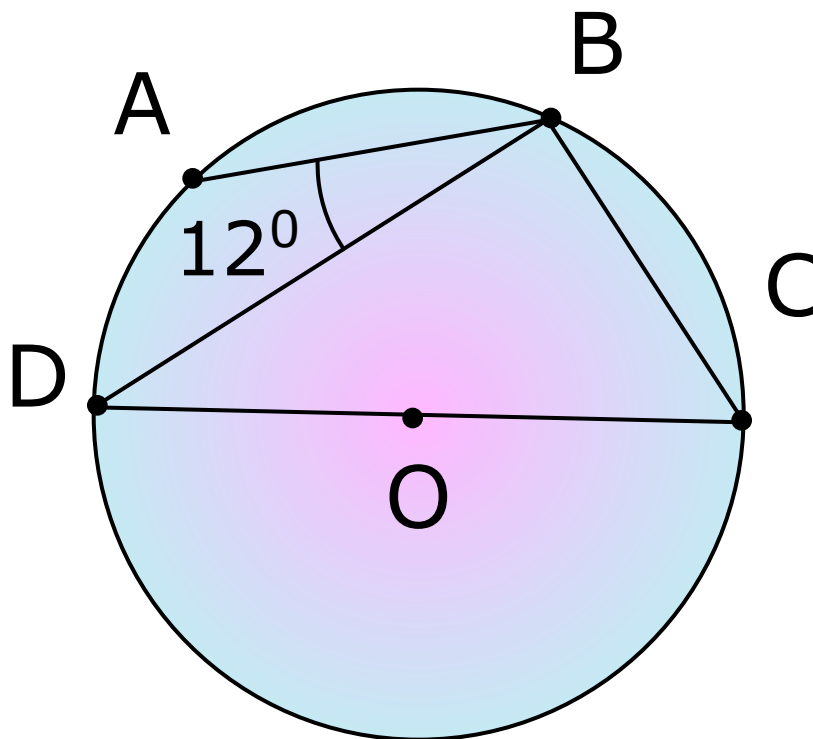




---

ABC - ?

