



# НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

ИСКУССТВЕННЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

# Основные задачи

- ▶ Классификация образов.
- ▶ Кластеризация/категоризация.
- ▶ Аппроксимация функций.

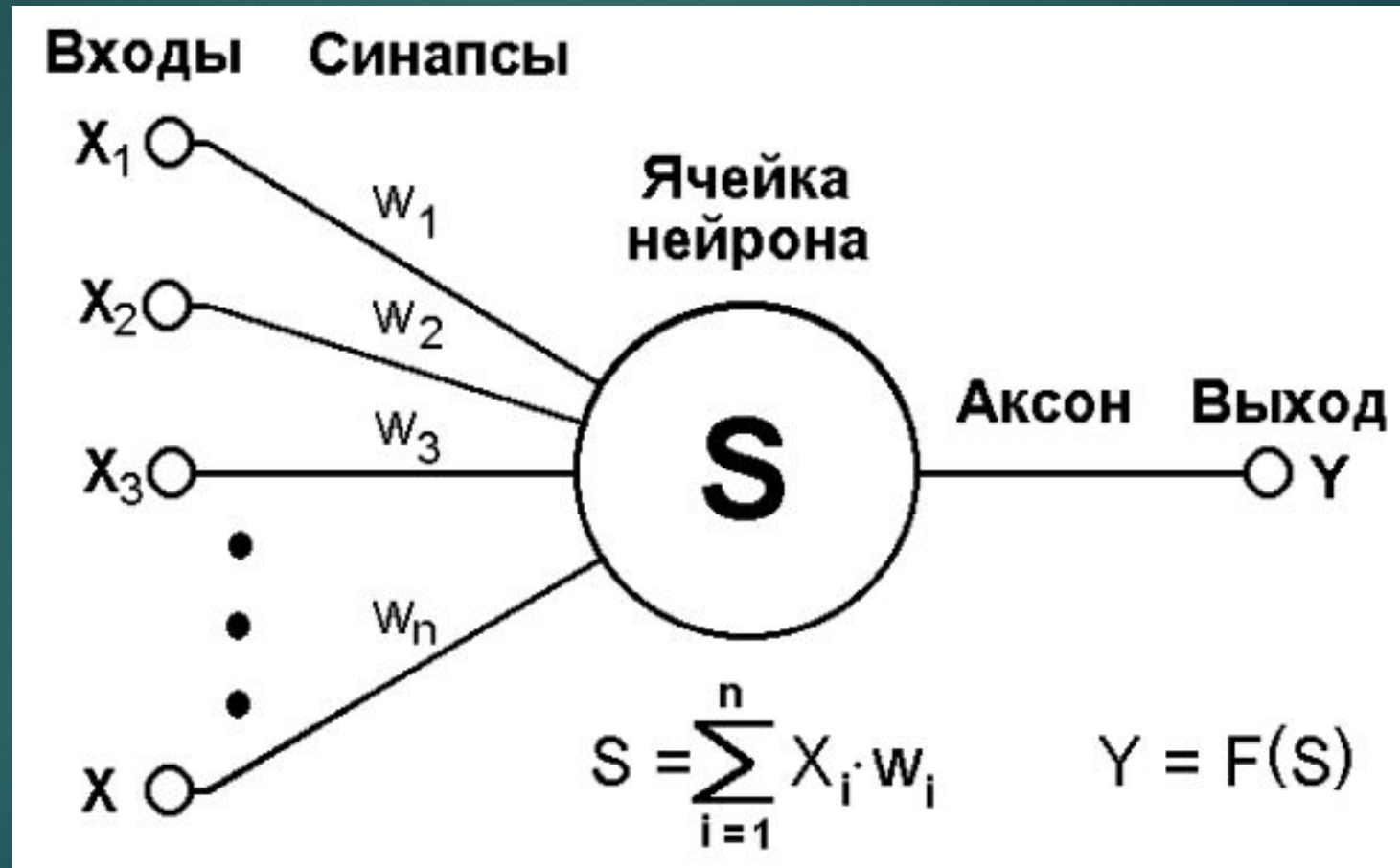
$$((X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_N, Y_N))$$

- ▶ Предсказание/прогноз.

