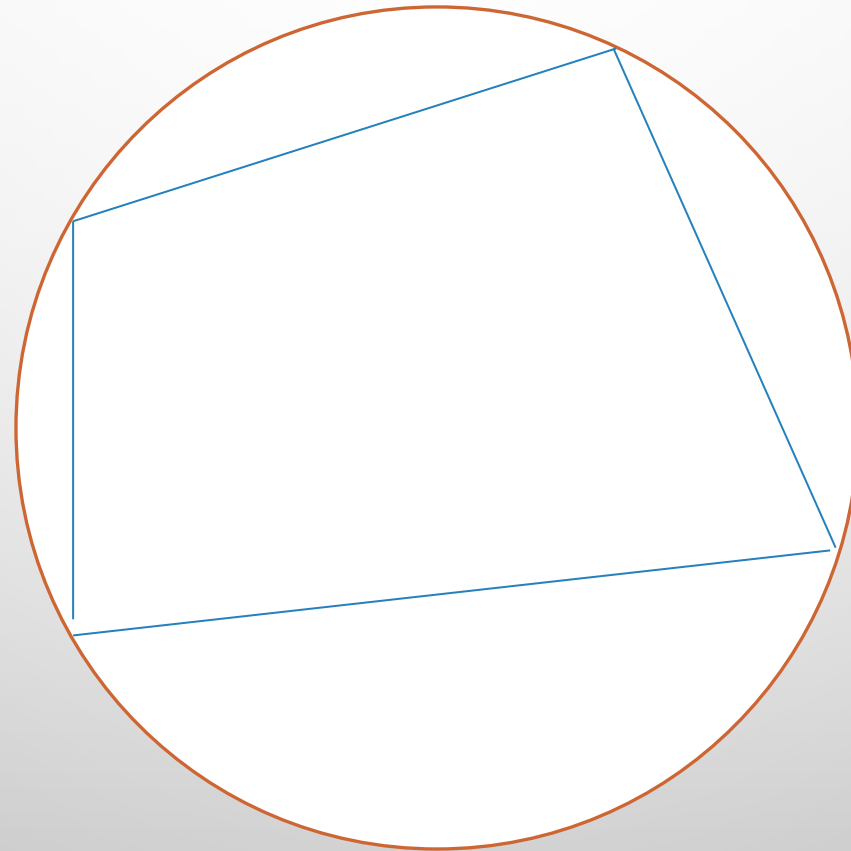


The background of the slide is a light gray gradient, decorated with numerous realistic water droplets of various sizes. The droplets are rendered with soft shadows and highlights, giving them a three-dimensional appearance. They are scattered across the page, with some larger droplets near the top and bottom edges, and smaller ones in the center.

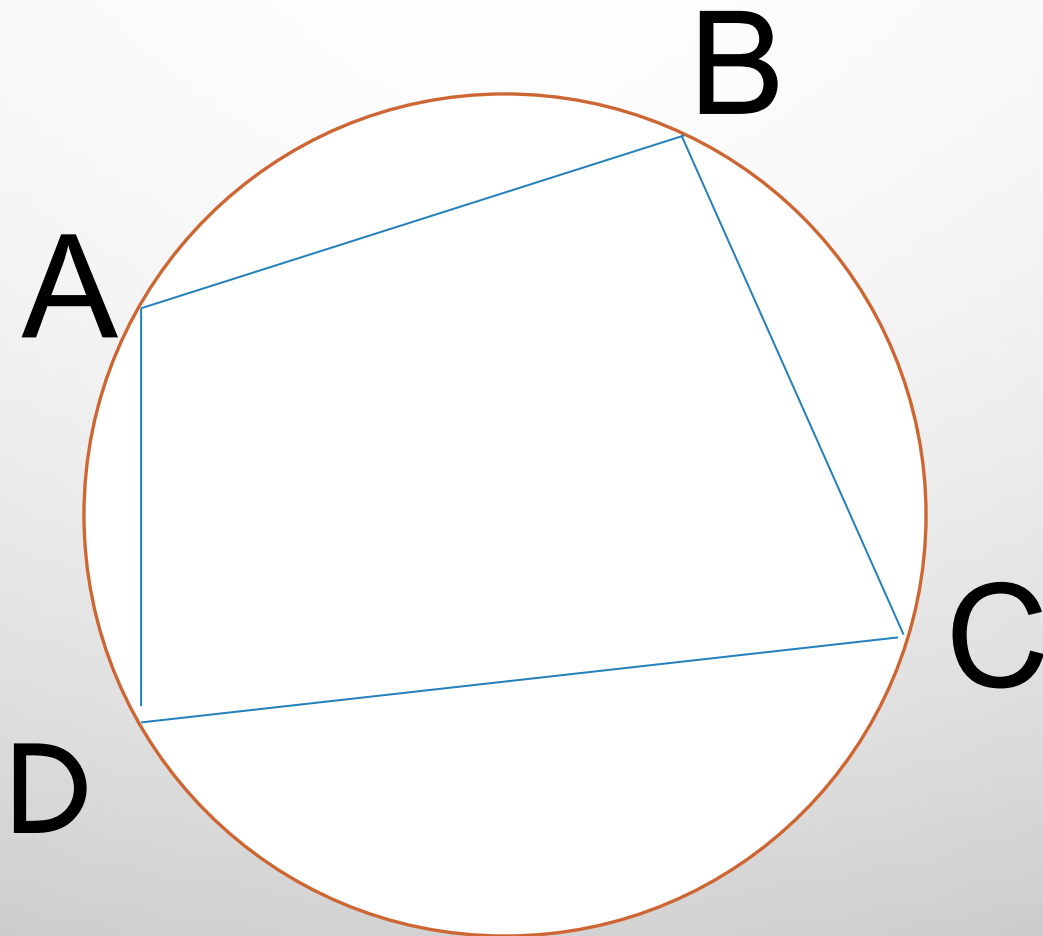
# БЛОК УРОКОВ ПО ГЕОМЕТРИИ. ВПИСАННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК.