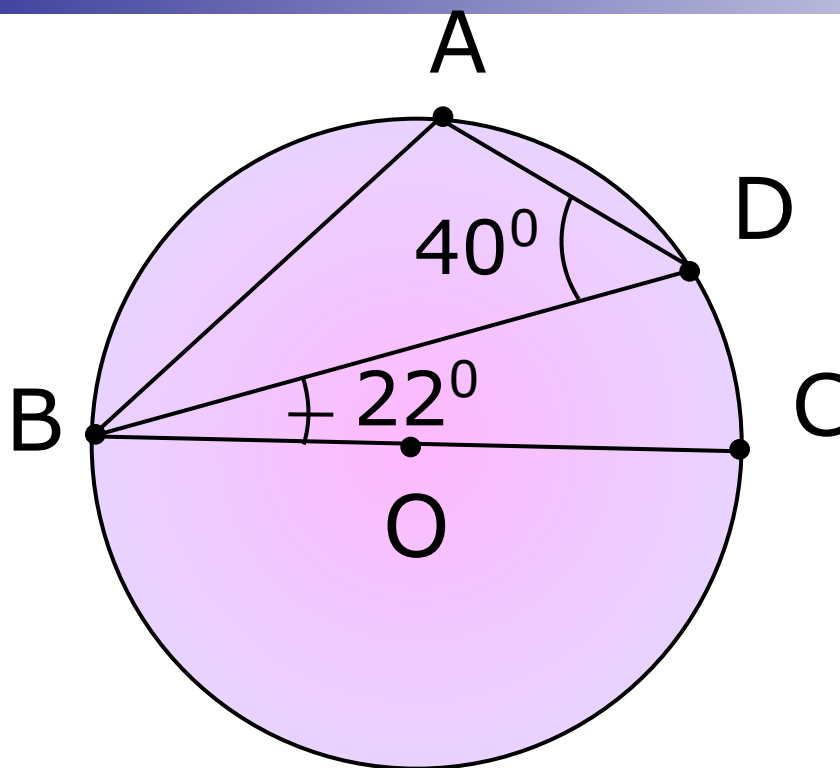




---

$ABC - ?$



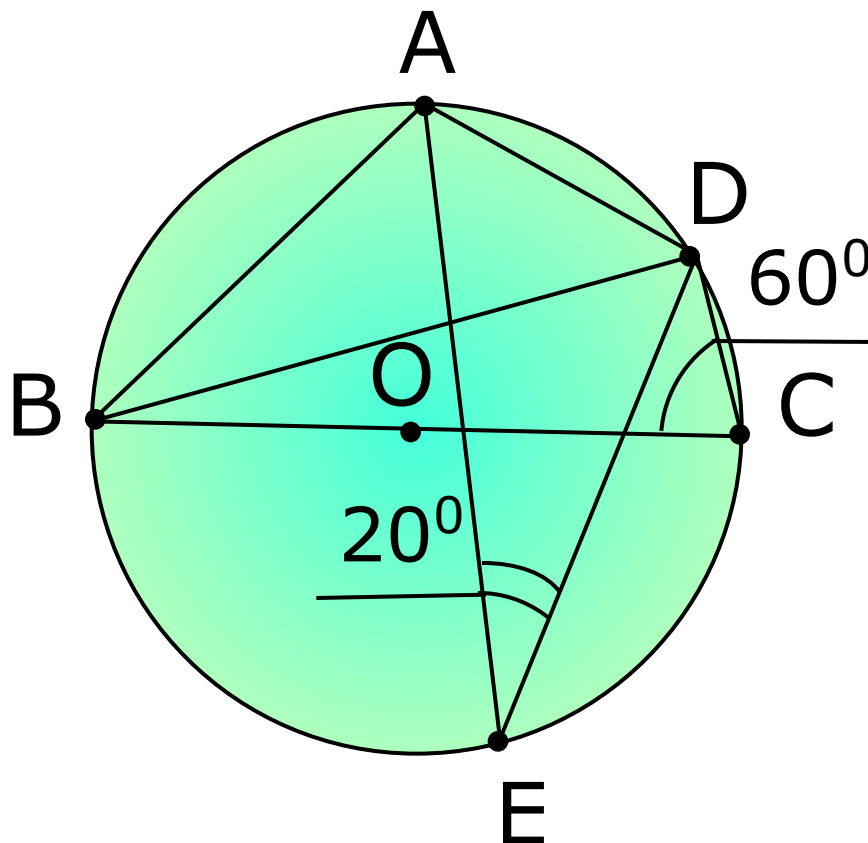


---

$ABC - ?$



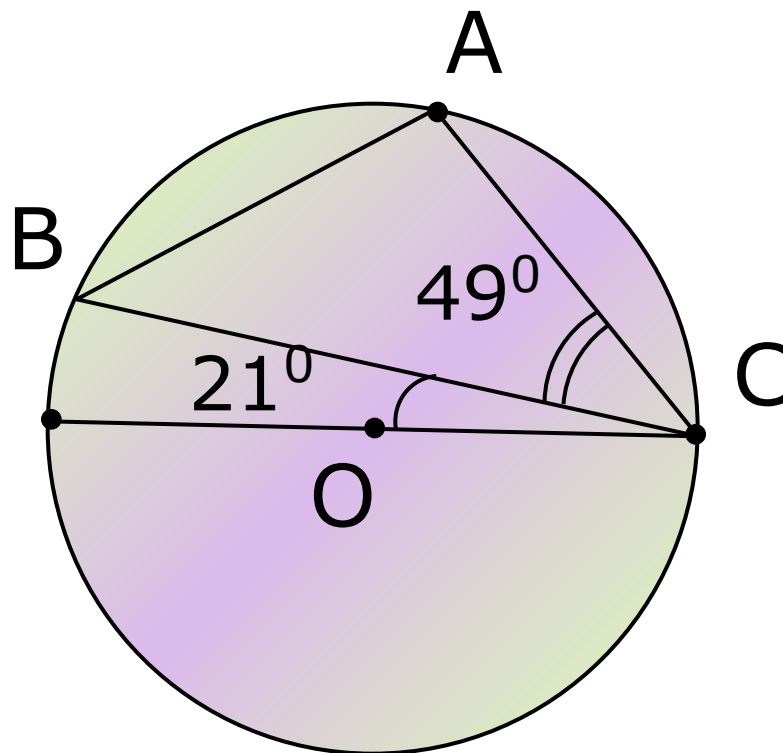




---

ABC - ?