$\{y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_n)\}$  в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$ .

- ▶ Оптимизация.

# Искусственный нейрон



# Пороговая функция активации

$$s = w_0 + \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i ,$$

$$f(s) = \begin{cases} 0, & s < 0; \\ 1, & s \geq 0 \end{cases} .$$

$$w_0 = -\Theta$$

$$s = \sum_{i=0}^n x_i \cdot w_i ,$$

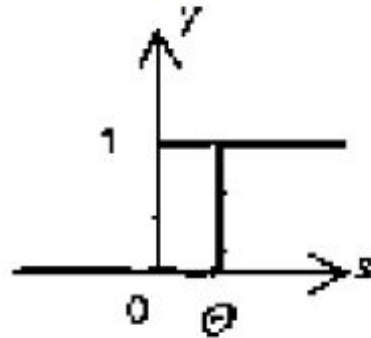


# Функции активации

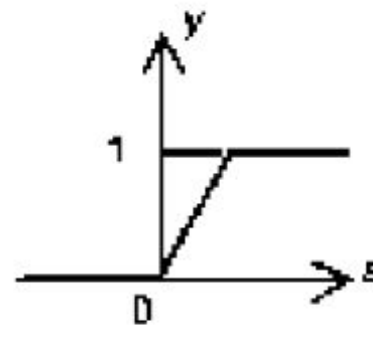
Функции активации нейронов

Название	Формула	Область значений
Пороговая (функция единичного скачка)	$f(s) = \begin{cases} 0, & s < \Theta; \\ 1, & s \geq \Theta \end{cases}$	$\{0, 1\}$
Линейная	$f(s) = ks$	$(-\infty; +\infty)$
Логистическая (сигмоидальная)	$f(s) = \frac{1}{1 + e^{-as}}$	$(0, 1)$
Гиперболический тангенс	$f(s) = \frac{e^{as} - e^{-as}}{e^{as} + e^{-as}}$	$(-1, 1)$
Линейная с насыщением (линейный порог)	$f(s) = \begin{cases} 0, & s < \Theta; \\ ks, & 0 \leq s < \Theta \\ 1, & s \geq \Theta \end{cases}$	$(0, 1)$

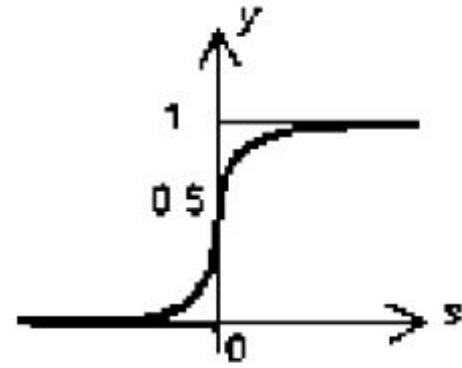
# Примеры функций активации



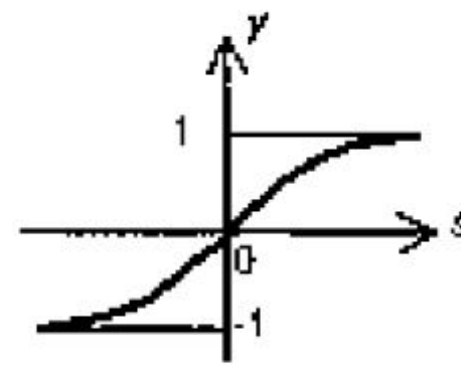
а)



б)



