

Электростатика

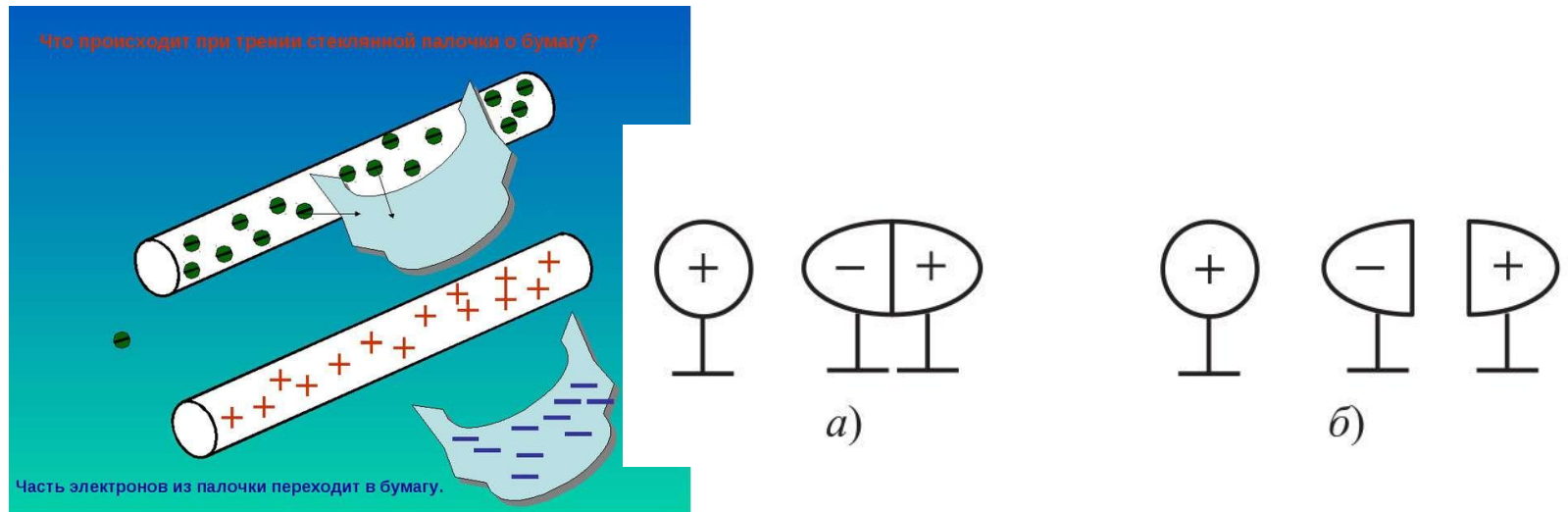
Закон Кулон.

Напряженность электрического поля

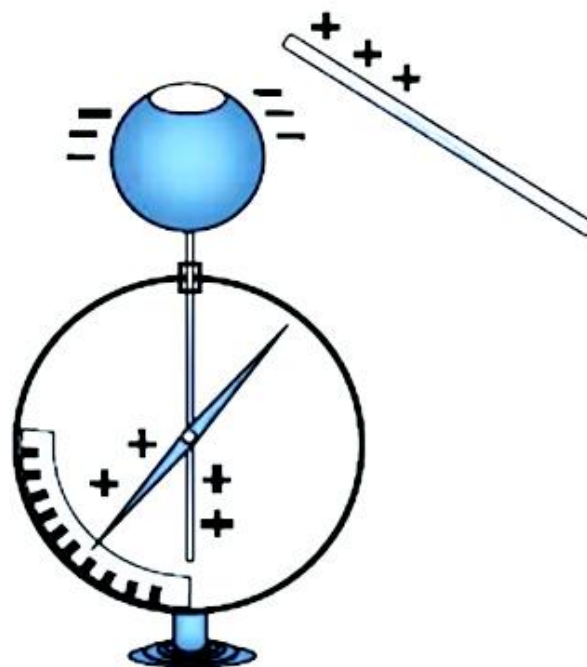
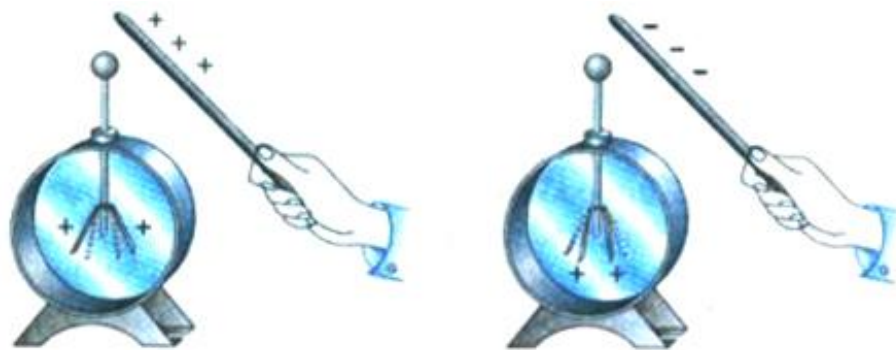
Парфентьева Наталия Андреевна

Способы электризации тел

1. Электризация трением (соприкосновением).
2. Электризация через влияние, или метод электростатической индукции.
3. При освещении металла ультрафиолетовым источником света.



Электроскоп



Свойства электрических зарядов

1. Существуют заряды двух видов: *отрицательные и положительные.*

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл, а } m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$q_p = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл, масса } m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

2. Электрический заряд имеет дискретную природу.

(закон сохранения заряда: $q = \pm N |q_e|$, где N – целое число)

3. В изолированной системе, т.е. в системе, тела которой не обмениваются зарядами с внешними по отношению к ней телами, алгебраическая сумма зарядов сохраняется (закон сохранения заряда).



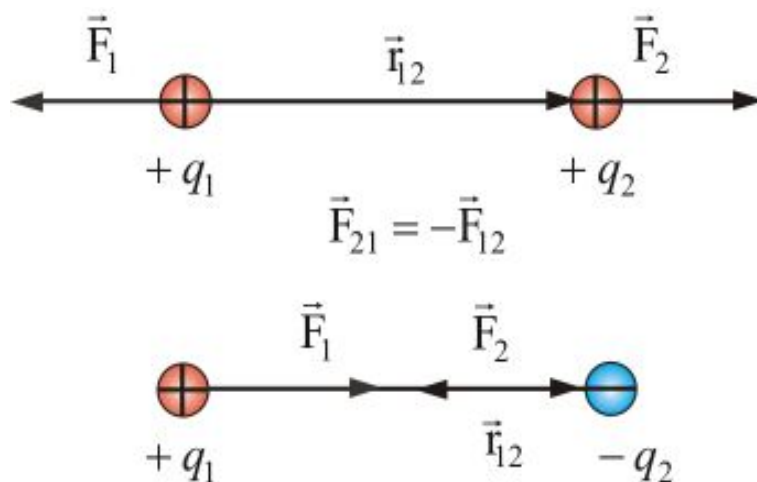
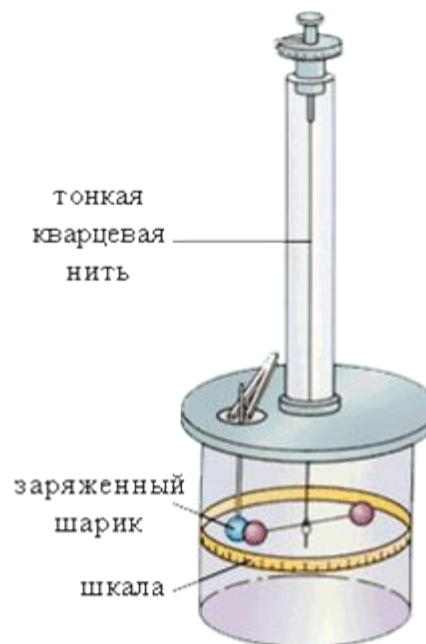
Закон Кулона

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ М}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1| |q_2|}{\epsilon r^2}$$



Примеры решения задач

Многие задачи по теме «Электростатика» сводятся практически к решению задач из раздела «Механика», в частном случае, «Статики», единственная особенность состоит в том, что одной из действующих сил является сила электростатического взаимодействия.



