

Проект
по математике

«Различные способы решения задач на смеси, сплавы, растворы»

Руководитель проекта:
учитель математики Ахмад
Наталья Сергеевна
Выполнила:
Ученица 9 «Б» класса
Шувалова Алёна

2017 год

СОДЕРЖАНИЕ

I. План

II. Различные способы решения задач на смеси, сплавы, растворы

1. Теоретические основы решения задач на смеси, сплавы, растворы.
2. Вывод формулы $\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$
3. Обучение решению задач по этой формуле.
3. Список задач для самостоятельного решения.
4. Графические иллюстрации к решению задач на смеси, сплавы, растворы.
5. Вывод формулы для решения задач на неоднократные переливания.
6. Обучение решению задач по этой формуле.
7. Список задач для самостоятельного решения для учеников.

III. Список литературы

План

- «Различные способы решения задач на смеси, сплавы, растворы» – расширить и систематизировать знания по теме, достичь более осмысленного понимания теоретических сведений, овладеть методами решения задач, помочь преодолеть психологический барьер, который обусловлен задачами с химическим содержанием.
- Овладеть системой знаний о задачах на смеси, сплавы, растворы как о семействе задач, что исключительно важно для целостного осмысления способов решения, их особенностей;
- подготовиться к поступлению в вуз и продолжить образование.

Проблемы:

- Затруднения при выборе метода (аналитический, графический) решения задачи.
- Трудности в применении теоретических знаний при решении задач.
- Подбор информации по заданной теме в источниках различного типа .

Теоретические основы решения задач «на смеси, сплавы, растворы»

Перед тем, как приступить к объяснению различных способов решения подобных задач, примем некоторые **основные допущения**.

Все получающиеся сплавы или смеси однородны.

При решении этих задач считается, что масса смеси нескольких веществ равна сумме масс компонентов, что отражает закон сохранения массы.

Определение. Процентным содержанием (концентрацией) вещества в смеси называется отношение его массы к общей массе всей смеси.

Практика решения задач показывает, что, не всегда сумма объёмов смешиваемых веществ равна объёму их смеси. Поэтому чаще всего мы будем находить процентное содержание по массе.

Выскажем теперь замечание по поводу терминологии:

- **процентное содержание вещества;**
- **концентрация вещества;**
- **массовая доля вещества.**

Для нас это синонимы. Преподаватели химии рекомендуют нам привыкать к термину **«массовая доля»**, поэтому в данной работе чаще упоминается именно этот термин.

Концентрация – это безразмерная величина. Сумма массовых долей всех компонент, составляющих смесь, очевидно, равна единице.

Сначала рассмотрим самый распространённый тип задач, где из двух смесей (сплавов, растворов) получают новую смесь (сплав, раствор).

Решим типовую задачу в общем виде, выведем формулу, а затем предложу вам образцы решения задач по выведенной формуле.

Итак, решим задачу. Имеются два куска сплава меди с цинком. Процентное содержание меди в них $p_1\%$ и $p_2\%$ соответственно. В каком отношении нужно взять массы этих сплавов, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий $p\%$ меди?

Решение. Понаблюдаем за содержанием меди.

	Массовая доля меди в сплаве	Масса каждого сплава	Масса меди в каждом сплаве
I сплав	$p_1\%$	m_1 кг	$\frac{m_1 p_1}{100}$ кг
II сплав	$p_2\%$	m_2 кг	$\frac{m_2 p_2}{100}$ кг
Новый сплав	$p\%$	$(m_1 + m_2)$ кг	$\frac{(m_1 + m_2) p}{100}$ кг

Зная, что масса меди в новом сплаве есть сумма масс меди в каждом из взятых кусков, составим уравнение

$$\frac{m_1 p_1}{100} + \frac{m_2 p_2}{100} = \frac{(m_1 + m_2) p}{100}$$

$$m_1 (p_1 - p) = m_2 (p - p_2) (*)$$

Исследуем уравнение (*) при условии, конечно, что будем брать ненулевые массы сплавов.