ПОДГОТОВКА К ОГЭ. 9 КЛАСС.

# УРОК 1. ВПИСАННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК.

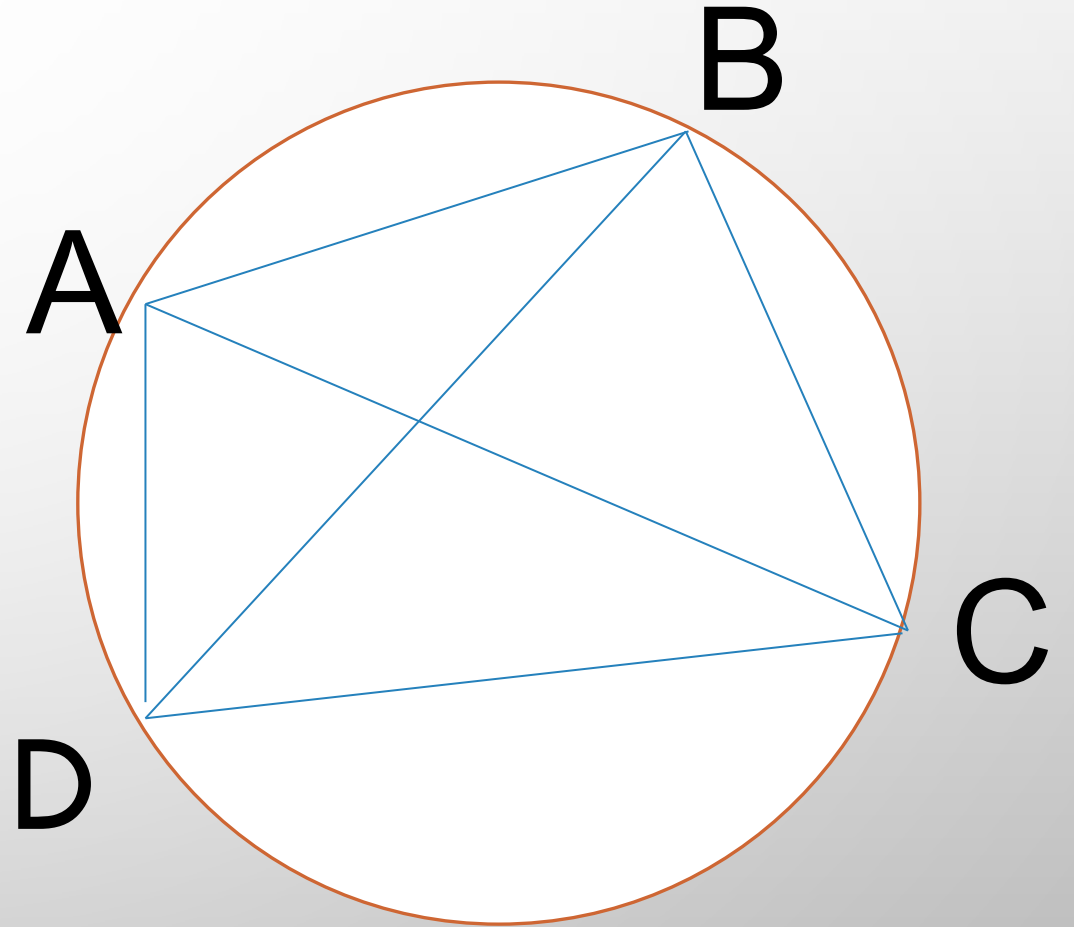


# УРОК 1. ВПИСАННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК



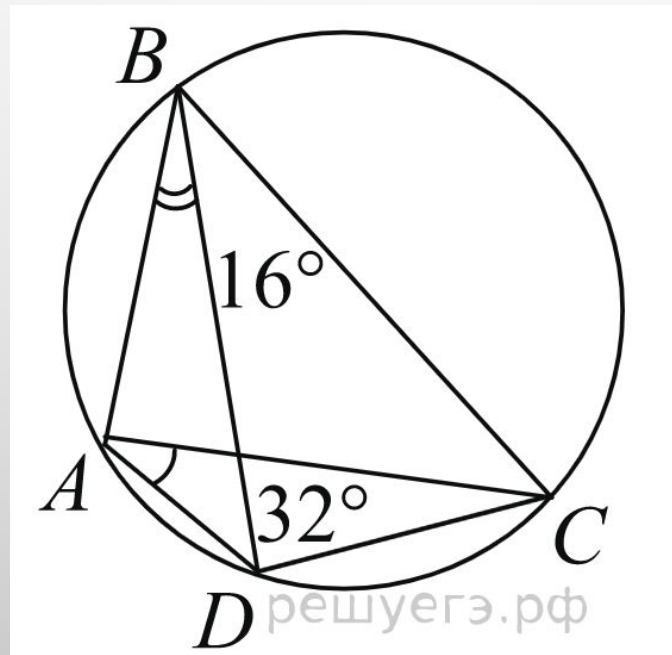
# УРОК 1. ВПИСАННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК. ВПИСАННЫЕ УГЛЫ. ИГРА ВОПРОС-ОТВЕТ.

- КАК НАЗЫВАЕТСЯ ФИГУРА ABCD?
- КАК НАЗЫВАЕТСЯ УГОЛ ABC?
- КАК НАЙТИ УГОЛ ABC?
- ЧЕМУ РАВЕН УГОЛ A, ЕСЛИ BD ЯВЛЯЕТСЯ ДИАГОНАЛЬЮ ОКРУЖНОСТИ?



