

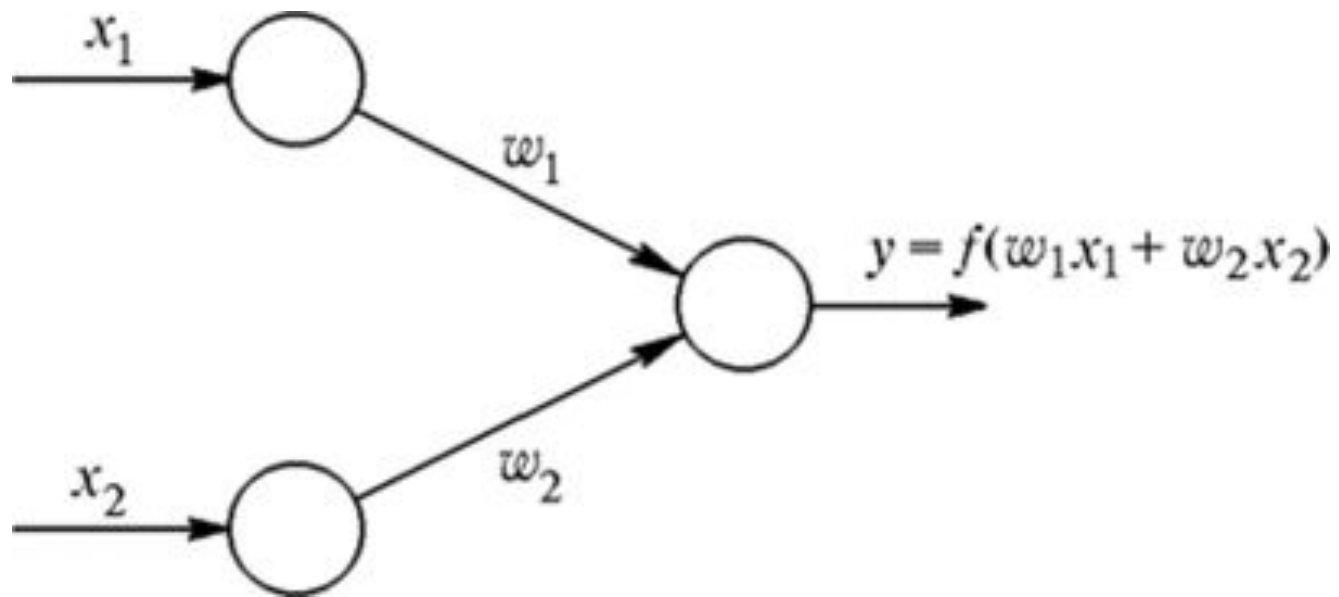
Нечеткая нейронная сеть

Нечеткая логика выведена из теории нечетких множеств, имеющей дело с рассуждениями, которые в большей степени являются приближенными, чем точным. Истинность в нечеткой логике показывает принадлежность к нечетко определенным множествам. В нечеткой логике решения могут быть приняты на основе неточно определенных, но, тем менее, очень важных характеристик. Нечеткая логика допускает изменение значений принадлежности к множеству в диапазоне 0 до 1 включительно, а также использование таких неопределенных понятий, как “немного”, “до некоторой степени” и “очень”. Это особым образом позволяет реализовывать частичную принадлежность к множеству.

С помощью принятия решений в ИНС, основанной на нечеткой логике, можно создать мощную систему управления. Очевидно, что две эти концепции хорошо работают вместе: алгоритм логического вывода с тремя нечеткими состояниями (например, холодный, теплый, горячий) мог бы быть реализован в аппаратном виде при использовании истинностных значений (0.8, 0.2, 0.0) в качестве входных значений для трех нейронов, каждый из которых представляет одно из трех множеств. Каждый нейрон обрабатывает входную величину в соответствии со своей функцией и получает выходное значение, которое далее будет входным значением для второго слоя.

Например, нейροкомпьютер для обработки изображений может снять многочисленные ограничения по видеозаписи, освещению и настройкам аппаратуры. Такая степень свободы становится возможной благодаря тому, что нейронная сеть позволяет построить механизм распознавания с помощью изучения примеров. В результате система может быть обучена распознаванию годных и бракованных изделий при сильном и слабом освещении, при их расположении под разными углами и т.д.

Механизм логического вывода начинает работать с “оценки” условий освещения (другими словами, устанавливает степень сходства с другими условиями освещения, при которых система знает, как действовать). После этого система выносит решение о содержании изображения используя критерии, основанные на данных условиях освещения. Поскольку система рассматривает условия освещения как нечеткие понятия, механизм логического вывода легко определяет новые условия по известным примерам.



В случае применения других операций, таких как t-норма или t-конорма, придем к нейронной сети, которая будет называться нечеткой нейронной сетью.