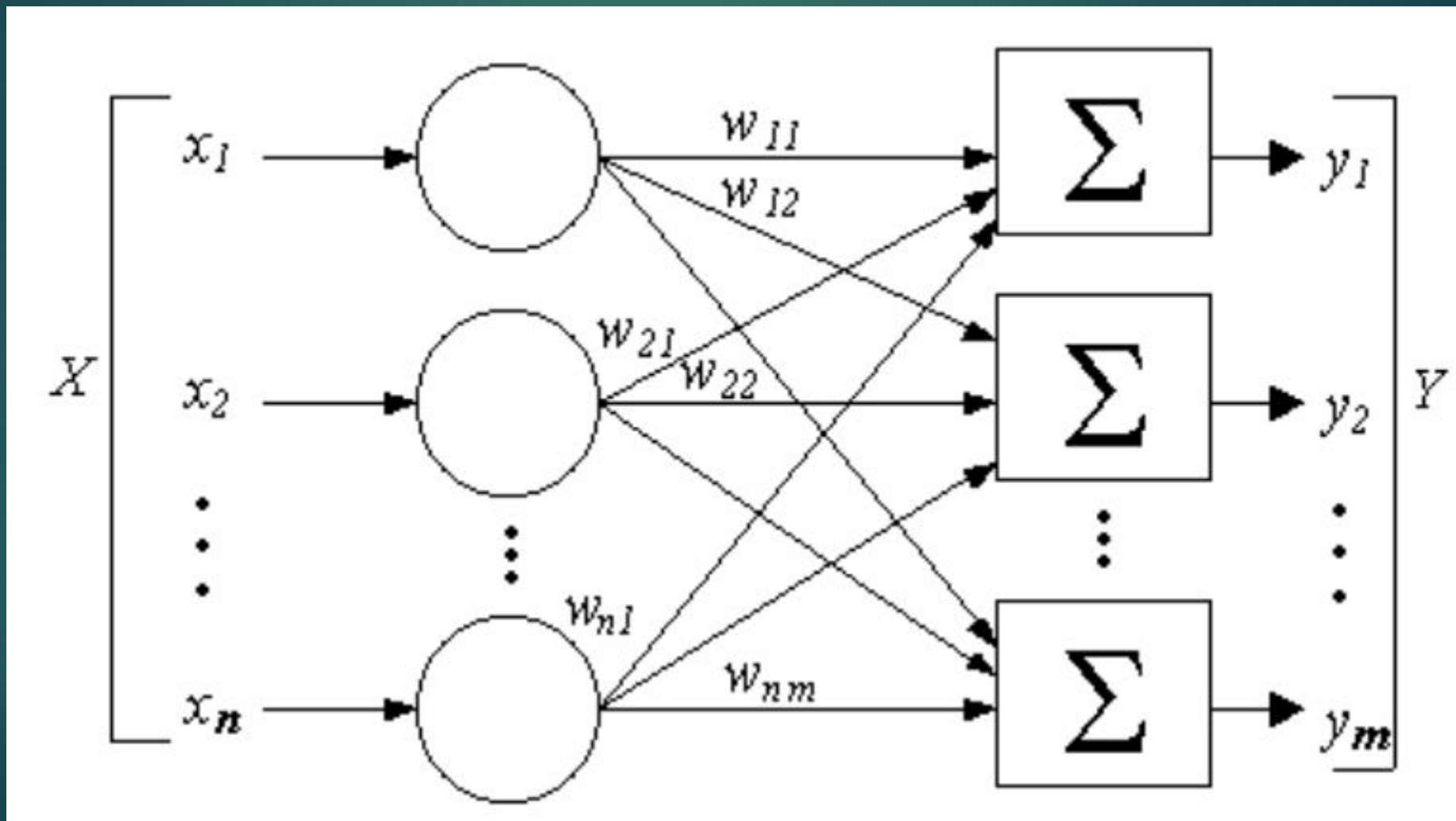
в)



г)