Задача 1. Какой заряд имел бы 1 см^3 железа, если бы удалось удалить из него миллионную часть содержащихся в нем электронов?

Решение.

$$m = \rho V$$

$$N_0 = \frac{m}{A} N_A = \frac{\rho V}{A} N_A$$

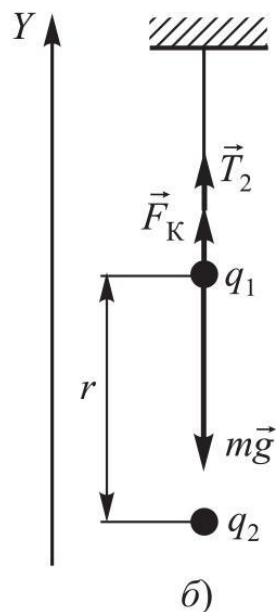
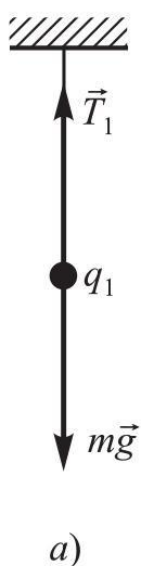
$$Z = 27 \quad N_e = Z \frac{\rho V}{A} N_A$$

$$q = +nZ \left(\frac{\rho V}{A} \right) N_A |q_e| = 3,53 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}$$



Задача 2. Маленький шарик массой $2 \cdot 10^{-3}$ кг, подвешенный на тонкой шелковой нити, несет на себе заряд $3 \cdot 10^{-7}$ Кл. На какое расстояние к нему следует поднести другой маленький шарик с зарядом $5 \cdot 10^{-7}$ Кл, чтобы натяжение нити уменьшилось в 2 раза?

Решение.



$$T_1 = mg \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$mg + T_2 + F = 0$$

$$F_K + T_2 - mg = 0$$

$$T_2 = \frac{T_1}{2} = \frac{mg}{2}$$

$$\frac{mg}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 mg}} = 3,7 \cdot 10^{-1}$$

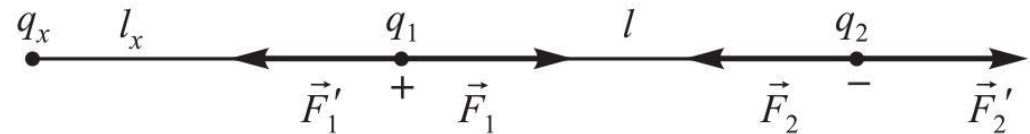


Задача 3. Два разноименных заряда $q_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл и $q_2 = -8 \cdot 10^{-4}$ Кл расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Какой величины и где надо поместить заряд q_x , чтобы система зарядов находилась в равновесии?

Решение.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}'_1, \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}'_2$$

$$F_1 = F'_1, \quad F_2 = F'_2$$



$$k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{|q_x| |q_1|}{l_x^2} \quad k \frac{|q_1| |q_2|}{l^2} = k \frac{|q_x| |q_2|}{(l + l_x)^2}$$

$$\frac{|q_2|}{(l + l_x)^2} = \frac{|q_1|}{l_x^2} \quad \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \cdot l_x^2 = (l + l_x)^2$$

$$\frac{l + l_x}{l_x} = \pm \sqrt{\left| \frac{q_2}{q_1} \right|} \quad l_x = l = 1 \text{ м} \quad q_x = q_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$$



Задача 4. В вершинах квадрата находятся одинаковые по величине одноименные заряды. Определите величину заряда q_0 , который надо поместить в центр квадрата, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Будет ли это равновесие устойчивым?

Решение.

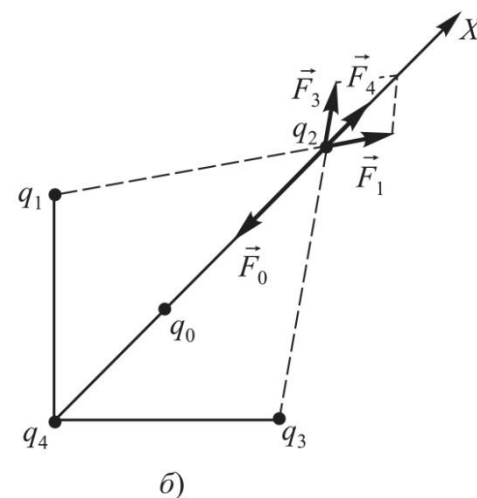
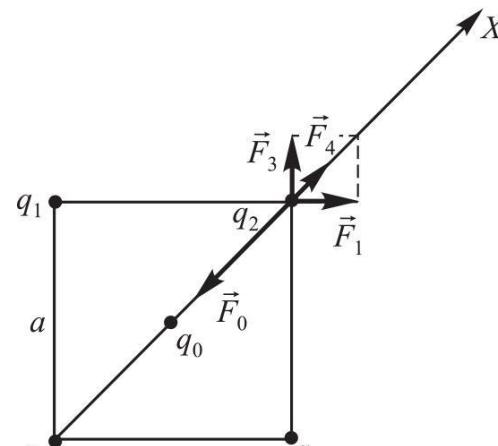
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_0 = 0$$

$$F_1 = F_3 = k \frac{q^2}{a^2} \quad F_4 = k \frac{q^2}{2a^2} \quad F_0 = 2k \frac{q \cdot q_0}{a^2}$$

$$F_1 \cdot \cos 45^\circ + F_3 \cdot \cos 45^\circ + F_4 - F_0 = 0$$

$$k \frac{q^2}{a^2} \sqrt{2} + k \frac{q^2}{2a^2} - k \frac{2q \cdot q_0}{a^2} = 0$$

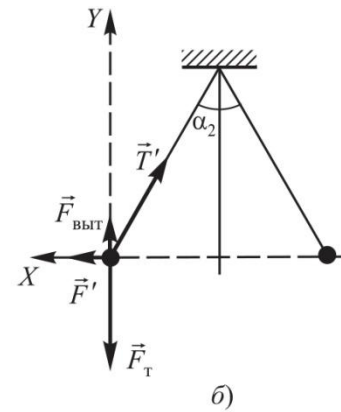
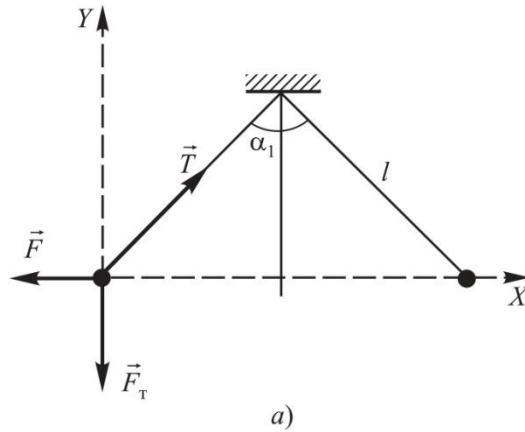
$$q_0 = q \frac{(1 + 2\sqrt{2})}{4} = 0,95q$$



Задача 5. Два маленьких одноименно заряженных шарика радиусом $r = 1$ см подвешены на двух нитях длиной $l = 1$ м. Заряды шариков $q = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл. Нити, на которых подвешены шарики, составляют угол $\alpha_1 = 90^\circ$, $m_1 = m_2 = m$. Определите 1) массу шариков, 2) диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если его плотность $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ кг/м³, при условии, что при погружении шарика в жидкий однородный диэлектрик угол между нитями будет $\alpha_2 = 60^\circ$.

