

ПРОМЫШЛЕННАЯ РОБОТОТЕХНИКА

Литература

- Булгаков, А.Г. Промышленные роботы. Кинематика, динамика, контроль и управление [Электронный ресурс] / А.Г. Булгаков, В.А. Воробьев. Москва : СОЛОН-Пр, 2018. 488 с. Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/1015061> (дата обращения: 15.01.2019).
- Юревич, Е.И. Основы робототехники / Е.И. Юревич. СПб : БХВ-Петербург, 2017. 302 с.
- Москвичев, А.А. Захватные устройства промышленных роботов и манипуляторов [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Москвичев, А.Р. Кварталов, Б.В. Устинов. Москва : ФОРУМ : ИНФРАМ, 2019. 176 с. Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/980119> (дата обращения: 15.01.2019).
- Козырев Ю.Г. Промышленные роботы: основные типы и технические характеристики : учебное пособие / Ю.Г. Козырев. — М. : КНОРУС, 2017. — 560 с.
- Компания SC Разработка ПО промышленных роботов. 2019 <https://drive.google.com/drive/folders/1l7t9anglAGdHNmzdhRPt70de5rBDLIqY?usp=sharing>

Дополнительные электронные материалы

1. Промышленная робототехника. Лекция Ивана Ермолова.
<https://www.youtube.com/watch?v=JaxsWdtDxVQ&t=5782s>
2. Геометрические параметры манипулятора робота. Лекция Ивана Ермолова <https://www.youtube.com/watch?v=y6r4afu-YQc>
3. Области применения роботов. Лекция Ивана Ермолова
<https://www.youtube.com/watch?v=XKSAcuWYNIQ>
4. Решение задач робототехники. Лекция Ивана Ермолова
<https://www.youtube.com/watch?v=uOXyCI-2pDQ>
5. Механическая структура манипуляторов. Лекция Ивана Ермолова <https://www.youtube.com/watch?v=YEQXh9CTE8U>
6. Привода промышленных роботов. Лекция Ивана Ермолова.
<https://www.youtube.com/watch?v=pQXmLXChXw>
7. Сенсорные устройства роботов. Лекция Ивана Ермолова
https://www.youtube.com/watch?v=Gwghr4J_qxl
8. Системы управления промышленных роботов. Лекция Ивана Ермолова <https://www.youtube.com/watch?v=OJ1J34M0eN4>

Происхождение слова «робот»

R.U.R. – Россумские универсальные роботы R.U.R. (с чешского: Rosumovi Umeli Roboti) – название изданной в 1921 г. драмы чешского писателя Карела Чапека.

В драме рассказывается о фирме, которая производит похожие на человека машины (роботы), которые облегчают людям жизнь. В ходе повествования эти машины начинают революцию в обществе и уничтожают человечество.

Название пьесы «R.U.R» расшифровывается как «Россумские универсальные роботы», по названию фирмы, которая производила эти машины. Фамилия Россум является ироничным намеком автора, так как чешское слово «rozum» (произносится как «росумм» с кратким первым

слогом) обозначает благоразумие, здравый смысл. То есть дословный перевод оригинального названия звучит следующим образом: «Искусственные рабочие (господина) Разума», слова «Россум» и «универсальные» были использованы в переводе только для того, чтобы можно было сохраниться чешское сокращение «R.U.R.». Слово «робот» из этой пьесы быстро стало использоваться в обыденной речи во многих странах мира.

Законы робототехники

Законы робототехники были сформулированы еще Айзеком Азимовым

в его сборнике фантастических рассказов «I, Robot» (1950 г.) и с тех пор легли в основу всеобщего представления о том, каким должен быть ро-

бот. Описанные Азимовым роботы в своих действиях и при принятии решений руководствуются данными законами робототехники.

Эти законы действительно, прежде всего, для описанных в литературе

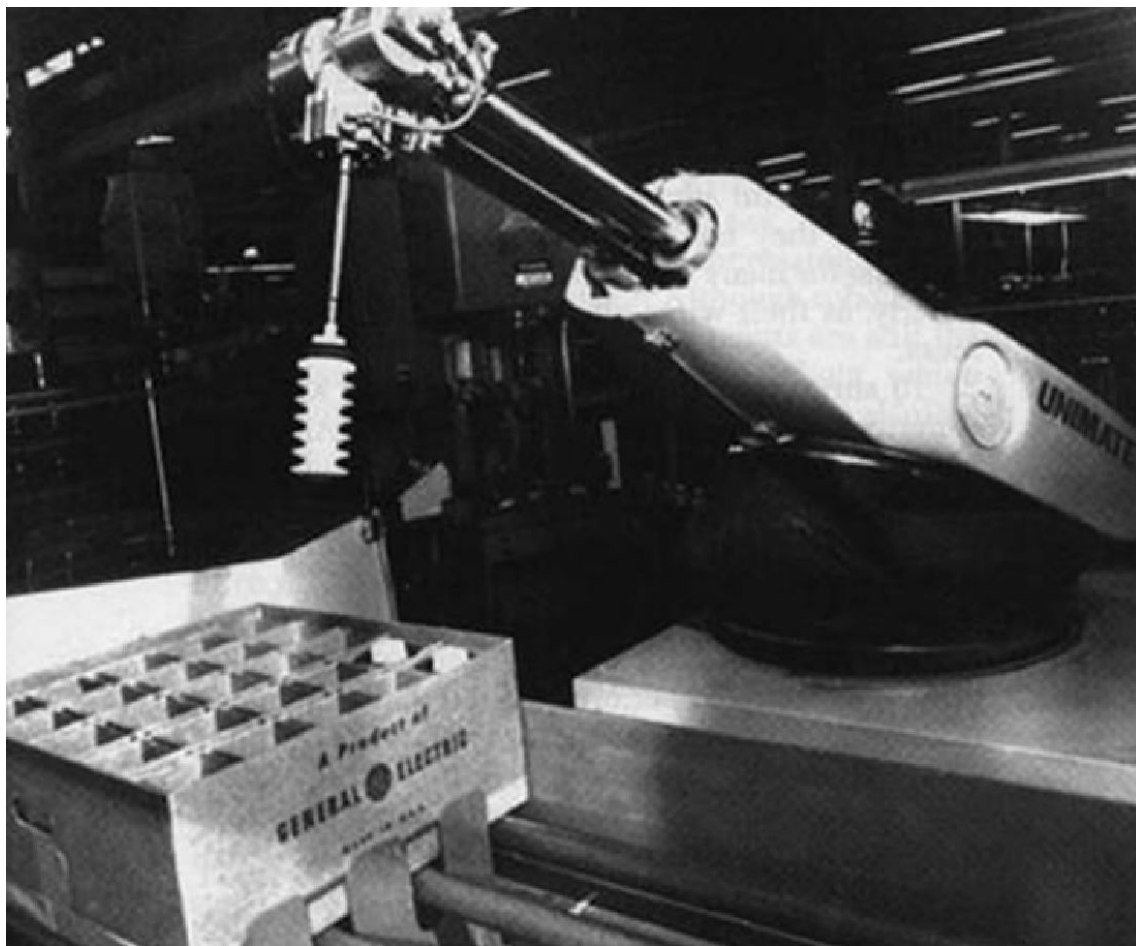
роботов, но тем не менее они также повлияли на принципы программирования современных роботов и в измененной форме используются, например, в качестве лозунга на соревнованиях роботов-уборщиков. Все современные промышленные роботы тоже программируются в соответствии с законами Айзека Азимова, хотя программисты часто не задумываются об этом.

1. Робот не может причинить вред человеку или своим бездействием допустить, чтобы человеку был причинен вред.
2. Робот должен повиноваться командам человека, если эти команды не противоречат Первому Закону.
3. Робот должен заботиться о своей безопасности, если это не противоречит Первому и Второму законам.
0. робот не может нанести вред человечеству или своим бездействием допустить, чтобы человечеству был нанесен вред

Первый промышленный робот

Первый промышленный робот, который позднее был назван «Unimate», появился в результате обсуждения фантастического романа при встрече изобретателей Джорджа Девола и Джозефа Энгельбергера, которая произошла в 1956 году. Вдохновившись романом, изобретатели решили разработать первого реального робота.

В 1962 г. робот «Unimate» был интегрирован в конвейерное производство компании General Motors (Трентон, США). Задача этого робота состояла в том, чтобы принимать горячие заготовки из пресса для металла и складывать их в стопки. Программа робота состояла из множества отдельных шаговых команд, которые были сохранены в памяти на магнитном барабане. Благодаря этому он уже мог выполнять различные автоматические операции.



Три основные категории задач ПР

- манипуляции заготовками и изделиями;
- обработка их с помощью различных инструментов;
- сборка изделия из отдельных элементов

Роботы со сменным инструментом

- Роботы для точечной сварки
- Роботы для контурной сварки
- Роботы для напыления
- Роботы для зачистки заусенцев

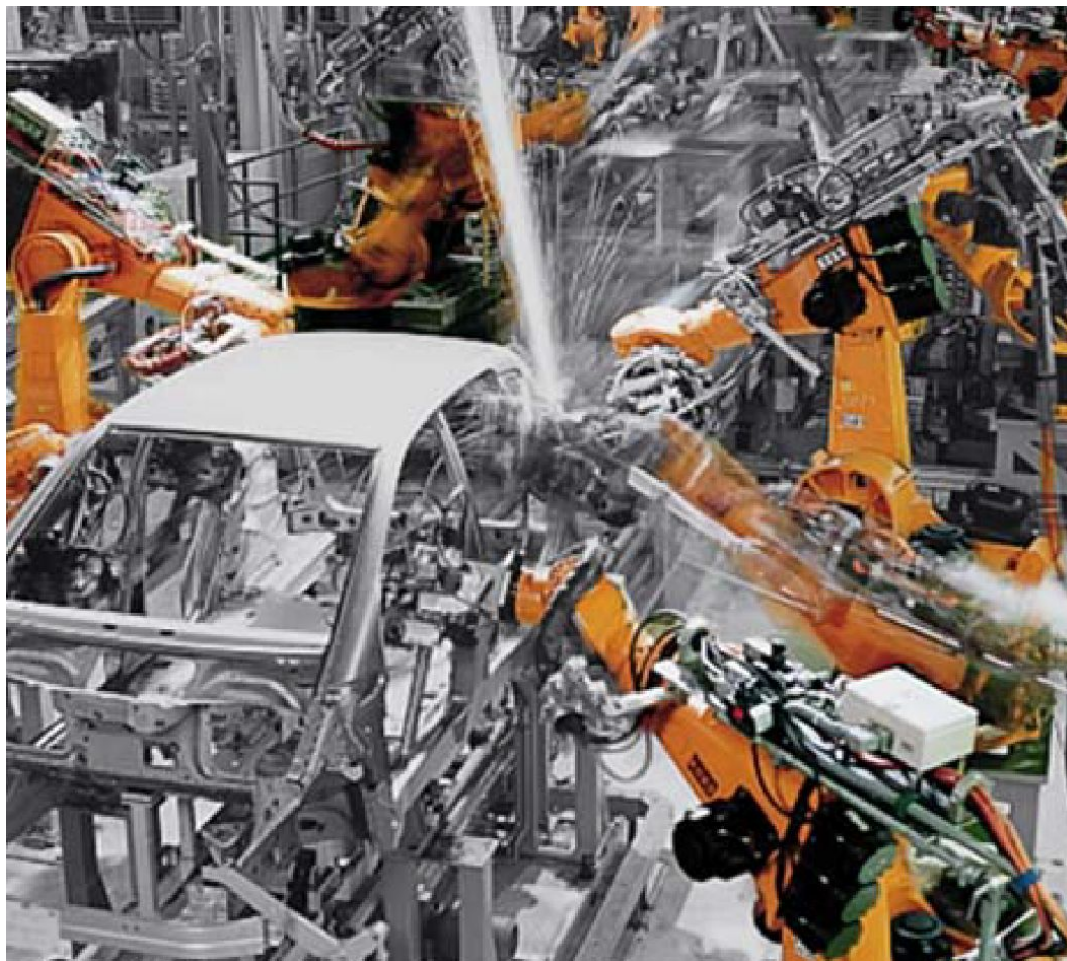
К роботам для манипулирования заготовками относятся

- Роботы для манипулирования заготовками под стационарными инструментами (стационарными клещами для точечной сварки, клещами для клепки, горелкой)
- Роботы для загрузки металлообрабатывающих станков и обрабатывающих центров
- Роботы для загрузки и разгрузки прессов и машин для литья под давлением
- Роботы для манипулирования заготовками на ковочных, отжигательных и закалочных установках, а также на установках по производству стеклянных изделий

Монтаж:

- Роботы, применяемые в автомобилестроении для монтажа колес, раздвижных крыш и оконных стекол
- Роботы, применяемые для монтажа экранных устройств изображения