# УРОК 1. РЕШЕНИЕ СТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ.

1. ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ. УГОЛ  $ABD$  РАВЕН  $16^\circ$ , УГОЛ  $CAD$  РАВЕН  $32^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ  $ABC$ . ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.



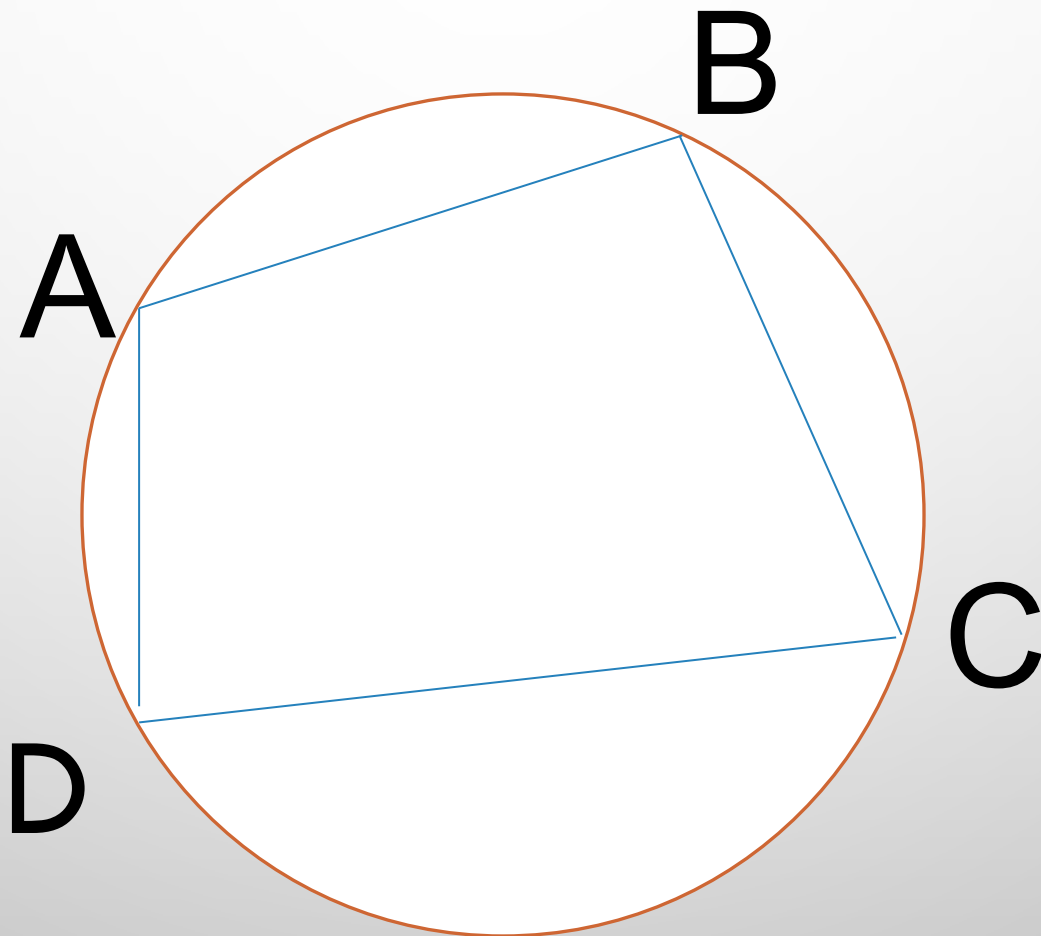
# УРОК 1. РЕШЕНИЕ СТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ. РЕШИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО.

- ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ. УГОЛ  $ABD$  РАВЕН  $16^\circ$ , УГОЛ  $CAD$  РАВЕН  $32^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ  $ABC$ . ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ. УГОЛ  $ABC$  РАВЕН  $120^\circ$ , УГОЛ  $CAD$  РАВЕН  $74^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ  $ABD$ . ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ. УГОЛ  $ABD$  РАВЕН  $71^\circ$ , УГОЛ  $CAD$  РАВЕН  $61^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ  $ABC$ . ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ. УГОЛ  $ABC$  РАВЕН  $80^\circ$ , УГОЛ  $CAD$  РАВЕН  $54^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ  $ABD$ . ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- УГОЛ  $A$  ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА  $ABCD$ , ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ, РАВЕН  $58^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ  $C$  ЭТОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- УГОЛ  $B$  ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА  $ABCD$ , ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ, РАВЕН  $72^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ  $D$  ЭТОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.

# УРОК 1. РЕШЕНИЕ СТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ. РЕШИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО.

- СУММА УГЛОВ А И В ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА АВСД, ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ, РАВЕН  $100^\circ$ . НАЙДИТЕ СУММУ УГЛОВ D И C ЭТОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- СТОРОНЫ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА АВСД АВ, ВС, CD И AD СТЯГИВАЮТ ДУГИ ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ, ГРАДУСНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ КОТОРЫХ РАВНЫ СООТВЕТСТВЕННО 95, 49, 71, 145 ГРАДУСОВ. НАЙДИТЕ УГОЛ В ЭТОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- СТОРОНЫ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА АВСД АВ, ВС, CD И AD СТЯГИВАЮТ ДУГИ ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ, ГРАДУСНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ КОТОРЫХ РАВНЫ СООТВЕТСТВЕННО  $52^\circ$ ,  $29^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $244^\circ$ . НАЙДИТЕ УГОЛ В ЭТОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА.
- ТОЧКИ А, В, С, D, РАСПОЛОЖЕННЫЕ НА ОКРУЖНОСТИ, ДЕЛЯТ ЭТУ ОКРУЖНОСТЬ НА ЧЕТЫРЕ ДУГИ АВ, ВС, CD И AD, ГРАДУСНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ КОТОРЫХ ОТНОСЯТСЯ СООТВЕТСТВЕННО КАК 4 : 2 : 3 : 6. НАЙДИТЕ УГОЛ А ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА АВСД. ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.
- ТОЧКИ А, В, С, D, РАСПОЛОЖЕННЫЕ НА ОКРУЖНОСТИ, ДЕЛЯТ ЭТУ ОКРУЖНОСТЬ НА ЧЕТЫРЕ ДУГИ АВ, ВС, CD И AD, ГРАДУСНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ КОТОРЫХ ОТНОСЯТСЯ СООТВЕТСТВЕННО КАК 2:5:6:23 НАЙДИТЕ УГОЛ А ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА АВСД. ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.