Нечеткая нейронная (гибридная) сеть - это нейронная сеть с четкими сигналами, весами и активационной функцией, но с объединением входных сигналов и весов с использованием t-нормы, t-конормы или некоторых других непрерывных операций. Входы, выходы и веса нечеткой нейронной сети вещественные числа, принадлежащие отрезку $[0, 1]$. Нечеткой нейронной сетью обычно называют четкую нейронную сеть, которая построена на основе многослойной архитектуры с использованием «И», «ИЛИ» нейронов.

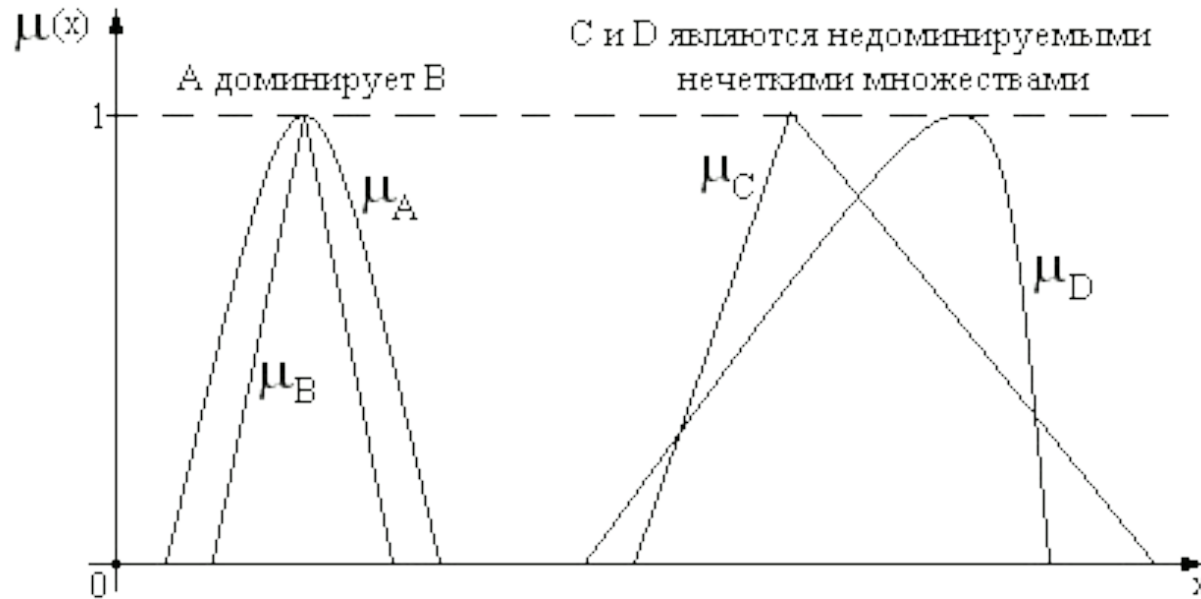
T-норма или, несокращенная, **треугольная норма**)является своим родом бинарной операцией , используемой в рамках вероятностных метрических пространств в частности , в нечеткой логике .

T-норма обобщает конъюнкцию в логике.

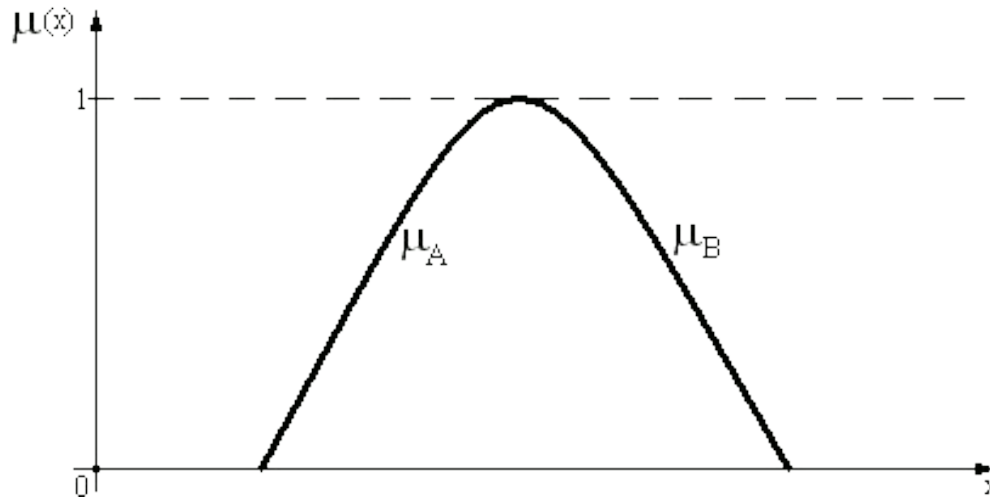
Название *треугольная норма* относится к тому факту, что в рамках вероятностных метрических пространств t-нормы используются для обобщения неравенства треугольника обычных метрических пространств.