Точечная сварка неотделанного кузова



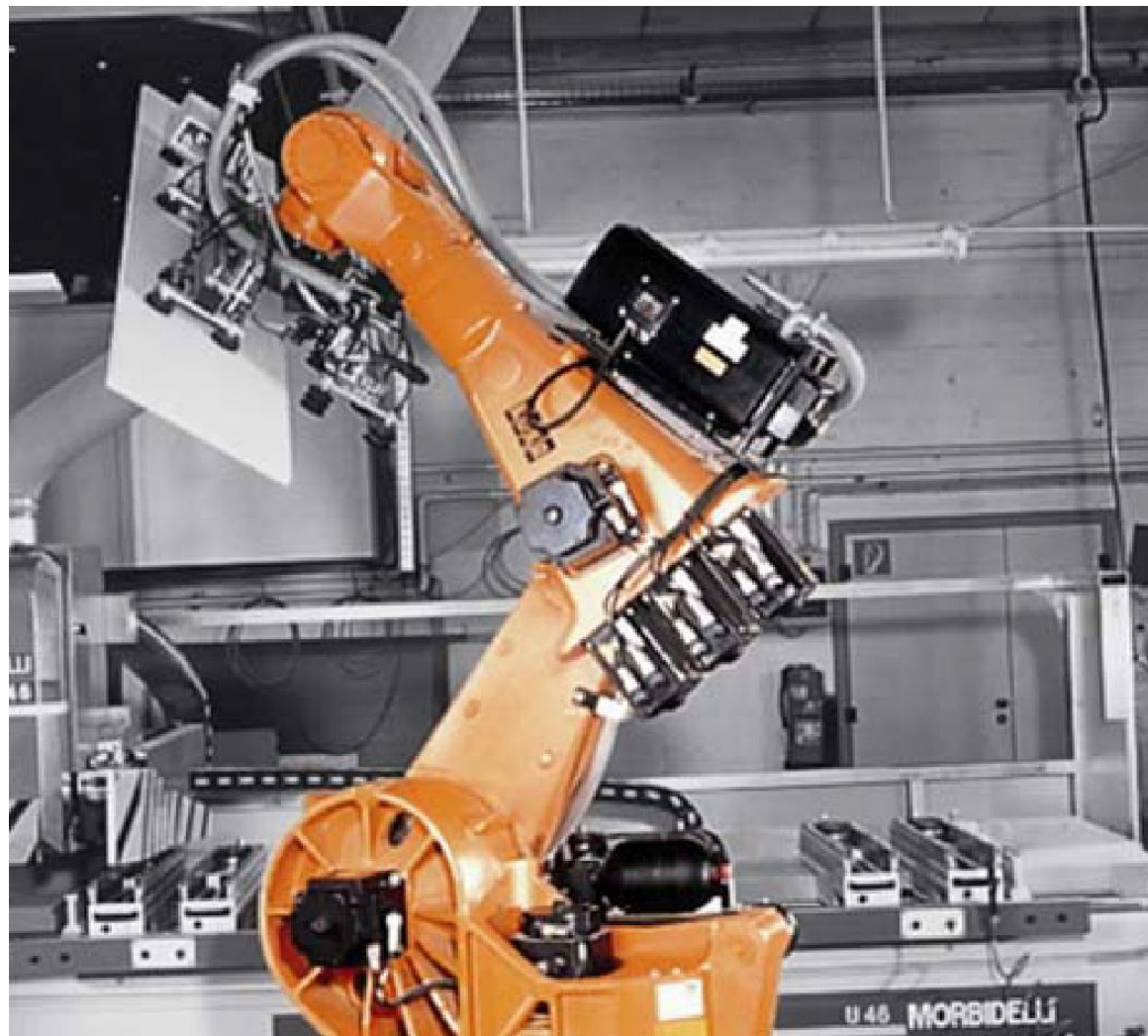
Сварка в среде защитного газа



Манипулирование пивными бочками



Манипулирование деталями мебели



Манипулирование листовыми деталями – гибка листов



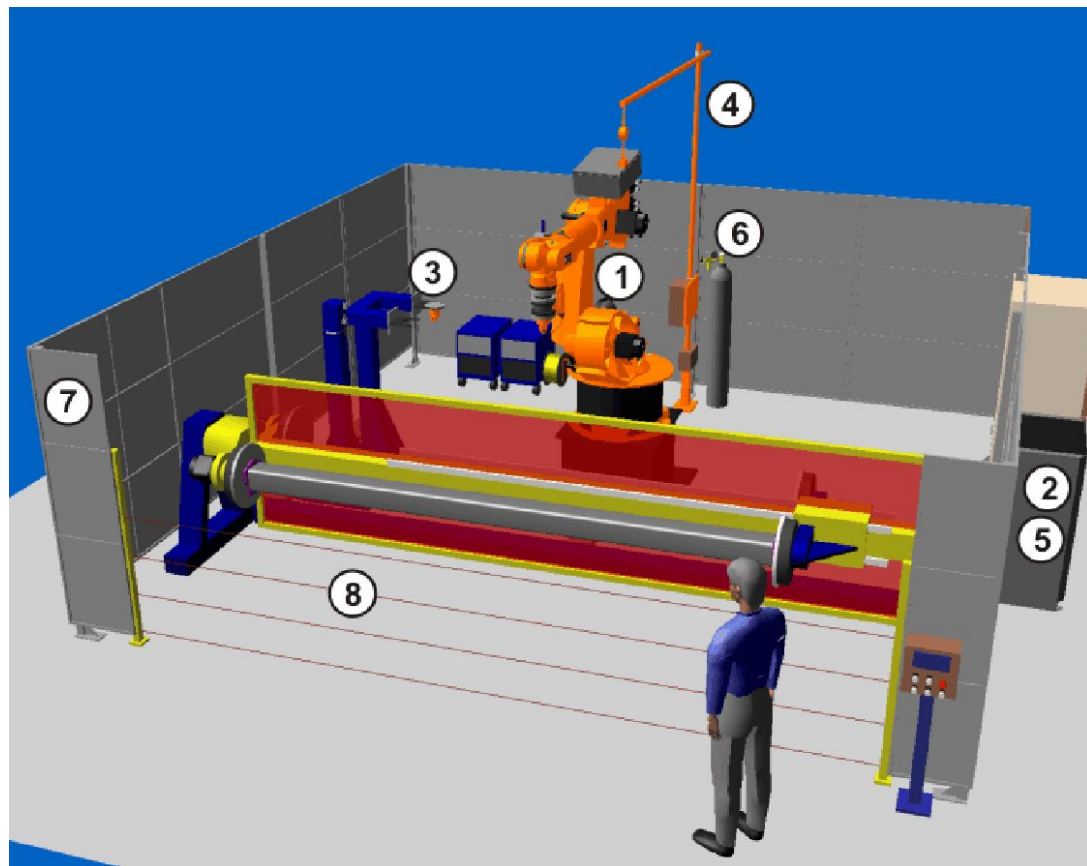
Обработка – шлифование и полировка



Обработка – плазменная резка литых деталей



Компоненты робототехнической ячейки



1 Робот

2 Системы управления

3 Инструмент/устройство

во смены

инструментов

4 Система подачи

энергии

5 Система

подсоединения

периферийных

устройств

6 Датчики

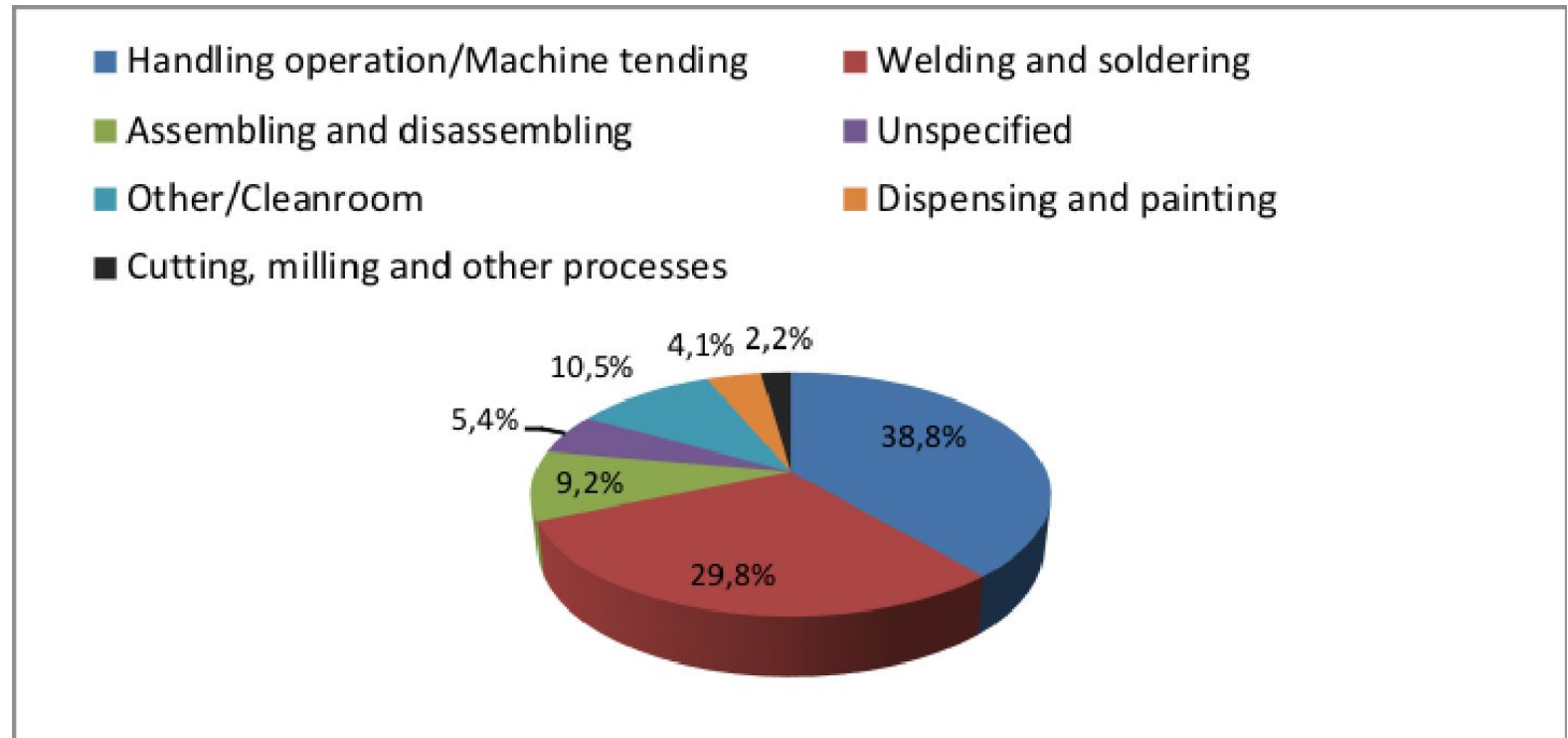
7 Защитное

ограждение

8 Зона загрузки со

световой завесой

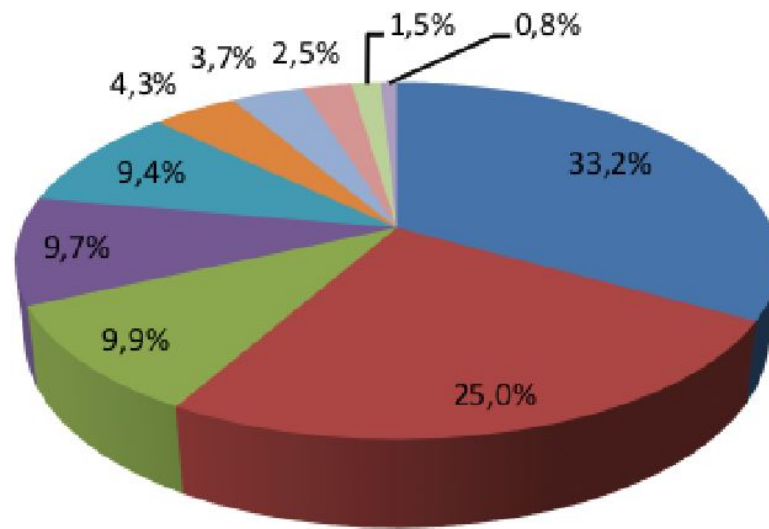
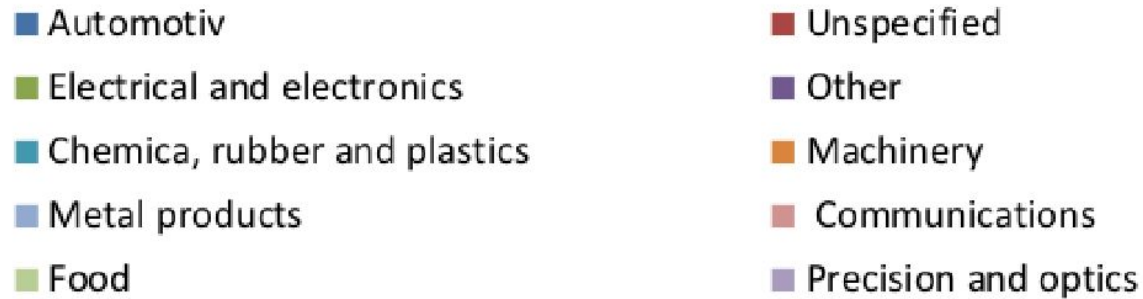
Применение роботов в промышленности



Манипулирование
Сборка и разборка
Уборка
Резка, фрезерование

Сварка и пайка
Не определено
Дозирование и рисование

Применение роботов в промышленности



Количество роботов в производстве на 10 000 сотрудников

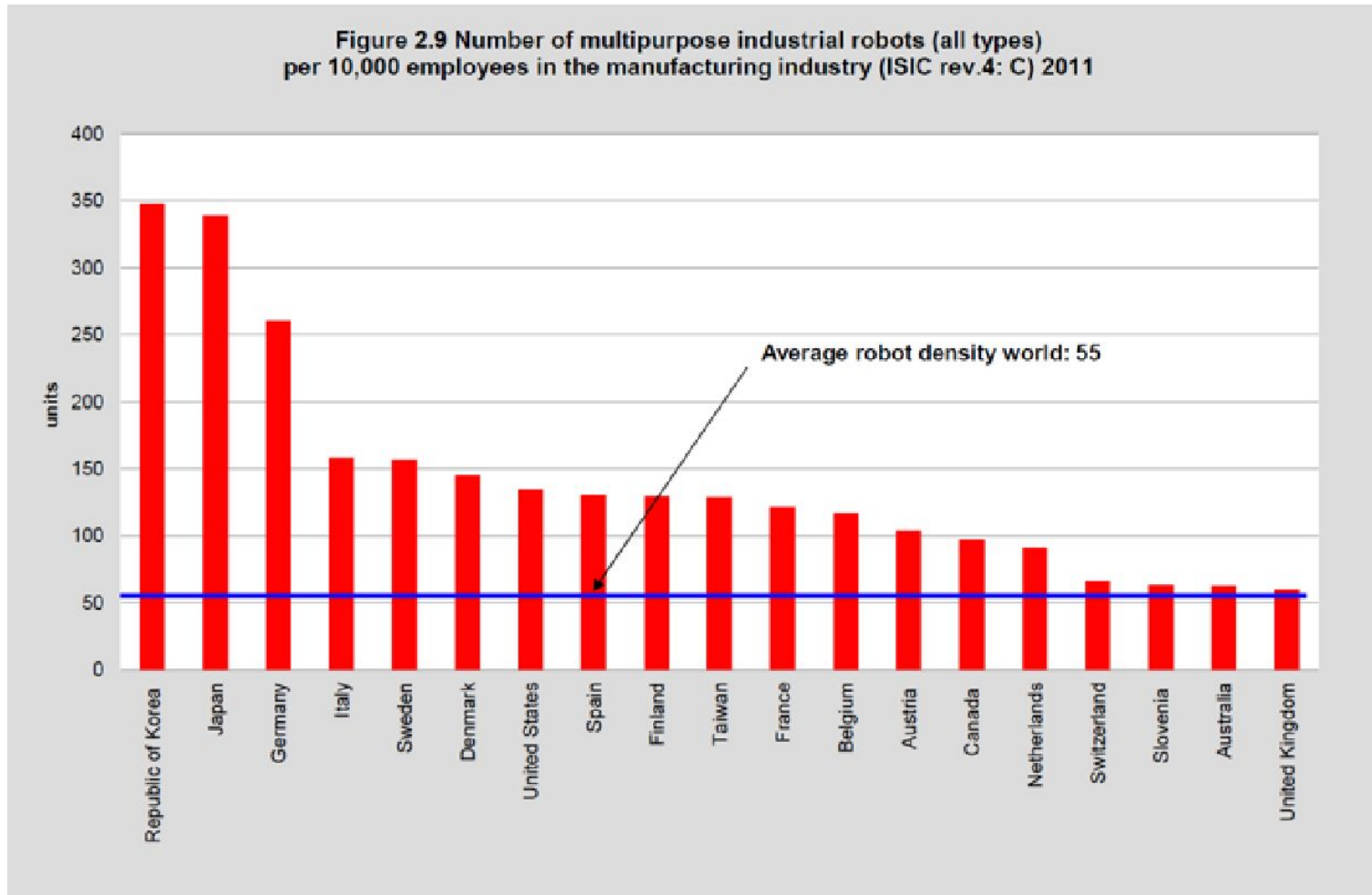
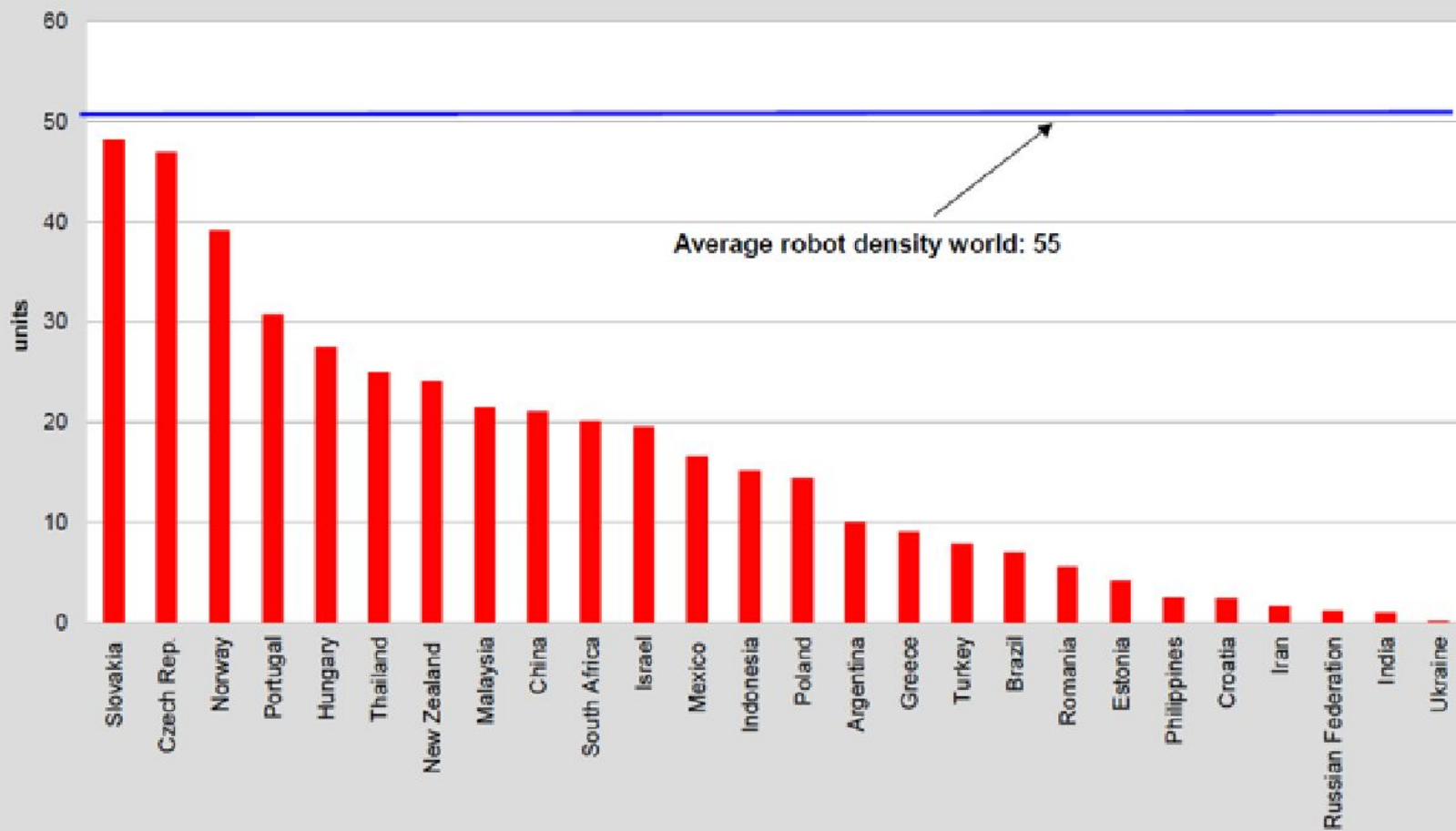


Figure 2.10 Number of multipurpose industrial robots (all types) per 10,000 employees in the manufacturing industry (ISIC rev.4: C) 2011



Критерии для выбора робота

Нагрузки

- Нагрузка: нагрузка – это совокупность массы, момента инерции, статических и динамических сил, которые воздействуют на робота.
- Номинальная нагрузка: максимальная нагрузка, которая может воздействовать на фланец робота в нормальных условиях (температура, влажность воздуха ...) и без снижения какой-либо характеристики нагрузки.
- Дополнительная нагрузка: нагрузка, которую робот может взять на себя дополнительно к номинальной нагрузке. Дополнительная нагрузка устанавливается на манипулятор робота, балансир и/или карусель.

Применение

Изготовитель определяет главный тип(-ы) эксплуатации, предусмотренный для робота.

Примеры типичных случаев применения:

- Манипулирование
- Монтаж
- Точечная сварка
- Контурная сварка
- Нанесение клея/уплотнительного средства
- Обработка материалов (фрезерование)

Нормальные условия (окружающей среды)

Производитель указывает предельные значения окружающей среды, при которых можно достигнуть заданный уровень производительности.

Эти значения должны предоставляться для правильного хранения и эксплуатации, если имеются отличия. Условия окружающей среды охватывают следующие параметры, но не обязательно ограничиваются ими:

- Температура (°C)
- Относительная влажность воздуха (%)
- Предельная высота расположения (м)
- Электромагнитные помехи

Стабильность повторяемости и абсолютная точность

В робототехнике к точностным характеристикам относят:

- 1) пространственное разрешение,
- 2) точность позиционирования,
- 3) повторяемость движений.

Типично программа для робота представляет собой последовательность позиций, в которые должен прийти манипулятор робота. Каждая из этих позиций характеризуется положением TCP (Tool Center Point) – точкой острия инструмента, установленного на манипуляторе. По умолчанию TCP находится в центре фланца робота, но её положение может быть перенастроено и чаще всего так, что TCP совпадает с острием установленного инструмента на манипуляторе робота. Поэтому обычно при программировании задается положение TCP в пространстве, а положение суставов манипулятора робот определяет сам. Далее в статье будет использоваться термин «положение TCP», или другими словами точка, в которую робот должен «прийти».

Пространственное разрешение

Пространственное разрешение – наименьшее приращение положения конечной точки запястья, которое способен контролировать робот. В основном оно определяется разрешающей способностью системы управления. На него также оказывают влияние механические неточности в сочленениях.

Разрешающая способность системы управления обусловлена дискретностью перемещения, которое имеет место в цифровых системах.

Пространственное разрешение представляет собой сумму разрешающей способности системы управления и неточностей механической части.

Точность позиционирования

Точность позиционирования - характеризует способность робота помещать конечную точку запястья в заданную целевую точку в рабочей зоне. Точность позиционирования непосредственно связана с разрешающей способностью, т.к. определяется возможностью разбивать движения на мелкие шаги. Без учета механических погрешностей точность составляет половину разрешающей способности системы управления.

Наибольшее отклонение от целевой точки будет иметь место, если целевая точка расположена посередине между двумя соседними положениями схвата.

Это среднее значение отклонения точки Tool Center Point и ее ориентации во всех степенях свободы от предварительно заданной в пространстве рабочей точки и заданной ориентации

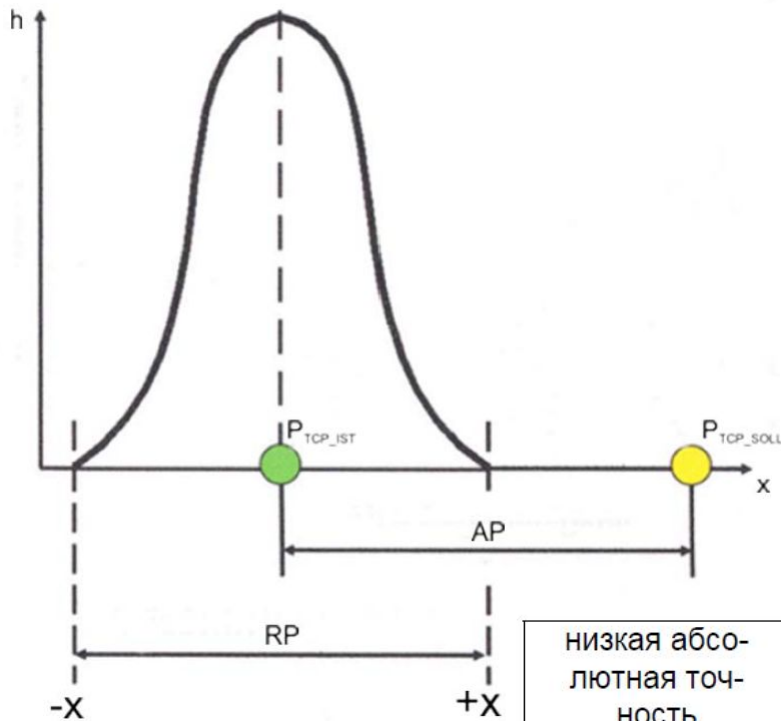
Повторяемость движений

Повторяемость движений – способность робота переводить конечную точку запястья в заданную целевую точку, координаты которой хранятся в памяти.

При каждом воспроизведении движения будет иметь место некоторое отклонение от целевой точки, обусловленное механическими неточностями. Максимальная величина такого отклонения и будет характеризовать повторяемость движений.

Стабильность повторяемости – это способность промышленного робота бесконечное количество раз повторно позиционировать свою точку Tool Center Point в запрограммированную точку в рабочей зоне в пределах определенного радиуса шара с определенной ориентацией и при заданных условиях.

Абсолютная точность, как правило, выдерживается намного хуже, чем стабильность повторяемости.



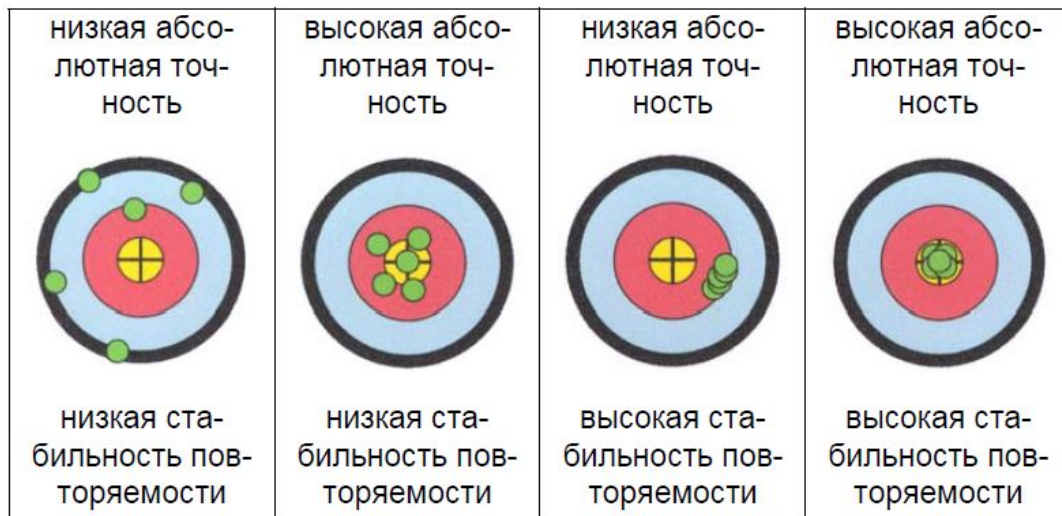
h - Распределение частоты

AP - Абсолютная точность

RP - Стабильность
повторяемости

PTCP_IST - Фактическое значение
положения точки TCP

PTCP_SOLL - Заданное значение
положения точки TCP



+ Заданная позиция

● Фактическое положение(-ия)

Скорость работа

для достижения продолжительности такта операций необходимо наличие значений максимальной скорости отдельных осей, а также максимальной номинальной скорости движения по траектории.

Определение продолжительности такта

- Приблизительная оценка: возможность неточной, но быстрой оценки продолжительности такта с помощью схемы или чертежа САД. Результат также зависит от эмпирических значений.
- Моделирование: планирование робототехнической ячейки и моделирование процесса с помощью программы для моделирования роботов. Данный метод позволяет получить очень точные результаты.
- Экспериментальная модель: дорогостоящая возможность (материалы, время), которая дополнительно позволяет оптимизировать технологические параметры (например, скорость склеивания) и осуществить контроль качества.