Решение.





$$1) \vec{F} + \vec{T} + \vec{F}_T = 0$$

на ось X : $0, -F + T \sin(\alpha_1 / 2) = 0$

на ось Y : $T \cos(\alpha_1 / 2) - mg = 0 \quad mg = F \operatorname{ctg}(\alpha_1 / 2)$

$$r = 2l \sin(\alpha_1 / 2)$$

$$F = k \frac{q^2}{4l^2 \sin^2(\alpha_1 / 2)}$$

$$m = \frac{kq^2}{g 4l^2 \sin^2(\alpha_1 / 2) \operatorname{ctg}(\alpha_1 / 2)} = \frac{q^2}{16 g l^2 \sin^2(\alpha_1 / 2) \operatorname{ctg}(\alpha_1 / 2)} \quad 0, \theta \quad \text{кг}$$



$$2) \vec{F}_{\text{выт}} = -\rho V \vec{g} \quad V = (4/3)\pi r^3$$

$$mg + T + F_{\kappa} + F_{\text{выт}} = 0$$

$$\text{на ось } X: F_{\kappa} - T_2 \sin(\alpha_2 / 2) = 0$$

$$\text{на ось } Y: T_2 \cos(\alpha_2 / 2) + F_{\text{выт}} - mg = 0,$$

$$F_{\kappa} = (mg - F_{\text{выт}}) \cdot \text{tg}(\alpha_2 / 2)$$

$$(m \rho \frac{4}{3} \pi r^3) \text{tg}(\alpha_2 / 2) = \frac{q^2}{16 \epsilon_0 \sin^2(\alpha_2 / 2)}$$

$$\epsilon = \frac{q^2}{16 \epsilon_0 \sin^2(\alpha_2 / 2) (m \rho - (4/3)\pi r^3) \text{tg}(\alpha_2 / 2)} = 6,5$$

$$[\epsilon] = \frac{\text{КЛ}^2}{\left(\frac{\text{КЛ}^2}{\text{Н} \cdot \text{М}^2}\right) \cdot \text{М}^2 \cdot \left(\text{КГ} - \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^3}{\text{М}^3}\right) \cdot \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{\text{М}}{\text{Н} \cdot \text{М}^2}\right) \cdot \text{М}^2 \cdot (\text{КГ}) \cdot \left(\frac{1}{\text{с}^2}\right)} = 1$$

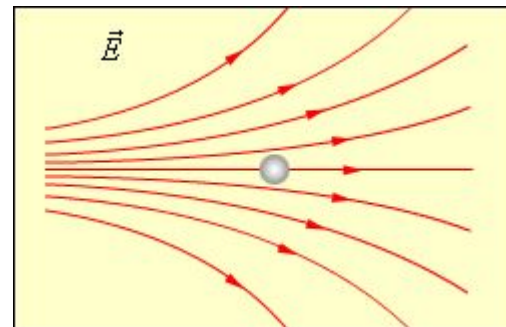
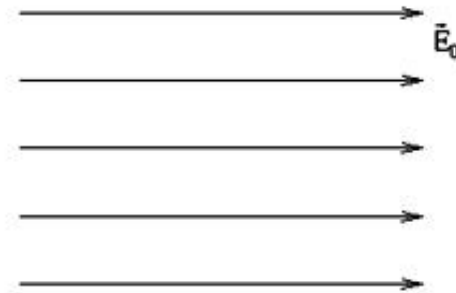


Напряженность электрического поля

Напряженность электрического поля определяется силой, действующей на положительный заряд, помещенный в данную точку поля, деленной на величину этого заряда.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}$$

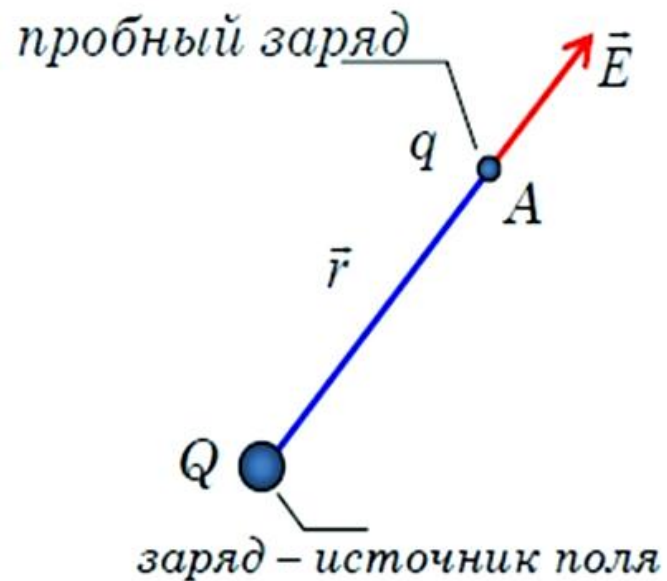
$$\vec{F} = q_{\text{пр}} \vec{E}(x_0, y_0, z_0)$$



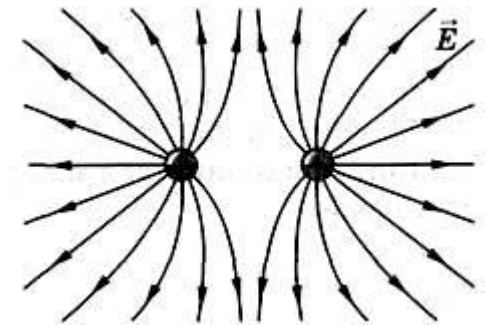
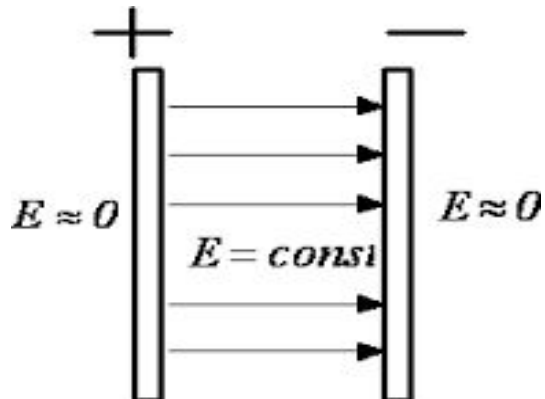
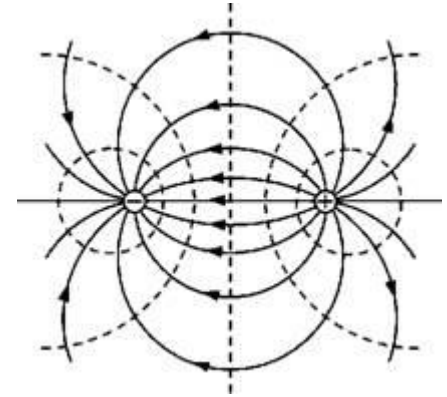
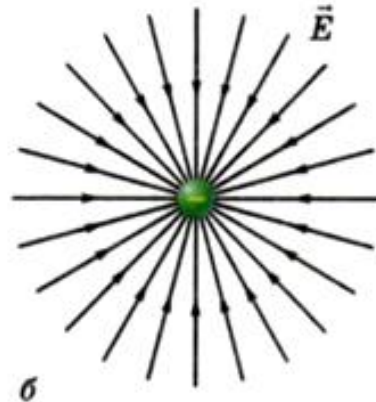
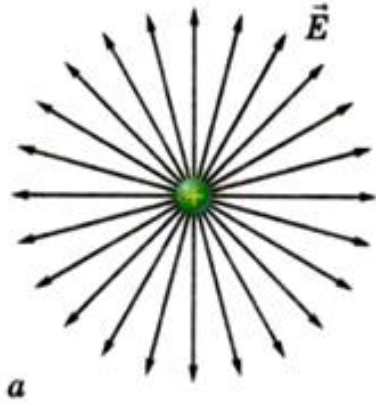
Электрическое поле точечного заряда