Операции над нечеткими множествами

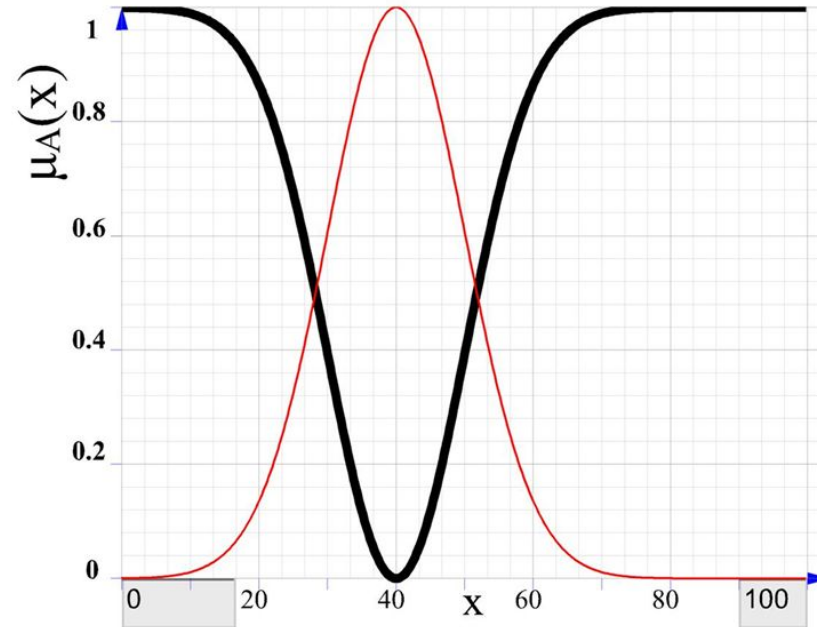
Включение. Пусть A и B – нечеткие множества на универсальном множестве X .
Говорят, что A содержится в B , или B включает A , т.е. $A \subset B$, если $\forall x \in X \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$.



Равенство. Пусть A и B – нечеткие множества на универсальном множестве X . Говорят, что A и B равны, т.е. $A = B$, если $\forall x \in X \mu_A(x) = \mu_B(x)$. В противном случае $A \neq B$

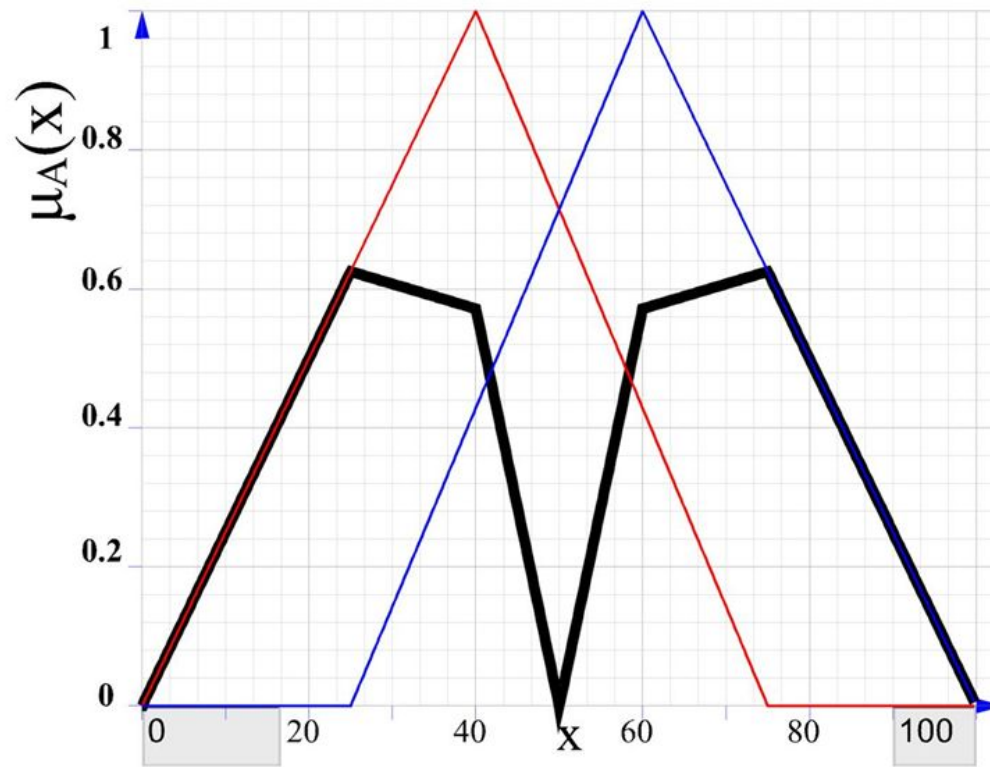


Дополнение. Пусть A и B – нечеткие множества с множеством принадлежностей характеристических функций $M = [0 ; 1]$, заданные на универсальном множестве X . Говорят, что A и B дополняют друг друга, т.е. $A = B_{\bar{}}$ или $B = A_{\bar{}}$, если $\forall x \in X \mu_A(x) = 1 - \mu_B(x)$