Безопасность

Робототехническая система должна соответствовать действующему на данный момент стандарту (DIN EN ISO 10218-1).
Выбор возможных для использования компонентов безопасности (безопасности установки или безопасности персонала)

Предохранительные устройства

При эксплуатации промышленных роботов неизбежно происходит контакт между человеком и роботом. Обычно этот контакт ограничивается фазой ввода в эксплуатацию и проведением работ по настройке и техобслуживанию. В фазе производства рабочие зоны человека и робота строго разделены. Тем не менее, даже за то короткое время, когда возможен физический контакт, в результате неправильных действий человека часто происходят серьезные несчастные случаи.

Возможные системы защиты установки и/или персонала на роботах KUKA:

- Программируемые концевые выключатели
- Механические концевые упоры
- Зонный контроль за счет разделения на рабочие зоны
- Защитное ограждение
- Внешние датчики безопасности
- Предохранительный выключатель
- Световая завеса
- Контактные коврики
- Лазерные сканеры

ТЕРМИНОЛОГИЯ ПРОМЫШЛЕННОЙ РОБОТОТЕХНИКИ

Промышленный робот – автоматическая машина, состоящая из манипулятора и устройства программного управления его движением, предназначенная для замены человека при выполнении основных и вспомогательных операций в производственных процессах.

Манипулятор – совокупность пространственного рычажного механизма и системы приводов, осуществляющая под управлением программируемого автоматического устройства или человека-оператора действия (манипуляции), аналогичные действиям руки человека.

Робототехническая (роботизированная) система (РТС) — автоматическая техническая система, обладающая основными свойствами, присущими роботу и (или) характеризующаяся наличием одного или нескольких роботов. В общем виде Р и РТС представляют собой

сложную автоматическую систему, предназначенную для автоматизации трудовой деятельности человека и включающую в себя следующие

основные системы:

- двигательную систему (ДС);
- информационную (или сенсорную) систему (ИС);
- управляющую систему (УС);
- коммуникационную систему (КС).

Двигательная система включает в себя: исполнительные механизмы (манипуляторы, педипуляторы, колесные или гусеничные шасси и т.п.), рабочие органы (захватные устройства, инструменты и т.п.), двигатели (электрические, гидравлические и т.п.), механизмы передачи движения, источники и преобразователи энергии.

Информационная система состоит из датчиков (сенсорных элементов) внутренней информации, конструктивно встроенных в ДС, и внешней информации, сигнализирующей о состоянии окружающей среды.

Управляющая система включает в себя электронные преобразователи цифровой и аналоговой информации, микропроцессоры или компьютеры для обработки сенсорной информации от ИС и управления ДС вместе со встроенным программным обеспечением реального времени.

Коммуникационная система состоит из каналов прямой и обратной

Мехатроника и робототехника

- Мехатроника изучает новый методологический подход к созданию модулей и машин с качественно новыми характеристиками. Мехатронный подход охватывает все основные фазы жизненного цикла машины (проектирование, производство, эксплуатация и т.д.) и может быть применен в системах различного назначения, в том числе в манипуляционной технике и робототехнических системах.
- Роботы же представляют собой один из современных классов машин с компьютерным управлением движением. Проектирование и производство роботов базируется не только на мехатронных принципах и технологиях, но требует привлечения и других методологических подходов: методов технической кибернетики и бионики, САПР и CALS-технологий.

Методологические подходы

Классы машин

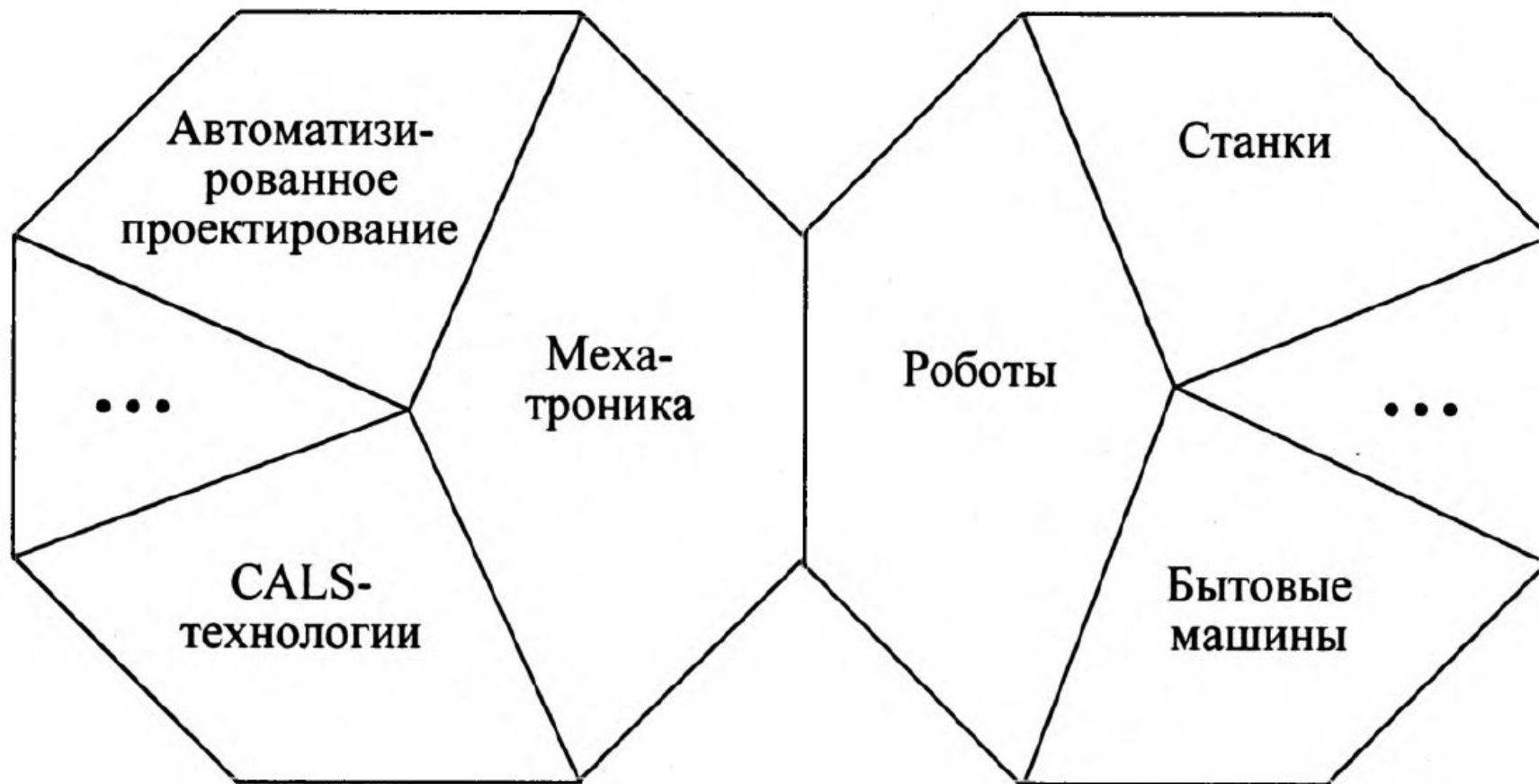


Рис. 1.23. Предметные области мехатроники и робототехники

CALS-технологии (англ. Continuous Acquisition and Life cycle Support — непрерывная информационная поддержка поставок и жизненного цикла изделий)

Определение

Мехатроника - это область науки и техники, основанная на синергетическом объединении узлов точной механики с электронными, электротехническими и компьютерными компонентами, обеспечивающая проектирование и производство качественно новых модулей, систем и машин с интеллектуальным управлением их функциональными движениями

Блок-схема промышленного робота



Механическую систему выполняют, как правило, в виде манипулятора, имеющего несколько степеней подвижности, укрепленного на неподвижном или подвижном основании; она обеспечивает перемещение рабочего органа

Система управления помимо основных функций по управлению движением рабочих органов манипулятора обеспечивает выдачу сигналов на обслуживаемое оборудование, прием сигналов от датчиков внешней информации и использование этих сигналов в целях выбора той или иной подпрограммы работы из числа заданных оператором

Привод для каждой из координат ПР обеспечивает силовое воздействие на соответствующий механизм, осуществляющий задаваемое перемещение.

Манипуляторы

Манипулятор (М) — устройство для выполнения двигательных функций, аналогичных функциям руки человека при перемещении объектов в пространстве, оснащенное рабочим органом.



В зависимости от типа задающего органа биотехнические манипуляторы могут быть

- Копирующий
- Командный
- Полуавтоматический
- Автоматический

Структура манипулятора (М)

задающий орган — функциональная часть М, предназначенная для создания управляющих сигналов и движений;

исполнительный орган — функциональная часть М, предназначенная для выполнения действий по сигналам и движениям, поступающих от задающего органа;

связующий орган предназначен для передачи сигналов и движений от задающего к исполнительному органу;

рабочий орган — часть исполнительного органа, предназначенная для реализации технологического назначения М (выполняется в виде хватных устройств, инструмента и т.п.).

ПР классифицируются

- по областям применения – промышленные, сельскохозяйственные, транспортные, строительные, бытовые и т. п.;
- по характеру выполняемых технологических операций – основные,
- вспомогательные, универсальные;
- по виду производства – литейные, сварочные, кузнечно-прессовые, для механической обработки, сборочные, окрасочные, транспортно-складские;
- по виду системы координат руки манипулятора – роботы с прямоугольной, цилиндрической, сферической, сферической угловой (ангулярной) системами координат и др.;
- по числу подвижностей манипулятора;
- по грузоподъемности – сверхлегкие (до 10 Н), легкие (до 100 Н), средние (до 2000 Н), тяжелые (до 10 000 Н), сверхтяжелые (свыше 10 000 Н);
- по типу силового привода – с электромеханическим, пневматическим, гидравлическим, комбинированным приводами;
- по подвижности основания – мобильные, стационарные;
- по виду программы – с жесткой программой, перепрограммируемые, адаптивные, с элементами искусственного интеллекта;
- по характеру программирования – с позиционным, контурным, комбинированным программированием.

Деление роботов на поколения

- Роботы *первого поколения* (программные роботы)
- Роботы *второго поколения* (очувствленные роботы)
- Роботы *третьего поколения* относятся к роботам с искусственным интеллектом.

ГОСТР 60.0.0.4—2019/ИСО 8373:2012
РОБОТЫ И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ
УСТРОЙСТВА
Термины и определения

- **Промышленный робот (industrial robot):**

Автоматически управляемый, перепрограммируемый ,
реконфигурируемый манипулятор, программируемый по трем или
более степеням подвижности , который может быть либо установлен
стационарно, либо перемещаться для применения в целях
промышленной автоматизации.

Робототехническое устройство (robotic device):

Исполнительный механизм, обладающий характеристиками промышленного робота или сервисного робота, но не имеющий либо

необходимого числа программируемых степеней подвижности либо некоторой степени автономности.

Пример — Устройство оказания физической помощи:
телеуправляемое устройство; двухосный промышленный манипулятор

степень подвижности (axis): Управляемая координата, используемая для определения вращательного или поступательного движения робота.

автономность (autonomy): Способность выполнять поставленные задачи в зависимости от текущего состояния и восприятия окружающей среды без вмешательства человека.

манипулятор (manipulator): Машина, механизм которой обычно состоит из последовательности сегментов, перемещающихся вращательно или поступательно друг относительно друга с целью захвата и/или перемещения объектов (деталей или инструментов) обычно по нескольким степеням свободы

перепрограммируемый (reprogrammable): Спроектированный так, чтобы программные движения или вспомогательные функции могли быть изменены без конструктивного изменения

реконфигурируемый (multipurpose): Приспосабливаемый для другого применения за счет конструктивного изменения

сервисный робот (service robot): Робот, который выполняет задания, полезные для человека или оборудования, за исключением применений в целях промышленной автоматизации.

мобильный робот (mobile robot): Робот, способный передвигаться под своим собственным управлением.

робототехнический комплекс (robot system): Комплекс, состоящий из одного или нескольких роботов, их рабочих органов и любых механизмов, оборудования, приборов или датчиков, обеспечивающих выполнение роботом функционального назначения (задания).

робот для совместной работы (collaborative robot): Робот, разработанный для непосредственного взаимодействия с человеком.

ГОСТР 60.6 .0.1-2021 Роботы и робототехнические устройства СЕРВИСНЫЕ МОБИЛЬНЫЕ РОБОТЫ Уровни автономности. Термины и определения

2 автономный режим работы: Режим работы, при котором мобильный робот получает задание

от оператора или внешней системы управления, с которой взаимодействует, и выполняет его без дальнейшего взаимодействия с оператором или внешней системой.

3 адаптация к внешним условиям : Процесс приспособления робота к изменениям условий

внешней среды в ходе выполнения задания.

8 внешняя среда: Окружение мобильного робота, включая внешние условия, состояния и естественные объекты (такие как климат, погода, растительность, рельеф местности), а также объекты, созданные человеком, (например, постройки, транспортные средства), людей и животных.

9 восприятие: Способность мобильного робота представлять объекты внешней среды, в которой он работает, в формате, подходящем для построения модели внешней среды, и классифицировать воспринимаемые во внешней среде объекты, события и ситуации.

11 декомпозиция задания: Метод анализа выполнения задания путем его детализации, то есть последовательного разложения на достаточно простые задания более низкого уровня.

25 очувствление: Способность мобильного робота через комплексирование датчиков и обработку сенсорных данных получать информацию об объекте или физическом явлении.

35 тактическое поведение: Планирование, маневрирование и выполнение необходимых процедур и действий с целью выполнения заданий для обеспечения достижения поставленной цели в зависимости от текущего состояния мобильного робота и внешней среды.

36 телеприсутствие: Способность мобильного робота снабжать оператора сенсорной информацией подобно той, которую бы получал

ГОСТР 60.0.0.2—2016 РОБОТЫ И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА

Классификация промышленных роботов

- промышленные манипуляционные роботы, выполняющие основные технологические операции;
- промышленные транспортные роботы, осуществляющие внутрицеховые и межцеховые перемещения грузов.

Промышленные манипуляционные роботы классифицируют по следующим признакам

- специализация;
- грузоподъемность;
- способ управления;
- способ программирования;
- тип привода;
- возможность передвижения;
- выполняемая технологическая операция;
- кинематическая схема;
- способ установки на рабочем месте.

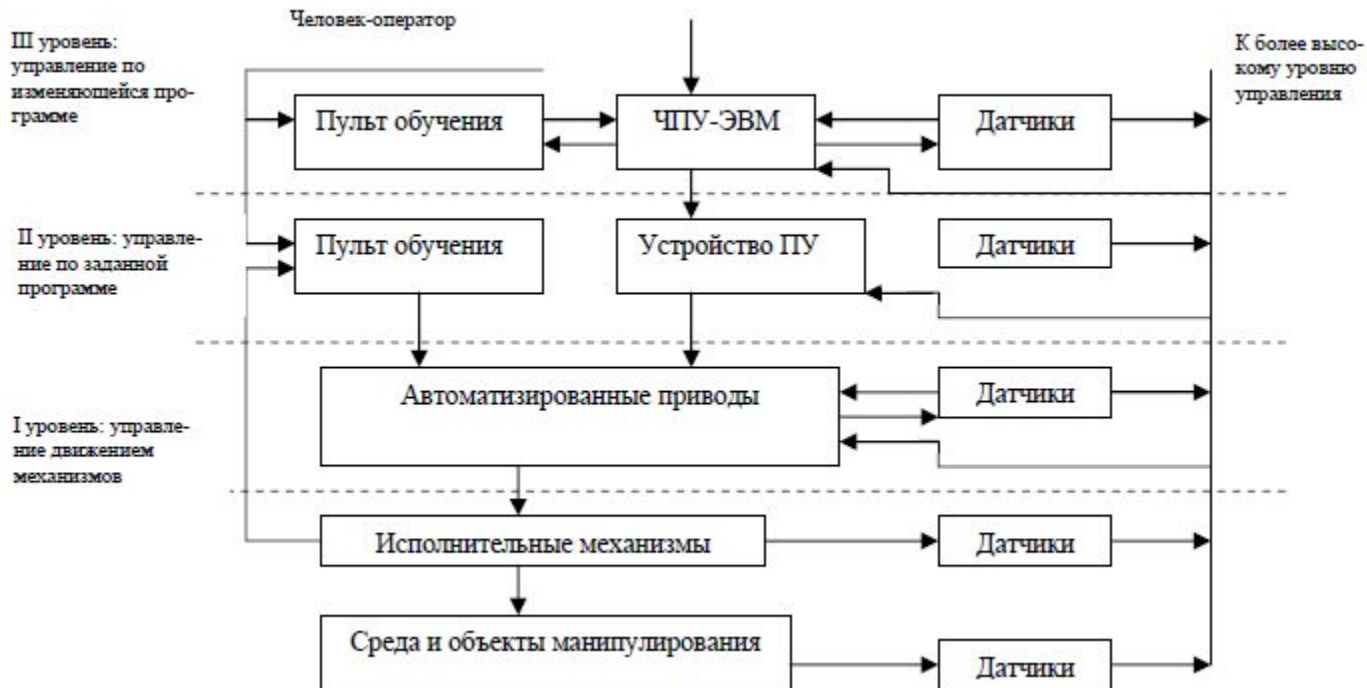
По специализации

- специальные;
- специализированные;
- универсальные.

По выполняемой технологической операции

- универсальные роботы — роботы, осуществляющие разные технологические операции в зависимости от установленного рабочего органа;
- сборочные роботы — роботы, осуществляющие сборочные операции.
- сварочные роботы — роботы, осуществляющие сварочные операции.
- окрасочные роботы — роботы, осуществляющие окрасочные операции
- перегрузочные роботы — роботы, осуществляющие загрузо-разгрузочные операции;
- упаковочные роботы — роботы, осуществляющие упаковочные операции;
- измерительные роботы — роботы, осуществляющие измерительные операции;
- обрабатывающие роботы — роботы, осуществляющие операции механообработки (шлифовка,
- удаление заусениц, резка и т. п.).

Системы управления промышленными роботами



По способу управления

- программные, в которых управление осуществляется по заранее составленной и остающейся неизменной в процессе реализации управляющей программе;
- адаптивные, в которых управление реализуется в функции от информации о текущем состоянии и изменениях внешней среды и самого робота, получаемой в процессе управления от сенсорных устройств;
- интеллектуальные, в которых адаптивные свойства развиты до уровня, соответствующего интеллектуальной деятельности человека.

Многоуровневая структура

Первый (низший) уровень включает устройства управления движениями отдельных звеньев: манипулятора и других исполнительных механизмов ПР. Он содержит автоматизированные приводы и устройства автоматики для всех степеней подвижности манипулятора, механизмов зажима, фиксации и т.п.

Управляющие программы этого уровня задают значения координат каждой из степеней подвижности манипулятора, величины скоростей и подают другие команды, необходимые для осуществления их частных циклов. Устройства управления первого уровня реализуются на основе релейных или бесконтактных схем автоматики, блоков автоматизированных приводов и датчиков.

На втором уровне системы формируются сигналы управления всеми приводами и устройствами автоматики манипулятора, обеспечивающие необходимые перемещения его рабочего органа (захвата) в пространстве и их последовательность при выполнении элементарных операций во взаимодействии с другим технологическим оборудованием. Элементарные операции включают несколько частных циклов движений исполнительных механизмов манипулятора, станка и другого оборудования, например, при установке детали в патроне станка, перемещении обработанной детали на разгрузочную позицию и т.д.

На третьем уровне решаются укрупненные задачи управления при обслуживании станка. Для этого операция обслуживания представляется в виде необходимой последовательности элементарных операций и их параметров, записанной на общем программноносителе или введенной в устройство памяти компьютера. Для реализации этого уровня управления необходимы устройства для

обучения работа или системы автоматического программирования ПР с использованием малой ЭВМ, которая может также осуществлять групповое управление обслуживаемым ПР оборудованием.