I случай. Если p_1 , p_2 и p попарно не равны, то получим формулу

$$m_1 (p_1 - p) = m_2 (p - p_2) (*)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p} (**)$$

II случай. Возьмём два сплава с одинаковым процентным содержанием меди, т.е. $p_1 = p_2$. Решая уравнение (*), получим, что $p_1 = p_2 = p$, что очевидно, поскольку ни большей, ни меньшей концентрации сплав просто не получится, если исходные материалы имеют одинаковую процентную концентрацию меди, каковы бы ни были массы исходных сплавов.

III случай: $p_2 = p$, или же будет сказано, что $p_1 = p$, вывод тот же. Заметим, что если взять два сплава, массы которых одинаковы, т.е. $m_1 = m_2$, то

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

то есть процентное содержание нового сплава станет равно среднему арифметическому процентных концентраций исходных сплавов. Это очень полезное следствие для равных масс исходных сплавов поможет нам в решении некоторых задач. Но даже, если на первых порах вы и забудете это следствие, формула (**) всё равно выведет вас на верный ответ.

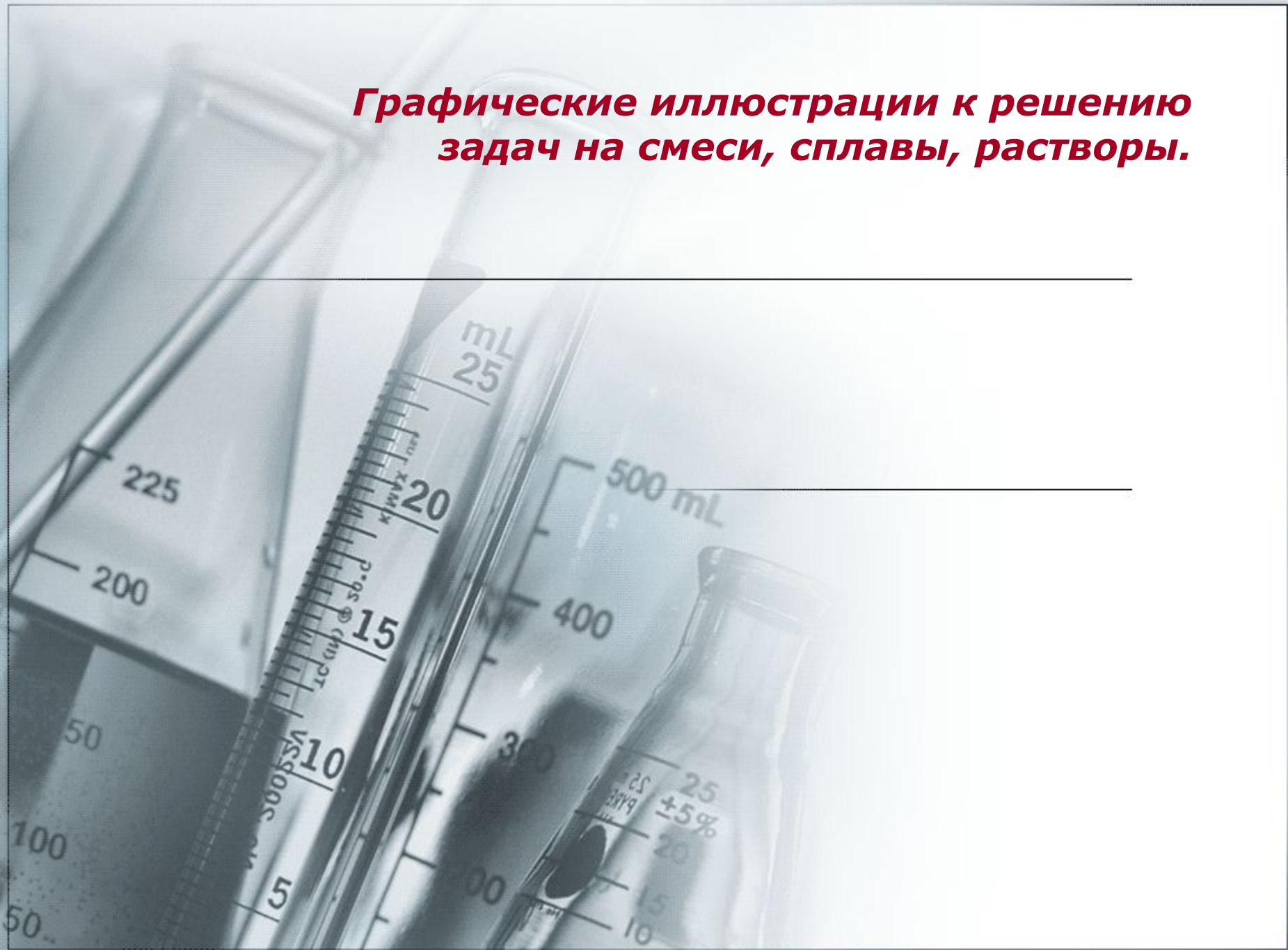
А теперь давайте мы сейчас рассмотрим однотипные задачки, решение которых очень удобно по этой формуле.