$$F = k \frac{|q||q_{\text{пр}}|}{\epsilon r^2}$$

$$E = k \frac{q}{\epsilon r^2}$$

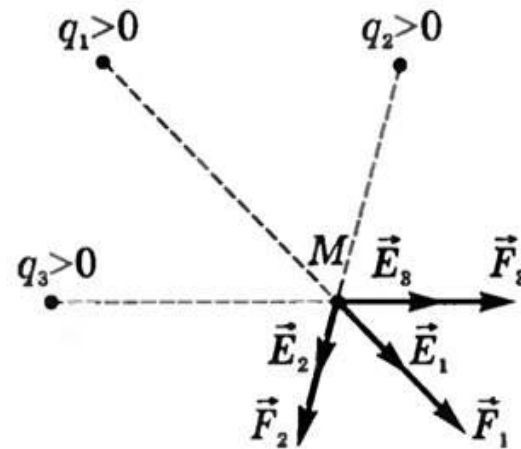
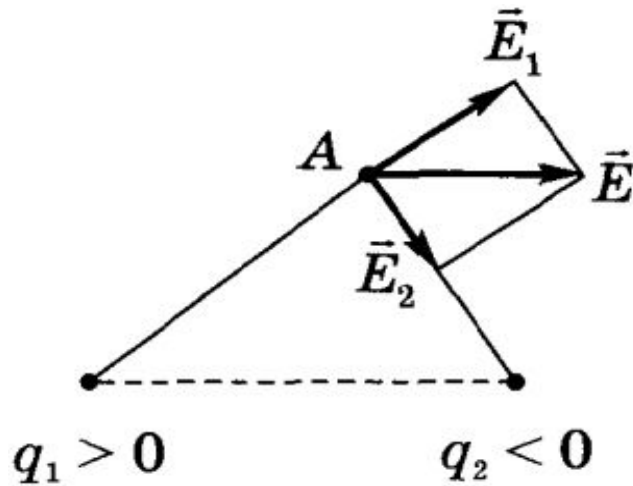


Графическое изображение электрического поля



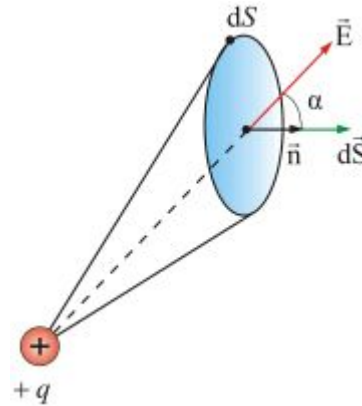
Принцип суперпозиции полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$



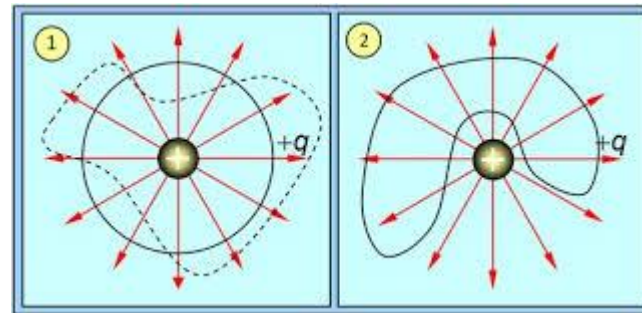
Теорема Гаусса-Остроградского: Поток вектора напряженности через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри объема, ограниченного этой поверхностью, деленной на $\epsilon_0 \epsilon$.

$$N_E = \int E_n dS$$



$$\int E_n dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0 \epsilon}$$

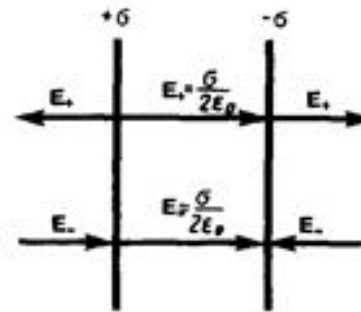
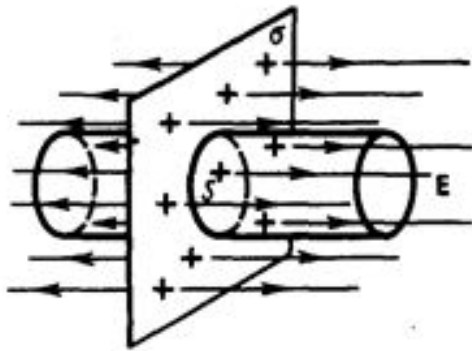
$$\int E_n dS = \frac{\int_V \rho_q dV}{\epsilon_0 \epsilon}$$



$$N_E = E 4\pi r^2 = q \quad N_E = 0$$



Вывод формулы для напряженности электрического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной



$$N_E = 2ES \quad q = \sigma S$$

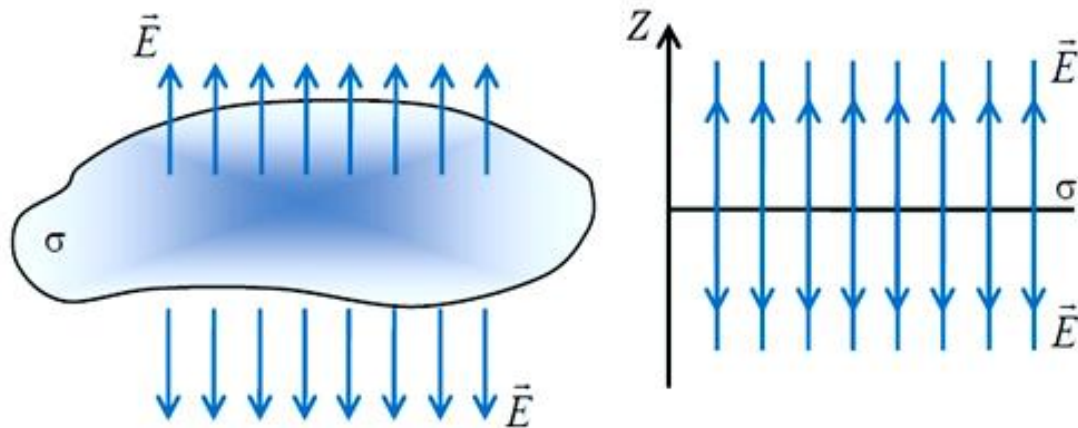
$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0 \epsilon} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}$$