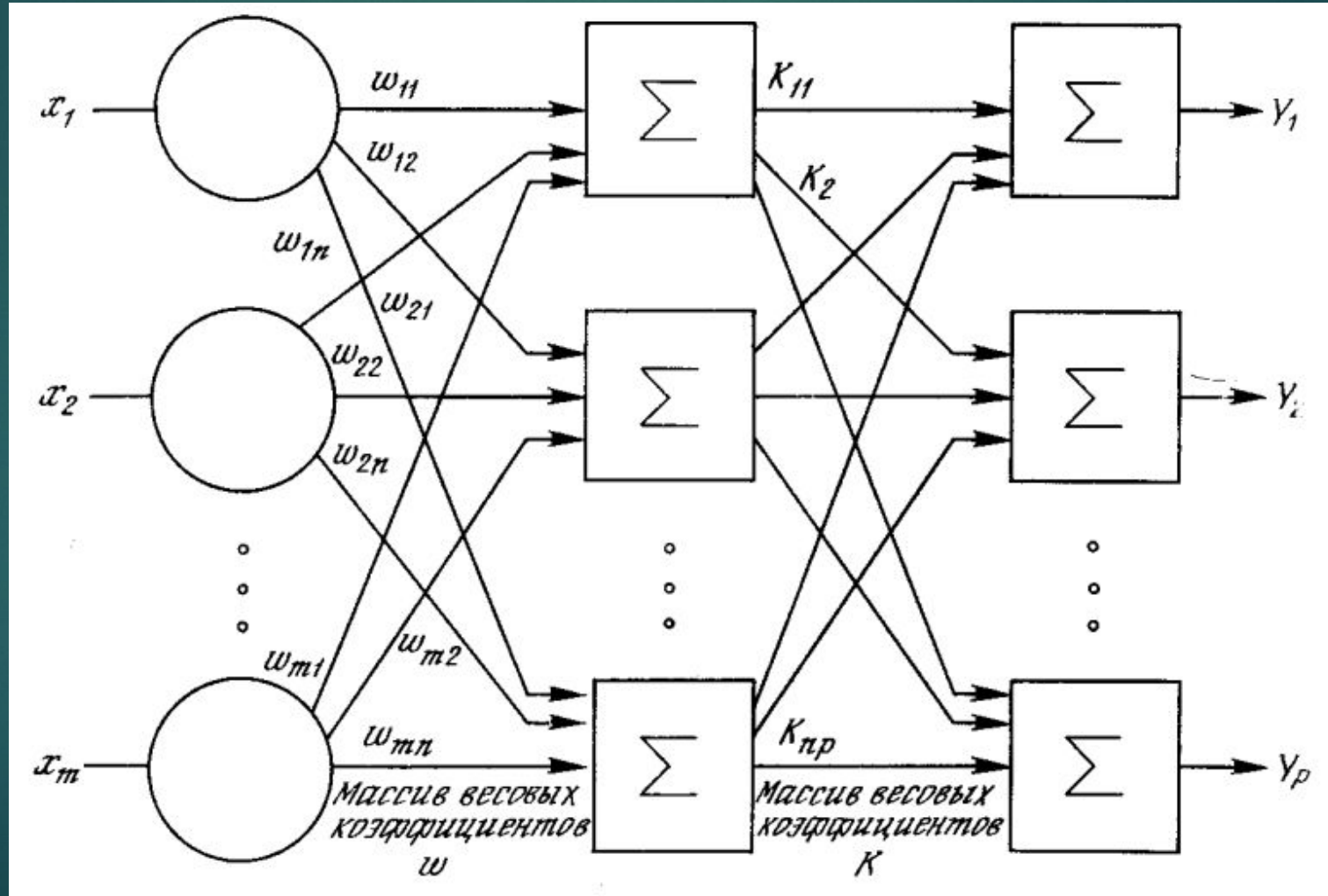
# Архитектура нейронных сетей

## Однослойная нейронная сеть



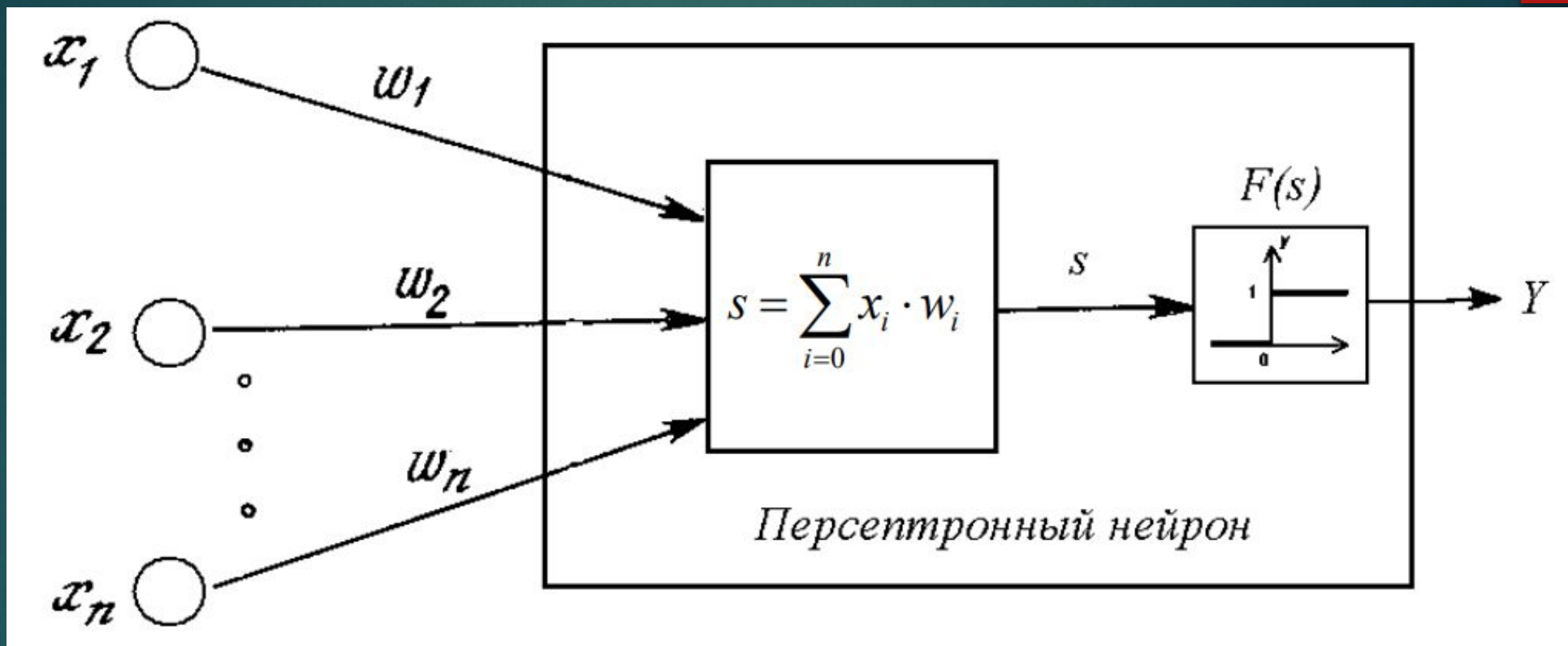
# Архитектура нейронных сетей

## Многослойная нейронная сеть





# Персептрон



$$\Theta = 0$$

$$y = f(s) = \begin{cases} 0, & s < 0; \\ 1, & s \geq 0 \end{cases}$$

# Обучение однонейронного персептрона

$$X^k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \quad k = \overline{1, P}$$

$$(X^k, y_k), \quad k = \overline{1, P},$$

**Шаг 0.** Проинициализировать весовые коэффициенты  $w_i$ ,  $i = \overline{0, n}$ , небольшими случайными значениями (например, из диапазона  $[-0.3, 0.3]$ ).

**Шаг 1.** Подать на вход персептрона один из обучающих векторов  $X^k$  и вычислить ее выход  $y$ .

**Шаг 2.** Если выход правильный ( $y = y_k$ ), перейти на шаг 4. Иначе вычислить ошибку – разницу между верным и полученным значениями выхода:  $\delta = y_k - y$ .