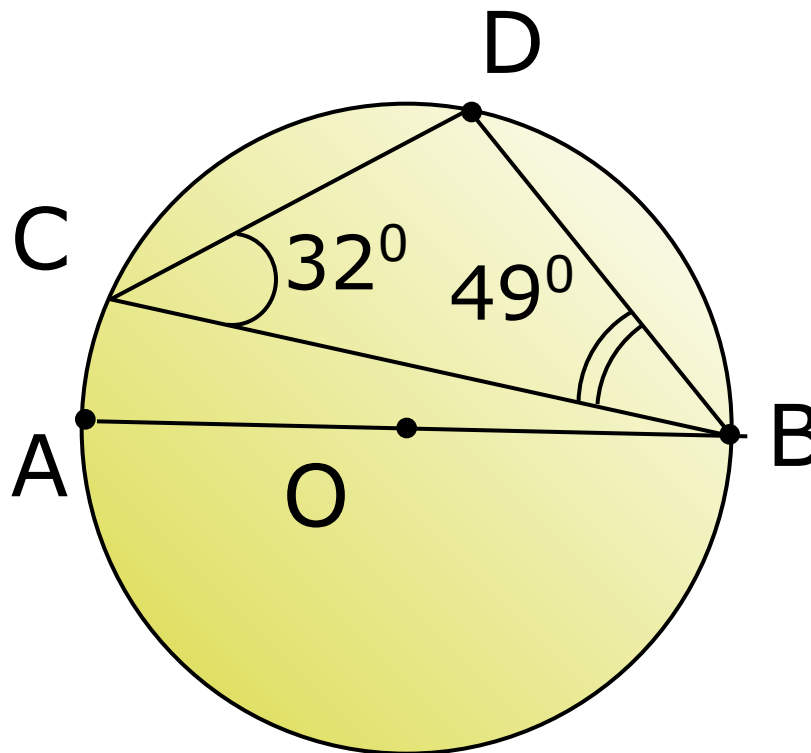




---

$ABC - ?$

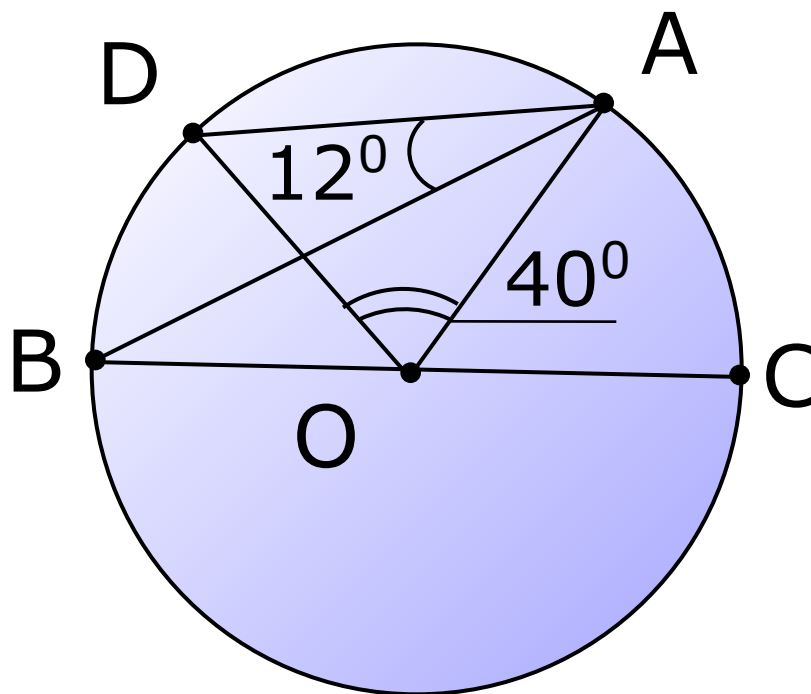




---

$ABC - ?$

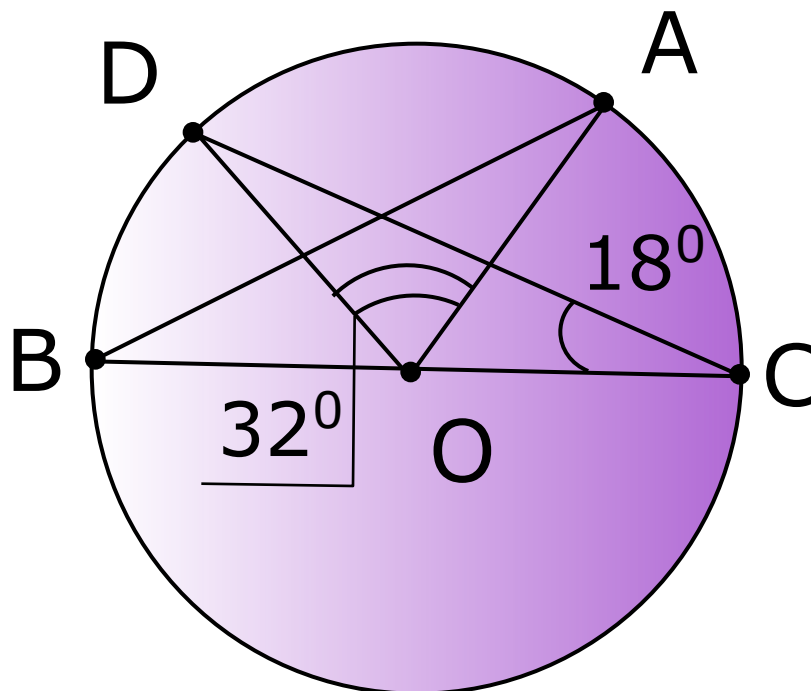




---

$ABC - ?$

