

ПРОЕКТ
«ПРОДВИЖЕНИ
Е+»

ПРОЕКТ «ПРОДВИЖЕНИЕ+ »

ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
МАСТЕРСТВА

КАФЕДРА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ИРОИПК



ПРОЕКТ
«ПРОДВИЖЕНИ
Е+»

ОГЭ-2023. ГЕОМЕТРИЯ

СЕРИЯ КОНСУЛЬТАЦИЙ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ УСТЬ-АЛДАНСКОГО РАЙОНА



Атласова Лариса
Иннокентьевна, учитель
математики
МБОУ Мюрюнская СОШ №1

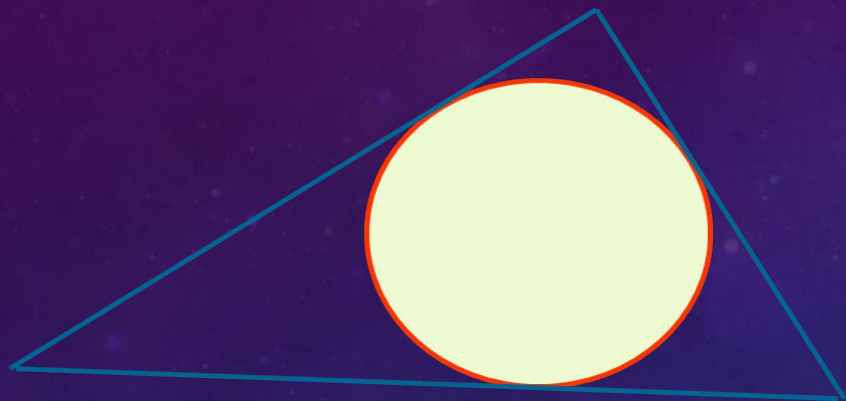


Сивцева Антонина
Петровна, учитель
математики
МБОУ Мюрюнская СОШ №1

The background is a dark blue gradient with faint, light blue geometric patterns. On the right side, there is a large circular scale with tick marks and numbers from 0 to 210. There are also several concentric circles and dashed lines scattered across the background.

ЗАДАНИЕ № 16
«ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ»

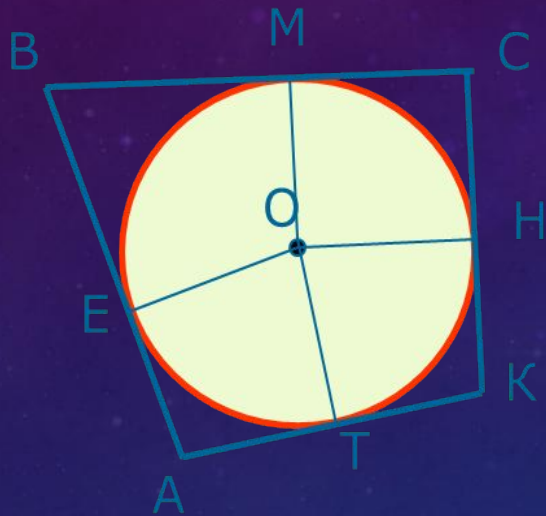
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ: ОКРУЖНОСТЬ НАЗЫВАЕТСЯ
ВПИСАННОЙ В ТРЕУГОЛЬНИК, ЕСЛИ ОНА
КАСАЕТСЯ ВСЕХ ЕГО СТОРОН.**



**Теорема. В треугольник можно
вписать окружность, и притом
только одну.**

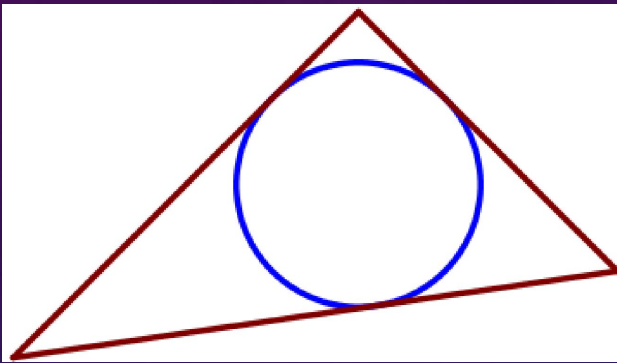
**Центр окружности— точка
пересечения биссектрис
треугольника.**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: ОКРУЖНОСТЬ НАЗЫВАЕТСЯ
ВПИСАННОЙ В ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, ЕСЛИ ВСЕ
ЕГО СТОРОНЫ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА КАСАЮТСЯ
ЕЕ



Теорема: если в четырёхугольник
вписана окружность, то суммы
противоположных сторон
четырёхугольника равны
(в любом описанном четырёхугольнике
суммы противоположных сторон равны)
 $AB+CD = BC+AD$

1. Периметр треугольника равен 140, одна из сторон равна 56, а радиус вписанной в него окружности равен 9. Найдите площадь этого треугольника.