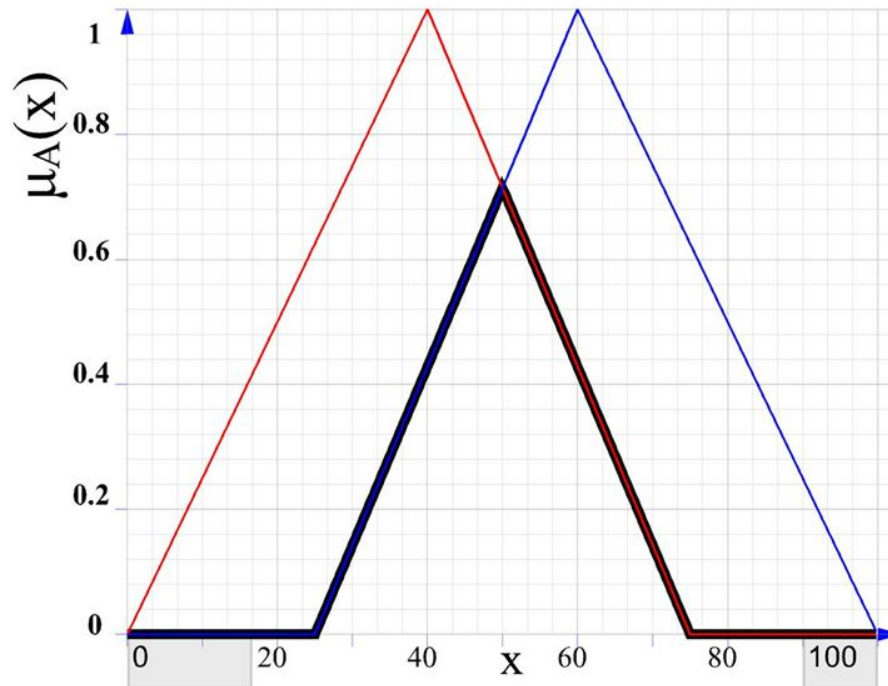
Симметрическая разность нечетких множеств A и B , заданных на универсальном множестве X , – это нечеткое множество $A - B$ с функцией принадлежности, заданной следующим образом:

$$\forall x \in X \mu_{(A-B)}(x) = \mu_A(x) - \mu_B(x).$$

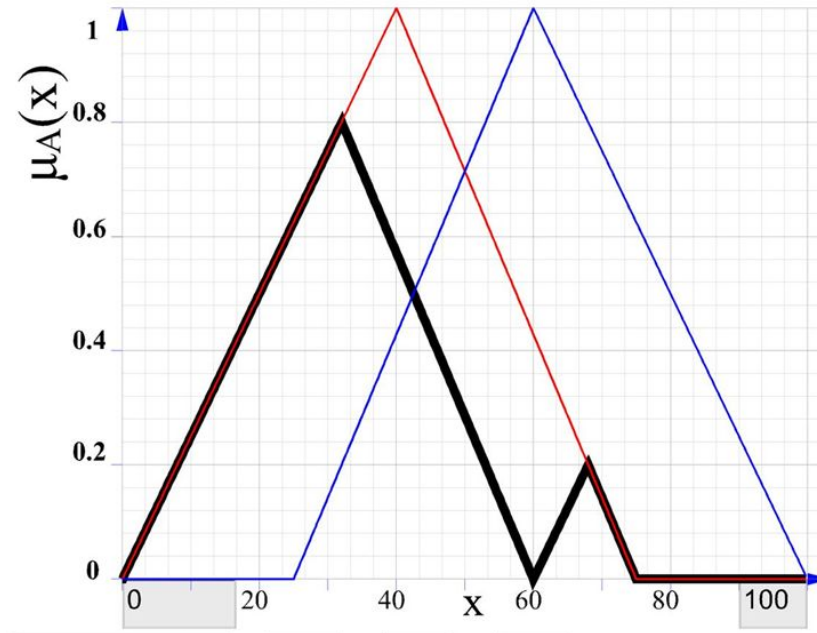


Пересечение нечетких множеств A и B , заданных на универсальном множестве X , – это наибольшее нечеткое множество $A \cap B$, содержащееся одновременно и в A , и в B с функцией принадлежности, заданной следующим образом:

$$\forall x \in X \mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x); \mu_B(x)\}.$$