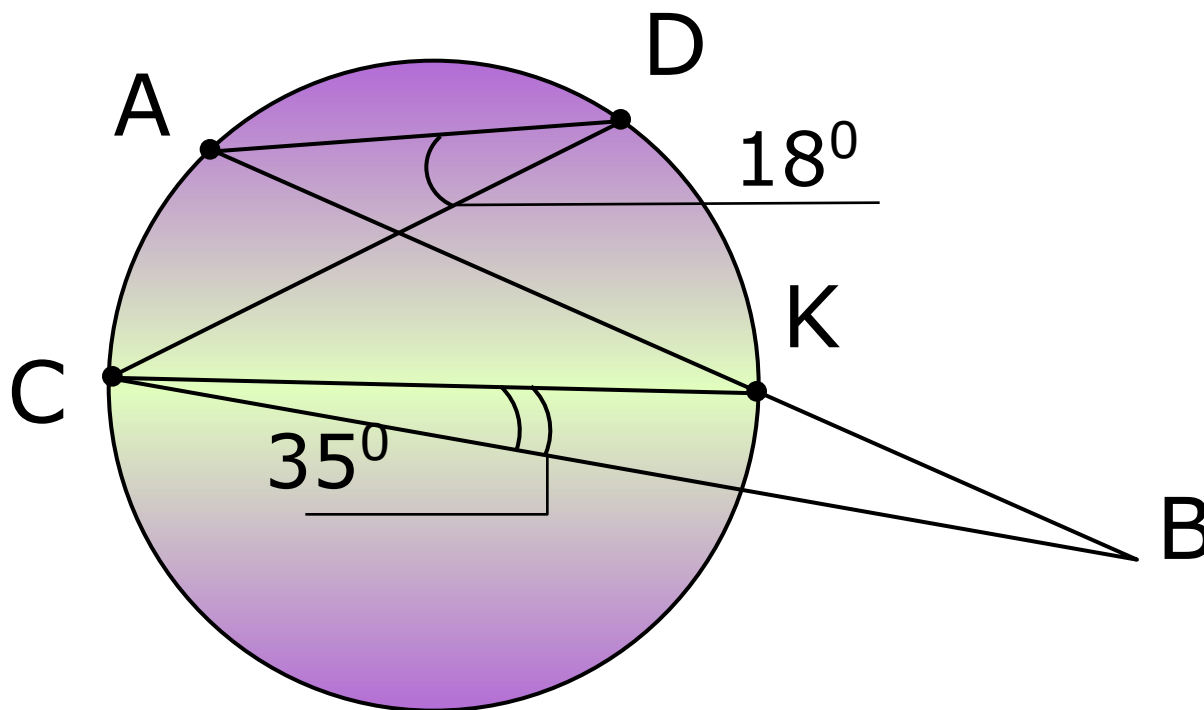





---

$ABC - ?$

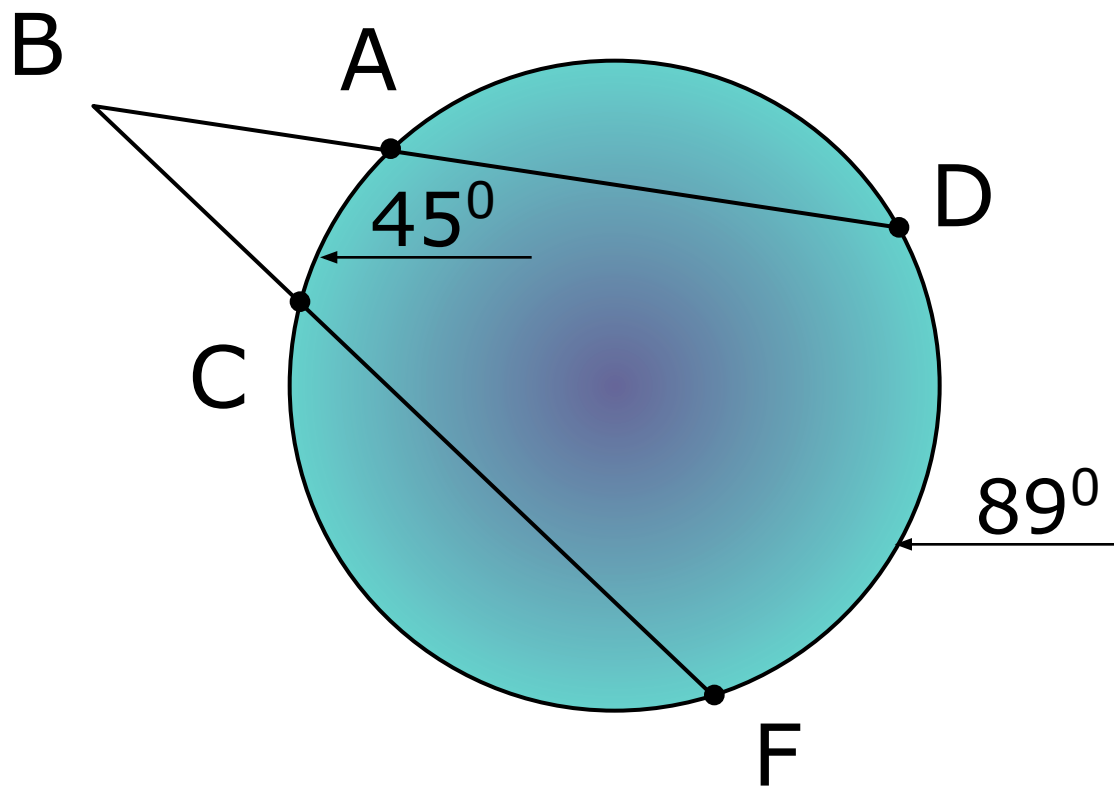




---

$ABC - ?$

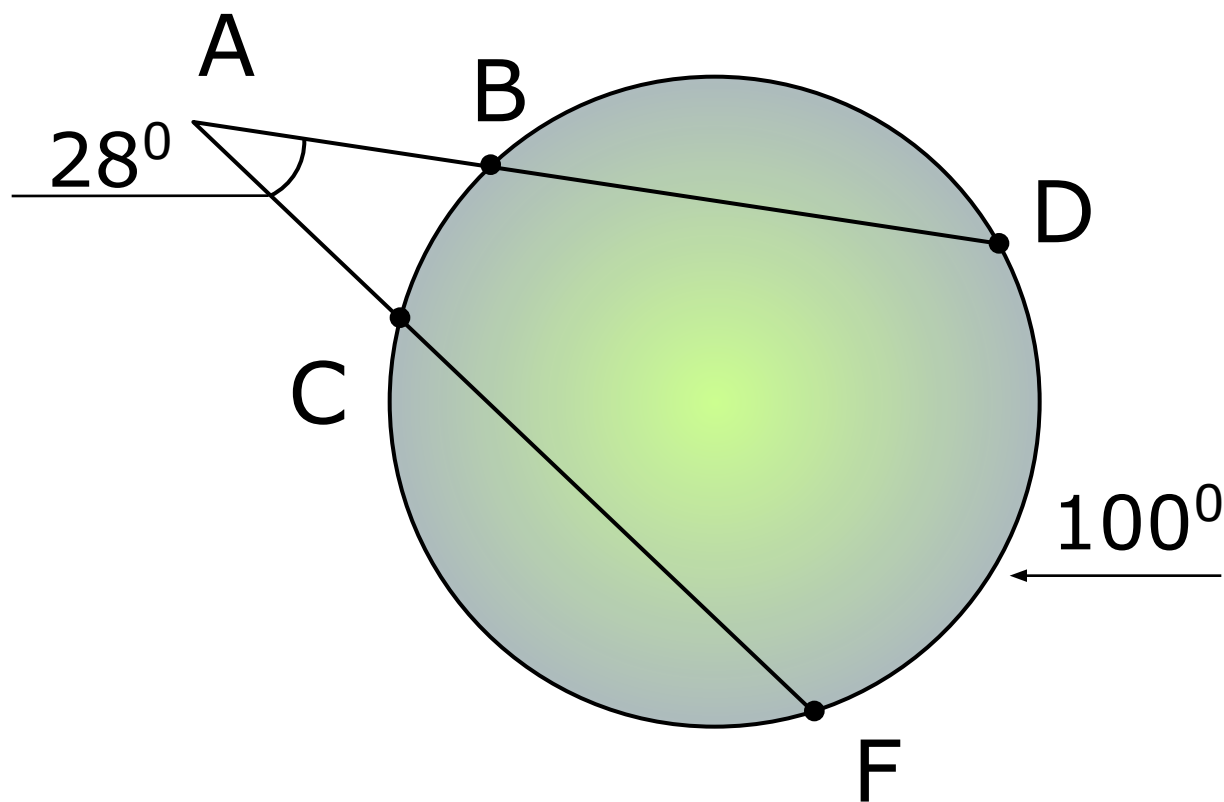




---

ABC - ?