**Шаг 3.** Весовые коэффициенты модифицируются по следующей формуле:  $w_i^{t+1} = w_i^t + \nu \cdot \delta \cdot x_i^k$ . Здесь  $t$  и  $t + 1$  – номера соответственно текущей и следующей итераций;  $\nu$  – коэффициент скорости обучения, ( $0 < \nu \leq 1$ );  $x_i^k$  –  $i$ -я компонента входного вектора  $X^k$ .

**Шаг 4.** Шаги 1–3 повторяются для всех обучающих векторов. Один цикл последовательного предъявления всей выборки называется эпохой. Обучение завершается по истечении нескольких эпох, когда сеть перестанет ошибаться.



# Обучение однослойной сети с $n$ персептронными нейронами

$(X^k, Y^k), k = \overline{1, P}$ .

**Шаг 0.** Проинициализировать элементы весовой матрицы  $W$  небольшими случайными значениями.

**Шаг 1.** Подать на входы один из входных векторов  $X^k$  и вычислить ее выход  $Y$ .

**Шаг 2.** Если выход правильный ( $Y = Y^k$ ), перейти на шаг 4. Иначе вычислить вектор ошибки – разницу между идеальным и полученным значениями выхода:  $\delta = Y^k - Y$ .

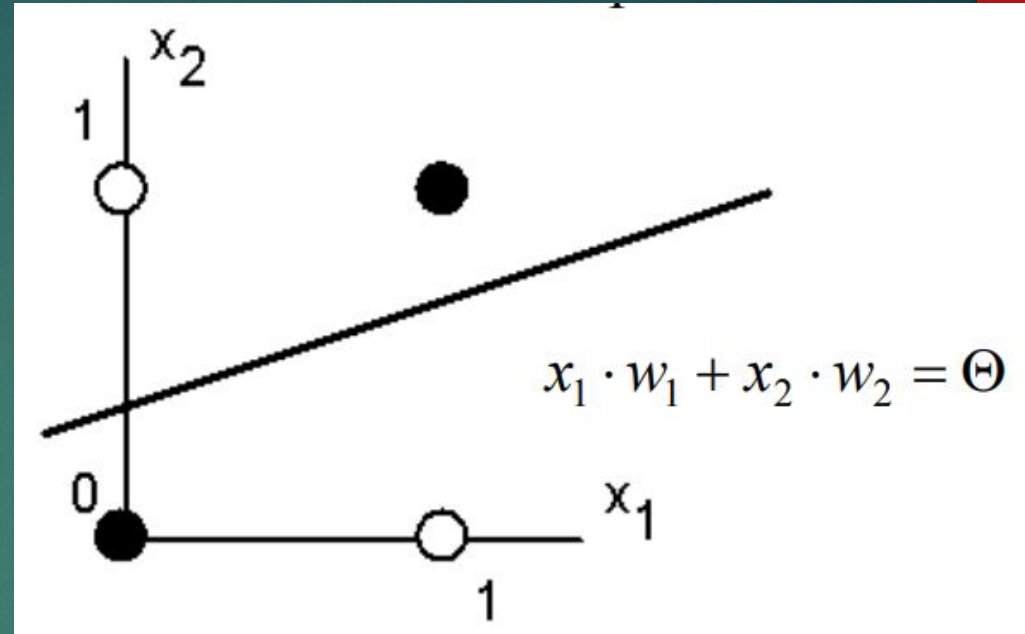
**Шаг 3.** Матрица весов модифицируется по следующей формуле:  $w_{ij}^{t+1} = w_{ij}^t + \nu \cdot \delta \cdot x_i$ . Здесь  $t$  и  $t + 1$  – номера соответственно текущей и следующей итераций;  $\nu$  – коэффициент скорости обучения, ( $0 < \nu \leq 1$ );  $x_i$  –  $i$ -я компонента входного вектора  $X^k$ ;  $j$  – номер нейрона в слое.