№	Задача	Масса первой смеси	Массовая доля чистого вещества в первой смеси	Масса второй смеси	Массовая доля чистого вещества во второй смеси	Массовая доля чистого вещества в общей смеси	Решение
		m_1	p_1	m_2	p_2	p	
8.2A10 а из экзамен. сборн. 9 класс	Смешали некоторое количество 11%-го раствора некоторого вещества с таким же количеством 19% раствора этого же вещества. Найдите концентрацию получившегося раствора. Ответ: 15%	m_1	11%	m_2	19%	$p\%$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p} \quad (*)$ <hr/> $\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - 11}{19 - p}$ $m_1 = m_2 \quad p = 15$ <p>Можно также учесть замечание: если массы исходных растворов равны, то концентрация их смеси равна среднему арифметическому концентраций смешиваемых жидкостей. $p = (p_1 + p_2) / 2$; $p = (11 + 19) / 2$; $p = 15$</p>
	Сколько килограммов 20%-ного раствора соли нужно добавить к 1 кг 10%-ного раствора, чтобы получить 12%-ный раствор соли? Ответ: 0,25 кг	m_1	20%	1 кг	10%	12%	$\frac{m_1}{1} = \frac{12 - 10}{20 - 12}; m_1 = 0,25$
8.2A09 а из экзамен. сборн. 9 класс	В сосуд, содержащий 13 литров 18%-го водного раствора некоторого вещества, добавили пять литров воды. Найти концентрацию получившегося раствора. Ответ: 13%	13 л	18%	5 л	0%	$p\%$	$\frac{13}{5} = \frac{p - 0}{18 - p}; \quad p = 13$
8.2A09 б из экзамен. сборн. 9 класс	В сосуд, содержащий 11 литров 17%-го водного раствора некоторого вещества, добавили шесть литров воды. Найти концентрацию получившегося раствора. Ответ: 11%	11 л	17%	6 л	0%	$p\%$	$\frac{11}{6} = \frac{p - 0}{17 - p}; \quad p = 11$

А теперь предлагаю читателю самому решить следующие задания;
это поможет вам прочно усвоить алгоритм решения задач такого типа.