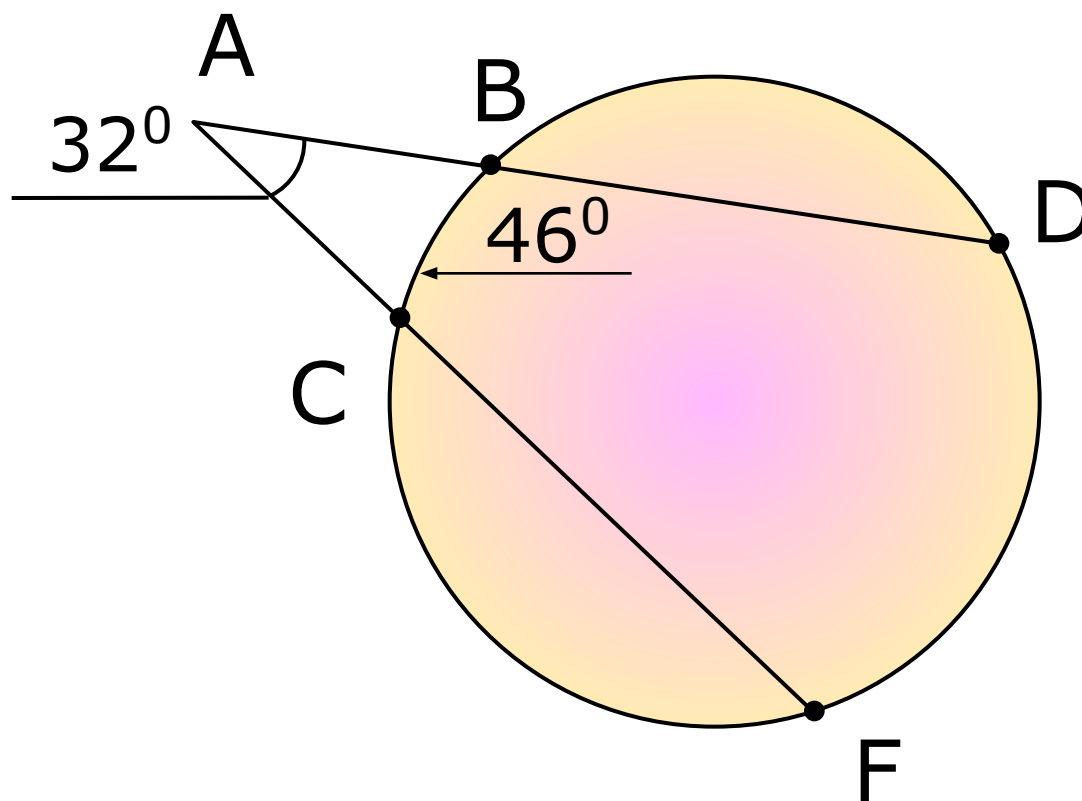




□ BC - ?