Формулы для определения напряженности электрического поля, созданного непрерывно распределенным зарядом

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

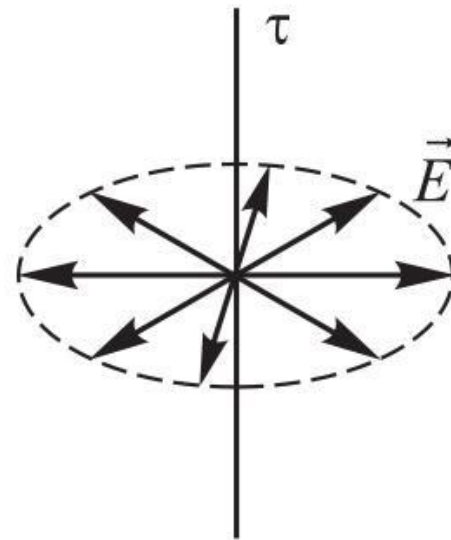
$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \quad \sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$$



2. Поле равномерно заряженной бесконечной нити

$$E = \frac{\tau}{2\epsilon_0 r}$$

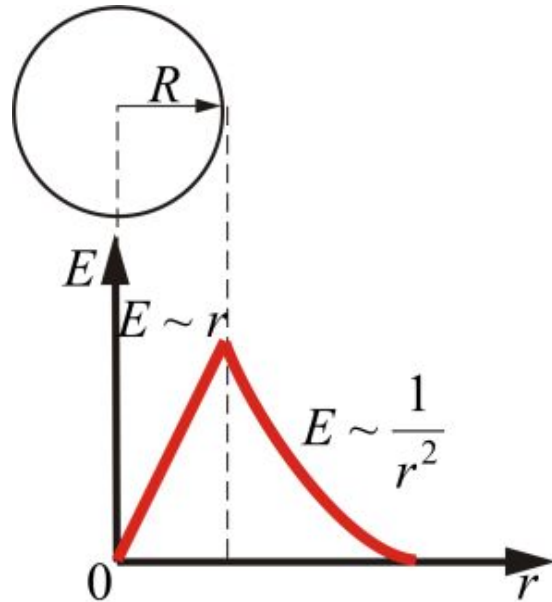
$$\tau = \frac{\Delta q}{\Delta l}$$



3. Поле заряженной проводящей сферы

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \quad \text{при } r \geq R;$$

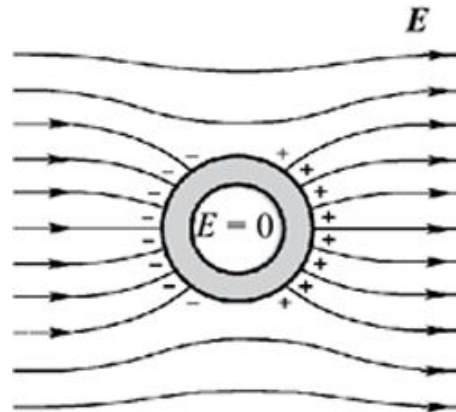
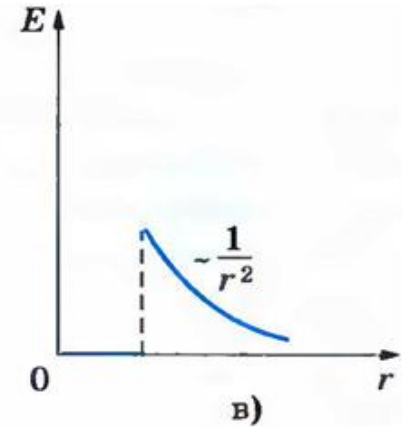
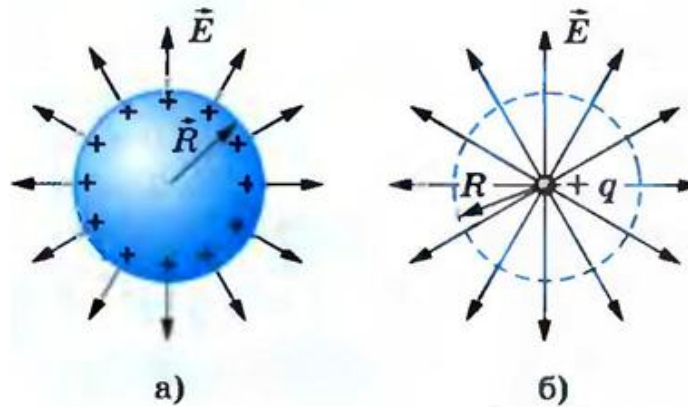
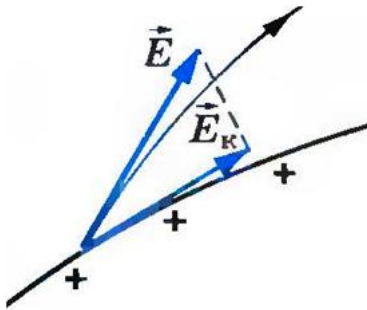
$$\text{или } 0 \quad r < R$$



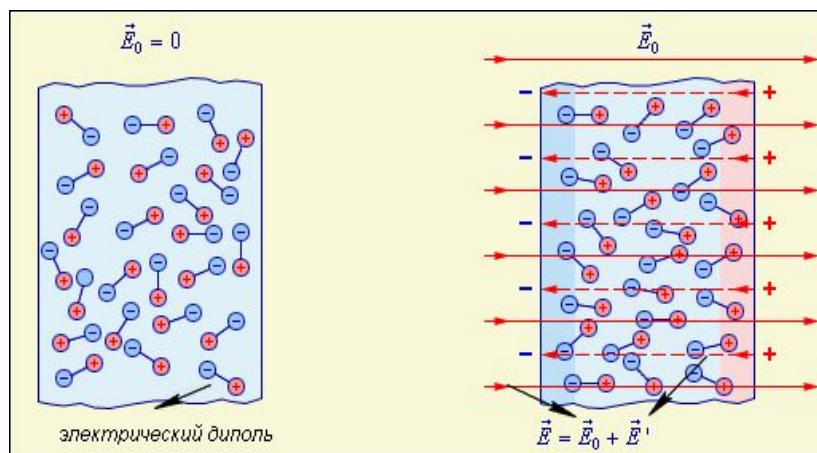
Проводники и диэлектрики в электрическом поле