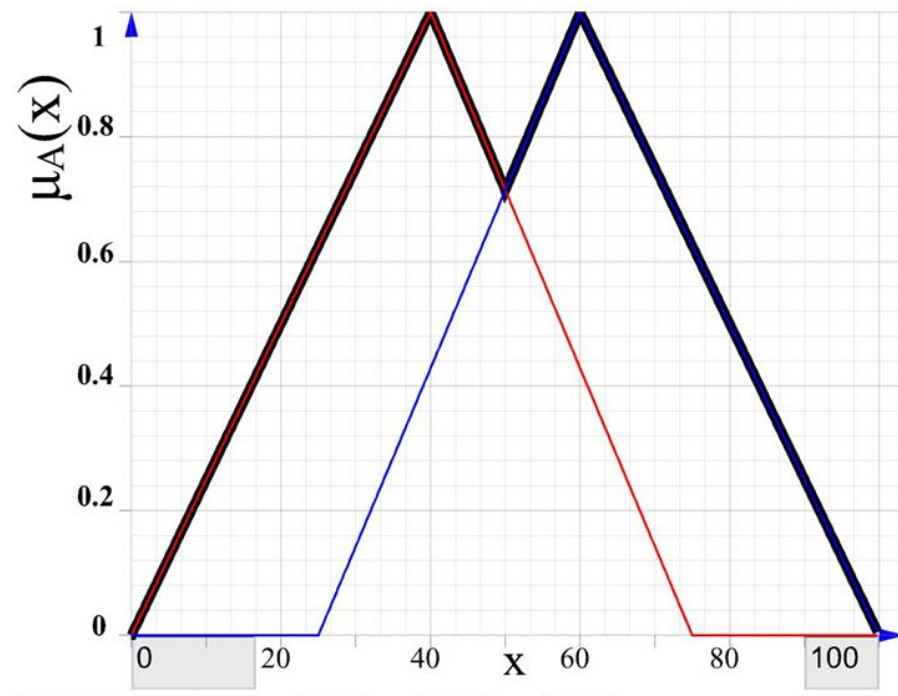


Разность нечетких множеств A и B , заданных на универсальном множестве X , – это нечеткое множество $A \setminus B = A \cap B_{\neg}$ с функцией принадлежности, заданной следующим образом: $\forall x \in X \mu(A \setminus B)(x) = \mu(A \cap B_{\neg})(x) = \min\{\mu_A(x); 1 - \mu_B(x)\}$.



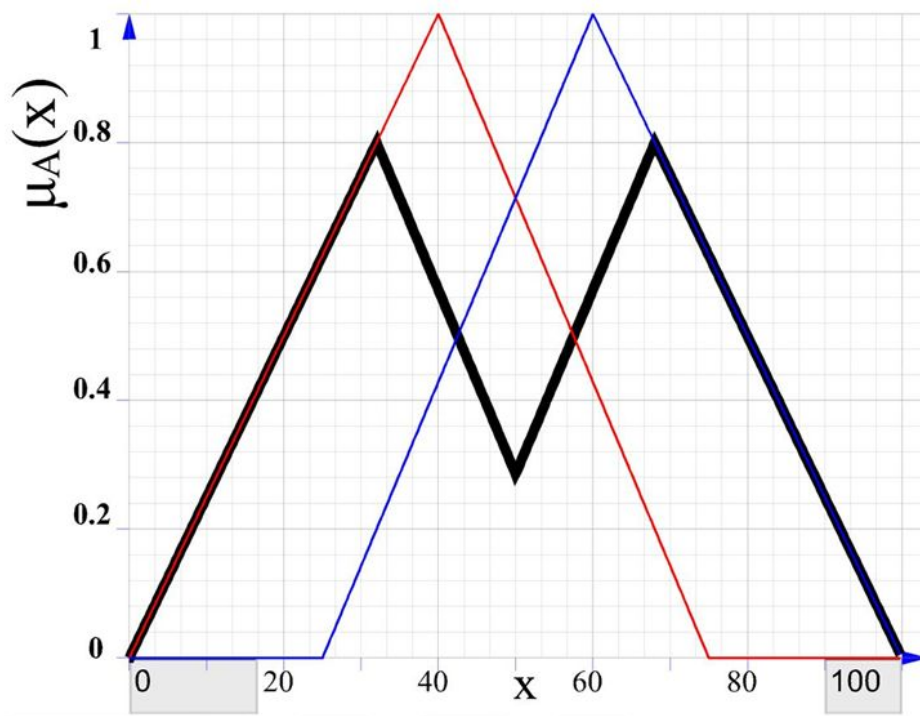
Объединение нечетких множеств A и B , заданных на универсальном множестве X , – это наименьшее нечеткое множество $A \cup B$, включающее как A , так и B с функцией принадлежности, заданной следующим образом:

$$\forall x \in X \mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x) ; \mu_B(x) \} .$$



Дизъюнктивная сумма нечетких множеств A и B , заданных на универсальном множестве X , – это нечеткое множество $A \oplus B = A \setminus B \cup B \setminus A = A \cap B_{\bar{}} \cup A_{\bar{}} \cap B$ с функцией принадлежности, заданной следующим образом:

$$\forall x \in X \mu(A \oplus B)(x) = \max\{\min\{\mu A(x); 1 - \mu B(x)\}; \min\{1 - \mu A(x); \mu B(x)\}\}.$$



- **Минимальная t-норма** также называется **t-нормой Гёделя** , поскольку это стандартная семантика конъюнкции в нечеткой логике Геделя. Кроме того, это встречается в большинстве нечетких логик, основанных на t-норме, как стандартная семантика для слабой конъюнкции.

$$\min\{ A (x) ; B (x) \}$$

- **T-норма Лукасевича** Название происходит от того факта, что t-норма является стандартной семантикой для сильной конъюнкции в нечеткой логике Лукасевича. Это нильпотентная архимедова t-норма, поточечно меньшая, чем t-норма произведения.