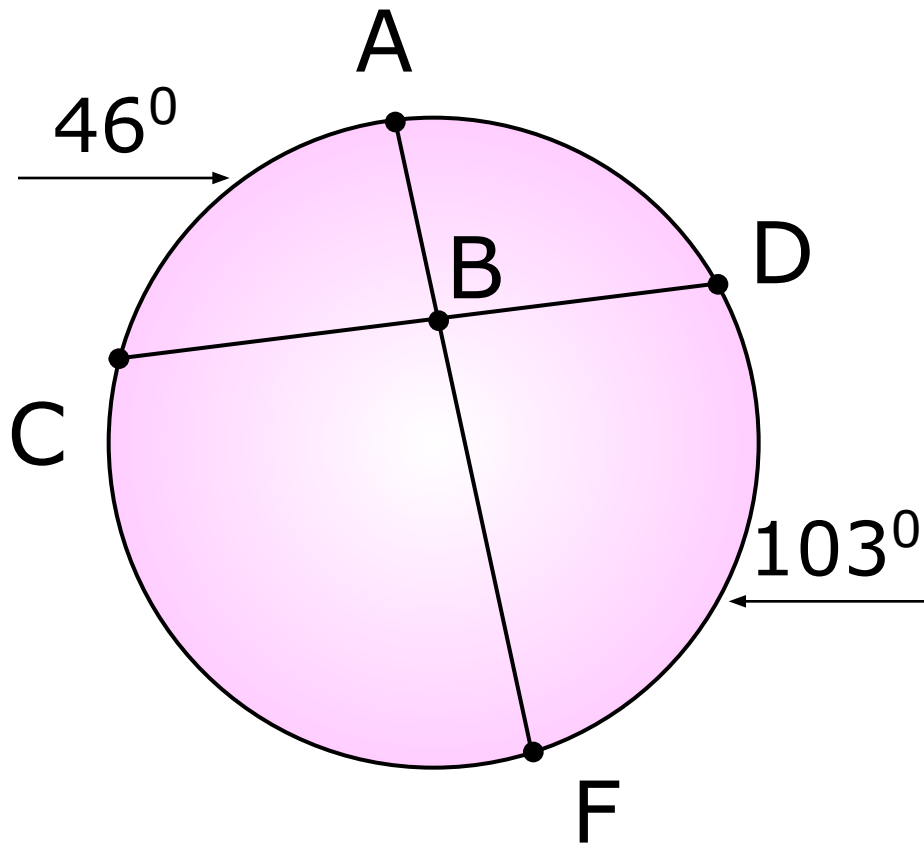




---

$FD - ?$

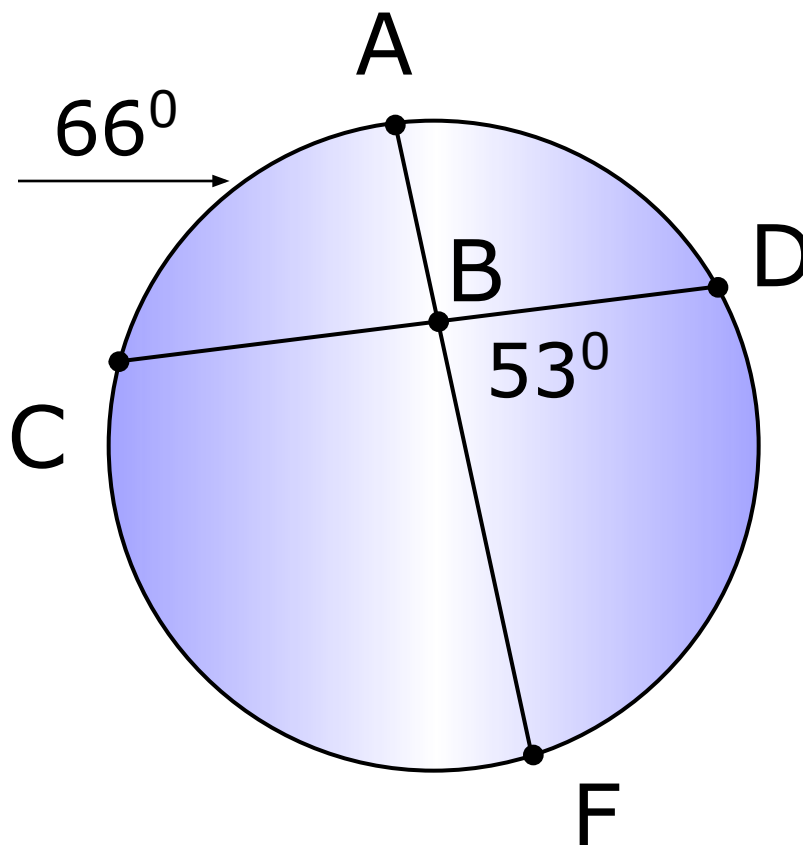




---

ABC - ?

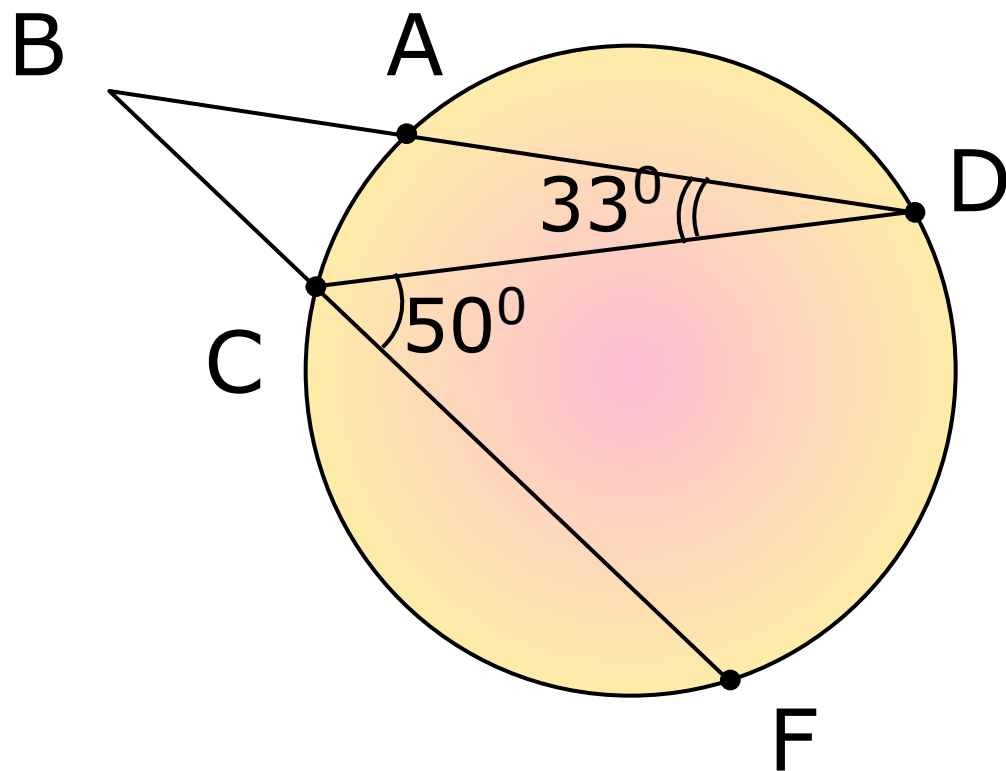




---

$FD - ?$

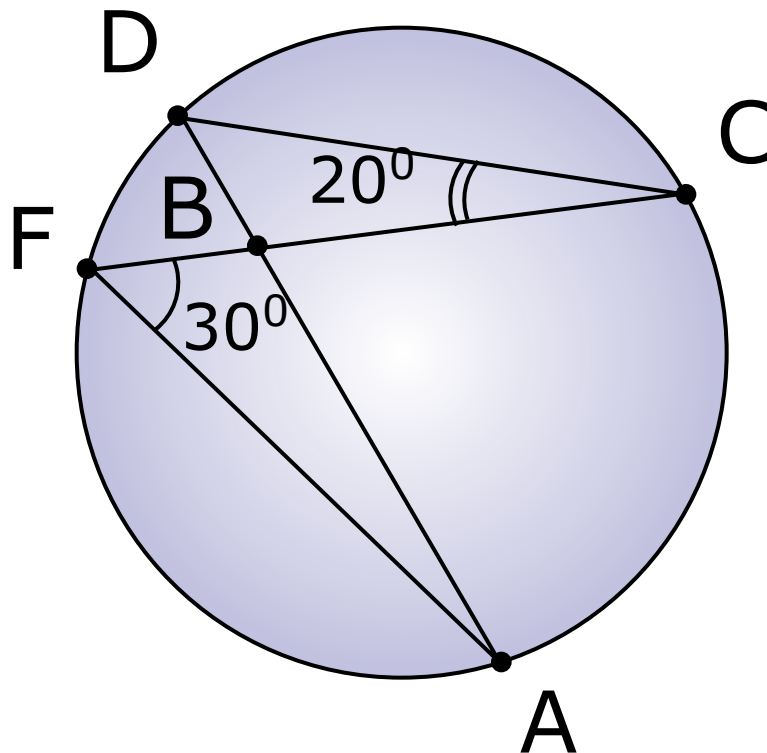




---

ABC - ?