Режимы управления ПР

- Автоматический
- Полуавтоматический (повышенной надежности)

Алгоритмы полуавтоматического режима

- скоростной
- силовой
- позиционный

Классификация систем программного управления ПР

способ отработки программы

- цикловое,
- позиционное,
- контурное,
- комбинированное

метод программирования

- непосредственное программирование путем обучения
- косвенное (расчетное) программирование

Способы управления

- роботы с ручным управлением — копирующие манипуляторы
- роботы с программным управлением
- роботы с адаптивным управлением

По способу формирования траектории движения

- роботы с цикловым управлением — управляющая программа определяет жесткую последовательность движений робота по степеням подвижности
- роботы с позиционным управлением — управляющая программа определяет последовательность точек позиционирования без контроля траектории движения между ними;
- роботы с траекторным управлением — управляющая программа определяет движение рабочего органа робота по заданной траектории без контроля скорости перемещения по траектории.
- роботы с контурным управлением — управляющая программа определяет движение рабочего органа робота по заданной траектории с установленным распределением во времени значений скорости и ускорения

Управление промышленным роботом

Задачи управления роботом

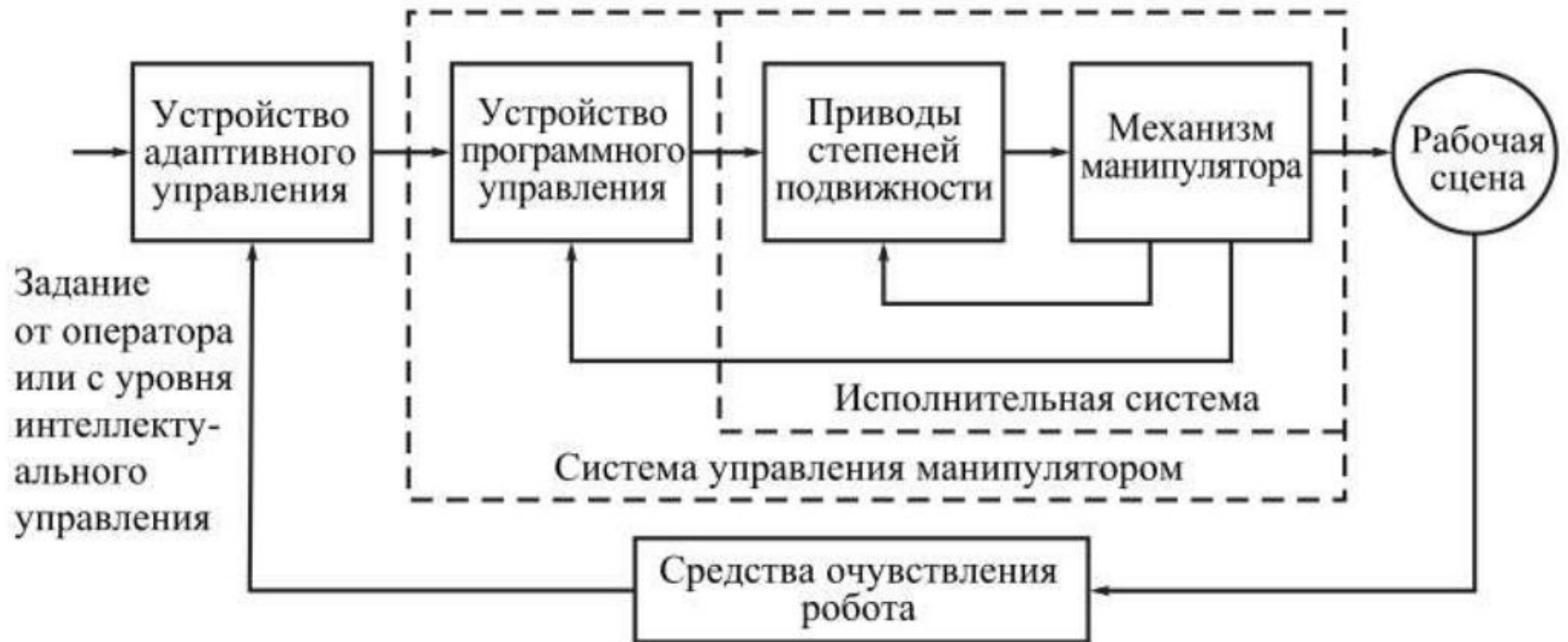
1. Планирование положений. Необходимо совместить зоны обслуживания робота с рабочим пространством, в котором выполняется технологическая операция, таким образом, чтобы рабочий инструмент либо иной объект мог быть доставлен в любое требуемое положение с необходимой ориентацией.
2. Планирование движений. Необходимо выбрать траекторию движения объекта или рабочего инструмента. При этом не только траектория движения, но также законы изменения скоростей и ускорений должны, с одной стороны, соответствовать требованиям технологического процесса, а с другой — возможностям робота.
3. Планирование сил и моментов. Требования технологического процесса должны быть согласованы с возможностями робота развивать необходимые силы и моменты в различных точках рабочего пространства и его энергетикой.
4. Анализ динамической точности. Решение перечисленных задач может потребовать учета динамики робота, так как точность движения по траекториям зависит от развиваемых скоростей и ускорений; при достаточно больших значениях скоростей и ускорений точность отработки траекторий может быть неудовлетворительной. Кроме того, программирование робота без учета его динамики может приводить к появлению эффекта перекрестных связей, когда движение объекта не соответствует заданному закону вследствие взаимного динамического влияния звеньев манипулятора.

Задачи управления роботом

Перечисленные задачи могут быть решены с помощью пакета специализированных программ, имеющегося в распоряжении пользователя, который осуществляет адаптацию робота и его системы управления к технологическому процессу. В соответствии с поставленными задачами такой

пакет должен включать в себя программу анализа положений, решения прямой и обратной задач кинематики, а в общем случае - и программу решения прямой и обратной задач динамики.

Функциональная схема системы управления роботом



ПРИНЦИПИАЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

Основным типом манипуляционных устройств для роботов являются механические манипуляторы. Они представляют собой разомкнутую кинематическую цепь, составленную из кинематических пар, имеющих одну (реже две) степень подвижности с поступательным или угловым перемещением рабочего органа, расположенного на конце манипулятора, и приводов, чаще всего отдельных для каждой степени подвижности.

Степени подвижности манипулятора делятся на *переносные* и *ориентирующие*. Переносные степени подвижности служат для перемещения объекта манипулирования в пределах рабочей зоны манипулятора, а ориентирующие – для его ориентации в пространстве.

Минимально необходимое число тех и других равно 3.

Но применяется большее количество переносных.

Уровни управления. Исполнительная система

Манипулятор можно рассматривать как систему управления, образованную приводами, работающими на общую механическую нагрузку, -манипуляционный механизм. Входом этой системы является многокомпонентный сигнал, поступающий с устройства управления роботом, а выходом — требуемое перемещение манипулятора и, соответственно, схвата с нагрузкой или рабочим инструментом. Такую систему называют исполнительной системой манипуляционного робота.

Способ задания управляющих сигналов на исполнительную систему определяет тип системы управления роботом. В наиболее простом случае программа движения для каждого привода формируется в процессе его обучения и затем повторяется нужное число раз. В этом случае говорят о **жесткопрограммируемых** роботах. Для простых роботов обычно используют приводы без обратной связи, выполненные с помощью пневмо- (или гидро-) цилиндров, а также шаговых электродвигателей. Здесь перемещение в каждом соединении манипулятора может быть задано с помощью программатора. Комбинируя команды программатора, можно приближенно задать сложную траекторию движения как совокупность точек, через которые должен пройти хват манипулятора. Такое управление называют **позиционным управлением**.

Возможен более простой путь, когда движение манипулятора по каждой степени подвижности регулируется электрическими или механическими ограничителями, — **цикловое управление**.

Для высокоточных манипуляторов, в которых используются приводы с обратной связью, применяют более совершенные методы управления, предполагающие аппроксимацию траектории движения схвата — инструмента в виде непрерывной пространственной кривой с последующим ее отслеживанием, - **контурное**

Система управления манипулятором

Система управления манипулятором, как правило, имеет несколько уровней, каждый из которых может обслуживаться собственной микропроцессорной системой. Так, на уровне привода обеспечивается управление двигателем, осуществляющим движение одной или нескольких степеней подвижности.

На следующем уровне системы управления манипулятором с помощью центрального процессора организуется координированная работа приводов манипулятора. При этом входной информацией является траектория, т.е. последовательность положений схвата манипулятора или связанного с ним объекта (инструмента, нагрузки). Если эта информация преобразуется в управляющие сигналы приводов предварительно и затем записывается в память управляющего устройства в виде программы работы приводов, то говорят о системе программного управления.

Траекторию схвата можно задать двумя способами: путем непосредственного ее задания человеком-оператором в процессе обучения или с помощью планирования движения на более высоком уровне (online по англоязычной классификации) и вне его (offline).

Примером первого случая является окрасочный робот, обучаемый с помощью «пилота» — второго манипулятора, имеющего такую же кинематическую схему, но облегченного и лишённого двигателей, которые заменены системой статической разгрузки. Во втором случае движение робота моделируется на экране дисплея в трехмерном пространстве с учетом имеющихся ограничений в рабочей зоне. Оператор задает требуемое движение на экране, после чего оно записывается в память управляющего устройства и используется для расчета программы для каждого из приводов.

На уровне планирования движений предполагаются известными цель движения и описание рабочей сцены. Устройство управления, решающее задачи этого уровня, должно спланировать движение таким образом, чтобы из заданного начального положения обеспечить достижение цели манипулятором и выполнить дополнительные условия, налагаемые на его перемещение. Например, чтобы манипулятор не вошел в соприкосновение ни с одним из препятствий, имеющихся на рабочей сцене. Эта задача является довольно сложной, если таких препятствий много, или сложен сам объект работы, в частности, если он имеет внутренние полости, до которых должен добраться удерживаемый схватом инструмент.

Адаптивное управление 1

В системах управления в реальном времени траекторию (в общем случае - перемещение и текущую ориентацию схвата) задают в процессе выполнения операции. Если это делает человек-оператор, то такую систему называют полуавтоматической; человек задает только движение схвата, не заботясь о движении приводов манипулятора, управление которыми рассчитывает управляющее устройство. Полуавтоматические системы широко применяют при управлении роботами в экстремальных условиях, когда человек находится на расстоянии и задает сигналы управления либо наблюдая процесс непосредственно, либо с помощью телевизионного монитора.

Во многих случаях движение робота нельзя полностью запрограммировать заранее. Примером может служить операция сборки. Определить, в каком месте фактически находится деталь и выполнены ли необходимые для сборки условия, можно с помощью системы технического зрения. Таким образом, возникает еще один контур управления, внешний по отношению к манипулятору. Этот контур системы управления роботом обеспечивает приспособление робота к изменяющимся условиям работы. Такую систему управления

Адаптивное управление 2

Использование системы технического зрения не всегда достаточно для решения манипуляционных задач, в том числе задач сборки. Так, при сопряжении деталей возникают силы, которые могут превысить заданные значения и деформировать эти детали, или при определенных условиях привести к их заклиниванию. Чтобы избежать этого, необходимо в процессе сборки измерять силы и моменты, действующие со стороны объектов сборки на манипулятор, и соответственно формировать управляющие сигналы, поступающие на манипулятор, который обеспечивает выполнение сборочной операции. Эту задачу можно решить с помощью системы силомоментного очувствления, включающей в себя многомерные датчики сил и моментов (обычно с использованием тензометрических элементов) и аппаратно-программный комплекс для обработки сигналов с этих датчиков.

Каждая из систем адаптивного управления роботом может работать автономно, например, могут быть роботы, оснащенные только системой технического зрения, или роботы с силомоментным очувствлением. Однако усложнение робототехнических задач и повышение требований к качеству их выполнения и надежности робототехнической системы приводит к необходимости одновременного использования различных сенсорных систем. Так, в схвате манипуляторов применяют датчики оптического типа для определения взаимного положения объекта и губок схвата, а также датчики проскальзывания захваченного объекта. При сборке, монтажных работах одновременно используют датчики силомоментного очувствления и технического зрения. При дуговой сварке — шупы, оснащенные тензометрическими датчиками, или

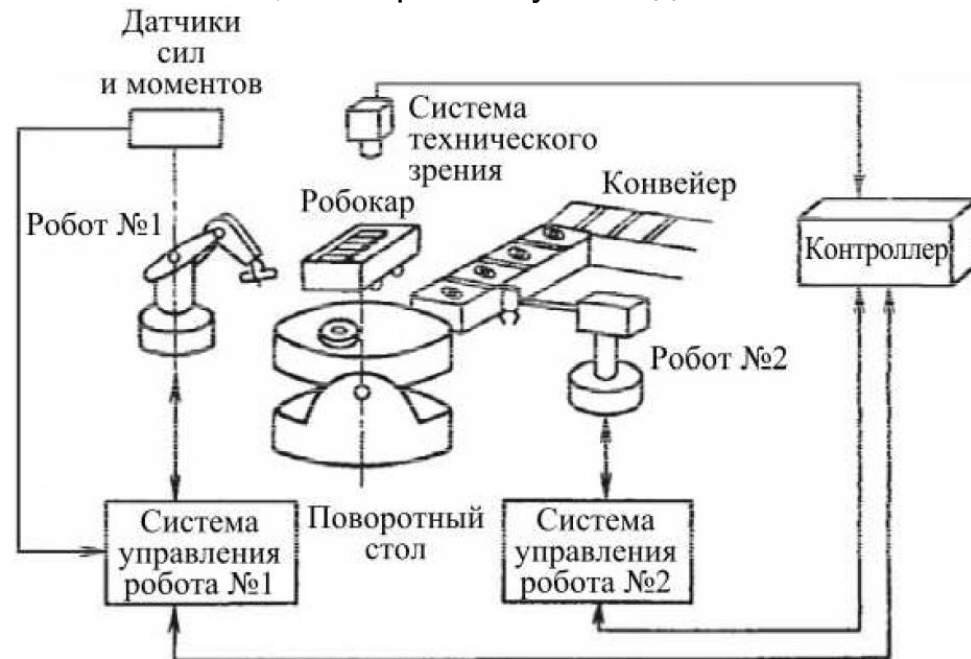
Интеллектуальные системы реального времени

Решение задач анализа сцены и формирования модели внешнего мира выводит нас на еще более высокий уровень систем управления манипуляционными роботами: уровень интеллектуальных систем реального времени, на котором предполагается решение в реальном масштабе времени задач, относящихся к задачам искусственного интеллекта. Кроме задачи формирования модели внешнего мира к ним относятся задачи обработки изображения и распознавания образов, планирования действий с учетом поставленной задачи, особенностей рабочей сцены и собственных возможностей робота. В частности, планирование сложных технологических операций, выполняемых роботом, например таких, как процесс сборки объекта, состоящего из нескольких деталей. Уровень, при котором задача считается относящейся к области искусственного интеллекта, постоянно повышается в процессе развития техники.

Поэтому трудно провести четкую грань между адаптивными и интеллектуальными робототехническими системами. В системе управления манипулятором могут быть реализованы специальные алгоритмы управления, целесообразность которых определяется назначением системы. Так, получили развитие самонастраивающиеся системы управления, позволяющие обеспечить заданное качество процессов управления независимо от переменной нагрузки манипулятора, что особенно важно для большей грузоподъемности манипуляторов, при движении которых сказывается взаимное динамическое влияние звеньев. Для организации самонастройки можно использовать сигналы датчиков внутренней информации, однако можно применять и датчики внешней информации. Например, для организации самонастройки манипулятора при переменной массе полезной нагрузки в запястье манипулятора устанавливают датчик сил. Динамику движения манипулятора учитывают и в ряде других подходов к управлению манипуляторами, в том числе основанных на решении обратной задачи динамики, т. е. на вычислении сил и моментов, необходимых для выполнения заданного движения с нужными характеристиками. Иногда все подобные подходы объединяют понятием «динамическое управление»

Управление робототехническими комплексами

В условиях современного производства роботы, как правило, включены в единую робототехнологическую систему, содержащую помимо роботов автоматизированное технологическое оборудование. Например, роботы, показанные на рис., составляют робототехнологический комплекс (РТК) сборки, включающий также поворотный стол и конвейер. В состав РТК могут входить станки, робокары, автоматизированный инструмент, другое технологическое оборудование. Эти устройства, имея свои средства управления, включают информационные датчики. Все они ДОЛЖНЫ быть увязаны в единую систему управления РТК вместе с системой управления роботов. Технически это осуществляется с помощью специального управляющего устройства, преобразующего сигналы информации о состоянии системы в сигналы управления. В качестве такого устройства (контроллера) может быть использована и универсальная ПЭВМ, позволяющая оперативно осуществлять переналадку комплекса под заданный технологический процесс. Задача управления РТК несомненно более специфична по сравнению с задачей управления роботом. Прежде всего, для ее решения используют другие математические модели, относящиеся к области дискретной математики. При этом описывают дискретное множество возможных состояний, в которых могут находиться элементы системы, а также условия перехода между этими автоматами. Не являются иск



Совокупность дискретных состояний системы и переходов между ними можно представить как сеть конечных автоматов, которая соответствует математическому описанию роботизированной технологической операции в РТК. Поскольку эта сеть обычно имеет большое количество элементов, решение задачи о планировании или о коррекции операции «вручную» практически невозможно. Задача заключается в применении методов автоматического планирования операций на таких сетях.

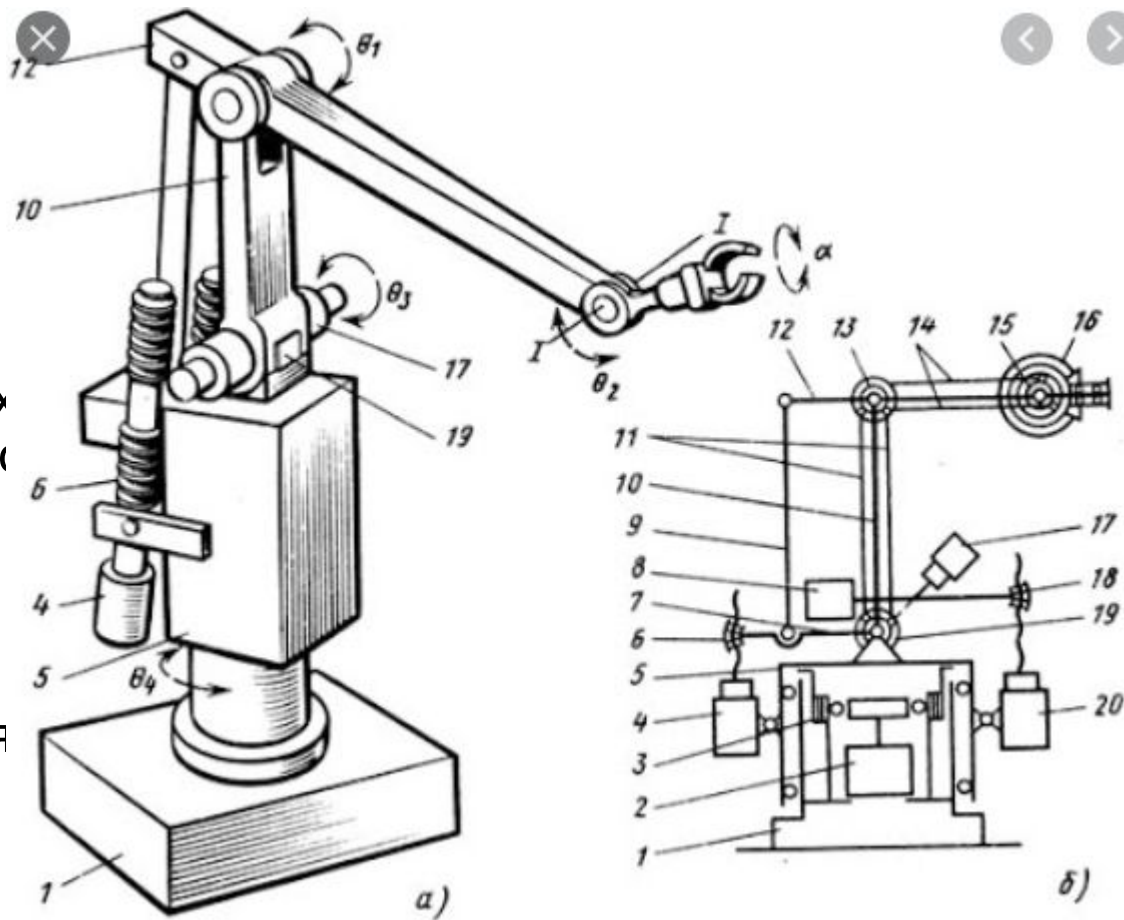
Систему РТК можно рассматривать как подсистему гибкой производственной системы (ГПС), представляющей собой технологический участок или технологическую линию, включающую в себя РТК.

Итак, мы определили ряд задач управления в робототехнических системах. Связь между ними осуществляют по иерархическому принципу построения робототехнических систем, заключающемуся в том, что каждая из систем является подсистемой для системы более высокого уровня. Каждый уровень управления соответствует определенному типу системы:

- 1 — автоматизированное производство;
- 2 — гибкая производственная система;
- 3 — робототехнологический комплекс;
- 4 — адаптивная робототехническая система;
- 5 — система управления промышленным роботом (ПР);
- 6 — исполнительная система ПР;
- 7 — приводы ПР.

Приводы манипулятора могут быть электромеханическими, гидравлическими и пневматическими.

Размещение приводов непосредственно в звеньях манипулятора существенно упрощает кинематические связи, что также способствует повышению точности. Недостатком такой компоновки является увеличение массы подвижной части манипулятора. Последнее ведет к снижению его грузоподъемности и динамических параметров. В связи с этим обычно, оптимизируя конструкцию манипуляторов, прибегают к комбинации двух вариантов размещения приводов для



Для увеличения мощности приводов широко используют различные устройства уравнивания.