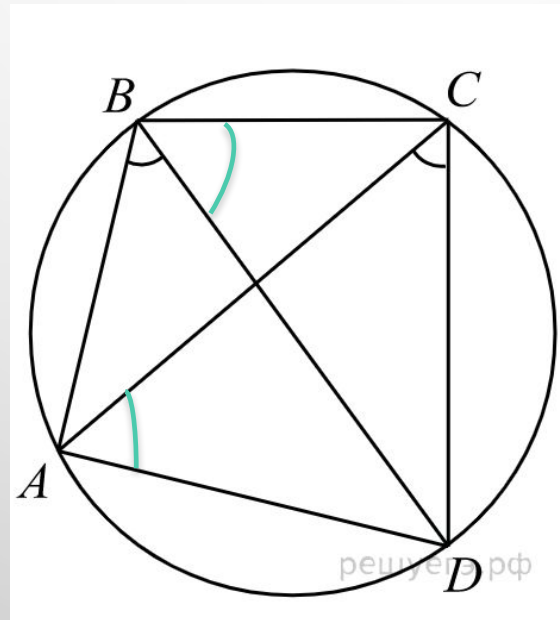
# УРОК 2. ВПИСАННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК



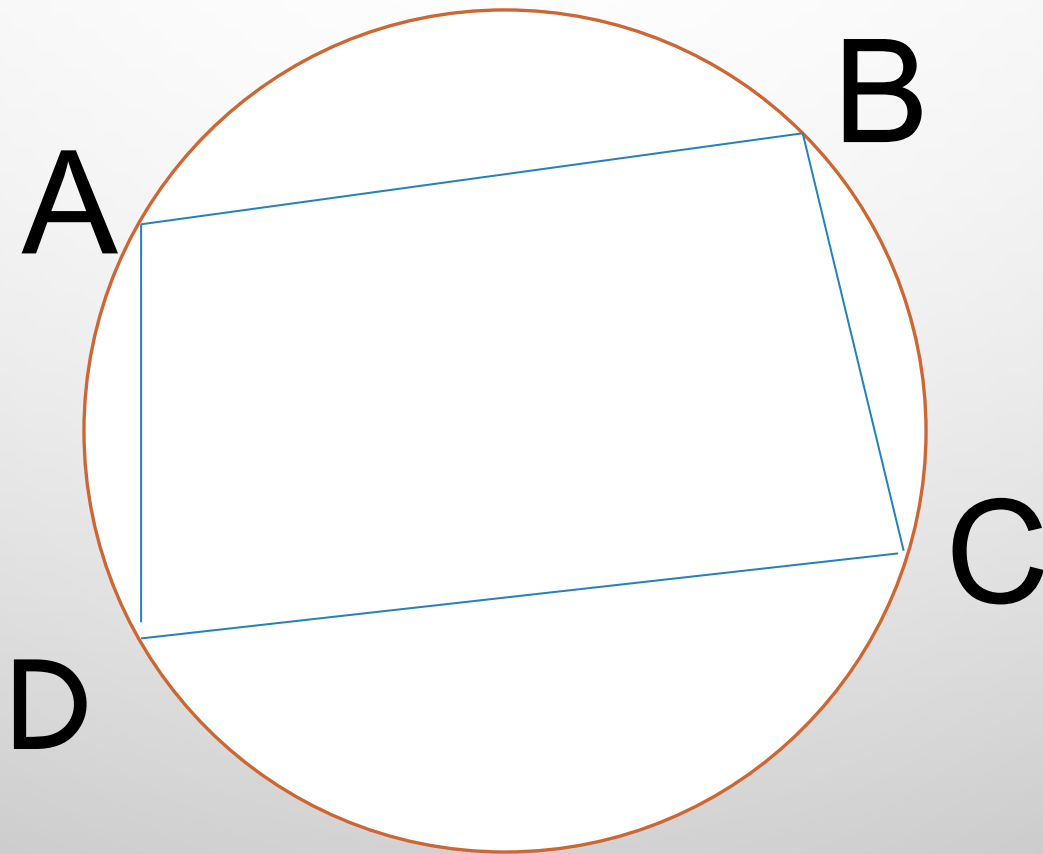


# УРОК 2. РЕШЕНИЕ СТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ.

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  равны. Докажите, что углы  $DAC$  и  $DBC$  также равны.