$$T(a,b) = \max\{0, a+b-1\}$$

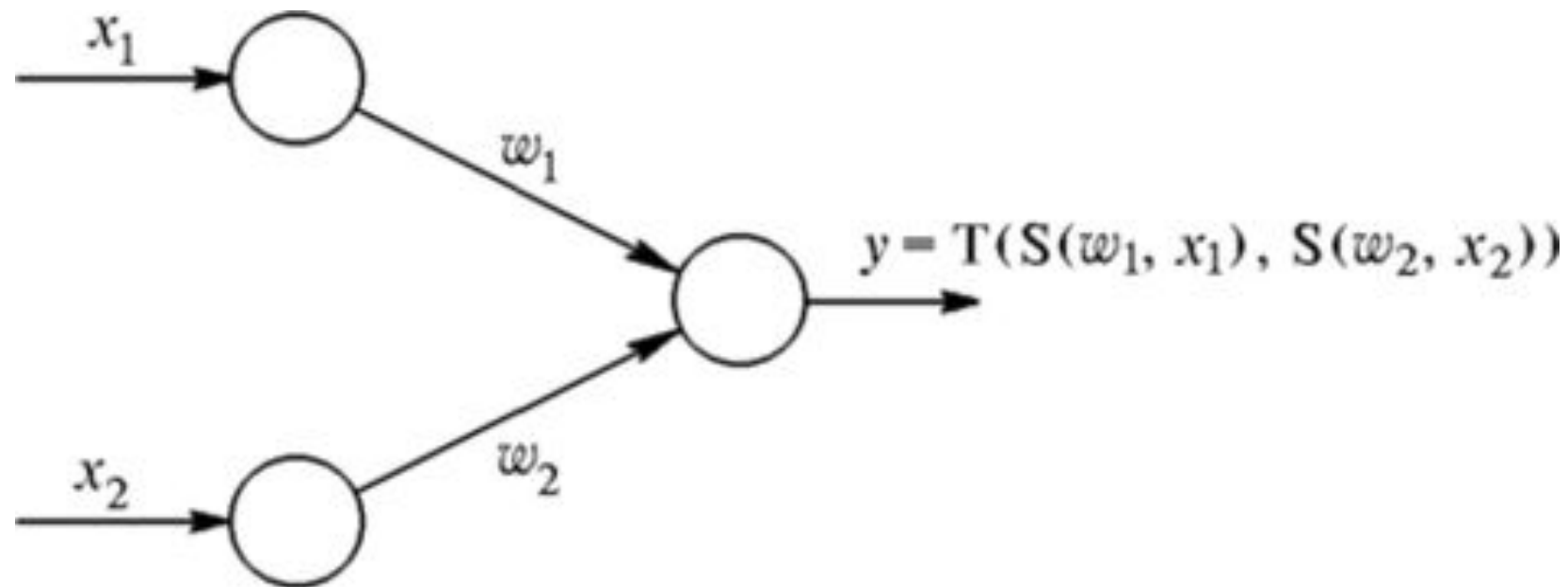
Нечеткий нейрон «И». Сигналы x , и w , в данном случае объединяются с помощью треугольной конормы, а выход образуется с применением треугольной нормы: Если принять