Конструкции узлов и агрегатов ПР

Манипуляционные системы

Манипуляторы представляют собой пространственные механизмы в виде

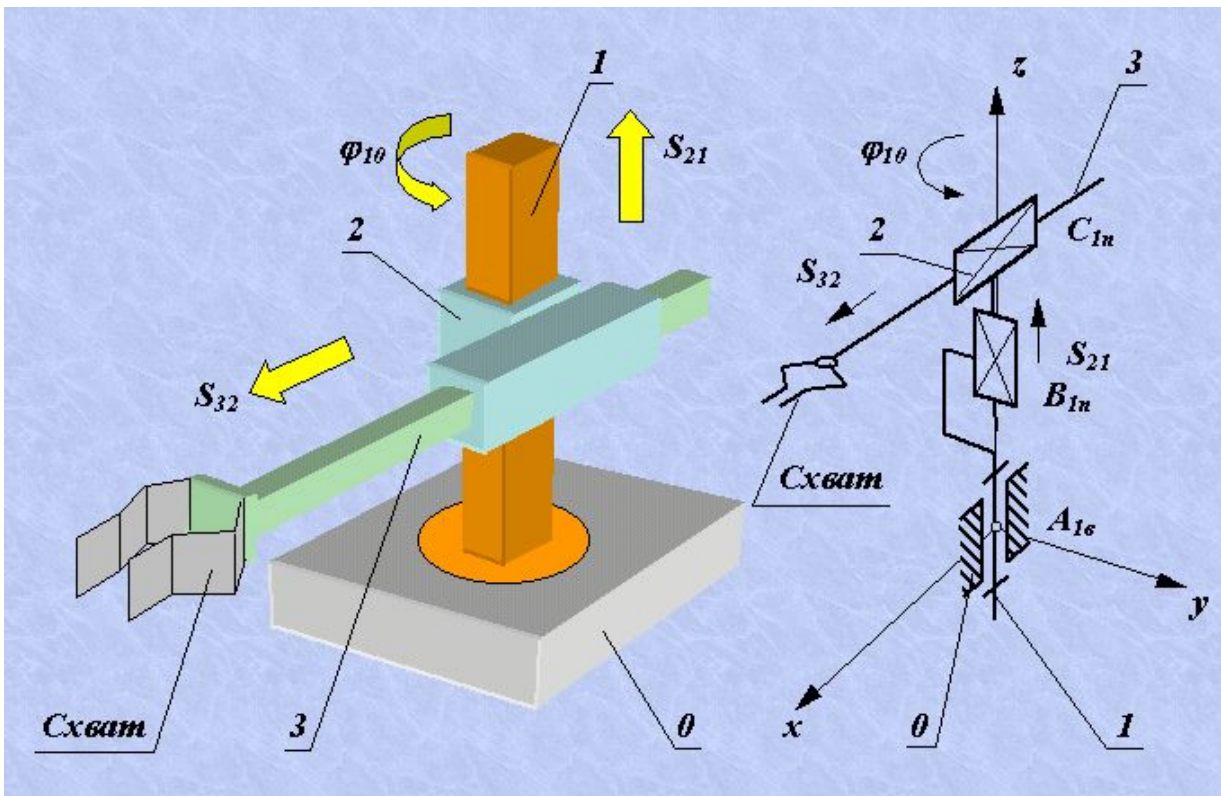
кинематических цепей из звеньев, образующих кинематические пары с угловым или поступательным движением и системой приводов, обычно отдельных для каждой степени подвижности.

Степени подвижности манипулятора делятся на переносные и ориентирующие

Минимально необходимое число переносных степеней подвижности для перемещения рабочего органа в пространстве рабочей зоны равно трем.

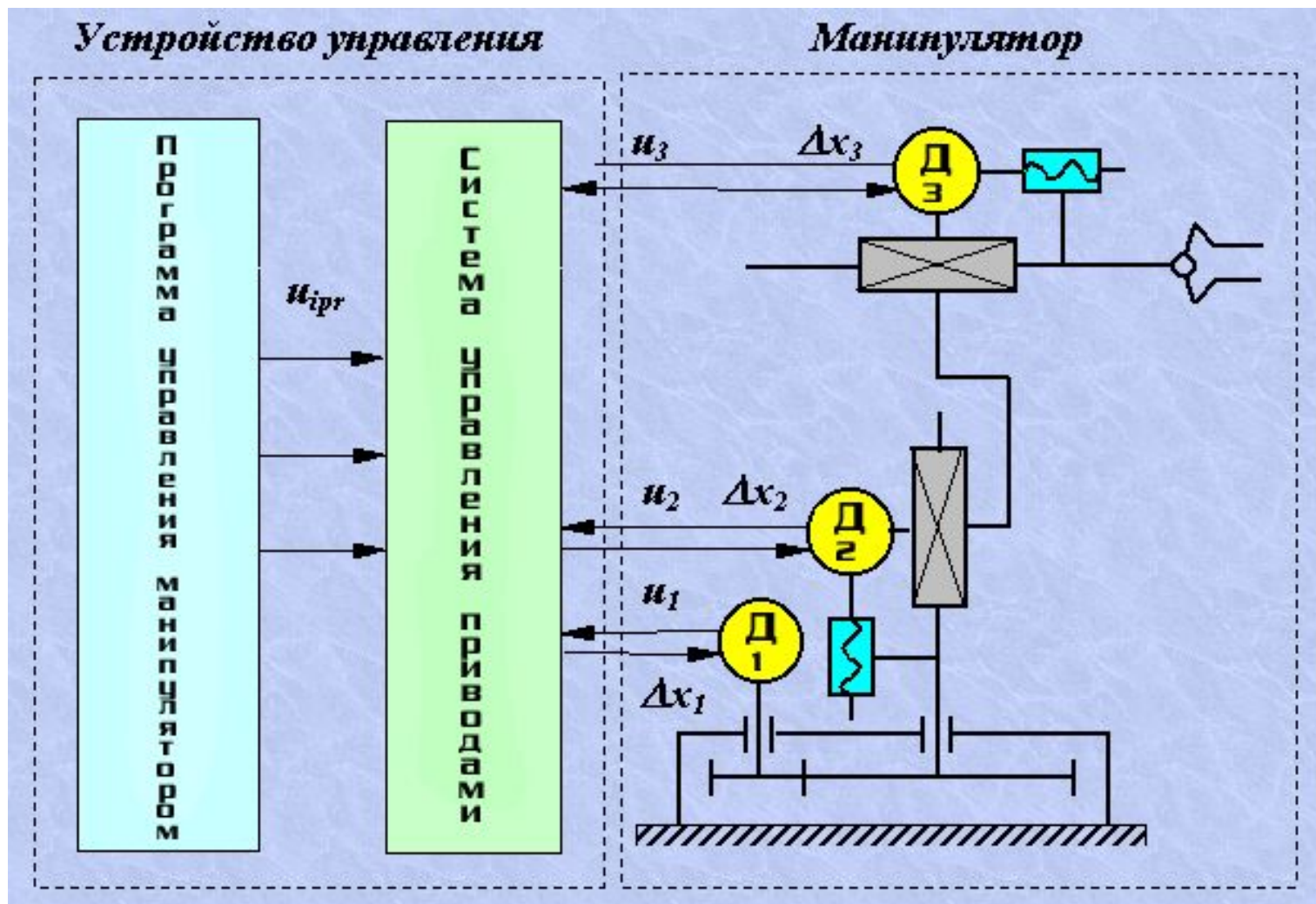
Максимально необходимое число ориентирующих степеней подвижности равно трем.

Манипулятор промышленного робота по своему функциональному назначению должен обеспечивать движение выходного звена и, закрепленного в нем, объекта манипулирования в пространстве по заданной траектории и с заданной ориентацией. Для полного выполнения этого требования основной рычажный механизм манипулятора должен иметь не менее шести подвижностей, причем движение по каждой из них должно быть управляемым.



Структурная и функциональная схемы промышленного робота с трехподвижным манипулятором

Механизм этого манипулятора соответствует цилиндрической системе координат. В этой системе звено 1 может вращаться относительно звена 0 (относительное угловое перемещение φ_{10}), звено 2 перемещается по вертикали относительно звена 1 (относительное линейное перемещение S_{21}) и звено 3 перемещается в горизонтальной плоскости относительно звена 2 (относительное линейное перемещение S_{32}). На конце звена 3 укреплено захватное устройство, или схват, предназначенное для захвата и удержания объекта манипулирования при работе манипулятора. Звенья основного рычажного механизма манипулятора образуют между собой три одноподвижные кинематические пары (одну вращательную A и две поступательные B и C) и могут обеспечить перемещение объекта в пространстве без управления его ориентацией.



Система управления в соответствии с заданной программой формирует и выдает на исполнительные устройства приводов (двигатели) управляющие воздействия u_i . При необходимости она корректирует эти воздействия по сигналам Δx_i , которые поступают в нее с датчиков обратной связи. Функциональная схема промышленного робота приведена на рис.

Элементы кинематической структуры исполнительного механизма

- Исполнительный механизм (ИМ) — механическая часть ИУ робота, реализующая двигательную функцию.
- Твердые тела, входящие в состав ИУ и являющиеся его функциональными элементами, называют звеньями.
- Звено, принимаемое за неподвижное, называют основанием (стойкой).
- Звено, которому сообщают движение, преобразуемое ИМ в требуемые движения других звеньев, называют входным.
- Звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен ИМ, называют выходным (конечным, последним).
- Максимальное число входных звеньев равно числу степеней подвижности
- ИМ. Звенья, находящиеся между входным и выходным звеньями, называют промежуточными.

Примеры звеньев

Стойка – звено механизма, принимаемое за неподвижное.

Неподвижность на схемах указывается путём нанесения штриховки на часть контура условного обозначения элемента

Кривошип - звено, совершающее вращательное движение на полный оборот вокруг неподвижной точки.

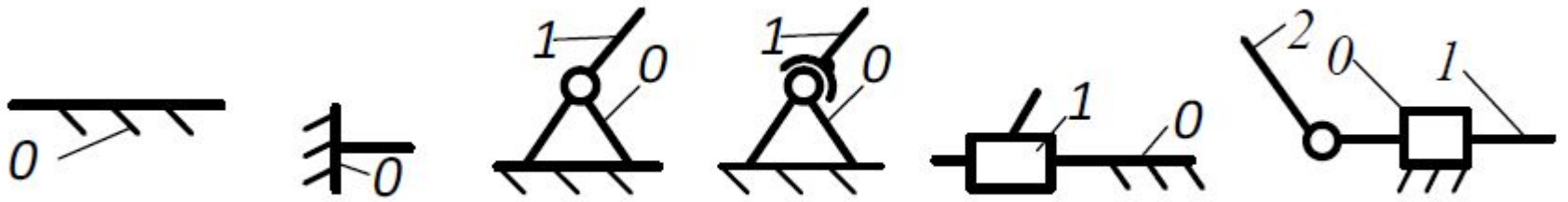
Коромысло - звено, совершающее вращательное движение на неполный оборот вокруг неподвижной точки.

Ползун - звено, совершающее возвратно-поступательное движение.

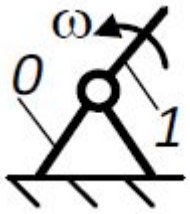
Шатун - звено, совершающее сложное плоскопараллельное движение. Шатун – звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями (не образует кинематических пар со стойкой)

Кулиса – звено рычажного механизма (1), вращающееся вокруг неподвижной оси (0) и образующее с другим подвижным звеном (2) поступательную пару

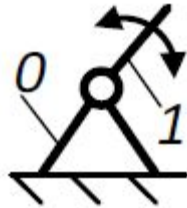
Направляющая – звено поступательной пары, имеющее большую протяжённость сопрягаемого элемента по сравнению с длиной сопрягаемого элемента другого звена



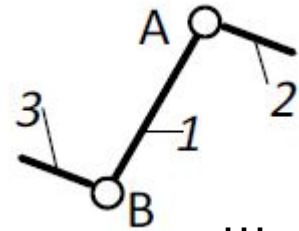
Стойка



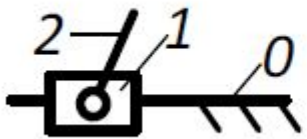
Кривошип



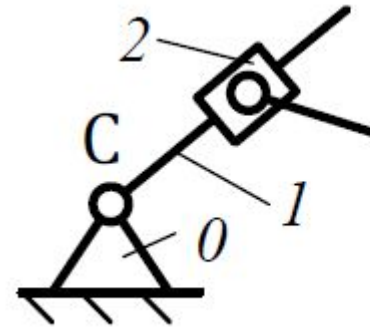
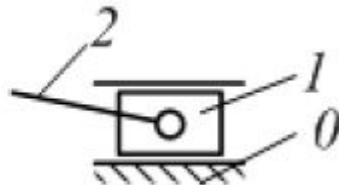
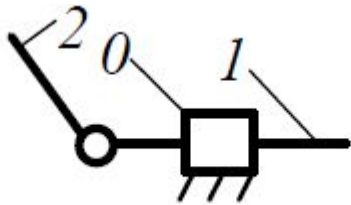
Коромысло



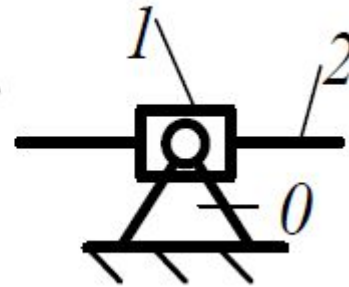
Шатун



Ползун



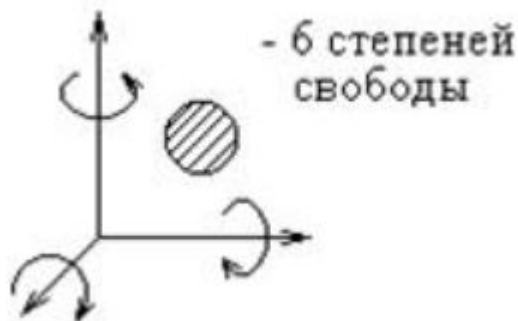
Кулиса



Кинематические пары

- Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающих их относительное движение, называют кинематической парой.
- Совокупность поверхностей, линий и точек звена, входящих в соприкосновение (контакт) с другим звеном пары, называют элементом пары.
- Для того чтобы элементы пары находились в постоянном соприкосновении, пара должна быть замкнута геометрическим (за счет конструктивной формы звеньев) или силовым (силой тяжести, пружиной, силой давления жидкости или газа и т. п.) способом.

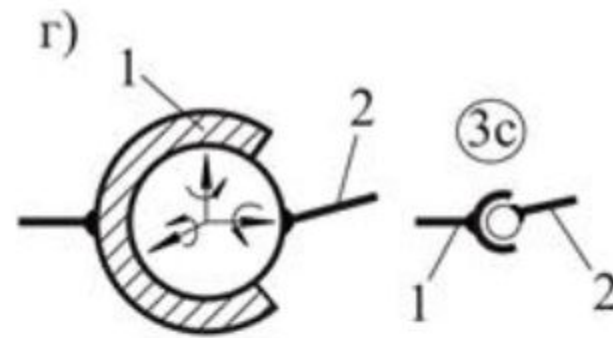
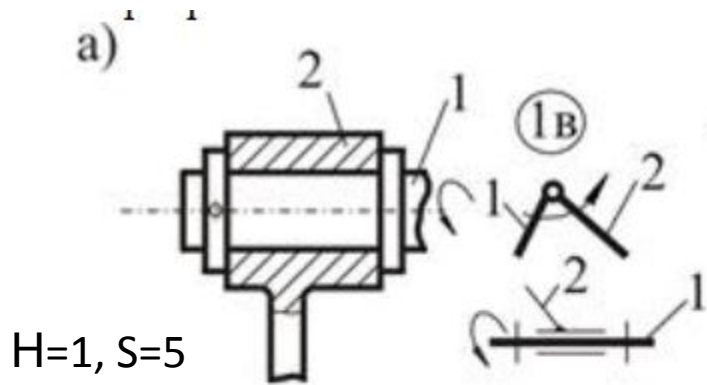
Степени свободы кинематических пар



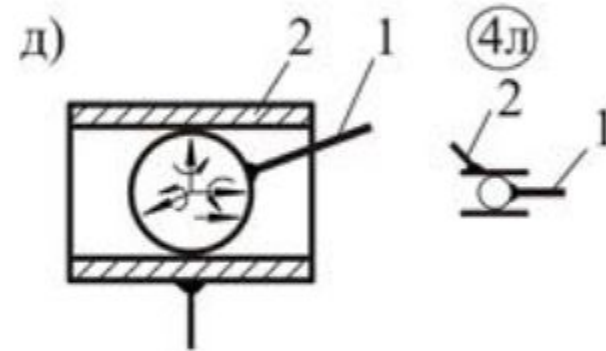
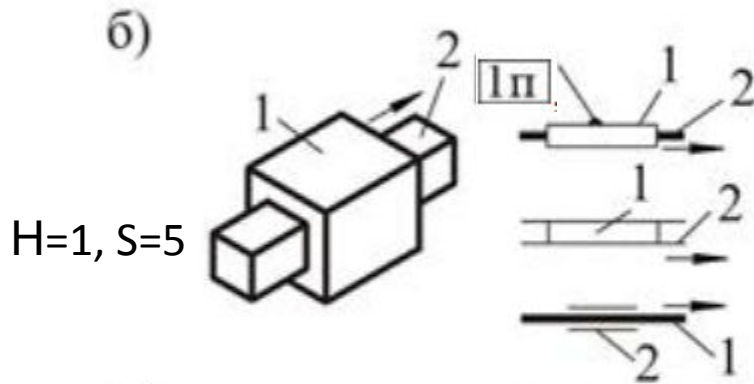
Степени свободы тела в пространстве

Для звеньев, вошедших в кинематическую пару, число степеней свободы всегда меньше шести, так как кинематическая пара уменьшает число возможных перемещений и накладывает число условий связи S на относительное движение каждого звена, зависящих от способа соединения звеньев в пары. В таком случае число степеней свободы N кинематической пары равно

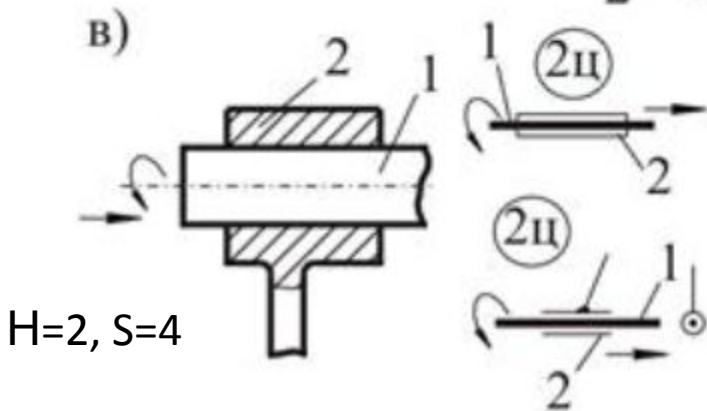
$$N = 6 - S$$



$H=3, S=3$



$H=4, S=2$



$H=5, S=1$

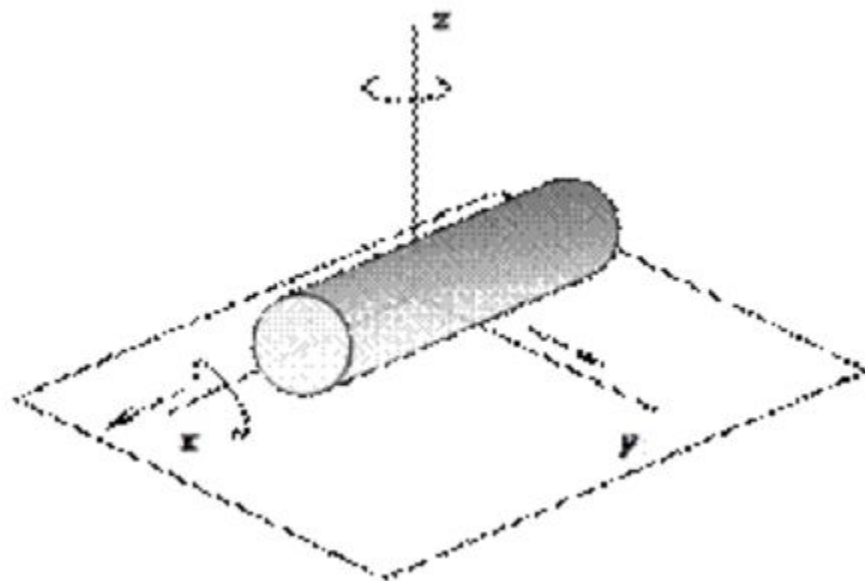
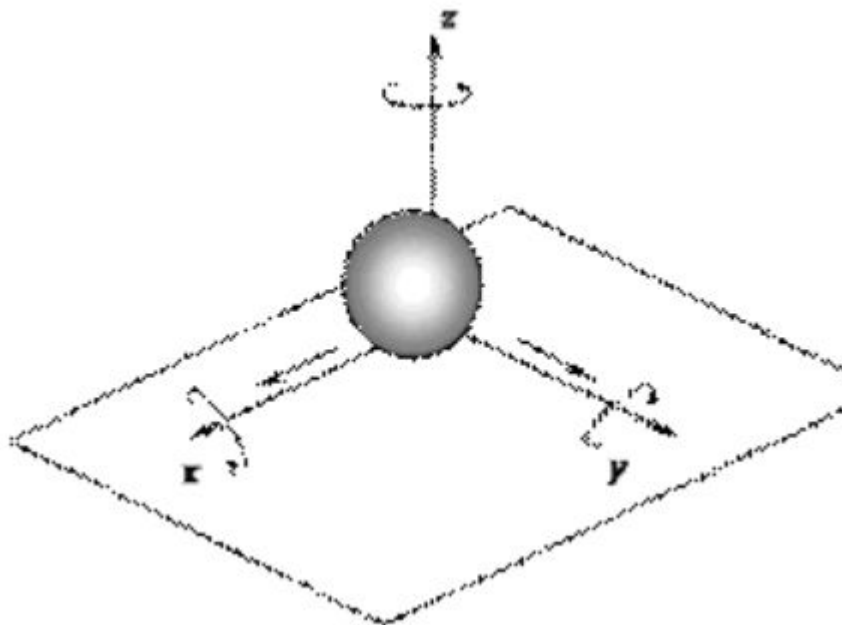
пара требует силового замыкания.