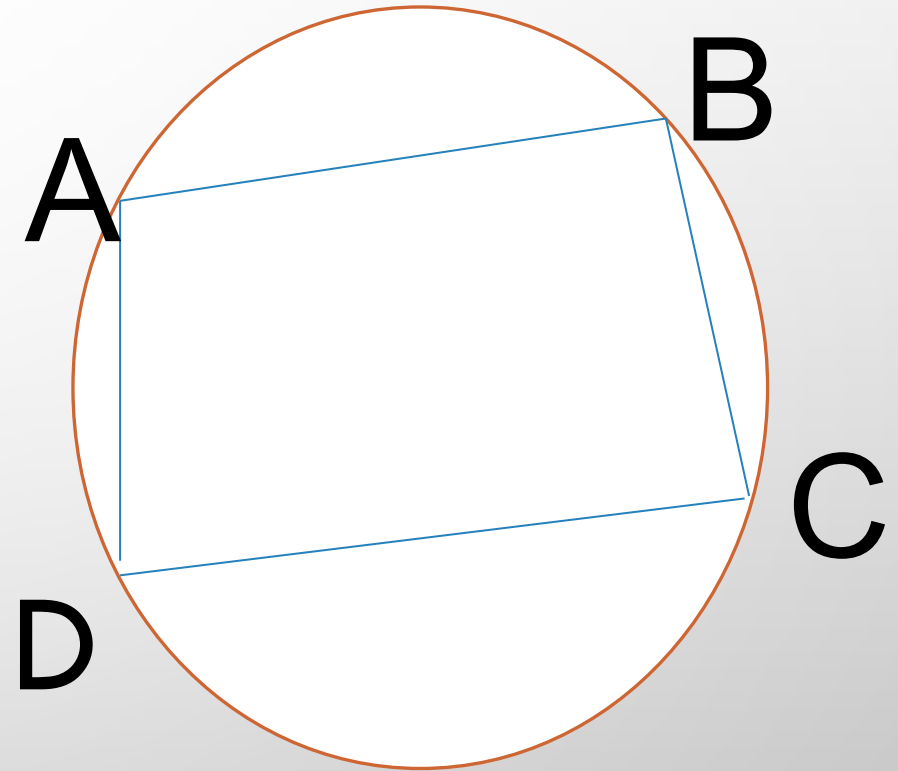


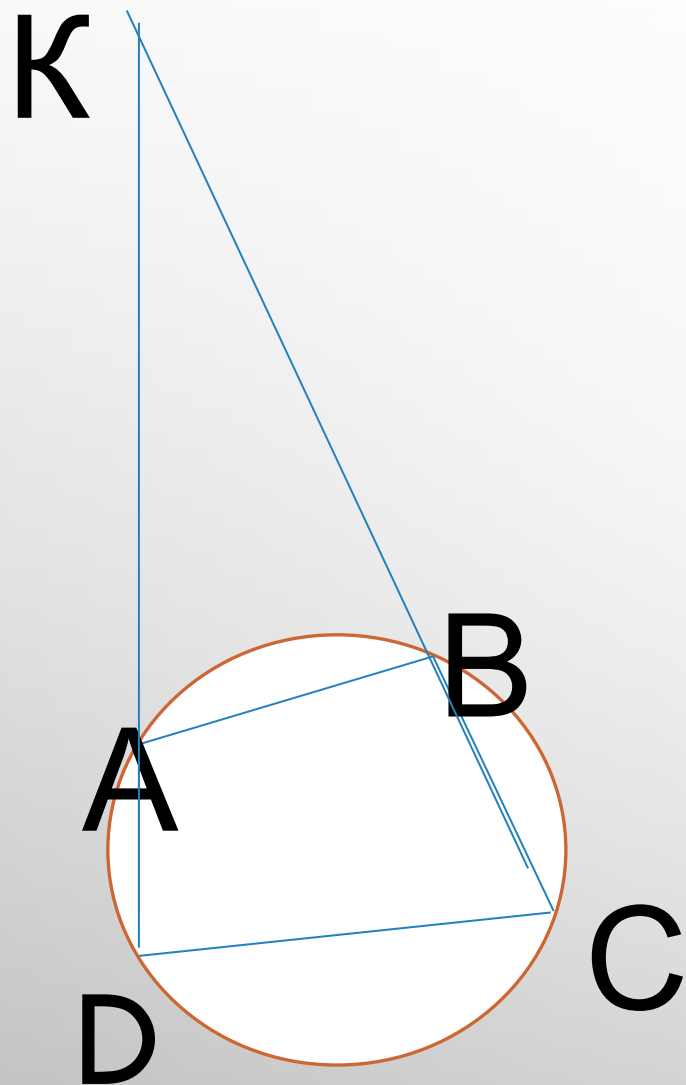
# УРОК 2. ВПИСАННАЯ ТРАПЕЦИЯ



# УРОК 2. ВПИСАННАЯ ТРАПЕЦИЯ

Около трапеции  
описана окружность.  
Периметр трапеции  
равен 22, средняя  
линия равна 5.  
Найдите боковую  
сторону трапеции.