**Шаг 4.** Шаги 1–3 повторяются для всех обучающих векторов. Обучение завершается, когда сеть перестанет ошибаться.

# Линейная разделимость

$$Y_j = \begin{cases} 0, & \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i < \Theta; \\ 1, & \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i \geq \Theta \end{cases} .$$

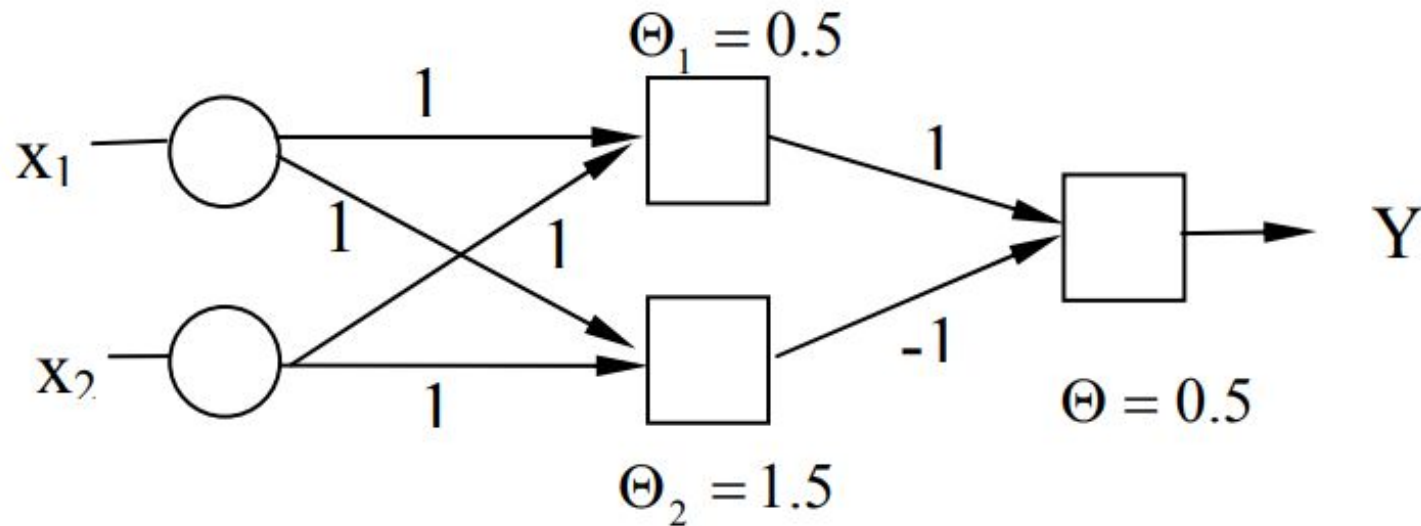
$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i = \Theta .$$



