

***Механические
колебания и
волны***

- Движения, обладающие той или иной степенью повторяемости, называются ***колебаниями***.
- Если колебания повторяются через равные промежутки времени, то они называются ***периодическими***.
- ***Гармонические*** – это такие колебания, которые описываются периодическим законом
или
$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$
$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

- Решение уравнения:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

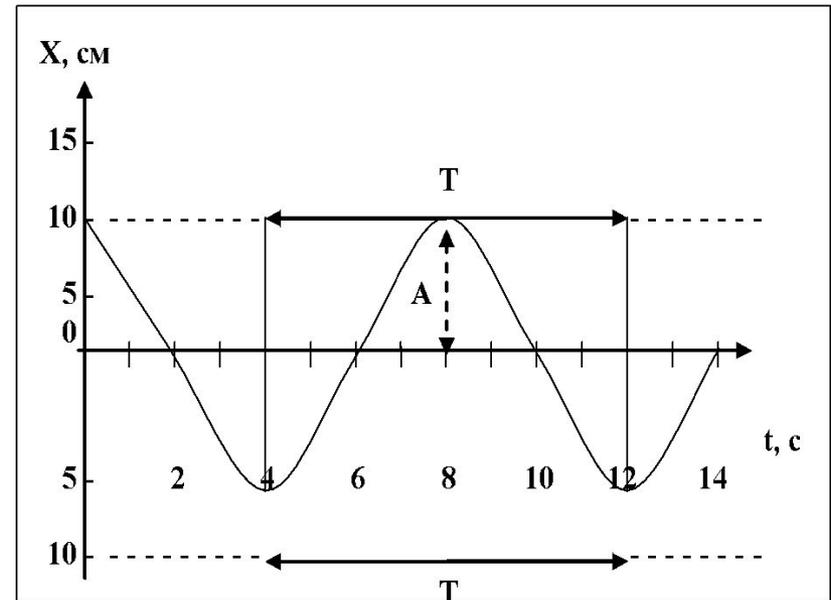
**Колебательное движение
характеризуют
амплитудой, периодом и
частотой колебаний:**

A – амплитуда;

T – период;

ν – частота;

**ω_0 – циклическая
частота**



Скорость колебательного

ДВИЖЕНИЯ:

$$v_{\max} = A\omega_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

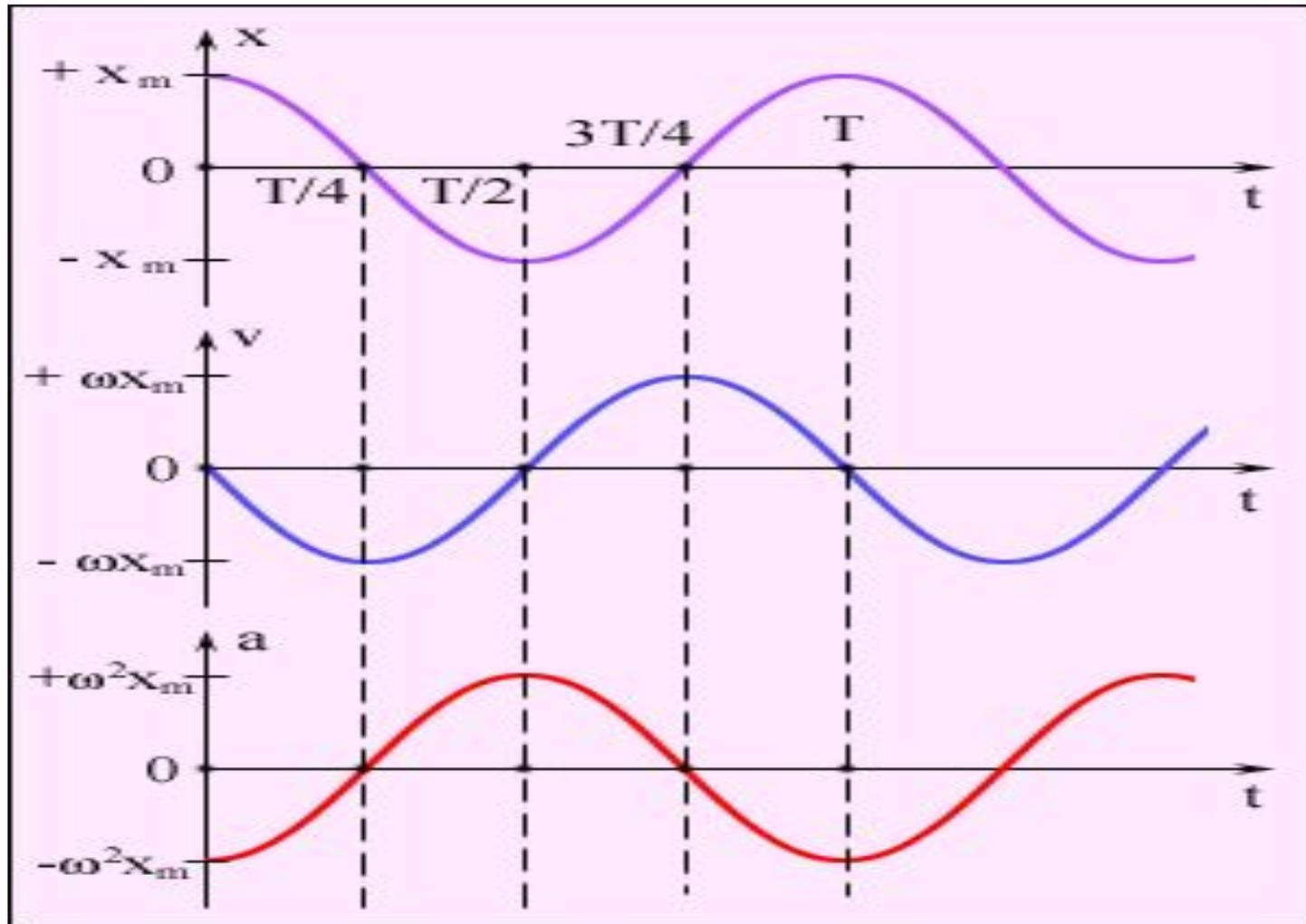
Ускорение колебательного

ДВИЖЕНИЯ:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(-A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)) =$$

$$= -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad a_{\max} = A\omega_0^2$$

Графики координаты $x(t)$, скорости $v(t)$ и ускорения $a(t)$ тела, совершающего гармонические колебания.



Затухающие колебания – это колебания, амплитуда которых, под действием сил сопротивления, со временем уменьшается, и через некоторый промежуток времени становится равной «0».