$$y = \text{AND}(p_1, p_2) = T(p_1, p_2) = T(S(w_1, x_1), S(w_2, x_2))$$

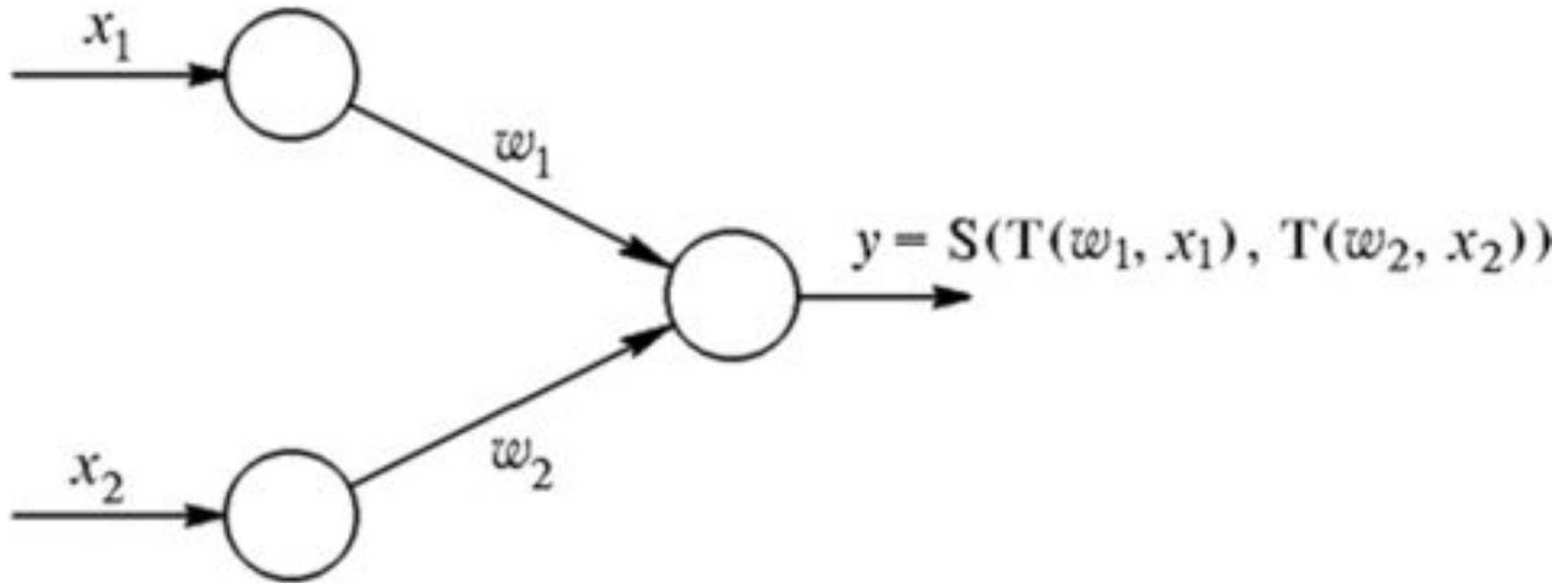
$$T = \min, S = \max,$$

тогда нечеткий нейрон «И» реализует композицию min-max:

$$y = \min(w_1 \vee x_1, w_2 \vee x_2).$$



Нечеткий нейрон «ИЛИ».



$$y = \text{OR}(p_1, p_2) = S(p_1, p_2) = S(T(w_1, x_1), T(w_2, x_2))$$

Нечеткая нейронная сеть как правило состоит из четырех слоев: слоя фазификации входных переменных, слоя агрегирования значений активации условия, слоя агрегирования нечетких правил и выходного слоя.

Нечеткая нейронная сеть представляет собой набор нечетких правил, которые описывают классы в имеющемся наборе исходных данных, и нечеткую систему вывода для их переработки с целью получения результата диагностики.

На схеме показана нечеткая нейронная сеть с четырьмя входами ($n = 4$). Слои обозначены символами от L1 до L5. Элементы, обозначенные символом Π (мультипликаторы), перемножают все входные сигналы, элементы, обозначенные символом Σ (сумматоры) - суммируют их.

Назначение слоев, следующее:

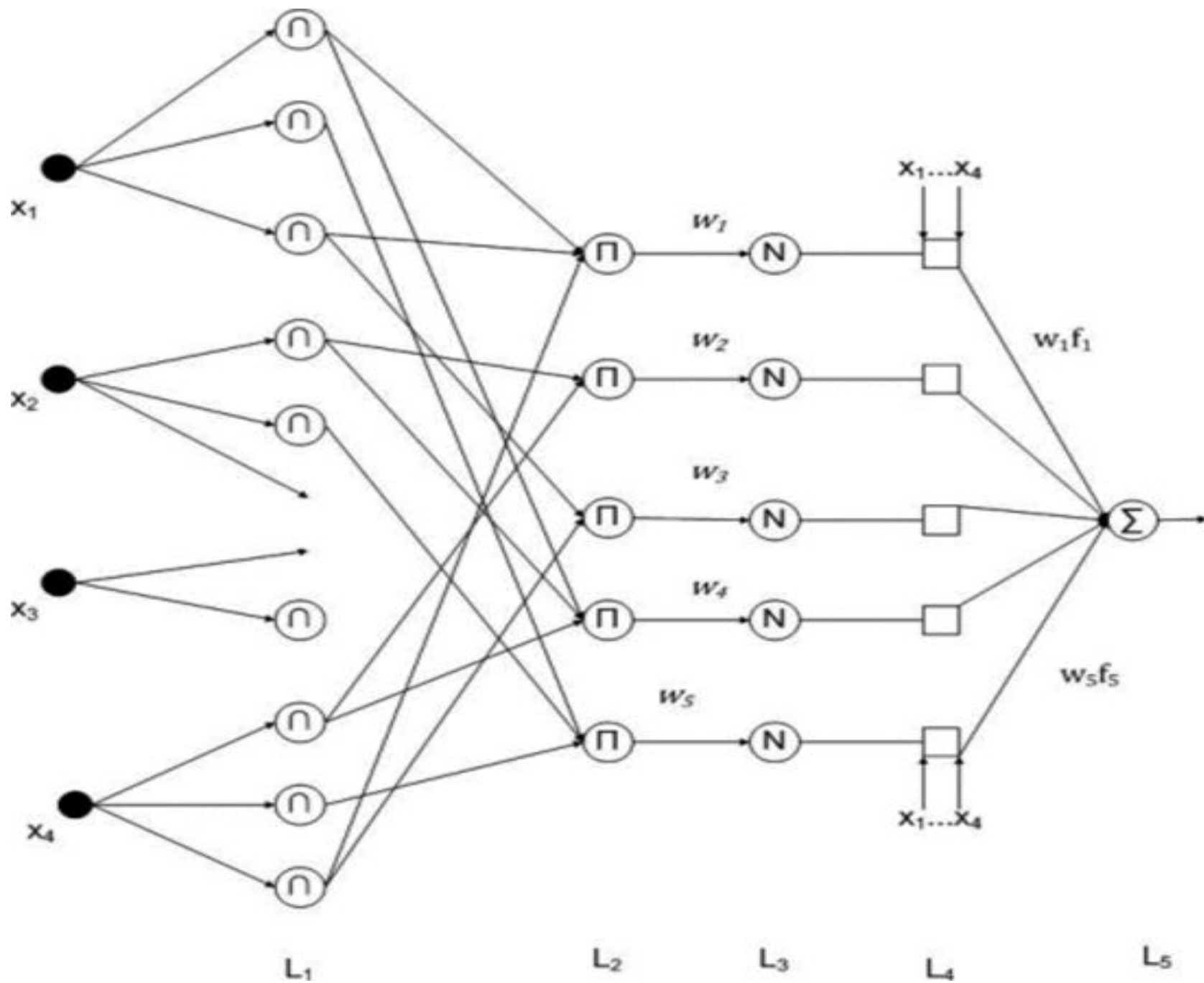
первый слой - термы входных переменных
(Термом называется любой элемент терм-
множества(Терм-множеством называется
множество всех возможных значений));