Силовые линии поля перпендикулярны поверхности проводника

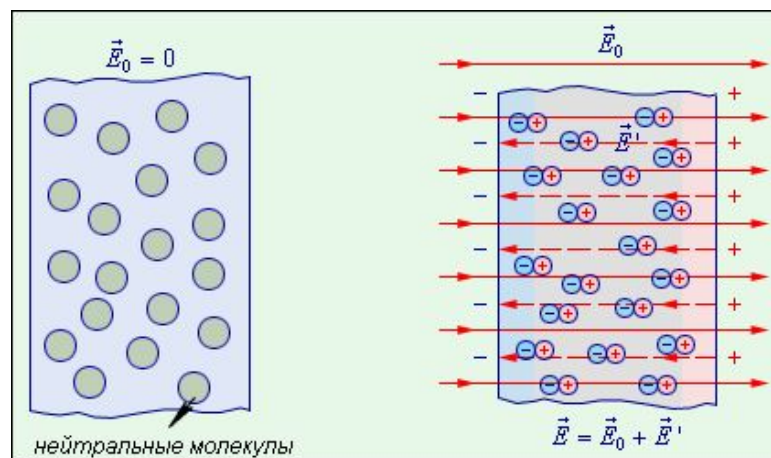
$$F_{\text{К}} = qE_{\text{К}}$$



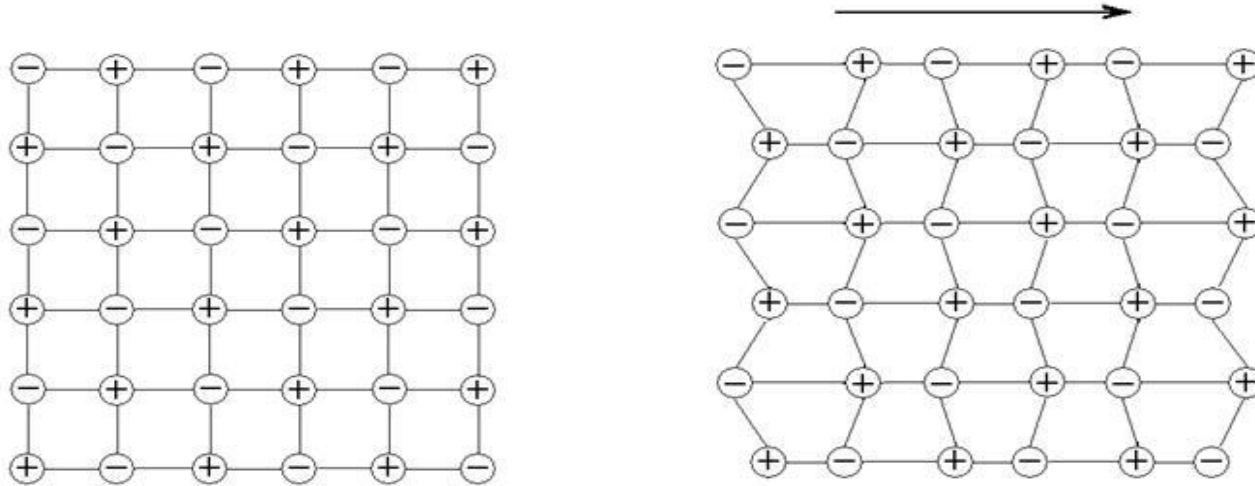
Полярные диэлектрики (H_2O , H_2S) состоят из диполей



Неполярные диэлектрики (H_2O_2 , N_2 , CO_2), в отсутствии внешнего поля молекулы не являются диполями, так как «центры» положительных и отрицательных зарядов совпадают.



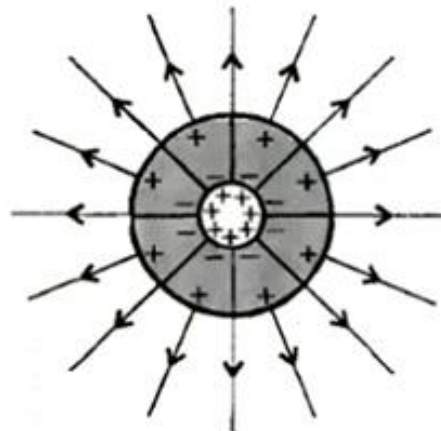
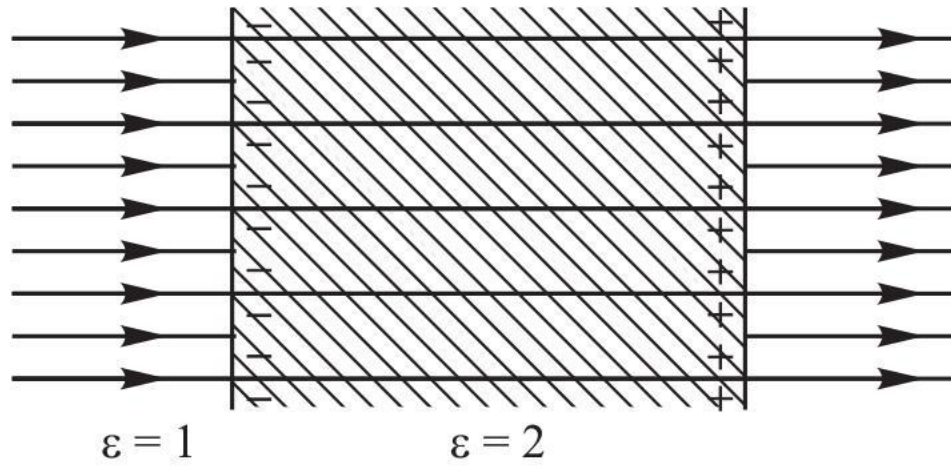
Ионные кристаллы, например, NaCl.



$$E = E_0 - E_{\text{II}}$$

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}$$





Примеры решения задач

План решения задач по теме

« Напряженность электрического поля »

- 1) Уточняем источники поля.
- 2) Изображаем векторы напряженности полей, создаваемых каждым из источников поля в исследуемой точке, мысленно помещая в эту точку положительный заряд.
- 3) Складываем векторы, рисуем искомый вектор напряженности
- 4) Используя известные геометрические и тригонометрические формулы и теоремы, определяем значение E .

Задача 6. Определите напряженность поля, создаваемого двумя точечными зарядами $q_1 = 3$ нКл и $q_2 = 4$ нКл, находящимися в $l = 5$ см друг от друга, в точке, отстоящей на расстояниях $r_1 = 3$ см и $r_2 = 4$ см от этих зарядов.

Решение.

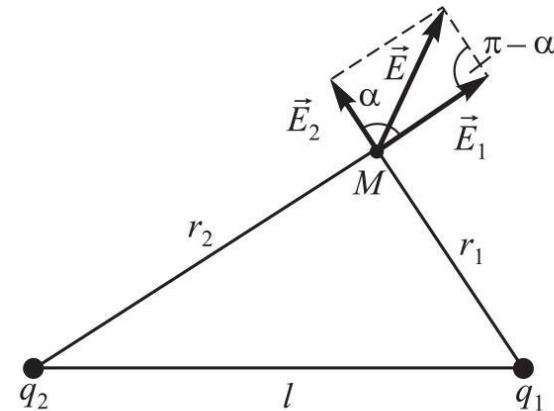
$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2}; E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha$$

$$r_1^2 + r_2^2 = l^2 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = k \sqrt{\left(\frac{q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{r_2^2}\right)^2} = 1,27 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$$



Задача 7. Определите направленность электрического поля диполя: 1) на оси симметрии, $E(y)$; 2) на оси диполя, $E(x)$.