№	<i>Задача</i>	Масса	Массовая	Масса	Массовая	Массовая	<i>Решение</i>
		первой смеси	доля чистого вещества в первой смеси	второй смеси	доля чистого вещества во второй смеси	доля чистого вещества в общей их смеси	
		<i>m_1</i>	<i>p_1</i>	<i>m_2</i>	<i>p_1</i>	<i>p</i>	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$ (**)
1.	Имеется два раствора соли в воде, концентрации которых равны 20% и 30%. Сколько килограммов каждого раствора нужно смешать в одном сосуде, чтобы получить 25 кг 25,2%-го раствора? Ответ: 12 кг и 13 кг						
2.	К 3 кг 20%-ого раствора соли добавили 2 кг 10%-го раствора соли. Найти процентное содержание соли в получившемся растворе. Ответ: 16%						
3.	Сколько килограммов воды надо добавить к 20 кг 5%-го раствора соли, чтобы получить 4%-ый раствор соли? Ответ: 5 кг						
4.	В одном бидоне смешали 0,5 л молока 2,6%-ой жирности с 1л молока 3,2%-ой жирности. Какова стала жирность молока в бидоне? Ответ: 3%						
5.	В сосуд, содержащий 30 кг 25%-го раствора соли в воде, добавили 20 кг воды. Найти процентное содержание соли в получившемся растворе. Ответ: 15%						
6.	Сколько воды нужно добавить к 0,5 л раствора спирта в воде, чтобы объёмное содержание спирта в растворе уменьшилось с 60% до 40%? Ответ: 0,25 л						

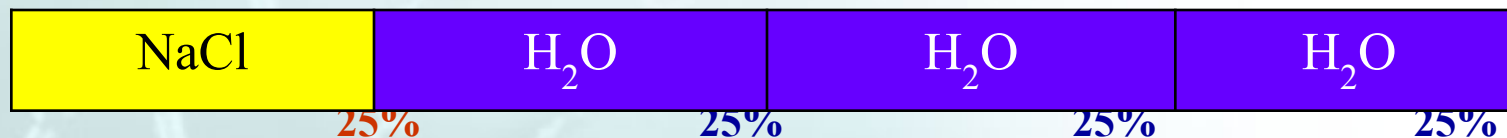
Графические иллюстрации к решению задач на смеси, сплавы, растворы.



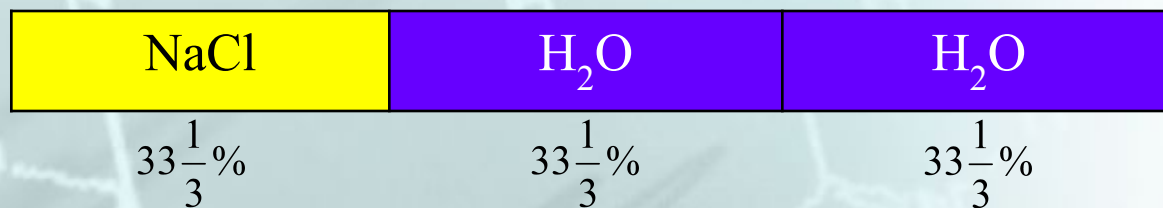
Задача. Сначала приготовили 25%-ый водный раствор поваренной соли. Затем одну треть воды выпарили. Найти концентрацию получившегося раствора.

Решение

До выпаривания:



После выпаривания:



Сейчас соль стала составлять одну треть всего раствора или

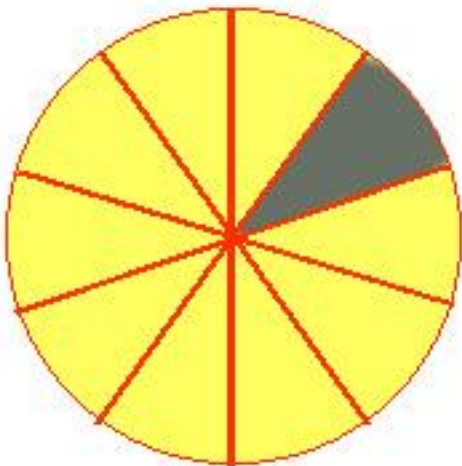
33 $\frac{1}{3}$ %

Ответ: 33 $\frac{1}{3}$ %

Задача. *Имеется два сплава золота и серебра. В одном количество этих металлов находится в отношении 1:9, а в другом 2:3. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 15 кг нового сплава, в котором золота и серебро относилось бы как 1:4?*