УРОК 2.  
ВПИСАННЫЙ  
ЧЕТЫРЕХУГОЛ  
ЬНИК.  
ПОДОБНЫЕ  
ТРЕУГОЛЬНИК  
И. ИГРА  
ВОПРОС-  
ОТВЕТ.

# УРОК 2. РЕШЕНИЕ СТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ. РЕШИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО.

- В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $DAC$  и  $DBC$  равны. Докажите, что углы  $CDB$  и  $CAB$  также равны.
- В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $BCA$  и  $BDA$  равны. Докажите, что углы  $ABD$  и  $ACD$  также равны.
- Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 24, средняя линия равна 11. Найдите боковую сторону трапеции.
- Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 48, средняя линия равна 19. Найдите боковую сторону трапеции.
- Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AD$  и  $BC$  четырёхугольника пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что треугольники  $KAB$  и  $KCD$  подобны.
- Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.

# УРОК 3. РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ.

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  СО СТОРОНАМИ  $AB = 40$  И  $CD = 10$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ.  
ДИАГОНАЛИ  $AC$  И  $BD$  ПЕРЕСЕКАЮТСЯ В ТОЧКЕ  $K$ , ПРИЧЁМ  $\angle AKB = 60^\circ$ . НАЙДИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ,  
ОПИСАННОЙ ОКОЛО ЭТОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА.

# УРОК 3. РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ.

## Решение.

Проведём через точку  $D$  прямую, параллельную диагонали  $AC$ . Дуги  $AL$  и  $CD$  равны, следовательно, равны и стягивающие их хорды:  $AL = CD = 10$ .

Вертикальные углы  $AKB$  и  $CKD$  равны. Углы  $CKD$  и  $LDK$  равны как накрест лежащие:  $\angle CKD = \angle LDK = 60^\circ$ .

Четырёхугольник  $ABDL$  вписан в окружность, следовательно, суммы противоположных углов равны  $180^\circ$ , откуда  $\angle LAB = 180^\circ - \angle LDK = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ .

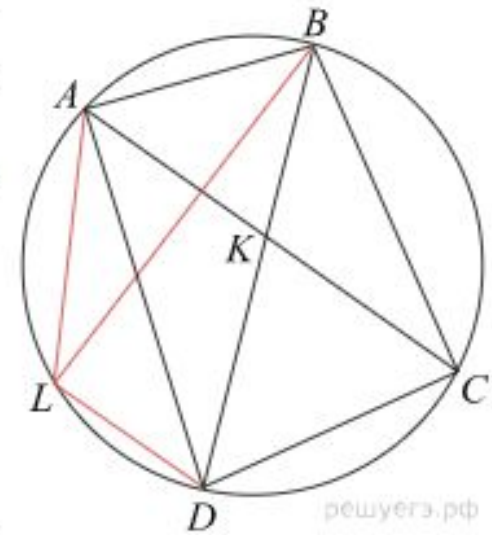
Рассмотрим треугольник  $ABL$ . По теореме косинусов:

$$BL = \sqrt{AL^2 + AB^2 - 2AL \cdot AB \cos 120^\circ} = \sqrt{100 + 1600 - 2 \cdot 10 \cdot 40 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{2100}.$$

Найдём радиус описанной вокруг треугольника  $ABL$  окружности по теореме синусов:

$$R = \frac{BL}{2 \sin \angle BAL} = \frac{\sqrt{2100}}{2 \sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{2100}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2100}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{2100}{3}} = \sqrt{700} = 10\sqrt{7}.$$

Ответ:  $10\sqrt{7}$ .



# УРОК 3. РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ.

$2R = \frac{AB}{\sin \angle BDC}$  Найдем  $\sin \angle BDC$ . Рассмотрим треугольник АКД.

По теореме косинусов.  $AD^2 = KD^2 + KA^2 - 2 * KD * KA * \cos \angle DKA$

Треугольники СКД и ВКА подобны, т.к.  $\angle CKD = \angle BKA$  (вертикальные углы),  
 $\angle CDB = \angle CAB$  (вписанные углы, опирающиеся на одну дугу).