второй слой - антецеденты (посылки) нечетких
правил;

третий слой - нормализация степеней
выполнения правил;

четвертый слой - заключения правил;

пятый слой - агрегирование результата,
полученного по различным правилам. Входы
сети в отдельный слой не выделяются.



Каждый элемент слоя 1 (L1) представляет один терм с функцией принадлежности. Входы сети соединены только со своими термами. Количество узлов первого слоя равно сумме мощностей терм-множеств входных переменных. Выходом узла является степень принадлежности значения входной переменной соответствующему нечеткому терму

Фактически, в этом слое оценивается степень принадлежности входных данных к соответствующим нечетким множествам A_k . Функциональная зависимость между входом и выходом в узлах этой сети определяется по формуле:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - c}{\sigma}\right)^{2b}},$$

- Ее параметры c , a и b будут модифицироваться в процессе обучения, что позволит улучшить подбор нечетких множеств. Факт физической интерпретации этих параметров позволяет получить хорошее начальное размещение функции принадлежности нечетких множеств, а также анализировать ее в процессе обучения.
- Каждый второгого узел слоя соответствует одному нечеткому правилу. Узел второго слоя соединен с теми узлами первого слоя, которые формируют антецеденты соответствующего правила. Следовательно, каждый узел второго слоя может принимать от 1 до p входных сигналов. Выходом узла является степень выполнения правила (вес некоторого правила).

$$\omega_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_i}(x), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Количество элементов этого слоя равно количеству правил N . Каждый узел связан с предыдущим слоем таким образом, что узел слоя L_2 , соответствующий k -му правилу, соединен со всеми узлами слоя L_1 , соответствующими нечетким множествам суждений этого правила.

Каждый i -й узел слоя 3 (L3) определяет отношение веса i -го правила к сумме весов всех правил.

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_i}{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

Выходные сигналы 3-го слоя называются нормализованными весами.

Каждый узел слоя 4(L4) соединен с одним узлом третьего слоя, а также со всеми входами сети. Узел четвертого слоя рассчитывает вклад одного нечеткого прави.

$$O_i^4 = \bar{\omega}_i f_i = \bar{\omega}_i (p_i x + q_i y + r_i)$$

Четвертый адаптивный слой сети содержит нейроны, которые вычисляют значения функций принадлежности выходных переменных, а также произведения значений синаптических весов и функций принадлежности:

$$W_{sp i} * \psi_i = W_{sp i} * \psi_i(x_1, x_2, p_i, q_i, r_i),$$

где ψ_i – значения функций принадлежности выходных переменных, p_i, q_i, r_i – параметры функций принадлежности. Адаптивность слоя достигается путем подбора типа функций принадлежности выходных переменных.

Слой 5 (L5) представляет собой реализацию блока дефазификации, реализующего зависимость.

$$O_i^s = \sum_i \bar{\omega}_i f_i = \frac{\sum_i \omega_i f_i}{\sum_i \omega_i}$$

Веса связей, доходящих до верхнего узла слоя L4 и обозначенные u , интерпретируются как центры функций принадлежности нечетких множеств A_k . Эти веса, также как и значения параметров x , в слое L1, будут модифицироваться в процессе обучения. На выходе слоя L5 формируется «четкое» (дефазифицированное) выходное значение модуля управления u . Представленная структура имеет много общего с нейронными сетями она представляет собой многослойную сеть, основанную на идее нечеткого вывода. В отличие от «чистых» нейронных сетей, каждый слой в целом и отдельные составляющие его элементы, также, как и конфигурация связей, все параметры и веса имеют физическую интерпретацию. Это свойство оказывается необычайно важным, поскольку знания не распределяются по сети и могут быть легко локализованы и при необходимости