X1	X2	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0



# Двухслойная сеть, реализующая функцию XOR



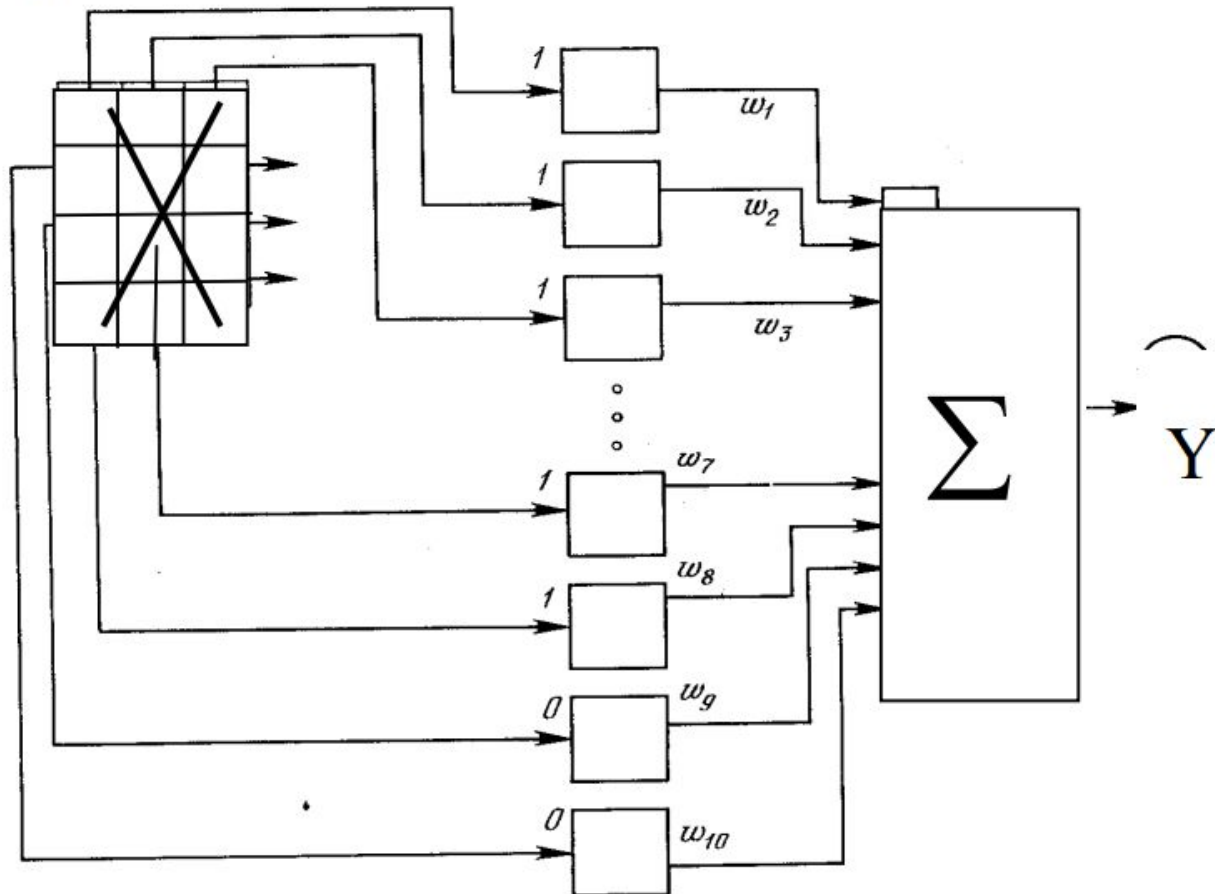
Здесь  $s_1 = x_1 * w_{11} + x_2 * w_{21}$  – значение, поступающее на вход первого нейрона первого слоя,  $s_2 = x_1 * w_{12} + x_2 * w_{22}$  – вход второго нейрона первого слоя;  $y_1, y_2$  – выходы соответствующих нейронов первого слоя;  $S$  – входное значение нейрона второго слоя;  $Y$  – выход сети.

$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$y_1$	$y_2$	$S$	$Y$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	2	2	1	1	0	0

# Задание

1. Укажите возможные значения весов и порога однонейронного персептрона с двумя входами, реализующего логическую функцию AND.

2.





# Задание

Напишите программу, обучающую однонейронный персептрон распознаванию изображений «крестиков» и «ноликов». Входные образы (10–15 штук) представляют собой графические изображения. Каждое изображение разбито на квадраты (или пиксели), и от каждого квадрата на персептрон подается вход. Если в квадрате имеется линия (или пиксель окрашен в черный цвет), то от него подается единица, в противном случае – ноль. Множество квадратов на изображении задает, таким образом, множество нулей и единиц, которое и подается на входы персептрона (рис. 10). Цель состоит в том, чтобы научить персептрон давать единичный выход при подаче на него множества входов, задающих «крестик», и нулевой выход в случае «нолика».

3. Напишите программу, обучающую десятинейронный персептрон распознаванию изображений цифр. Каждый нейрон должен давать единичный выход при подаче на вход изображения, соответствующего его порядковому номеру, и нулевой для всех остальных изображений.