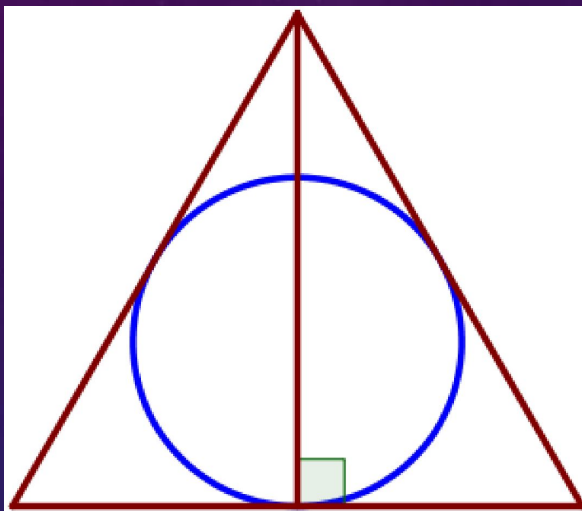
Площадь треугольника, в который вписана окружность, равна произведению полупериметра треугольника на радиус окружности.

$S = p \times r$, где p – полупериметр, r – радиус

Подставим в формулу $S = \frac{140}{2} \times 9 = 70 \times 9 = 630$

Ответ: 630

2. Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 14. Найдите высоту этого треугольника.



Высота правильного треугольника равна 3 радиусам вписанной окружности

$$S = p \times r.$$

$$p = \frac{3a}{2}$$

$$S = \frac{3a}{2} \times 14 = 21a$$

$$S = \frac{1}{2} h \times a$$

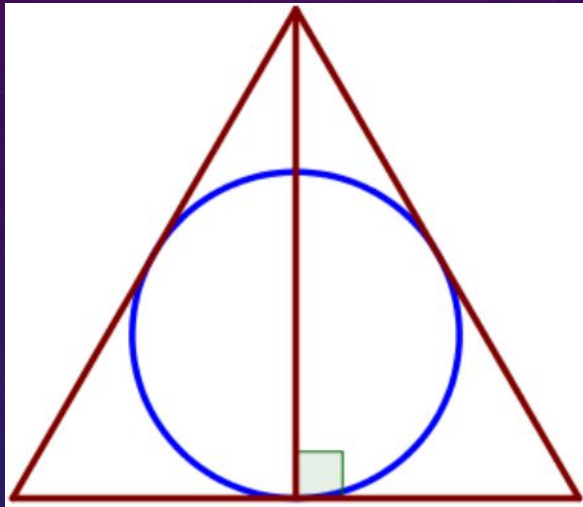
$$\frac{1}{2} h \times a = 21a$$

$$\frac{1}{2} h = 21$$

$$h = 42$$

Ответ: 42

3. Сторона равностороннего треугольника равна $6\sqrt{3}$.
Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



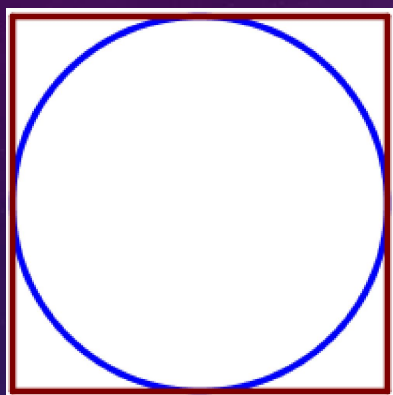
$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}, \text{ где } a \text{ – сторона треугольника}$$

$$a = 6\sqrt{3}$$

$$r = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 3$$

Ответ: 3

4.Сторона квадрата равна 34. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