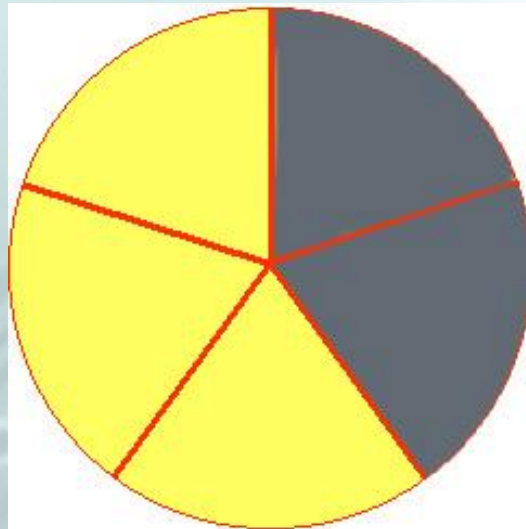
I СПЛАВ

Золота в нём 0,1 доля



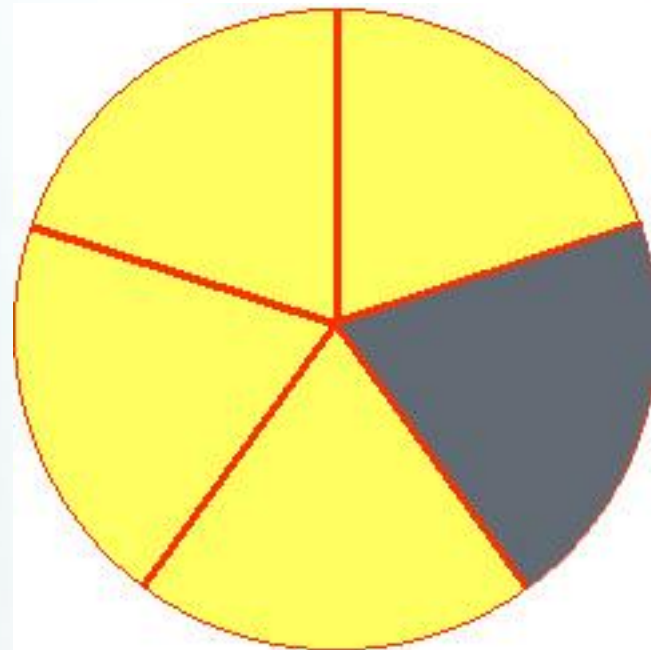
II СПЛАВ

Золота в нём $\frac{2}{5}$ или 0,4



НОВЫЙ СПЛАВ

Золота в нём $\frac{1}{5}$ или 0,2



Теперь внесём данные в таблицу

Имеется два сплава золота и серебра. В одном количество этих металлов находится в отношении 1:9, а в другом 2:3. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 15 кг нового сплава, в котором золота и серебро относились бы как 1:4?

	Название элементов	Масса каждого элемента в сплаве	Общая масса сплава	Массовая доля элемента
Первый сплав	золото	0,1х кг	X кг	0,1
	серебро			
Второй сплав	золото	0,4(15-х) кг	(15-X) кг	0,4
	серебро			
Новый сплав	золото	0,2*15=3 кг	15 кг	0,2
	серебро			

Решение

$$0,1x + 0,4(15-x) = 3$$

$$X = 10$$

$$m(\text{I сплава}) = 10 \text{ (кг)}$$

$$m(\text{II сплава}) = 15 - 10 = 5 \text{ (кг)}$$

Ответ: 10 кг, 5 кг.

Кстати, на предыдущем слайде вам показали ещё один приём решения задач с использованием специальной таблицы, хотя и здесь может быть применена формула

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$$

где $m_1=x$, $m_2=15-x$, $p_1=0,1$, $p_2=0,4$, $p=0,2$

$$\frac{x}{15-x} = \frac{0,2 - 0,4}{0,1 - 0,2}$$

получим $x=10$.

10 кг первого сплава надо взять.

$15-10=5$.

5 кг второго сплава надо взять.

Ответ: 10 кг, 5 кг.