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

График незатухающих колебаний

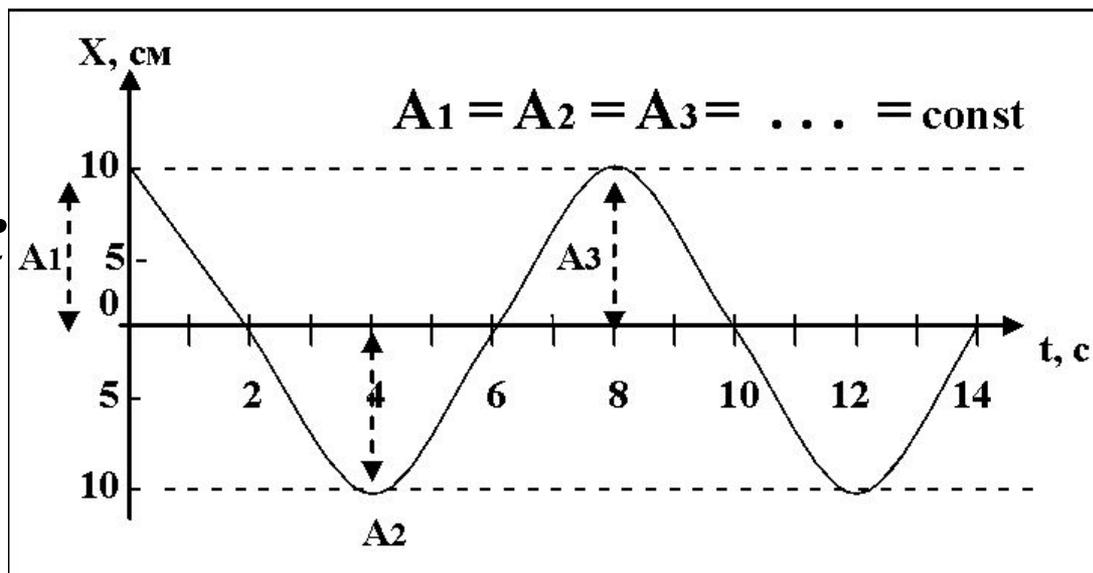
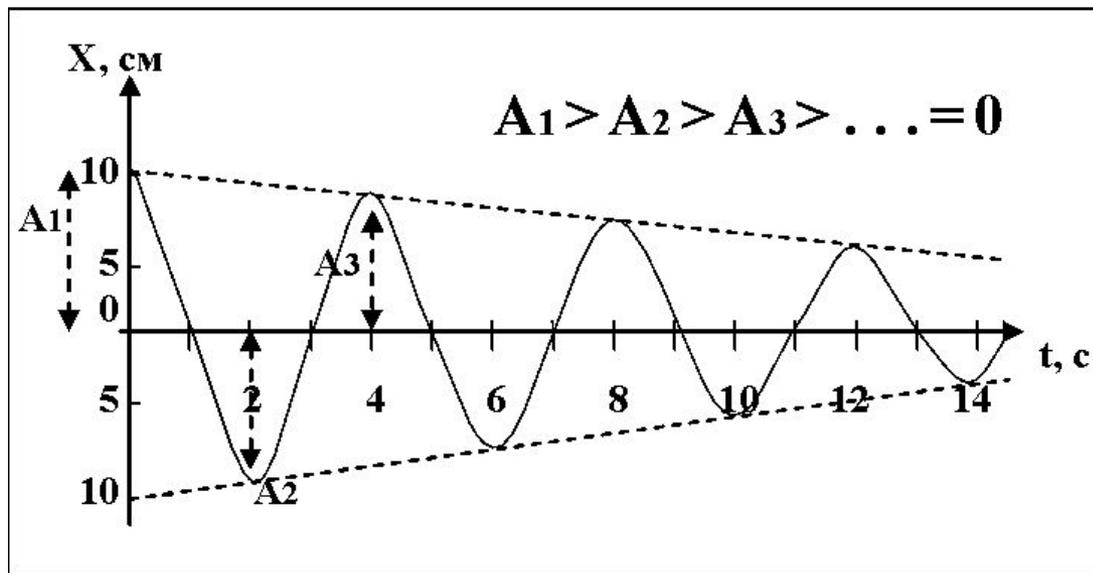


График затухающих колебаний



Характеристики затухающих колебаний

- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**.

$$\tau = \frac{1}{\beta}$$

- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**:

$$Q = \pi N = \pi \frac{\tau}{T}$$

- **Декремент затухания θ** - отношение значений двух амплитуд, соответствующих промежутку времени в один период

$$\theta = \frac{A_t}{A_{t+T}} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$$

- **Логарифмический декремент затухания:**

$$\delta = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \beta T$$

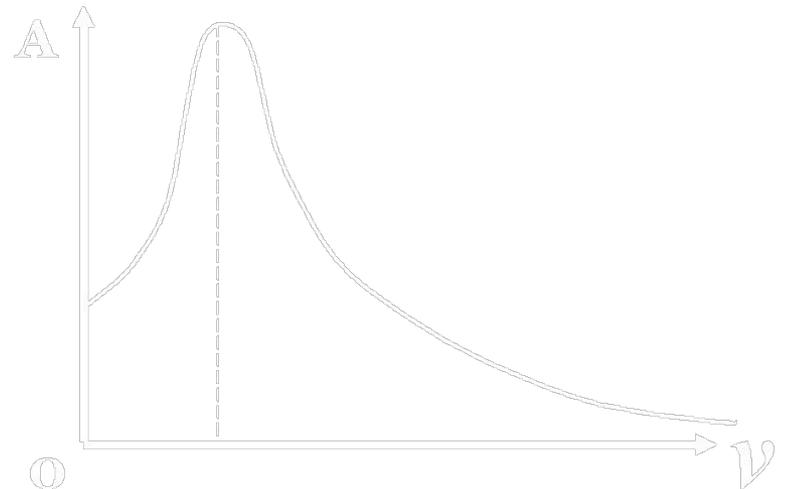
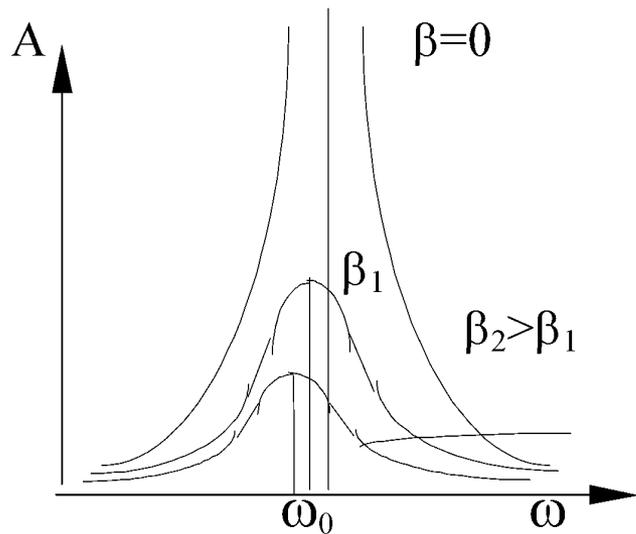
Свободные колебания –