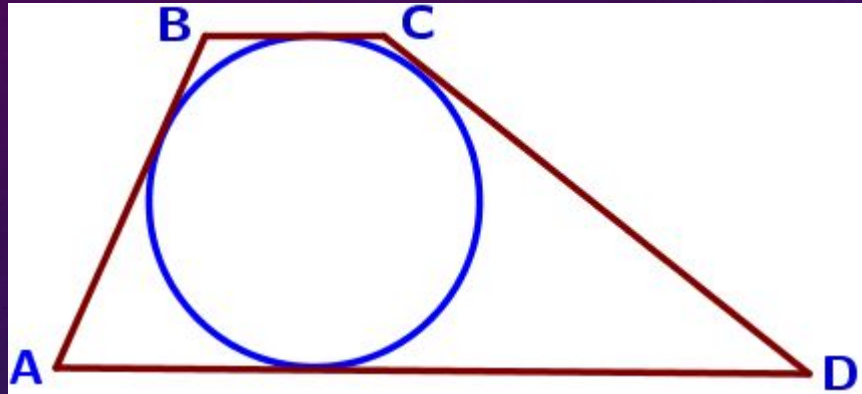


$$r = \frac{a}{2}$$
$$r = \frac{34}{2}$$
$$r = 17$$

Ответ: 17

Окружность, вписанная в квадрат, касается всех его сторон. Поэтому диаметр вписанной окружности равен стороне квадрата. Следовательно, радиус окружности равен половине стороны квадрата.

5. Трапеция ABCD с основаниями AD и BC описана около окружности, AB=14, BC=13, CD=22. Найдите AD.



Если в четырехугольник вписана окружность, то суммы его противоположных сторон равны.

$$AB + CD = BC + AD$$

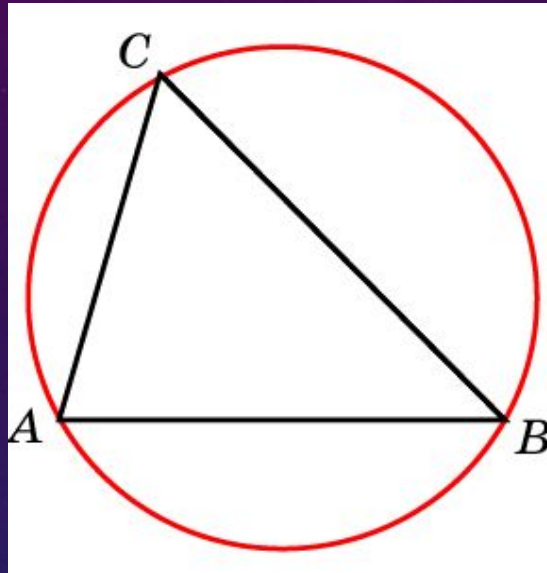
$$AD = AB + CD - BC$$

$$AD = 14 + 22 - 13$$

$$AD = 23$$

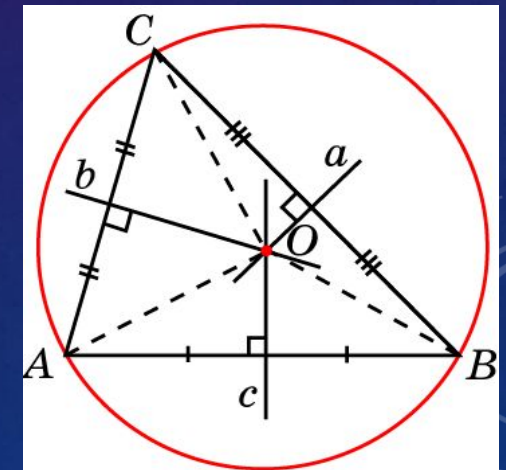
Ответ: 23

Определение: Окружность называется описанной около треугольника, если все его вершины лежат на окружности.

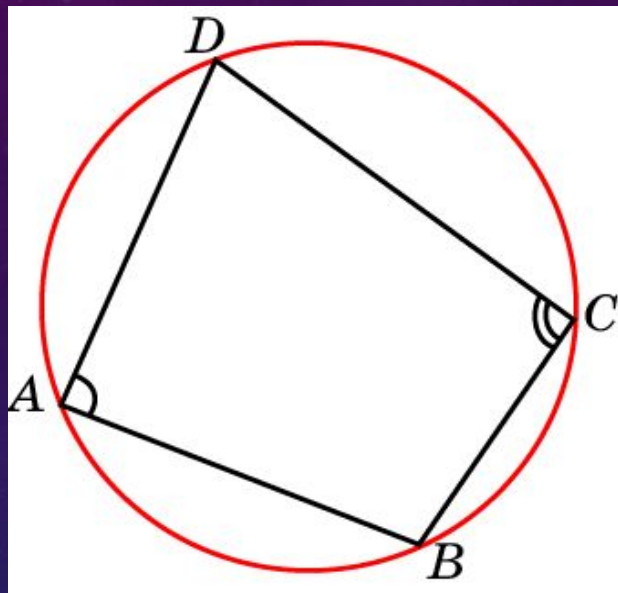


Теорема: Около любого треугольника можно описать окружность.