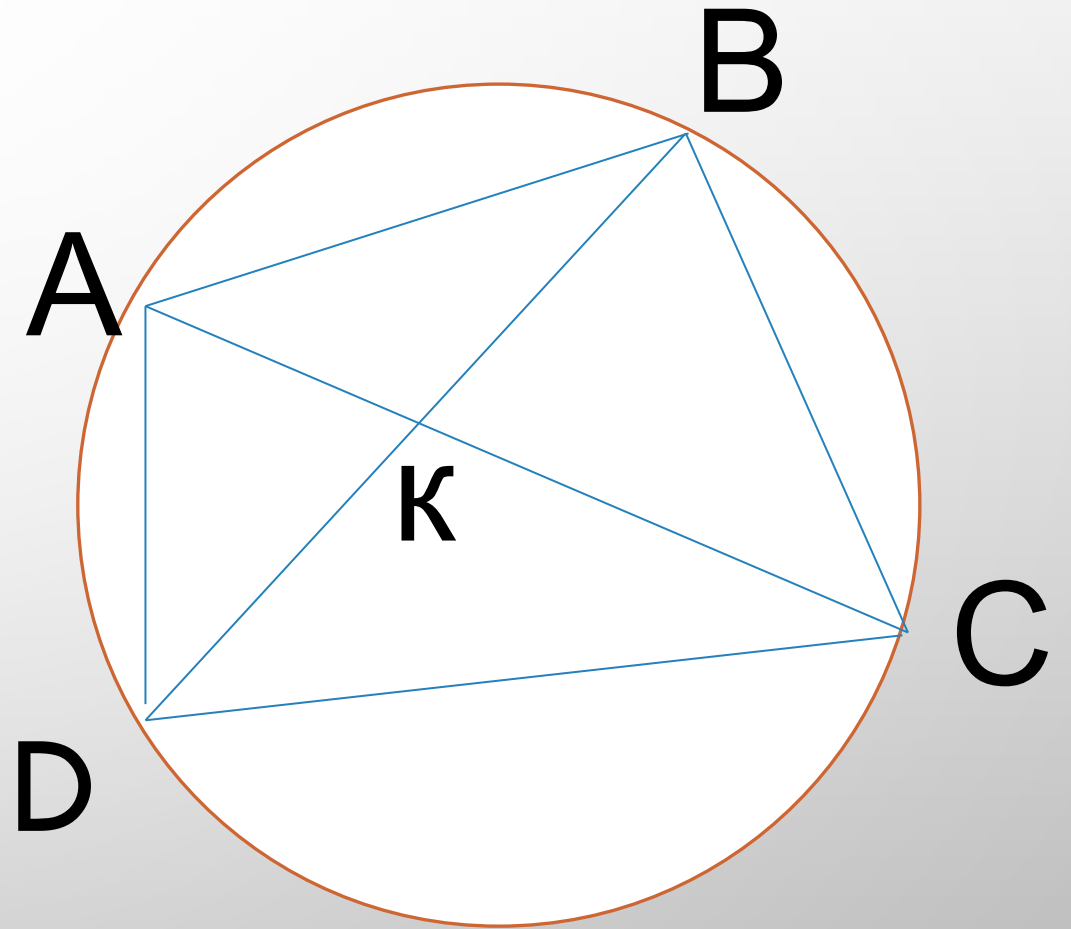
Следовательно, КД больше КА в 4 раза. Обозначим КД через  $x$ , тогда  
КА через  $4x$ .

Получим из теоремы косинусов  $AD^2 = 21x^2$ ,  $AD = \sqrt{21}x$

По теореме синусов  $\frac{AD}{\sin 120} = \frac{KA}{\sin \angle BDC}$ ;  $\sin \angle BDC = \frac{2}{\sqrt{7}}$

Значит  $R = 10\sqrt{7}$

Ответ:  $10\sqrt{7}$





# УРОК 3. РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ. РЕШИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО.

- ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  СО СТОРОНАМИ  $AB = 5$  И  $CD = 17$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ. ДИАГОНАЛИ  $AC$  И  $BD$  ПЕРЕСЕКАЮТСЯ В ТОЧКЕ  $K$ , ПРИЧЁМ  $\angle AKB = 60^\circ$ . НАЙДИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ, ОПИСАННОЙ ОКОЛО ЭТОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА.
- ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК  $ABCD$  СО СТОРОНАМИ  $AB = 43$  И  $CD = 4$  ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ. ДИАГОНАЛИ  $AC$  И  $BD$  ПЕРЕСЕКАЮТСЯ В ТОЧКЕ  $K$ , ПРИЧЁМ  $\angle AKB = 60^\circ$ . НАЙДИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ, ОПИСАННОЙ ОКОЛО ЭТОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА НА ОГЭ

- ВАРИАНТ НОМЕР **25991716**.
- ССЫЛКА ДЛЯ УЧАЩИХСЯ: [HTTPS://MATH-OGE.SDAMGIA.RU/TEST?ID=25991716](https://math-oge.sdamgia.ru/test?id=25991716)