колебания, происходящие под действием внутренних сил в колебательной системе за счёт первоначального запаса энергии.

Вынужденные колебания – колебания, происходящие под воздействием внешних сил, периодически изменяющихся с течением времени.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

Резонанс – это резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты собственных колебаний с частотой вынуждающей силы.

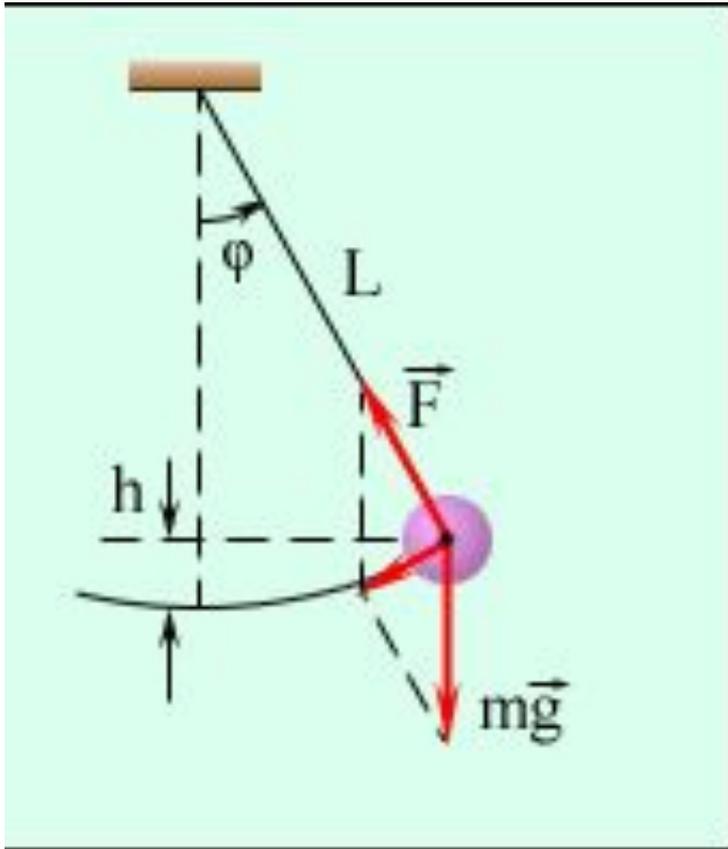


$$\nu_{\text{соб.}} = \nu_{\text{вын.}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Математический маятник – система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нити, на которую подвешена масса, сосредоточенная в точке.