---

ABC - ?





# Прототип в6

- Вписанные и описанные углы

## Прототип задания В6 (№ 27884)

- Угол  $ACO$  равен  $24^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности. Найдите градусную величину большей дуги  $AD$  окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

$$\triangle ACO \text{ – прямоугольный. } \angle C = 24^\circ \Rightarrow \angle AOC = 66^\circ$$

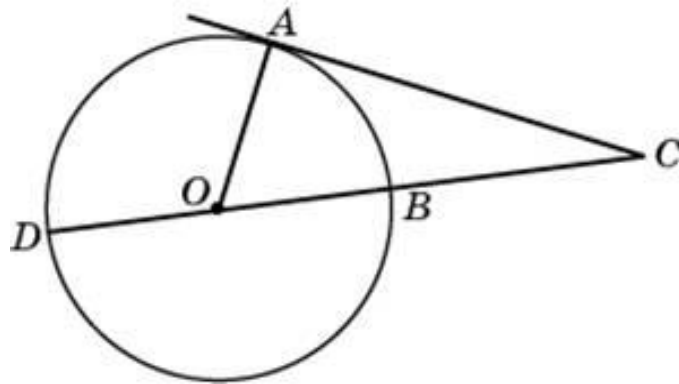
Центральный угол измеряется дугой, на которую опирается. Следовательно меньшая дуга  $AB = \angle AOC = 66^\circ$

$$\text{Развернутый угол } DOB = 180^\circ$$

$$\angle DOA = \angle DOB - \angle AOB = 180^\circ - 66^\circ$$

$$\angle DOA = 114^\circ$$

$\angle DOA$  измеряется дугой  $AD$ , на которую опирается



Большая дуга  $AD$  окружности, заключенная внутри  $\angle ACO$  равна  $114^\circ$

**Ответ 114**

# Прототип задания В6 (№ 27869)

- **AC и BD**— диаметры окружности с центром **O**. Угол **ACB** равен  $38^\circ$ . Найдите угол **AOD**. Ответ дайте в градусах.

$\triangle BOC$  равнобедренный.  $OC = OB = R$ , следовательно...

$$\angle BCO = \angle CBO = 38^\circ$$

$$\triangle OCB : \angle COB + \angle OCB + \angle CBO = 180^\circ$$

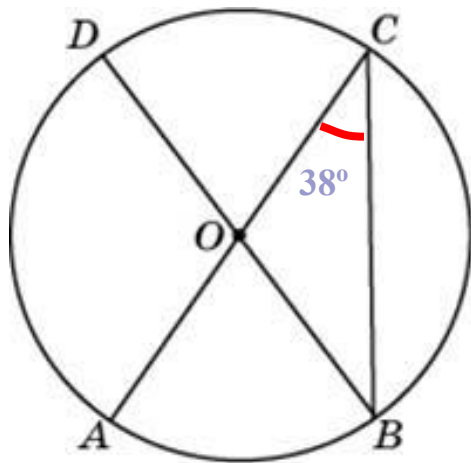
$$\angle COB = 180^\circ - 38^\circ - 38^\circ$$

$$\angle COB = 104^\circ$$

$$\angle AOD = \angle COB \text{ - как вертикальные}$$

$$\angle AOD = 104^\circ$$

**Ответ: 104**



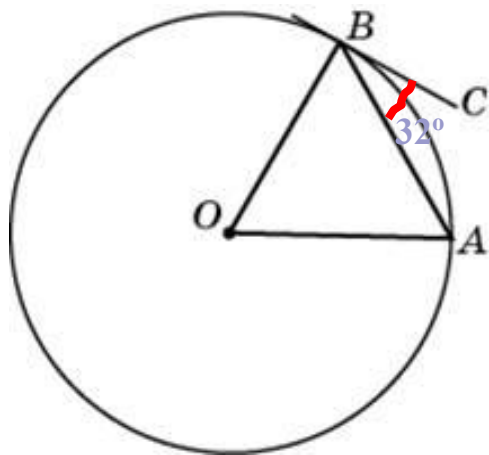


# Прототип задания В6 (№ 27878)

Угол между хордой  $AB$  и касательной  $BC$  к окружности равен  $32^\circ$ . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой  $AB$ . Ответ дайте в градусах.

Угол, составленный касательной и хордой, измеряется половиной дуги заключенной внутри него

Следовательно: Искомая меньшая дуга, стягиваемой хордой  $AB$  равна  $32^\circ \cdot 2 = 64^\circ$



Ответ 64

# Прототип задания В6 (№ 27863)

**Центральный угол на  $36^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.**

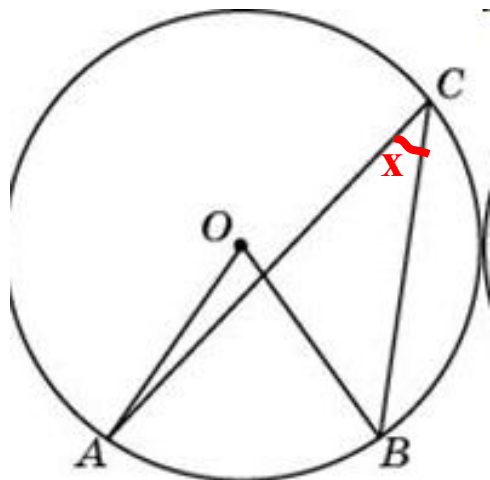
**Вписанный угол  $\angle ACB$  составляет половину центрального  $\angle AOB$ , опирающегося на ту же дугу  $AB$**

Пусть  $\angle ACB = x$       Тогда  $\angle AOB = x + 36^\circ$

Так как  $\angle AOB = 2\angle ACB$ , то

$$x + 36^\circ = 2x \quad x = 36^\circ$$

Ответ: 36



# Прототип задания В6 (№ 27857)

- Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.