Класс кинематической пары может быть определен из зависимости :
 $S = 6 - H.$

Классификация кинематических пар и степеней подвижности

Класс, число связей	Соединение	Условное графическое изображение и обозначение	
		Кинематическая пара	Степень подвижности
5	Одноподвижное (вращательное)	  В	  В
	Одноподвижное (поступательное)	  П	  П
	Одноподвижное (винтовое)	  Ви	  Ви
	Одноподвижное (шарико-винтовое)	  Вш	  Вш
4	Двухподвижное (цилиндрическое)	  Ц	  Ц
	Двухподвижное (сферическое)	 Сп	 Сп
3	Трехподвижное (сферическое)	 С	 С
2	Четырехподвижное (линейное)	 Л	 Л
1	Пятиподвижное (точечное)	 Т	 Т

Примеры



Формула Малышева

Число степеней свободы механизма – это число степеней свободы всей кинематической цепи относительно неподвижного звена (стойки).

Если число звеньев кинематической цепи равно k , то общее число степеней свободы, которым обладают k звеньев до их соединения в кинематические пары, равно $6k$

Соединение звеньев в кинематические пары накладывает различное число условий связи S на относительное движение звеньев, зависящее от класса пар.

Число степеней свободы механизма – это число степеней свободы всей кинематической цепи относительно неподвижного звена (стойки).

Если число звеньев кинематической цепи равно k , то общее число степеней свободы, которым обладают k звеньев до их соединения в кинематические пары, равно $6k$

Соединение звеньев в кинематические пары накладывает различное число условий связи S на относительное движение звеньев, зависящее от класса пар.

$$W = H - 6 \quad \text{или} \quad W = 6(k-1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

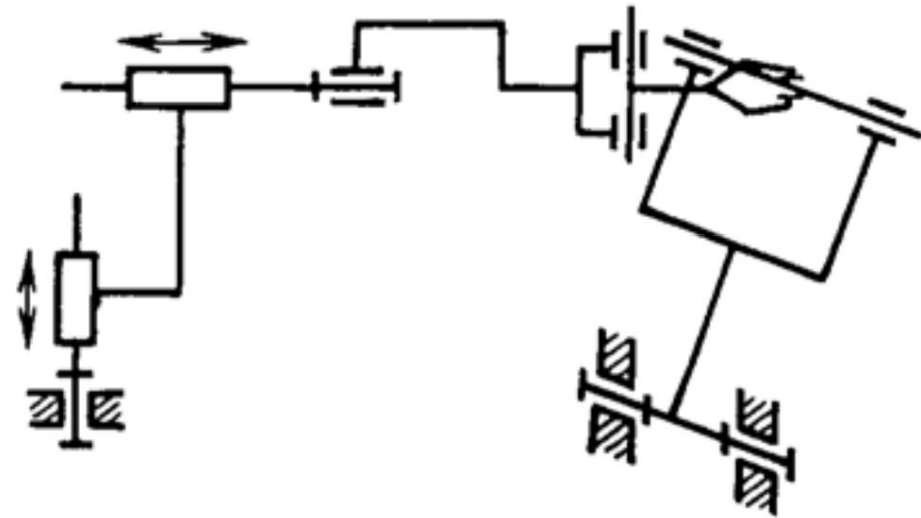
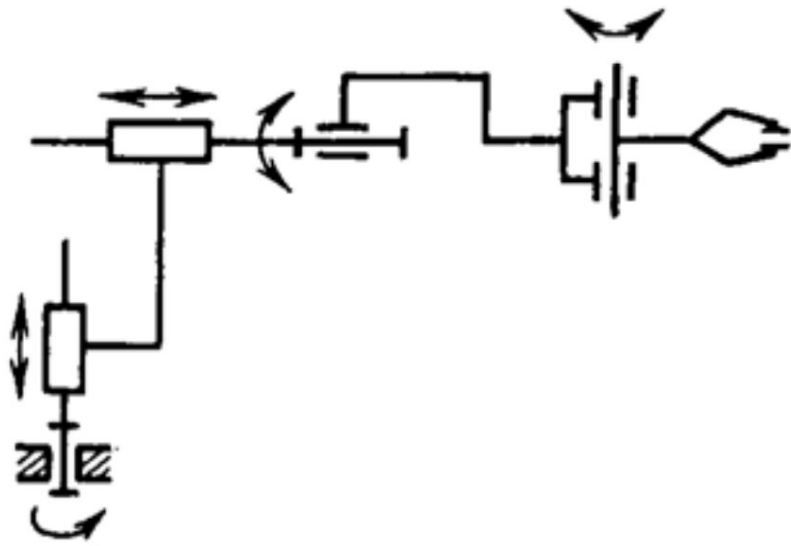
или

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

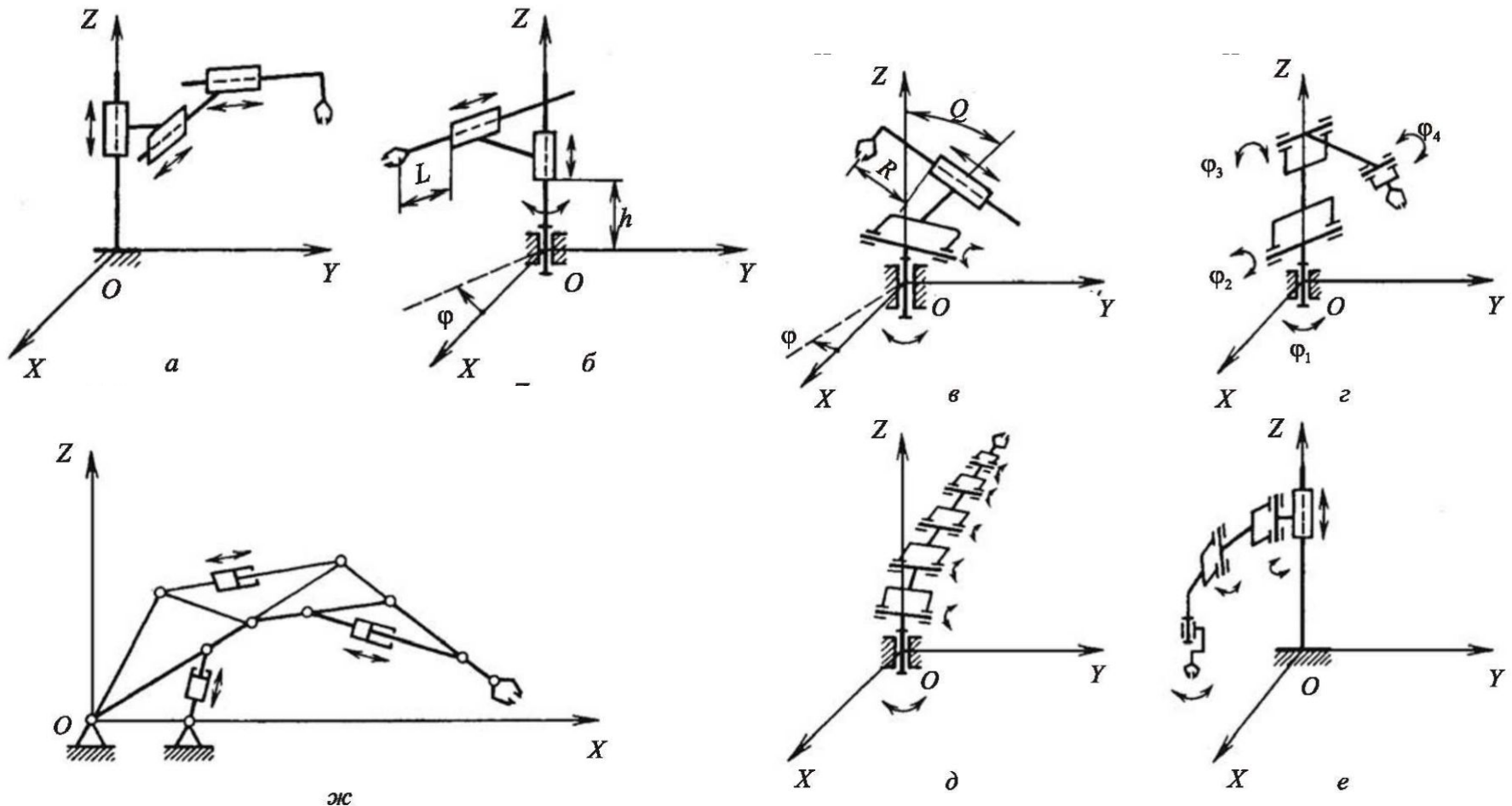
где $n=k-1$ – число подвижных звеньев кинематической цепи

Величина W показывает, сколько должно быть у механизма ведущих звеньев (если $W = 1$ – одно, $W = 2$ – два ведущих звена и т.д.).

Трансформация разомкнутой схемы в замкнутую.



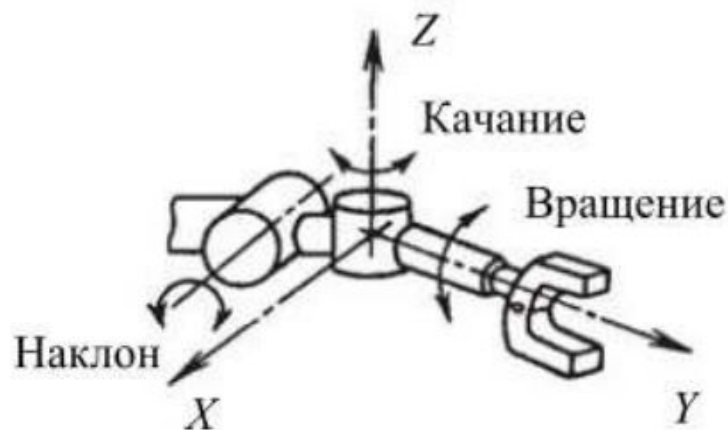
Типовые кинематические схемы манипуляторов



а — прямоугольная; б — цилиндрическая; в — сферическая; г — антропоморфная; д — с избыточностью; е — SCARA; ж — схема гидравлического манипулятора с ветвлением кинематической цепи

Переносные и ориентирующие СП

В большинстве известных конструкций перемещение и ориентацию объекта обеспечивают различные степени подвижности манипулятора, которые подразделяют на переносные и ориентирующие. Компоновка ориентирующих соответственно. Наиболее характерная — степеней подвижности схвата компоновка ориентирующих степеней подвижности показана на рис. Они обеспечивают три вращательных движения схвата — наклон, вращение и качание. Чем ближе оси этих степеней подвижности расположены одна к другой и к схвату, тем меньше возникает дополнительных поступательных движений, сопутствующих ориентирующим, тем самым задача управления сложным движением



Привод степени подвижности

Движение в каждом сочленении манипулятора обеспечивается с помощью двигателей различного типа — электрических, гидравлических (электрогидравлических) или пневматических.

Двигатель обычно выполняют в виде модуля, включающего также механизм передачи движений (редуктор), датчики обратной связи (потенциометры, тахомашины, вращающиеся трансформаторы, цифровые датчики), сигналы с которых обрабатываются с помощью микропроцессоров или аналоговых устройств, вырабатывающих управляющие воздействия на двигатель. Система управления, образованная этими устройствами, представляет собой привод степени подвижности манипулятора.

Управление приводом может быть реализовано как с обратной связью, так и без нее. Характерным примером второго случая является шаговый электродвигатель, или пневмоцилиндр. Для высокоточных манипуляторов используют электрические или гидравлические приводы с обратной связью.

Привод может быть замкнут по положению (например, с помощью потенциометров), по скорости (посредством тахомашин, вращающихся трансформаторов, цифровых датчиков), а также по моменту (по силе для двигателей поступательного перемещения). Обратная связь по моменту для двигателей постоянного тока обычно осуществляется путем измерения тока якоря, а для гидродвигателей — перепада давлений. Чаще всего используют только некоторые из этих обратных связей. Существует подход, основанный на

Роботы для обслуживания оборудования различного технологического назначения

Загрузочно-разгрузочные работы. Заготовки загружают в производственную установку, которая затем обрабатывает их строго определенным образом, и, наконец, готовые детали извлекают из нее.

Перенос изделий с одной производственной установки на другую. Во многих отраслях машиностроительной промышленности погрузочно-разгрузочные механизмы предназначены для перемещения изделий с одного производственного участка на другой.

Упаковка. Практически все бытовые и промышленные товары необходимо упаковывать, и для роботов не представляет сложности поднимать готовые изделия и помещать в какую-либо тару.



**Погрузка тяжелых
предметов.**

Краны-
манипуляторы



Роботы, выполняющие обработку деталей и заготовок

Сварка. Эта операция чаще всего выполняется с помощью роботов, предназначенных для манипулирования инструментом. Роботы могут осуществлять два вида сварки: точечную контактную и дуговую.



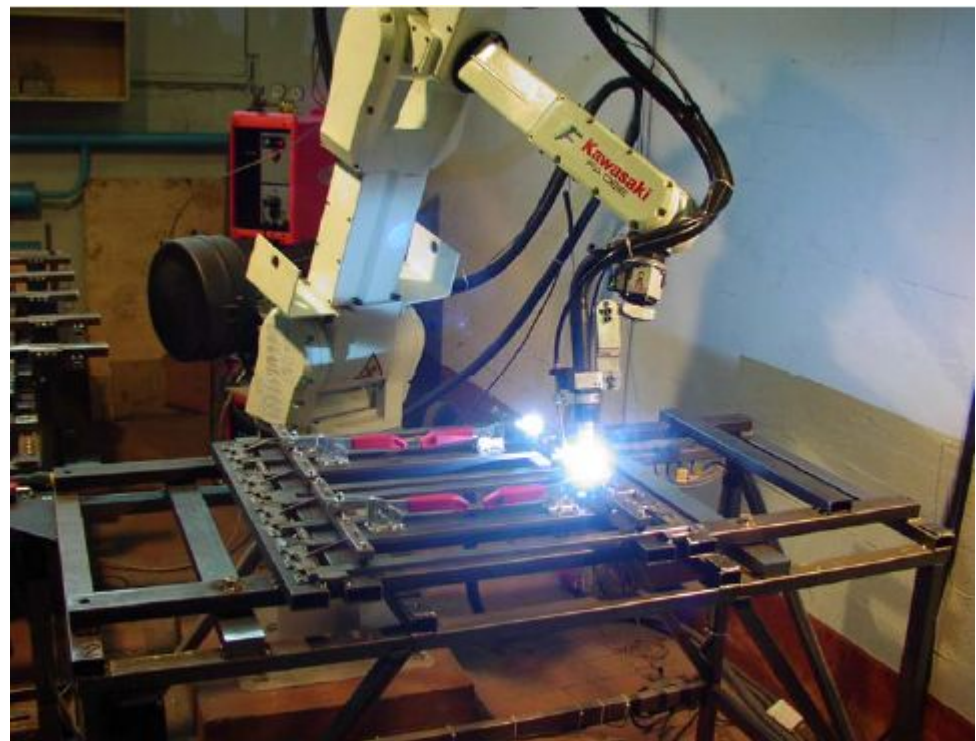
Роботы, применяемые для автоматизации дуговой сварки, представляют собой универсальные перепрограммируемые манипуляторы.

Система управления сварочным роботом должна обеспечивать быструю настройку параметров управления для заданной траектории движения сварочной горелки.

Траектория может быть задана аналитически функцией перемещения горелки во времени или множеством точек, полученных экспериментально.

Основной проблемой управления дуговой сваркой является проблема точного позиционирования, т.е. точного отслеживания заданной траектории в пространстве и во времени, при непрерывном контурном управлении для выполнения относительно сложных манипуляционных задач.

Большинство роботов для точечной сварки применяется в автомобильной промышленности. При сборке автомобиля необходимо выполнить огромное количество операций точечной сварки, чтобы надлежащим образом соединить между собой различные детали кузова, например боковины, крышу и капот. На современных конвейерах эти детали вначале соединяются временно несколькими прихваточными сварными соединениями. Далее кузов перемещается по конвейеру мимо группы роботов, каждый из которых осуществляет сварку в строго определенных местах.



Сверление.

Как правило, операцию сверления осуществляют на станке. При использовании робота в его захватном приспособлении закрепляется рабочий инструмент, который перемещается над поверхностью обрабатываемой детали, высверливая отверстия в нужных местах. Преимущество подобной процедуры проявляется в тех случаях, когда приходится работать с крупногабаритными и массивными деталями или проделывать большое число отверстий.



Бесконтактная обработка заготовок.

1. Лазер может с высокой точностью резать пластины из металла, в частности из стали. Робот перемещает рабочий орган над обрабатываемым листовым материалом по траектории, определяемой программой. Программой же регулируется интенсивность светового луча в соответствии с толщиной нарезаемого материала.

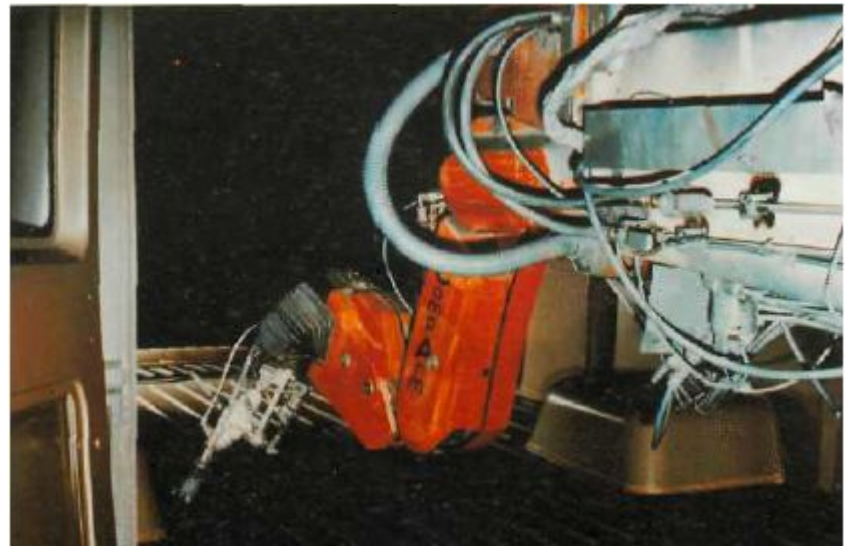
2. Другой бесконтактный метод резанья основан на использовании струи жидкости. Такой подход впервые применила компания «Дженерал моторс». На ее заводе в г. Адриане установлена система с 10 роботами, изготавливающая пластмассовые детали нефтеналивных цистерн. Восемь из десяти роботов направляют водяные струи под высоким давлением на перемещаемые конвейером пластмассовые листы. Эти струи прорезают в исходном материале ряд отверстий и щелей, а также удаляют лишние элементы пластмассовых прессованных деталей.

Нанесение различных составов на поверхность.

В память робота закладывается программа, обеспечивающая выполнение определенной многократно повторяемой последовательности перемещений.

Одновременно программа регулирует скорость разбрызгивания краски.

Напыление антикоррозийных жидкостей на листы металла для защиты их от химического или физического воздействия окружающей среды, а также нанесение клеевых составов на поверхность деталей, подлежащих соединению.



Чистовая обработка. Самая «непопулярная» операция в механообработке, которая трудно поддается автоматизации, – это удаление заусенцев, посторонних частиц и зачистка.

Возможности использования роботов для окончательной обработки изделий исследовались во многих странах. Основная трудность здесь состоит в том, что роботы не обладают естественной для человека способностью контролировать качество своей работы, робот не может менять последовательность своих действий, если он не снабжен соответствующими датчиками.

Очистка оборудования. Роботы используются также для очистки оборудования от загрязнений различного происхождения.



Сборка. Большой объем работ на современных предприятиях приходится на сборочные операции, однако многие из них требуют особого мастерства и слишком сложны для машины. В связи с этим значительная часть сборки до сих пор выполняется вручную. Тем не менее ряд сборочных процессов уже автоматизирован; это, главным образом, относительно простые и многократно повторяющиеся операции. Промышленные роботы используются для выполнения операций при сборке самых разных приборов, машин электроники и другие виды изделий. Так, робот-сборщик может устанавливать и присоединять крышки, фланцы, кронштейны; монтировать валы, кольца, оси; устанавливать прокладки и подшипники; собирать изделия.



Роботизированный комплекс для обработки изделий.

Компания «Нокиа» разработала для современного производства универсальный РТК, предназначенный для обработки изделий. Робот распознает обрабатываемую деталь с помощью системы кодирования паллеты. Кроме этого, он автоматически выбирает правильную программу обработки деталей. Автоматическая смена инструмента позволяет перевести производство в безлюдный режим. РТК снабжен ограждением, выключающим питание манипулятора в случае входа в рабочую зону человека. Выпуск пыли в окружающую среду исключается отсосом непосредственно с места обработки.



Роботы для контроля технических объектов

После того как изготовлена деталь или смонтировано несколько узлов, обычно проводится их испытание с целью выявления возможных дефектов. Тщательному контролю подвергаются линейные размеры деталей. Измерительные операции являются частью повседневных задач, решаемых на всех предприятиях мира. Роботы способны облегчить выполнение этих операций.

Диагностирующий робот
(Driving Robot).