$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$F = -mg \sin \alpha = mg \alpha$$

- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**:

$$\tau = \frac{1}{\beta}$$
- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**:

- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**:

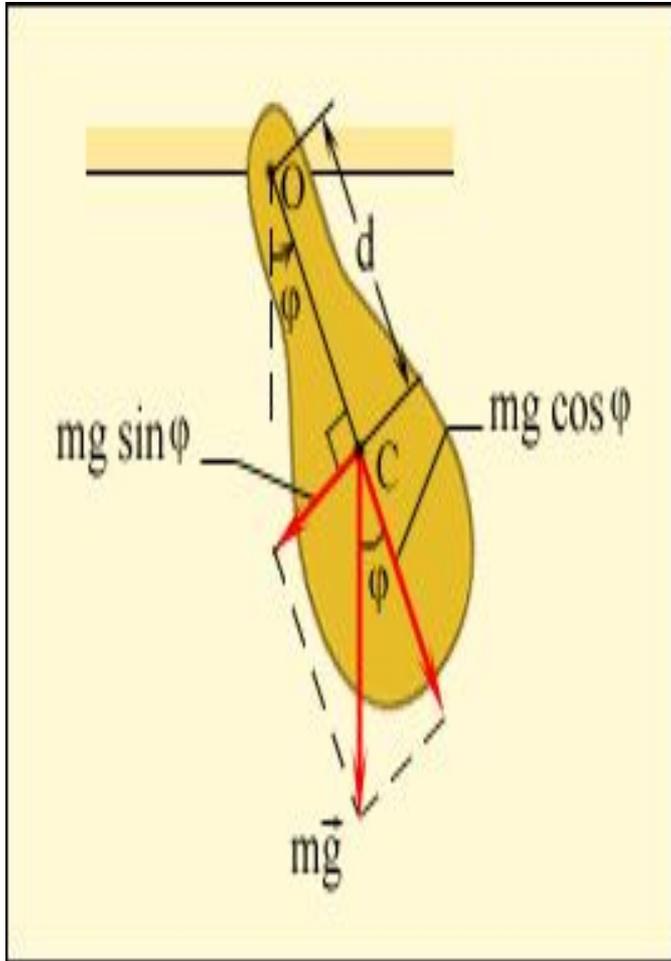
$$\tau = \frac{1}{\beta}$$
- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Физический маятник — твёрдое тело, совершающее колебания относительно точки, не являющейся центром масс этого тела.



$$M = -mgl \sin \alpha \quad M = -mgl \alpha$$

$$M = J \varepsilon$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$$

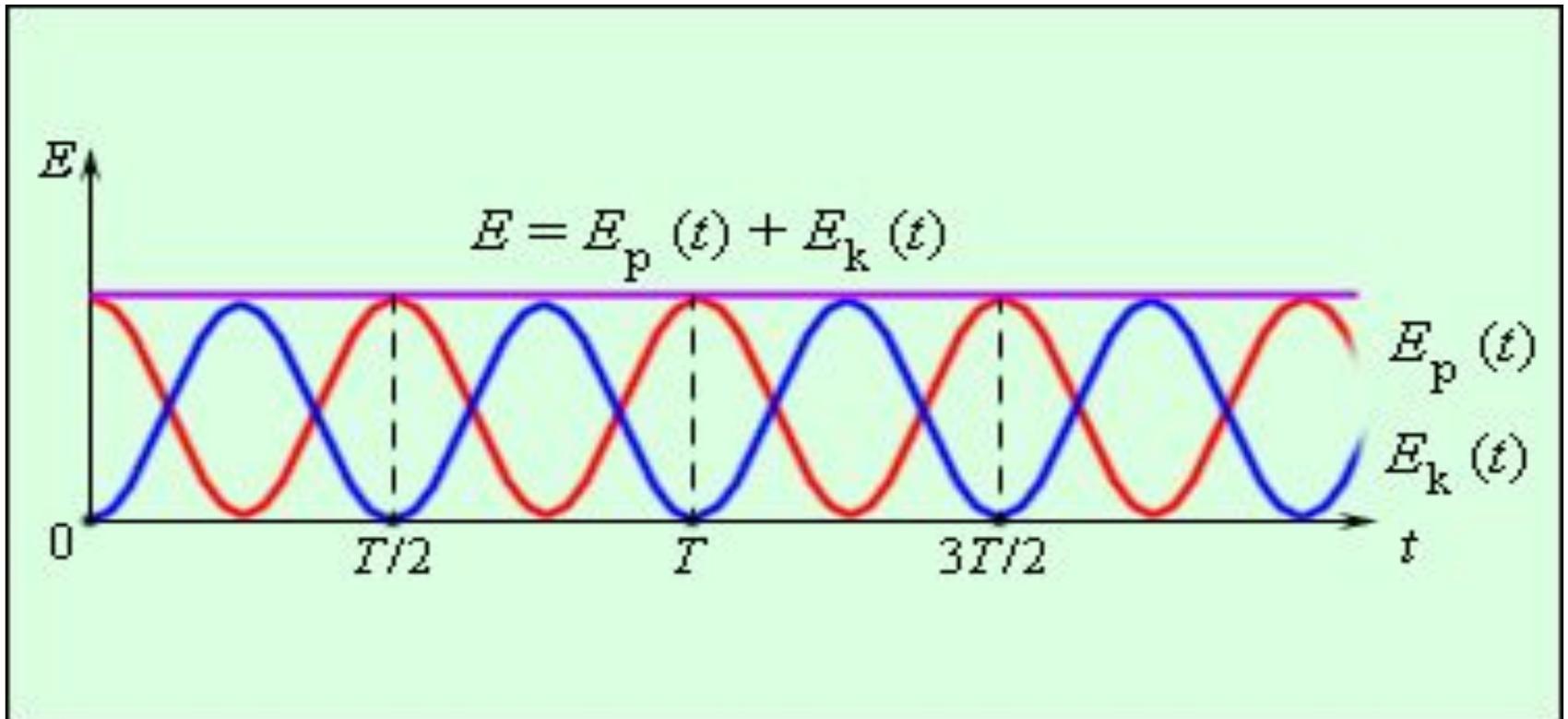
- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**.
$$\tau = \frac{1}{\beta}$$
- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