Центр окружности - точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.



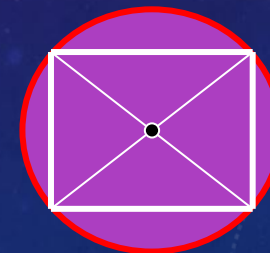
ТЕОРЕМА: ОКОЛО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА МОЖНО ОПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА СУММА ЕГО ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ УГЛОВ РАВНА 180° .



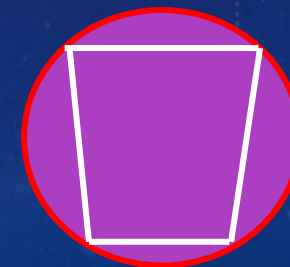
$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

Около четырехугольника не всегда можно описать окружность

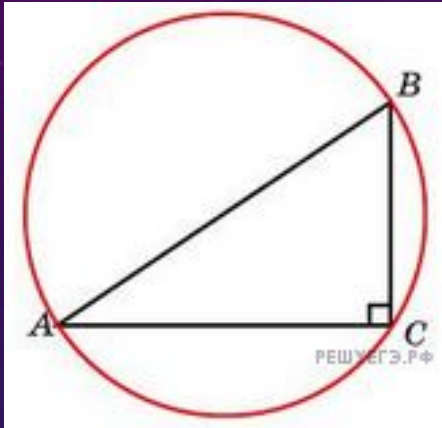
Следствие 1: около любого прямоугольника можно описать окружность, её центр – точка пересечения диагоналей.



Следствие 2: около равнобедренной трапеции можно описать окружность.



1. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности 10. Найдите BC, если AC=16.



Если центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB, то сторона AB - диаметр этой окружности, а треугольник ABC - прямоугольный, сторона AB - гипотенуза.

В прямоугольном треугольнике центр описанной окружности совпадает с серединой гипотенузы.

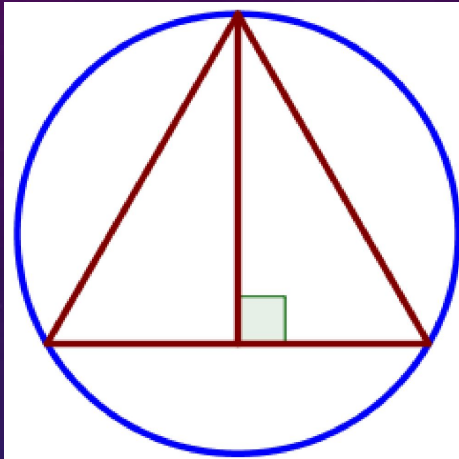
(гипотенуза является диаметром) $AB=D=2R=2*10=20$

Находим по теореме Пифагора:

$$BC=\sqrt{AB^2 - AC^2}=\sqrt{20^2 - 16^2}=\sqrt{400 - 256}=\sqrt{144}=12$$

Ответ: 12

2. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 18. Найдите высоту этого треугольника.



Найдем сторону равностороннего треугольника, через формулу радиуса описанной около равностороннего треугольника окружности.

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$18 = \frac{\sqrt{3}}{3} a \quad a = 18 : \frac{\sqrt{3}}{3} = 18 * \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{54}{\sqrt{3}} = \frac{54}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{54\sqrt{3}}{3} = 18\sqrt{3}. \quad \text{Значит } AH = HC = 9\sqrt{3}$$