Этот робот предназначен для диагностики автотранспорта, т.е. для поиска и устранения неисправностей в системах управления двигателем, а также в других узлах и агрегатах современных



Роботы для выполнения технологических операций в строительстве и в горных работах

Системы управления автогрейдерами

представляют собой универсальный

инструмент, объединяющий возможности контроля отвала по высоте и поперечному уклону. Это обеспечивает профилирование дорожного покрытия и подготовку сложных поверхностей в автоматическом режиме.

Полностью бесконтактные системы управления асфальтоукладчиками предназначены для выполнения асфальтирования с автоматическим контролем поперечного уклона, ровности и толщины покрытия с точностью $\pm 1,5$ мм по высоте.



Обычный бульдозер D9 от Caterpillar является внушительно большим. Он весит почти 50 тонн (по некоторым сообщениям бронированный D9 ЦАХАЛа весит более 60-и тонн), приводится в движение дизельным двигателем в 450 лошадиных сил и, как правило, оснащен спереди обычным полууниверсальным бульдозерным отвалом и кормовым одностоечным рыхлителем. Беспилотная версия Black Thunder оснащена видеокамерами и дистанционными силовыми приводами, способна работать беспилотно или с водителем.

Бульдозер



Робот- экскаватор



Группа японских инженеров-робототехников из университетов Осаки, Кобе, Тохоку и Токийского технологического института разработала прототип дистанционно управляемого робота-экскаватора с двумя руками-манипуляторами. Машина предназначена для работы в районах стихийных бедствий.

Приводы манипуляторов

- силовые двигатели,
- передаточные механизмы к исполнительным звеньям,
- усилительно-преобразовательные устройства,
- датчики перемещений исполнительных звеньев.

Сервопривод

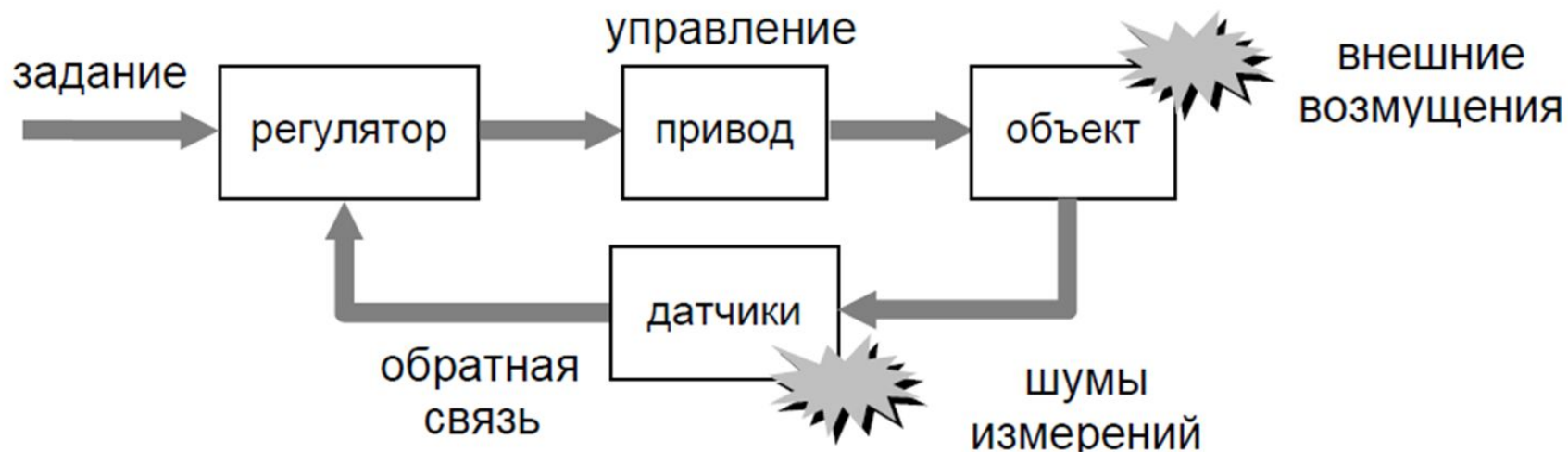
Само слово «сервопривод» можно перевести как «следящий привод». То есть это такое приводящее устройство, которое содержит в себе двигатель, управляемый посредством отрицательной обратной связи, что позволяет осуществлять точные движения с выверенным позиционированием рабочего органа.

Контроль положения. Здесь нужно сохранять заданный угол поворота вала, подавая последовательность сигналов. Пусть они идут с контроллера – таким образом, можно обеспечить точное позиционирование, что особенно актуально для узлов производственных станков. При решении задачи позиционирования сервоприводу требуется также указание величины скорости и профили ускорения и замедления. Скорость, ускорение и замедление являются второстепенными величинами при позиционировании, т.е. сервопривод может снизить скорость ниже указанной величины, если это требуется для достижения заданного положения. Но в любом случае, скорость вращения не будет превышать заданную величину.

Управление скоростью. Поддержание заданной скорости - сервопривод используется в режиме управления скоростью для непрерывного движения нагрузки. Основная задача сервопривода — стабилизация частоты вращения нагрузки в соответствии с заданием.

Контроль момента. В данном случае назначение сервопривода – обеспечивать стабильное число оборотов, вне зависимости от того, вращается двигатель или нет. Поддержание заданного момента - сервопривод используется в режиме управления моментом для создания целевого усилия на валу серводвигателя. Основная задача сервопривода — обеспечить на валу момент, заданный одним из поддерживаемых методов.

Схема сервопривода



По функциональному признаку

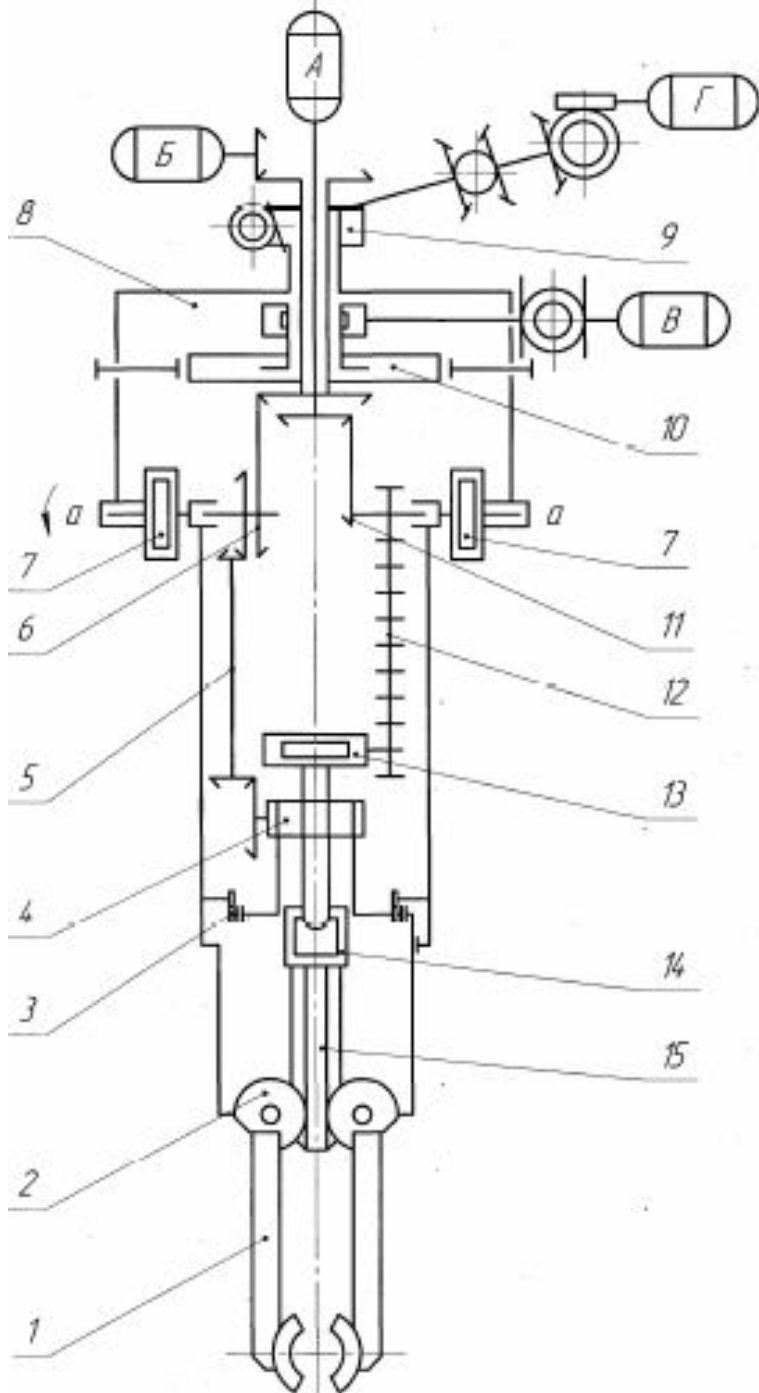
- переключаемые,
- регулируемые,
- следящие

По типу

- электрические,
- гидравлические,
- пневматические,
- Комбинированные

Компоновочные схемы

- с расположением двигателей в общем приводном блоке,
- с установкой двигателей на исполнительных звеньях,
- с комбинированным расположением двигателей



Вращение от вала двигателя А через конические зубчатые колеса 11 и набор цилиндрических колес 12 передается на червячную пару 13.

Червяк поворачивает жестко связанный с ним винт пары 14. При этом гайка винтовой пары 14, двигаясь вверх или вниз, перемещает рейку 15, которая находится в зацеплении с зубчатыми колесами 2 рычагов 1 захвата и приводит их в движение.

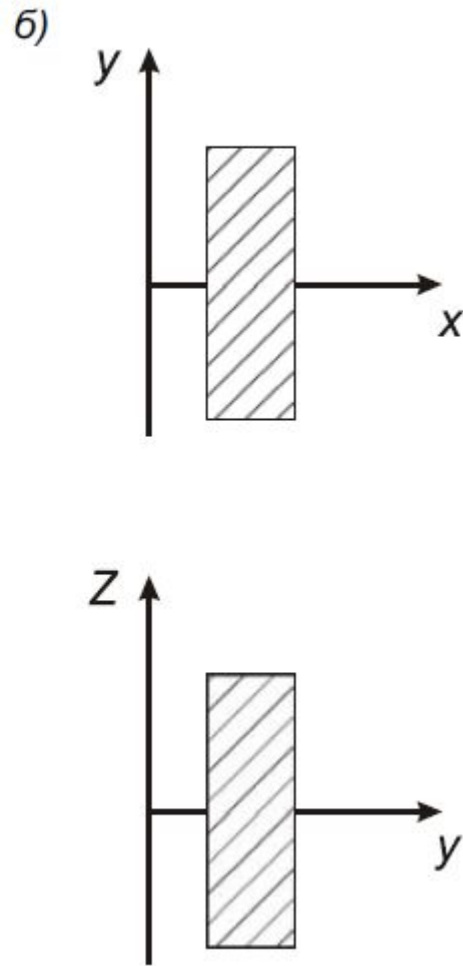
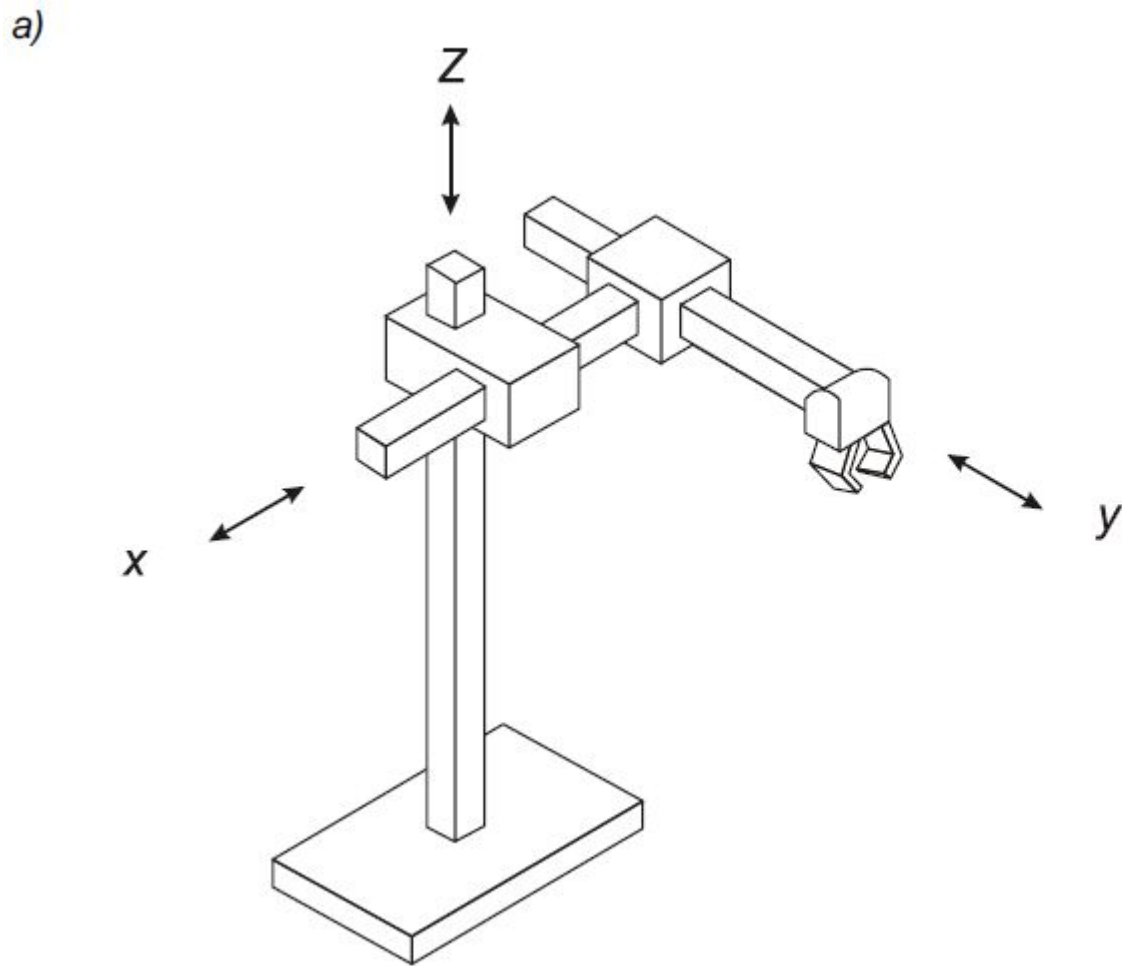
Поворот кисти вокруг вертикальной оси происходит от двигателя Б. В конце кинематической цепи поворота кисти предусмотрены червячная 4 и соосная с ней цилиндрическая 3 передачи.

Наличие конических пар 11 и 6 в кинематических цепях дает возможность передавать движение от двигателей А и Б к схвату руки, повернутой вокруг вертикальной оси.

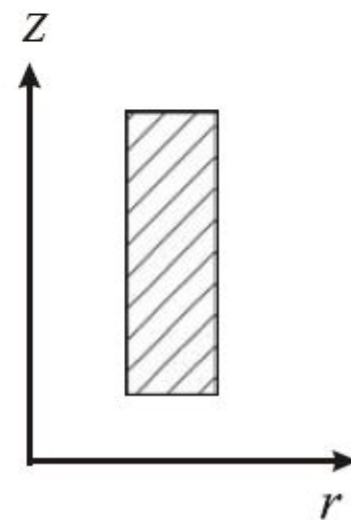
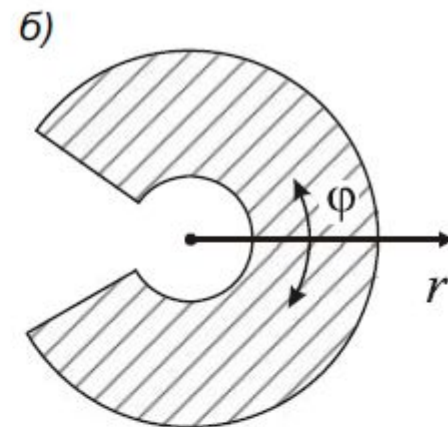
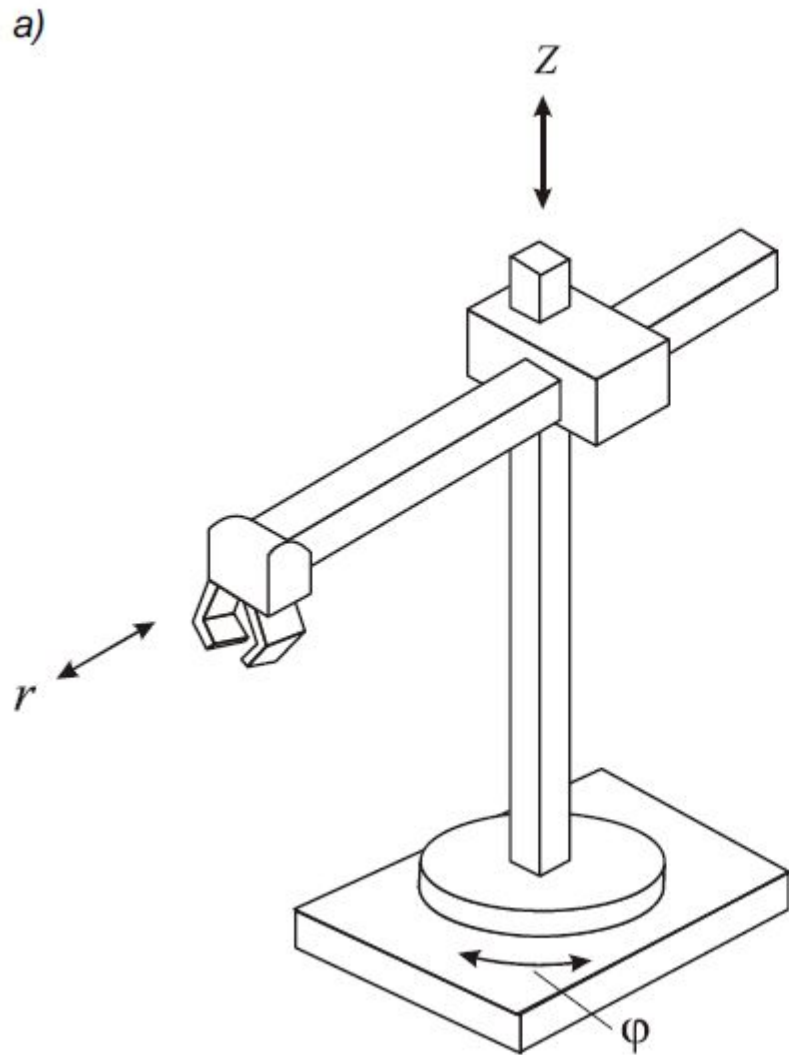
Для передачи движения от двигателя В к сгибу в локте используются червячные передачи 7, 9, 10.

Двигатель Г используется для обеспечения дополнительных движений схвата руки манипулятора.