**МГТУ «СТАНКИН» предложил своим абитуриентам в 2004 году задачи такого типа.
Посмотрим тексты и решения этих задач.**

1. Яблоки при сушке теряют 85% своей массы. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы получить 30 кг сушёных?



Решение: $30:15*100=200$ (кг)

Ответ: 200 кг.

2. В сплаве олова и меди медь составляет 85%. Сколько надо взять сплава, чтобы в нём содержалось 4,5 кг олова?



Решение: $4,5:15*100=30$ (кг)

Ответ: 30 кг.

Рекомендую порешать интересные задачи

1. Имелось два сплава серебра. Процент содержания серебра в первом сплаве был на 25% выше, чем во втором. Когда сплавляли их вместе, то получили сплав, содержащий 30% серебра. Определить массы сплавов, если известно, что серебра в первом сплаве было 4 кг, а во втором 8 кг.

Ответ: 8 кг; 32 кг

2. В первом сосуде растворили 0,36 л, а во втором 0,42 л чистого спирта. Процентное содержание спирта в первом сосуде оказалось на 6% больше, чем во втором. Каково процентное содержание спирта во втором и первом сосудах, если известно, что растворы в первом сосуде на 4 л меньше?

Ответ: 12% и 6%

3. В 4 кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько килограммов олова добавить к этому сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало бы равным 70%?

Ответ: 4 кг

4. К 40% раствору серной кислоты добавили 50 г чистой серной кислоты, после чего концентрация раствора стала равной 60%. Найти первоначальную массу раствора.

Ответ: 100 г

5. К раствору, содержащему 30 г соли, добавили 400 г, после чего концентрация соли уменьшилась на 10%. Найти первоначальную концентрацию соли в растворе.

Ответ: 15%

6. В 5 кг сплава олова и цинка содержится 80% цинка. Сколько килограммов олова надо добавить к сплаву, чтобы процентное содержание цинка стало вдвое меньше?

Ответ: 5 кг

7. К 5 кг сплава олова и цинка добавили 4 кг олова. Найти первоначальное процентное содержание цинка в первоначальном сплаве, если в новом сплаве цинка стало в 2 раза меньше, чем олова.

Ответ: 60%

8. К некоторому количеству сплава меди с цинком, в котором эти металлы находятся в отношении 2:3, добавили 4 кг чистой меди. В результате получили новый сплав, в котором медь и цинк относятся как 2:1. Сколько килограммов нового сплава получилось?

Ответ: 9 кг

9. Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 200 г сплава, содержащего 30% меди?

Ответ: 140 г, 60 г

10. Имеется сталь двух сортов с содержанием никеля в 5% и 40%. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 140 тонн стали с содержанием никеля в 30%?

Ответ: 40 т и 100 т

11. Имеется два разных сплава меди, процент содержания меди в первом сплаве на 40% меньше, чем во втором. Когда оба сплава сплавляли вместе, то новый сплав стал содержать 36% меди. Известно, что в первом сплаве было 5 кг меди, а во втором вдвое больше. Каково процентное содержание меди в обоих сплавах?

Ответ: 20% и 60%

12. Имеются два сплава золота и серебра. В одном количестве этих металлов находится в отношении 1:9, а в другом 2:3. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 15 кг нового сплава, в котором золото и серебро относились бы как 1:4?

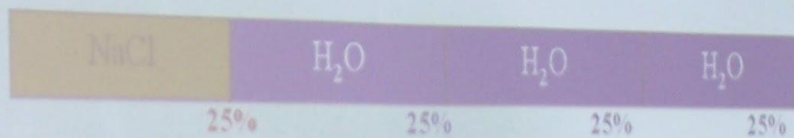
Ответ: 10 кг и 5 кг

13. На завод поступило 20 тонн меди и 10 тонн свинца. Из них были приготовлены три сплава: в первый сплав медь и свинец входят как 3:2, во второй как 3:1 и в третий как 5:1. Найти массы изготовленных сплавов, если известно, что первого и второго сплавов вместе было приготовлено в 4 раза больше, чем третьего.