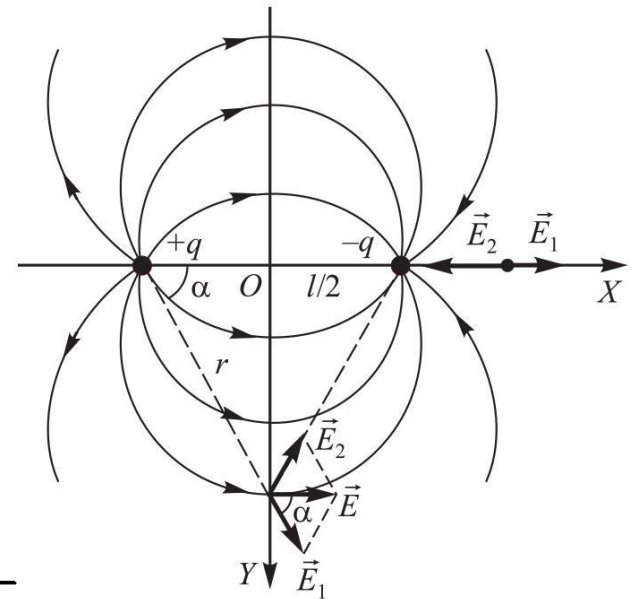
Решение.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$1) E_1 = k \frac{q}{r^2}, \quad E_1 = E_2 \quad r = \sqrt{\frac{l^2}{4} + y^2}$$

$$E = 2E_1 \cos \alpha, \quad \cos \alpha = l / 2r$$

$$E(y) = k \frac{ql}{\left(\frac{l^2}{4} + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} = k \frac{ql}{\epsilon_0 \left(\frac{l^2}{4} + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$



$$2) \quad E_1 = \frac{kq}{(x+l/2)^2} \quad E_2 = \frac{kq}{(x-l/2)^2}$$

$$E = E_1 - E_2$$

$$E = kq \left(\frac{1}{(x+l/2)^2} - \frac{1}{(x-l/2)^2} \right) = -kq \frac{2lx}{\left(x^2 - (l/2)^2\right)^2} \quad x > l/2, x < -l/2$$

$$-l/2 < x < l/2 \quad E = E_1 + E_2 \quad E_1 = \frac{kq}{(x+l/2)^2} \quad E_2 = \frac{kq}{(x-l/2)^2}$$

$$E = \frac{kq \left((l^2/4) + x^2 \right)}{\left((l^2/4) - x^2 \right)^2}$$



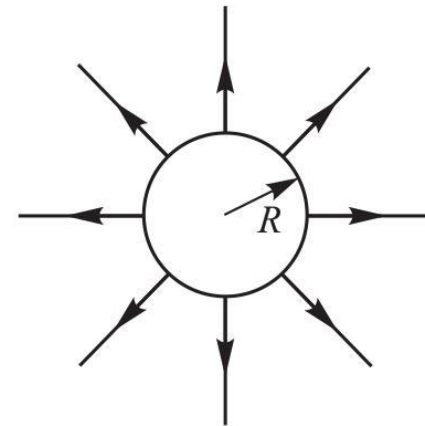
Задача 8. Напряженность электрического поля у поверхности Земли равна 130 В/м. Определите заряд Земли, если ее радиус 6400 км. Считать, что Земля имеет сферическую форму, и заряд ее равномерно распределен по поверхности.

Решение.

$$r > R \quad E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$q = 4\pi\epsilon_0 R^2 E = 5,92 \cdot 10^5$$

$$[q] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \cdot \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \text{м}^2 = \text{Кл}$$



Задача 9. Найдите поверхностную плотность заряда заряженной бесконечной плоскости, расположенной как показано на рис.

12.26, если нить, на которой подвешен маленький шарик массой $m = 5$ г и зарядом $1 \cdot 10^{-7}$ Кл, отклоняется на угол $\alpha = 30^\circ$.

Решение.

$$\vec{F} + \vec{F}_T + \vec{T} = 0$$

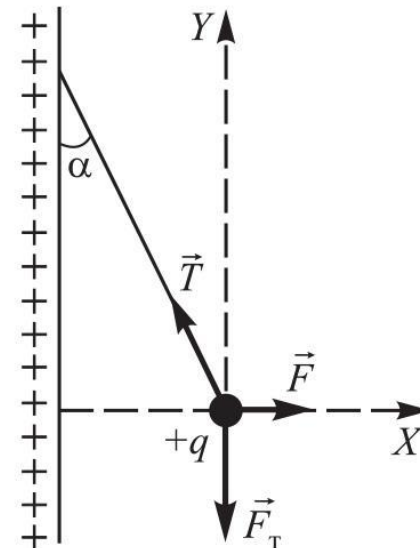
на ось X : $F - T \sin \alpha = 0$

на ось Y : $T \cos \alpha - mg = 0$

$$F = qE \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$F = mgtg\alpha \quad tg\alpha = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0 mg}$$

$$\frac{2\epsilon_0 mgtg\alpha}{q} = 5,1 \cdot 10^{-6}$$



Задача 10. Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью 10^6 м/с. Длина конденсатора 1 см, напряженность электрического поля в нем $5 \cdot 10^3$ В/м. Найдите скорость электрона при вылете из конденсатора и его смещение Δy .

Решение.

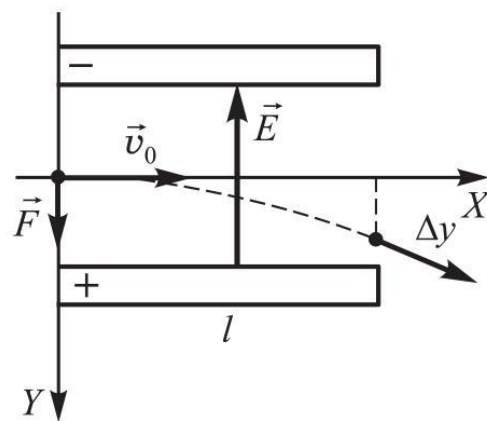
$$m_e a = q_e E \quad m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \quad q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \quad E = 5 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

По OX : $v_x = v_0 = \text{const} \Rightarrow t = l / v_0$

По OY : $a_y = a = q_e E / m_e \quad v_{0y} = 0$

$$\Delta y = \frac{at^2}{2} = \frac{q_e E l^2}{2 m_e v_0^2} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$|\Delta y| = \frac{\text{Кл} \cdot (\text{Н} / \text{Кл}) \cdot \text{м}^2}{\text{кг} \cdot (\text{м}^2 / \text{с}^2)} = \text{м}$$



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v_x = v_0, v_y = at$$

$$v = \sqrt{v_0 + \left(\frac{q_e El}{m_e v_0} \right)^2} = 8,7 \cdot 10^6 \text{ м / с}$$

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} + \left(\frac{\text{КЛ} \cdot \left(\frac{\text{Н}}{\text{КЛ}} \right) \cdot \text{М}}{\text{КГ} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}}} \right)^2} = \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

$$\alpha = \text{arctg} \frac{v_y}{v_x} = \text{arctg} \frac{q_e El}{m_e v_0^2} = \text{arctg} 8,79 \approx 83,5^\circ.$$



Задача 11. Кольцо радиусом r_0 равномерно заряжено, γ – линейная плотность заряда ($\gamma = \Delta q / \Delta l$, где Δq – заряд на отрезке кольца длиной Δl). Определите напряженность электрического поля (в вакууме) на оси симметрии кольца.