- **При гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот.**

Превращения энергии при свободных колебаниях



$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**.

$$\tau = \frac{1}{\beta}$$
- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**:

- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**.

$$\tau = \frac{1}{\beta}$$
- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**.

- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**.

$$\tau = \frac{1}{\beta}$$
- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**:

Полная энергия

- Интервал времени τ , в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, называется **временем затухания (релаксации)**.

$$\tau = \frac{1}{\beta}$$

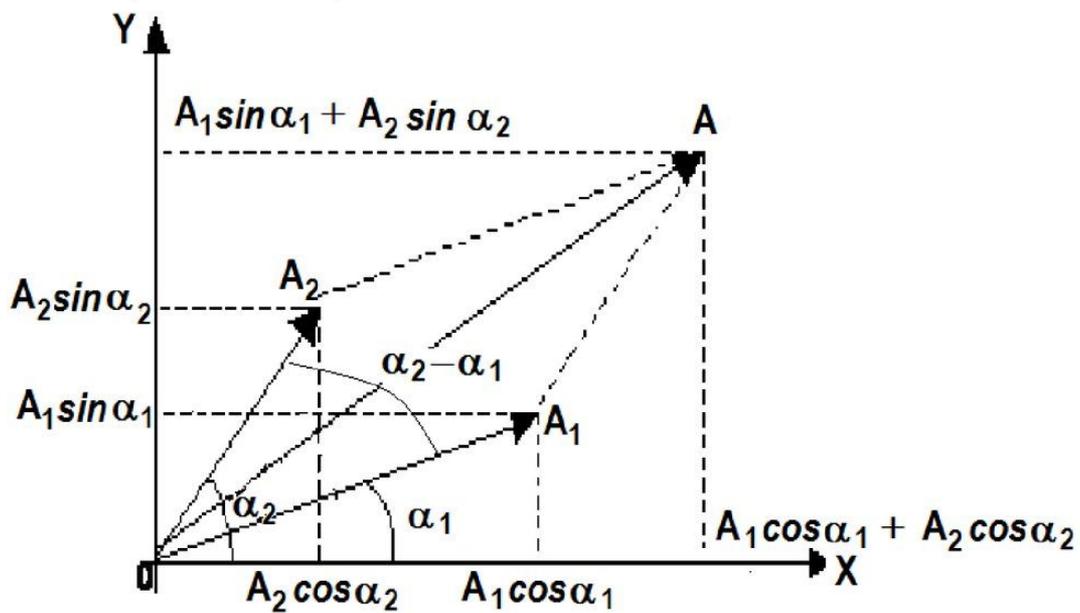
- Число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания τ , умноженное на π , называется **добротностью**:

Сложение двух колебаний одного направления

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1)$$

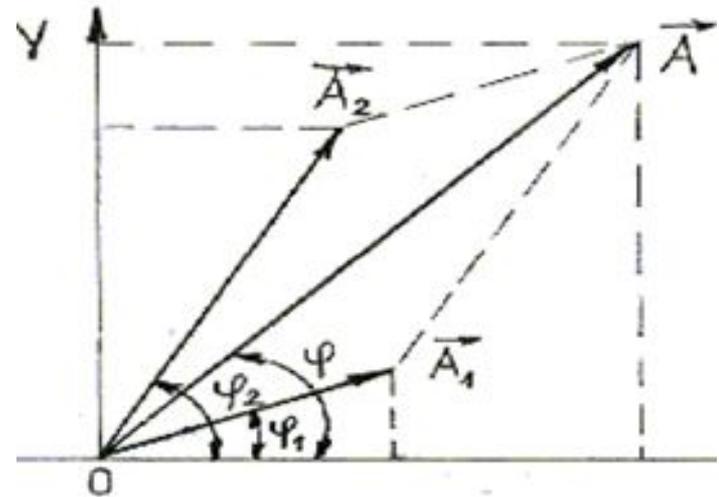
$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2)$$

Сложение гармонических колебаний проведём на векторной диаграмме.



$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



Волна – процесс распространения колебаний в пространстве.

$$y(x, t) = A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha\right) =$$
$$= A \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