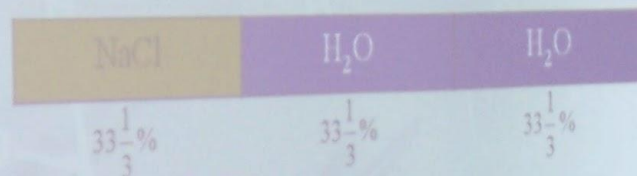
Ответ: 20 тонн, 4 тонны, 6 тонн

Я поделилась своим опытом решения задач на смеси, сплавы и растворы с 9 «Б» классом

До выпаривания:



После выпаривания:



Сейчас соль стала составлять одну треть всего раствора или $33\frac{1}{3}\%$



ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

$\sin x = 0$
 $x = \pi n$
 $\sin x = -1$
 $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
 $\sin x = 1$
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
 $\sin x = a, |a| \leq 1$
 $x = (-1)^n \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$

$\cos x = 0$
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$
 $\cos x = -1$
 $x = \pi + 2\pi n$
 $\cos x = 1$
 $x = 2\pi n$
 $\cos x = a, |a| \leq 1$
 $x = \pm \arccos a + 2\pi k$
 $x = \pm \arccos a + 2\pi k$

ОБЩИЙ РЕЗУЛЬТАТ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
ВНЕЗНАКОМЫХ АРГУМЕНТОВ

$a \sin x + b \cos x = c$
 a, b, c - произвольные числа

Пусть: $R = \sqrt{a^2 + b^2}$

Пусть: $\sin \alpha = \frac{a}{R}, \cos \alpha = \frac{b}{R}$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

ОБЩИЙ РЕЗУЛЬТАТ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
ВНЕЗНАКОМЫХ АРГУМЕНТОВ

$a \sin x + b \cos x = c$
 a, b, c - произвольные числа

Пусть: $R = \sqrt{a^2 + b^2}$

Пусть: $\sin \alpha = \frac{a}{R}, \cos \alpha = \frac{b}{R}$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

ОБЩИЙ РЕЗУЛЬТАТ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
ВНЕЗНАКОМЫХ АРГУМЕНТОВ

$a \sin x + b \cos x = c$
 a, b, c - произвольные числа

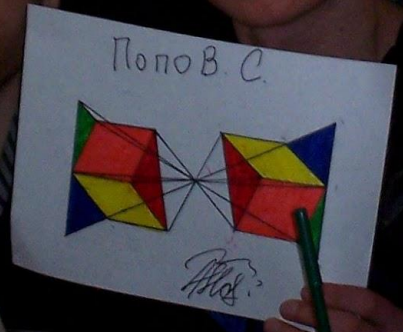
Пусть: $R = \sqrt{a^2 + b^2}$

Пусть: $\sin \alpha = \frac{a}{R}, \cos \alpha = \frac{b}{R}$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$

Пусть: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1/2$, $\sin \alpha = 1/2$, $\alpha = \pi/6$, $\alpha = 5\pi/6$, $\alpha = \pi/6 + 2\pi k$, $\alpha = 5\pi/6 + 2\pi k$



Задача. Имеется два сплава золота и серебра. В одном количество этих металлов находится в отношении $1:9$, а в другом $2:3$. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 15 кг нового сплава, в котором золота и серебро относилось бы как $1:4$?



Краткий список литературы, изученной в ходе нашей работы над проектом

1. *Н.А. Терёшин* Прикладная направленность школьного курса математики, «Просвещение», М., 1990 г.
2. *Е.П. Сидоров* Правила и способы решения конкурсных задач по химии, изд-во НИИЭИР, М., 1998 г.
3. *А.В. Шевкин* Школьные математические олимпиады, изд-во «Русское слово», 2002г.
4. *О. Городнова* Статья «Учимся решать задачи на «смеси и сплавы», г-та «Математика» №36 за 2004 г.