По теореме Пифагора найдем высоту треугольника: $BH^2 = BC^2 - HC^2$

$$BH^2 = (18\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 = 324 * 3 - 81 * 3 = (324 - 81) * 3 = 243 * 3 = 729$$

$$BH = \sqrt{729} = 27$$

Ответ: 27

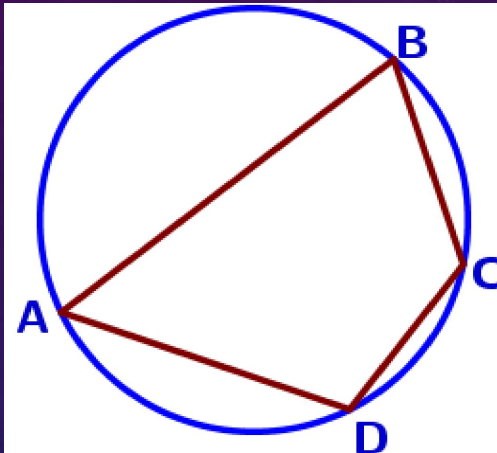
Высоту равностороннего треугольника, можно найти и по формуле

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

Радиус описанной окружности составляет $\frac{2}{3}$ от высоты, т.е. $h = \frac{3}{2}R$

$$h = \frac{3}{2} * 18 = 27$$

3. Угол А четырёхугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 37° . Найдите угол С этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



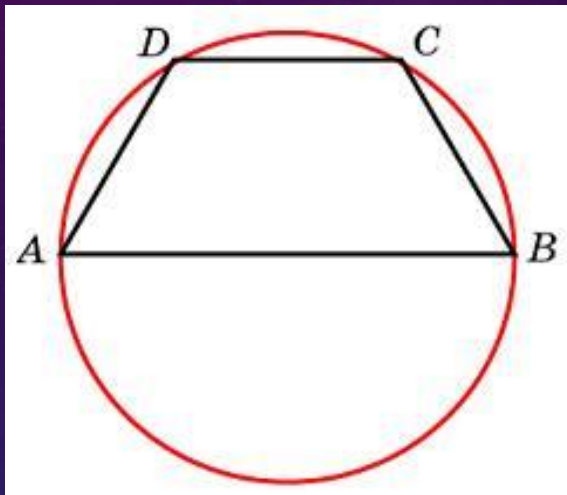
Если четырехугольник вписан в окружность, то сумма его противоположных углов равна 180° .

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$$

Ответ: 143

4. Угол А трапеции ABCD с основаниями АВ и DC, вписанной в окружность, равен 81° . Найдите угол С этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Трапеция называется равнобедренной, если боковые стороны равны. В равнобедренной трапеции углы при основании равны.

В трапеции основания АВ и DC параллельны.

$\angle A$ и $\angle D$ односторонние при $AB \parallel DC$ и секущей AD, тогда

по теореме об углах образованных двумя параллельными прямыми и секущей:

Теорема: Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180°

$$\angle A + \angle D = 180^\circ$$

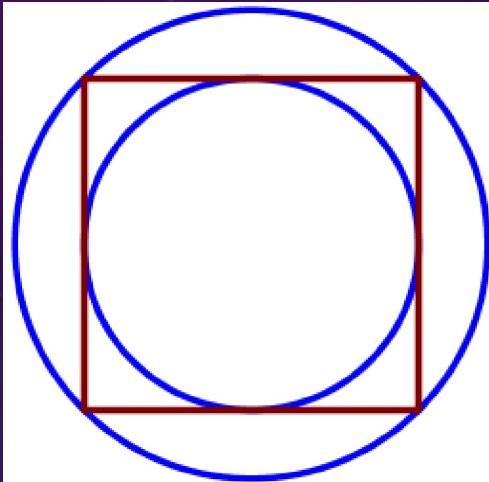
Найдем $\angle D = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$ Т.к. $\angle D = \angle C = 99^\circ$. Ответ: 99

Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника в окружность равна 180° .

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{Отсюда } \angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$$

5. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $7\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Найдем сторону квадрата:

Сторона квадрата вдвое больше радиуса вписанной в него окружности.

$$a = 2r = 2 * 7\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$

Найдем диагональ квадрата используя теорему Пифагора:

$$d^2 = (14\sqrt{2})^2 + (14\sqrt{2})^2 = 196 * 2 + 196 * 2 = 392 + 392 = 784$$

$$d = \sqrt{784} = 28$$

Найдем радиус описанной окружности:

Радиус описанной вокруг квадрата окружности равен половине его диагонали.

$$R = d : 2 = 28 : 2 = 14$$

Ответ: 14

ИСТОЧНИКИ:

<https://oge.sdangia.ru>

<https://www.time4math.ru>

<https://dzen.ru/media>

Спасибо за внимание!