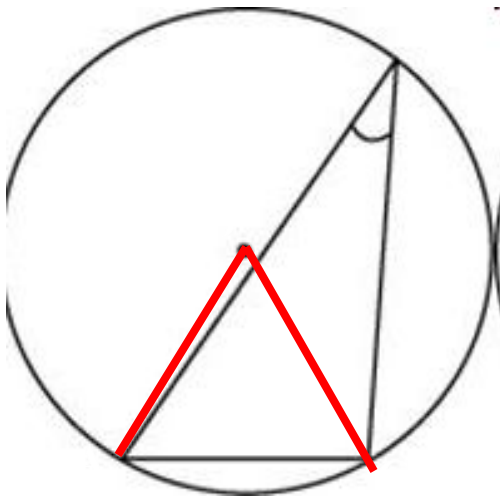
По условию задачи  $AC = R$ , Следовательно  $AC = AO = CO$

$\triangle AOC$  равносторонний  $\Rightarrow \angle AOC = 60^\circ$

Центральный угол  $AOC$  измеряется дугой  $AC$ , на которую опирается.

Вписанный угол  $ABC$  составляет половину центрального  $AOC$ , опирающегося на ту же дугу  $AC$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC \qquad \angle ABC = 60^\circ : 2 = 30^\circ$$



Ответ: 30

## Задание В6 (№ 51031)

Найдите хорду, на которую опирается угол  $30^\circ$ ,  
вписанный в окружность радиуса 28.

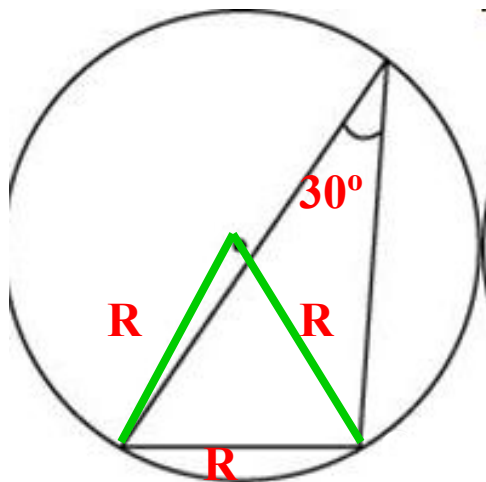
Вписанный угол  $ABC$  составляет половину центрального  
 $AOC$ , опирающегося на ту же дугу  $AC$

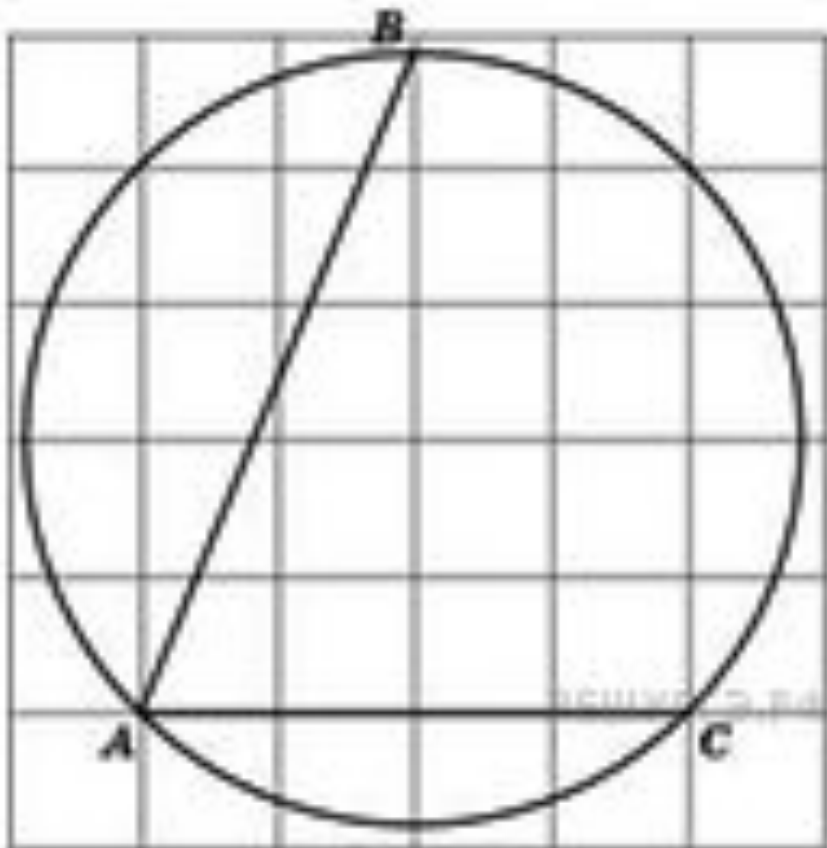
$$\text{Дуга } AC = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

$\angle AOC = 60^\circ$ . Следовательно  $\triangle AOC$  -  
равносторонний

$$\text{Хорда } AC = R = 28$$

Ответ: 28





Найдите угол  $BAC$

Дугу  $BAC$

Дугу  $BC$

Угол  $BOC$  опирающийся на дугу  $BC$