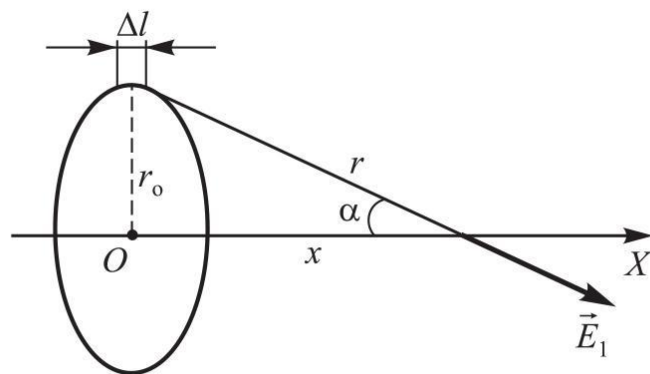
Решение.

$$E_1 = \frac{k\gamma\Delta l}{\epsilon_0 r^2} \quad r = \sqrt{r_0^2 + x^2}$$

$$E_{1x} = k \frac{\gamma\Delta l}{r^2} \cos\alpha \cos\alpha = \frac{x}{r}$$

$$E_{1x} = k \frac{\gamma\Delta l}{r^3} x$$

$$E = E_x = k \frac{\gamma 2\pi r_0 x}{r^3} = \frac{\gamma r_0 x}{\epsilon_0 (r_0^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$



a)

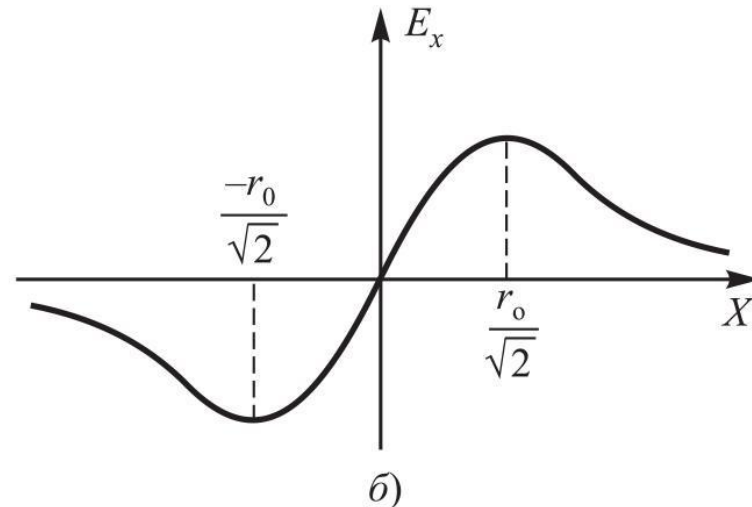


$$E'(x) = 0$$

$$\frac{\gamma r_0 (r_0^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} - x \frac{3}{2} (r_0^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} 2x}{2 (r_0^2 + x^2)^3} = 0$$

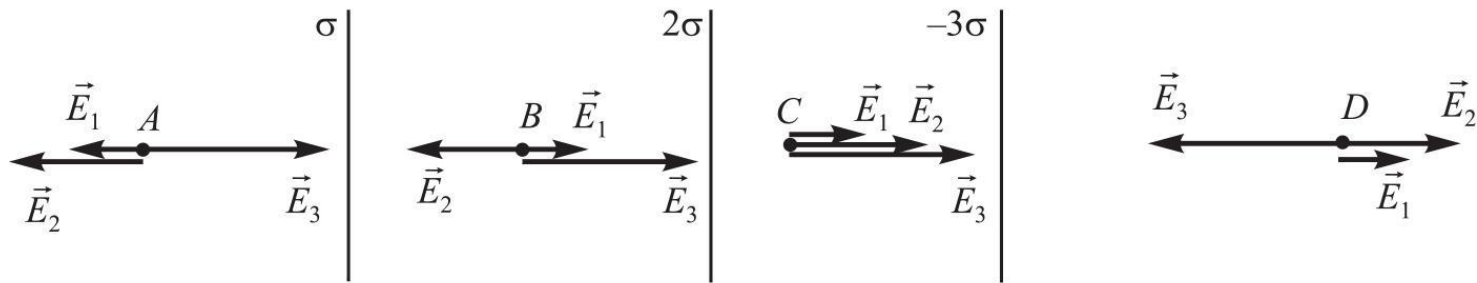
$$r_0^2 + x^2 - 3x^2 = 0$$

$$x = \pm r_0 / \sqrt{2}$$



Задача 12. Определите напряженность электрического поля, создаваемого тремя бесконечными параллельными плоскостями в точках A, B, C, D . Поверхностные плотности зарядов $\sigma, 2\sigma$ и -3σ .

Решение.



$$\overset{\mathbb{W}}{E} = \overset{\mathbb{W}}{E}_1 + \overset{\mathbb{W}}{E}_2 + \overset{\mathbb{W}}{E}_3$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, E_3 = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_A = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{\epsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

$$E_C = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} = 3\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_B = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{\epsilon_0} + \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_D = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

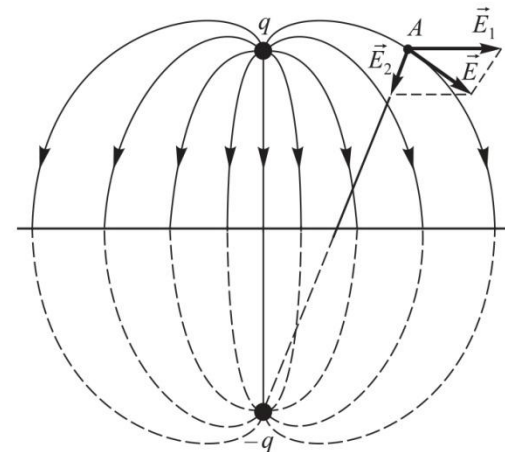
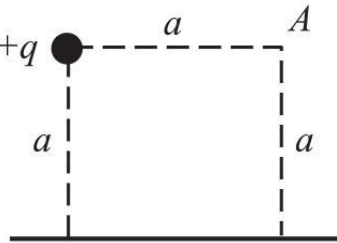


Задача 13. Над бесконечной металлической плоскостью расположен заряд q на расстоянии a от плоскости. Определите силу, с которой заряд притягивается плоскостью, а также напряженность электрического поля в точке A .

Решение.

$$F = k \frac{q^2}{4a^2} = \frac{q^2}{16 \cdot 0a^2} + q$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



$$E_1 = k \frac{q}{a^2} \quad E_2 = k \frac{q}{5a^2}$$

$$E_A^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cdot \cos \alpha, \quad \cos \alpha = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$E_A = k \frac{q}{a^2} \sqrt{1,04 - \frac{0,4}{\sqrt{5}}} \approx 0,93 \frac{kq}{a^2}$$



$$F = k \frac{q^2}{4a^2} = \frac{q^2}{16a^2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_1 = k \frac{q}{a^2} \quad E_2 = k \frac{q}{5a^2}$$

$$E_A^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cdot \cos \alpha, \quad \cos \alpha = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$E_A = k \frac{q}{a^2} \sqrt{1,04 - \frac{0,4}{\sqrt{5}}} \approx 0,93 \frac{kq}{a^2}$$



Задача 1. Определить напряженность поля, созданного бесконечной заряженной плоскостью и бесконечной заряженной нитью в точке, находящейся на равном кратчайшем расстоянии от нити и плоскости. Линейная плотность заряда нити и поверхностная плотность заряда плоскости равны:

$$\gamma = 20^{-6} \text{ Кл / м}$$

$$\sigma = 10^{-6} \text{ К / м}^2$$

Расстояние между плоскостью и нитью равно 20 см.

Задача 2. Определите напряженность поля созданного в центре равностороннего треугольника со стороной равной 20 см, в вершинах которого находятся заряды 10^{-6} Кл; 10^{-6} Кл; -10^{-6} Кл.

Задача 3. Через блок массой 200 г и радиусом 5 см перекинута нить, к одному концу которой привязано тело массой 20 кг. С какой силой человек должен тянуть человек за другой конец нити, чтобы поднять этот груз на расстояние 10 м за 4 с?