$$y(x, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha)$$

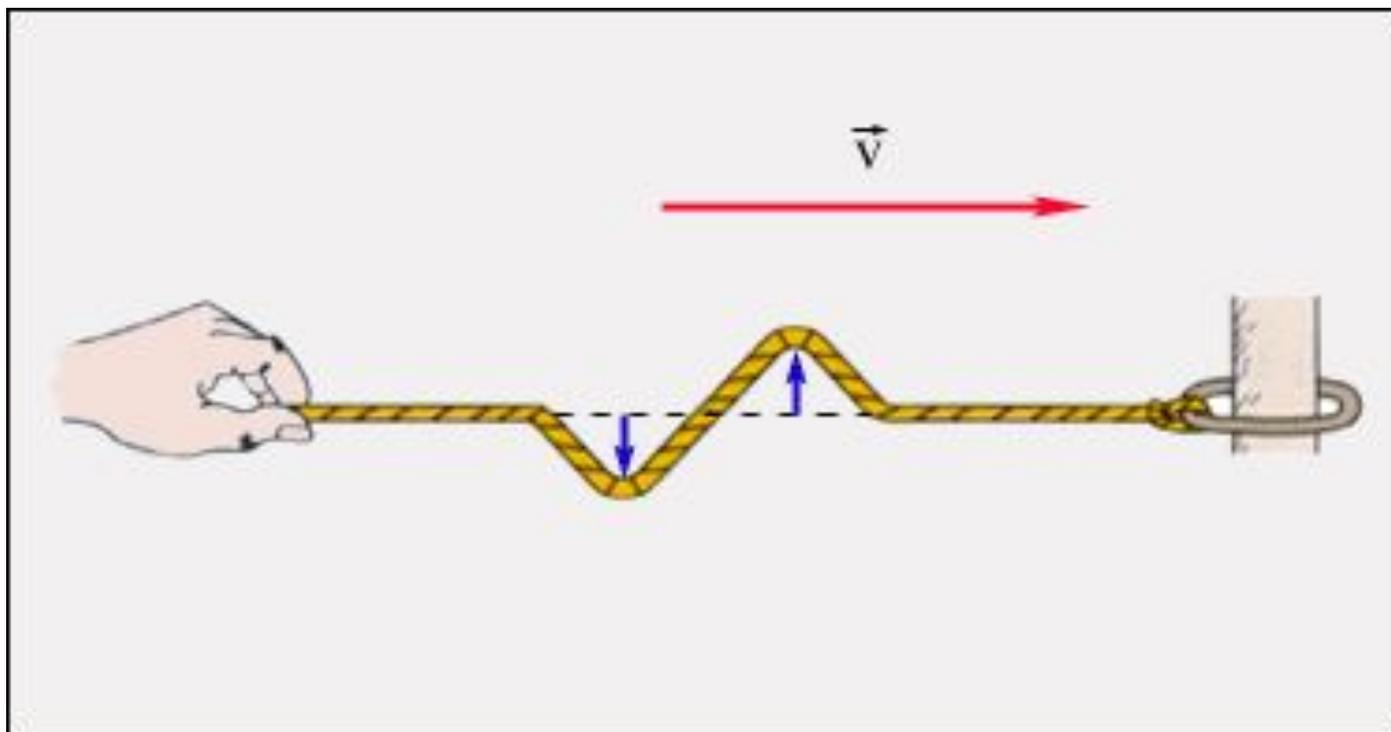
$$k = \frac{\omega}{v}$$

- ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО-

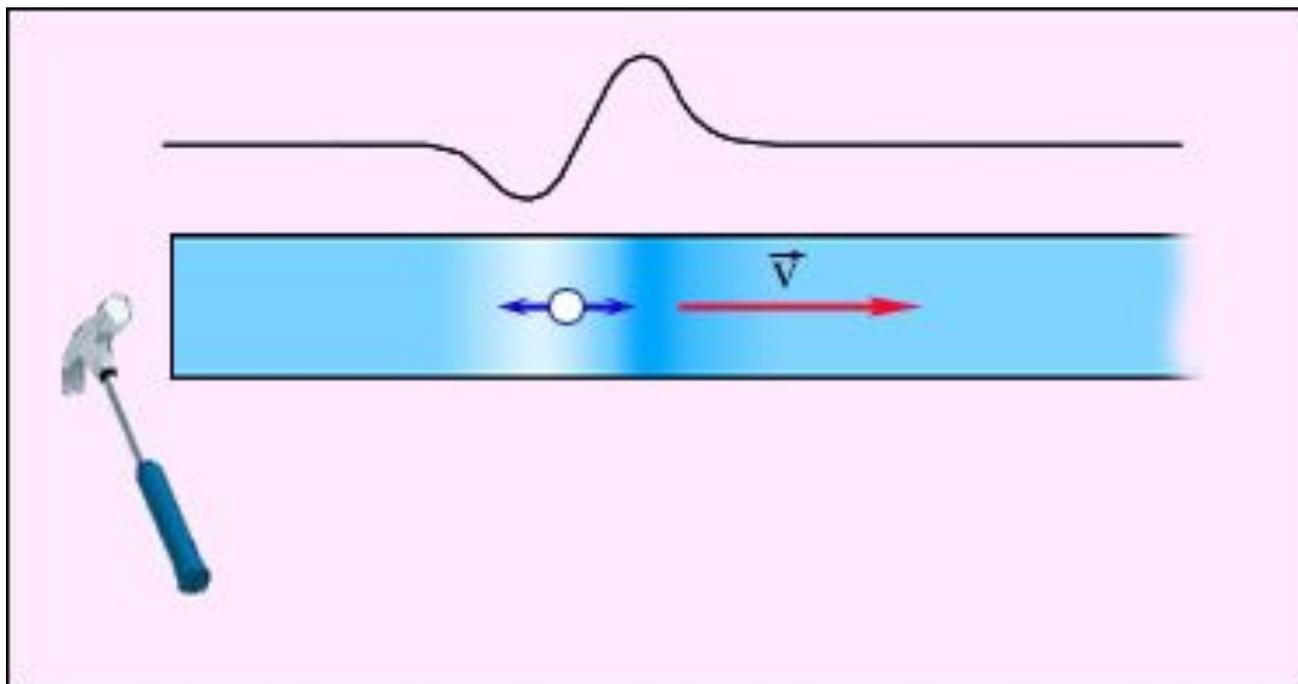
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Волновая поверхность — геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе (сферические, плоские).
- Волновой фронт — это поверхность, до которой дошли колебания с одинаковой фазой к данному моменту времени.

Поперечная волна – волна, при распространении которой частицы среды колеблются поперёк направления её распространения.



Продольная волна – волна, при распространении которой частицы среды колеблются вдоль направления её распространения.



Скорость волны (v) - это скорость распространения колебаний в упругой среде.

Длина волны (λ) – расстояние, на которое распространяется волна за время, равное одному периоду.

- Волновое число $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ характеризует скорость изменения фазы в пространстве

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$$