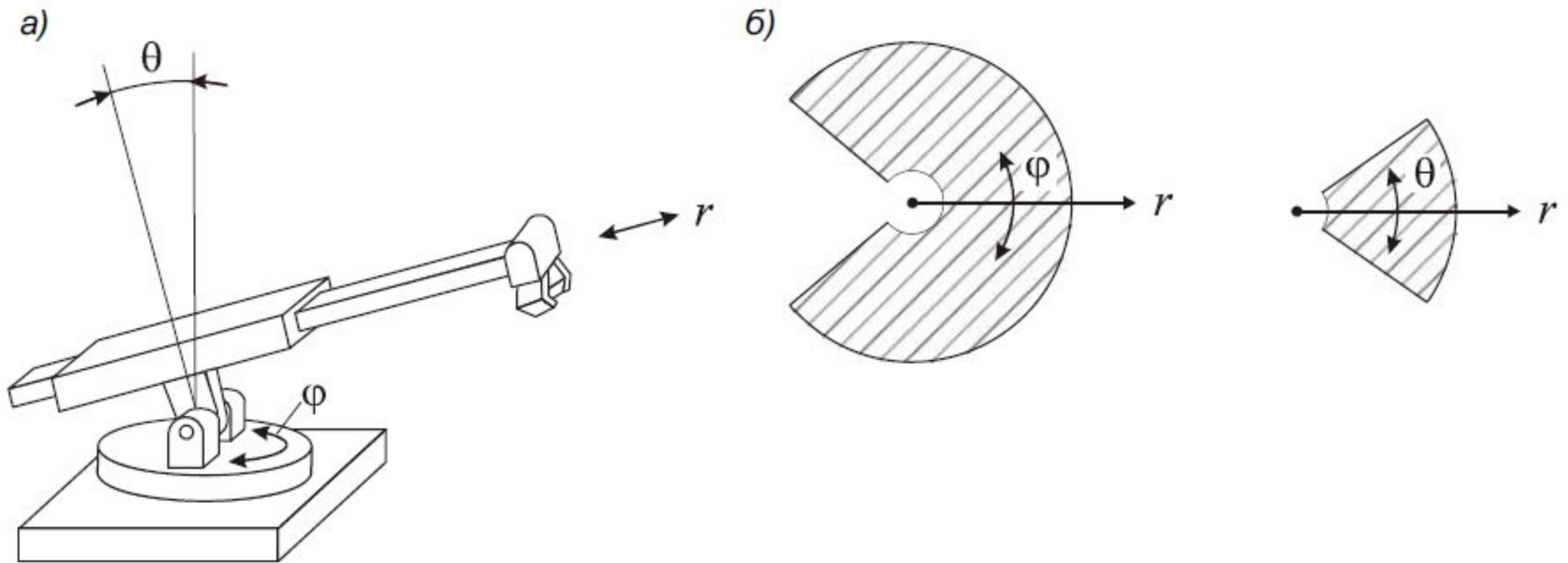
Манипулятор с прямоугольной системой координат и его рабочая зона



Манипулятор с цилиндрической системой координат и его рабочая зона

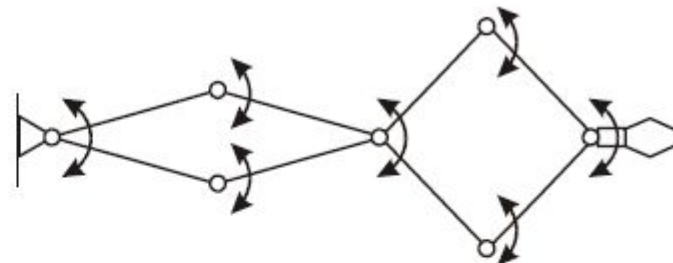
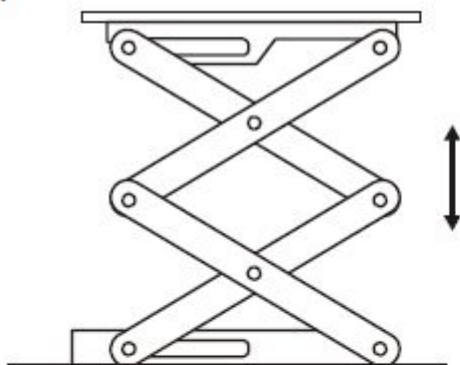


Манипулятор со сферической системой координат и его рабочая зона

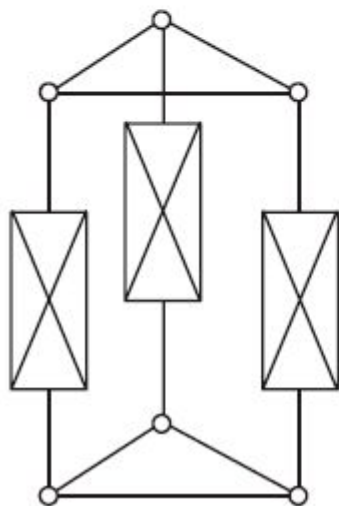


Варианты параллельных кинематических схем

а)



б)



Платформа Стюарта

в)

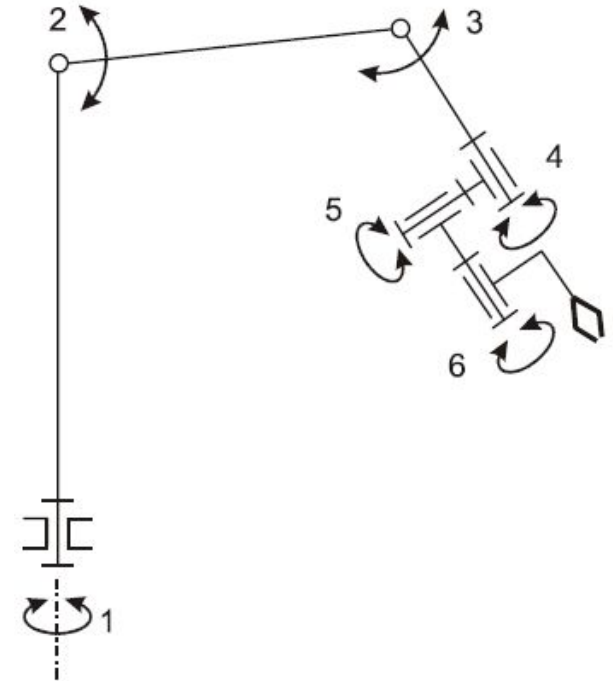
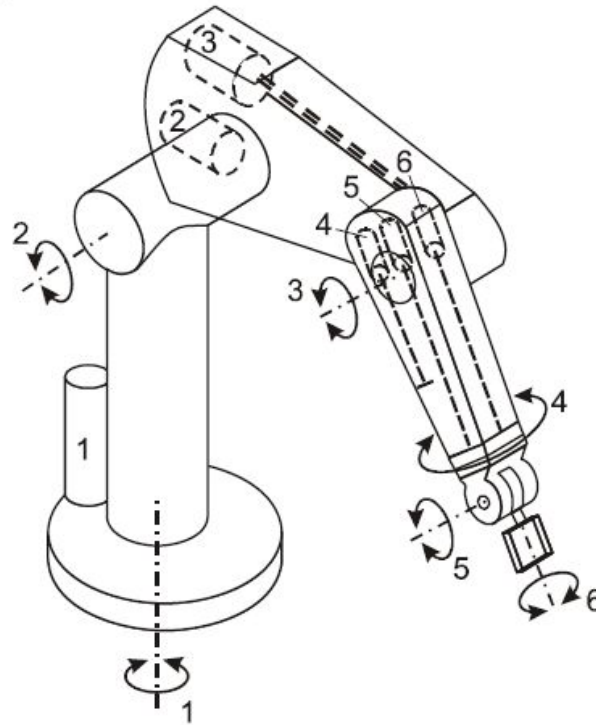


гексапо
д

Особенности размещения и компоновки приводов и устройства уравновешивания манипуляторов

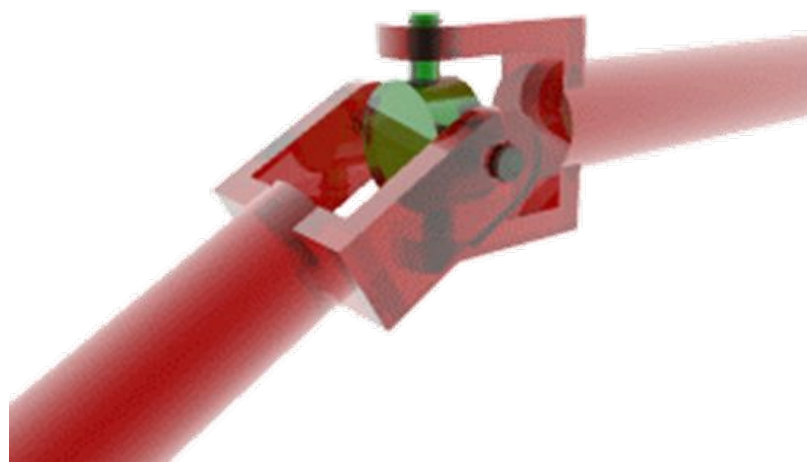
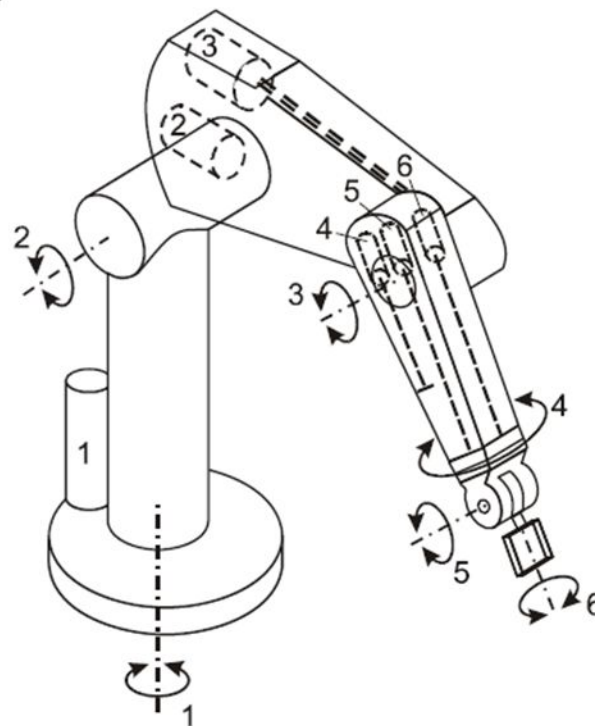
Уравновешивание:

- противовесы
- пружины
- конструкция



Двигатель привода 1-й степени подвижности вокруг вертикальной оси размещен на основании манипулятора, а двигатели степеней подвижности 2 и 3 размещены рядом на 2-м звене. Двигатели степеней подвижности 4, 5 и 6 размещены на 3-м звене манипулятора.

Передача движения от них осуществляется через валы с шарнирами Гука и зубчатые передачи.



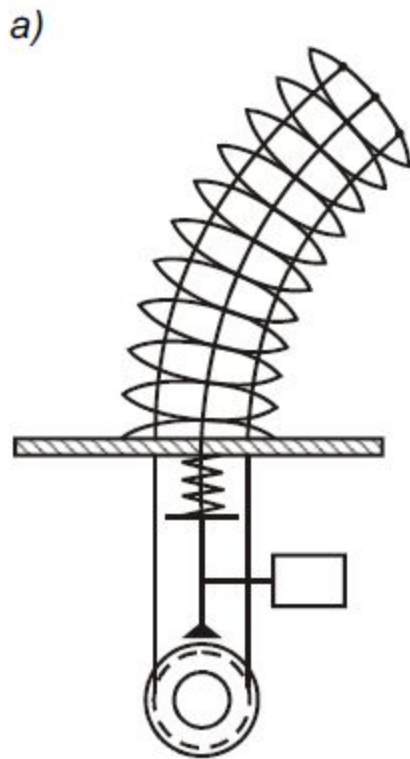
Оригинальным решением, улучшающим динамические возможности шарнирных манипуляторов, является их размещение в горизонтальной плоскости. При этом разгрузка двигателей от веса звеньев манипулятора и полезного груза позволила существенно повысить быстродействие устройства, доведя скорость его рабочего органа до 10 м/с и выше. Манипуляторы с такой компоновкой нашли широкое применение на сборочных операциях.

Манипулятор типа SCARA

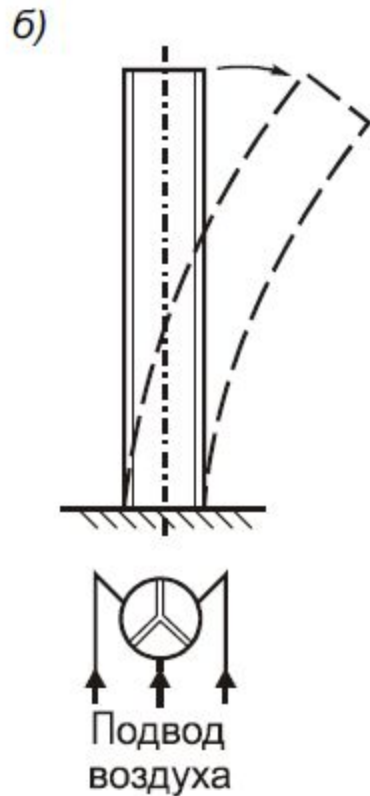


SCARA (Selective Compliance Articulated Robot Arm) - тип шарнирно-сочлененных роботов-манипуляторов с селективным соответствием

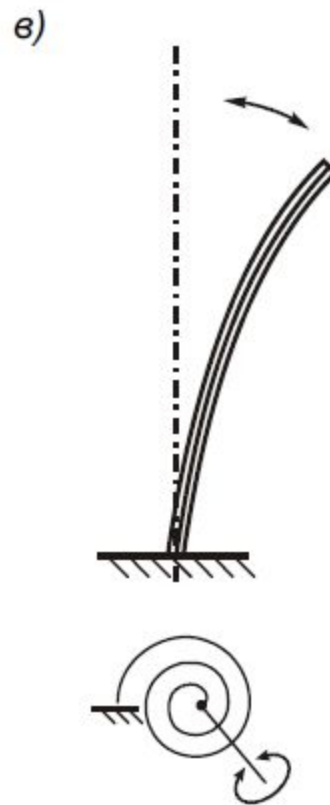
Кинематические схемы с управляемой деформацией



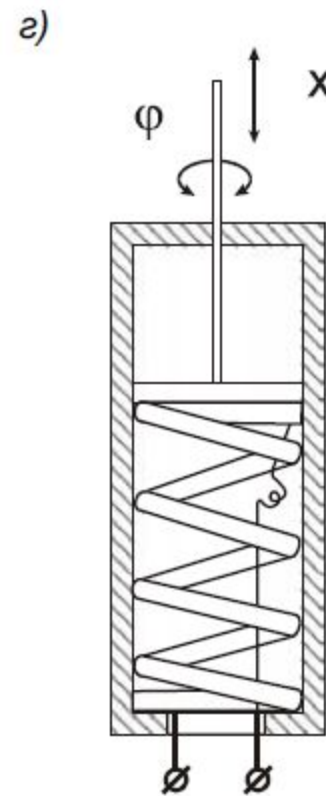
тросы



пневматика



биметаллический элемент



эффект памяти формы

Захватные устройства манипуляторов

Делятся на хватные устройства и рабочий инструмент

Обычно для каждой модели робота создается большое число всевозможных хватов, которые при необходимости легко и быстро заменяются и монтируются на кисти.

К хватным устройствам ПР предъявляется ряд общих требований: надежность зажима и удерживания объектов при манипулировании; стабильность их базирования; недопустимость повреждений или разрушений деталей, устройств и приспособлений.

Задачи:

- центрирования заготовок
- программирование хода зажимных губок,
- оснащение хватов датчиками контроля внешних условий (усилий зажима, точности базирования),
- установка в хватах дополнительных устройств для измерения деталей, их обдува перед установкой

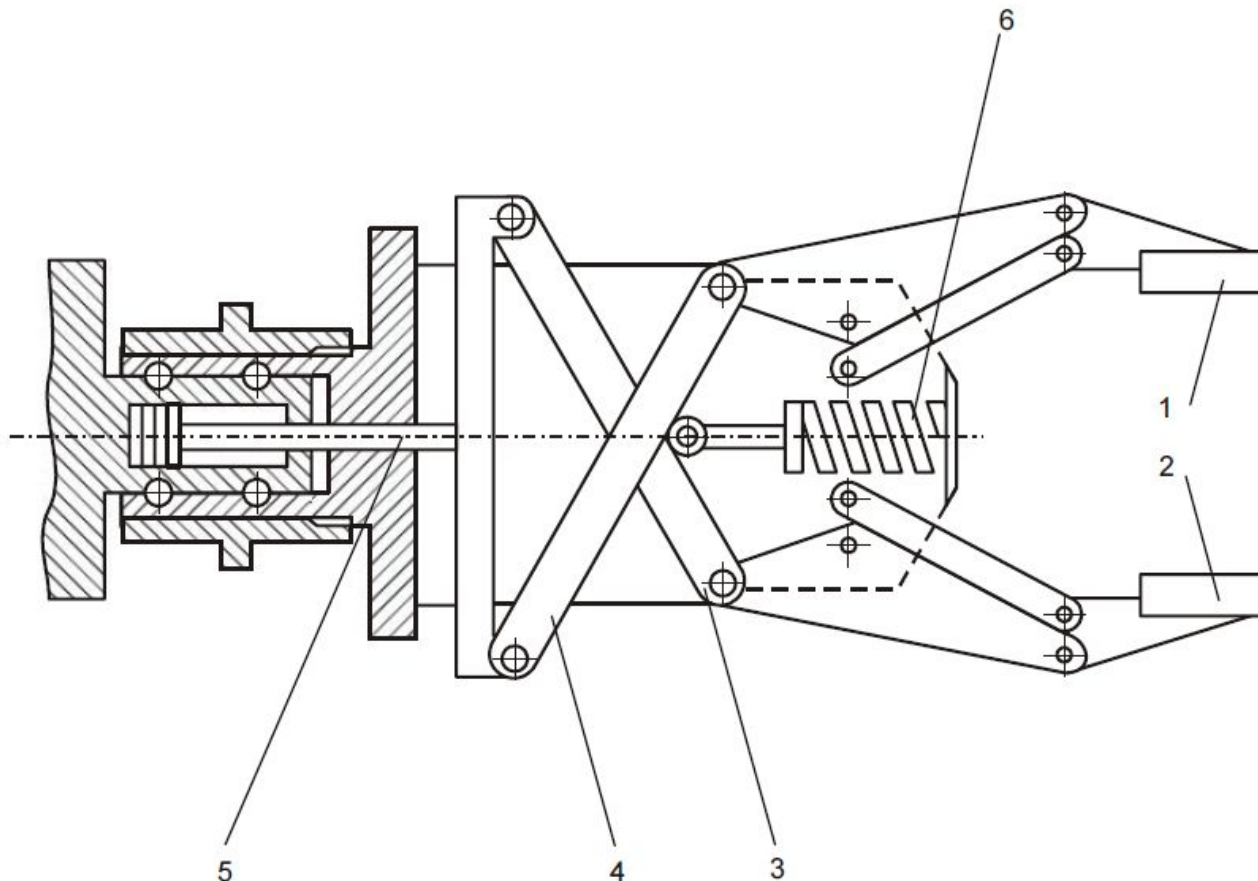
Двухпальцевый схват:

1, 2 — пальцы (губки);

3, 4 — рычажная передача;

5 — шток пневматического двигателя (пнеумоцилиндра);

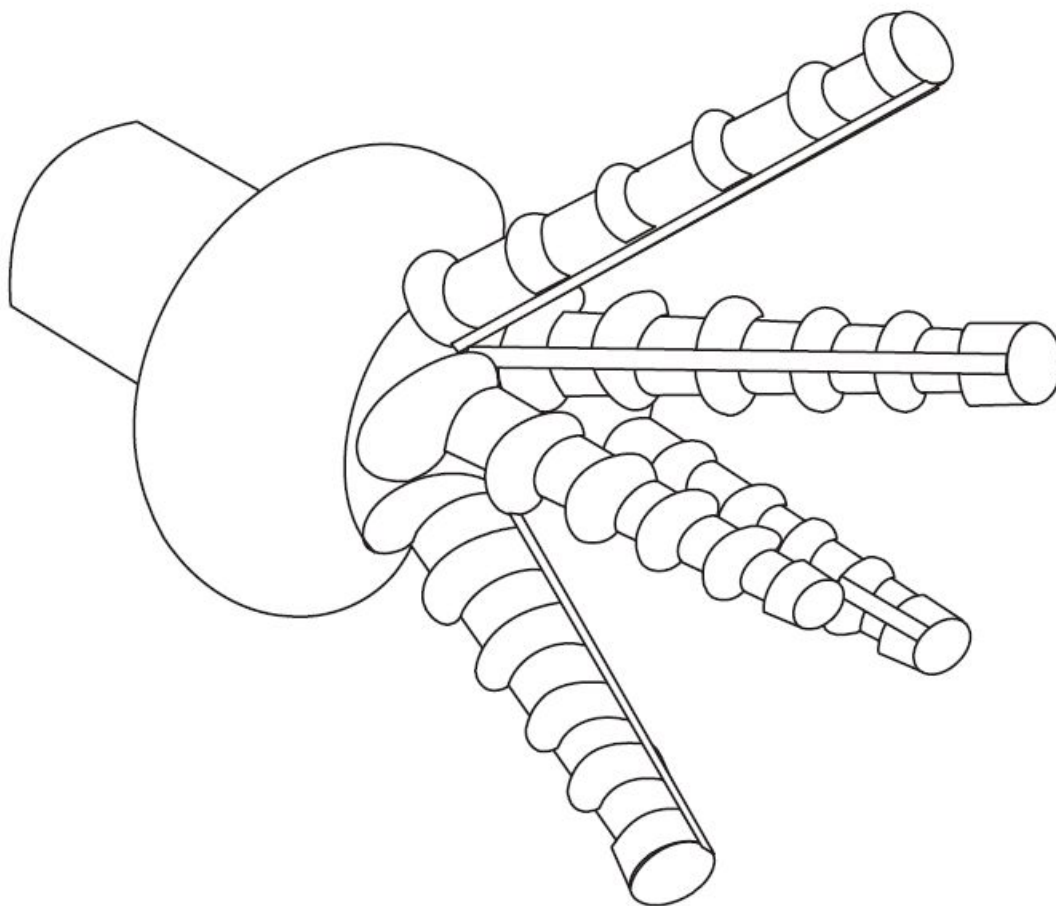
6 — возвратная пружина



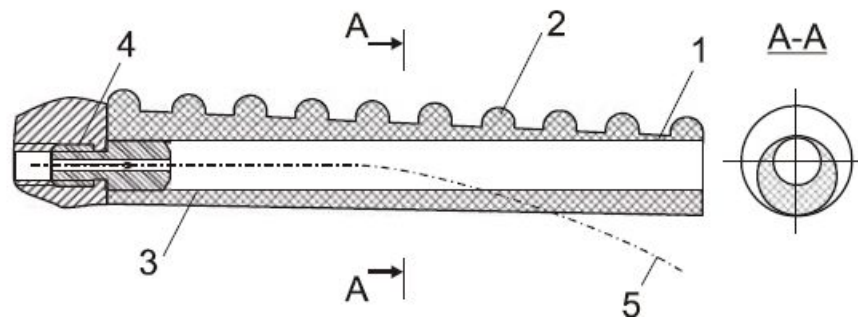
Пневматический схват с пятью гибкими надувным пальцами

- 1 тонкостенная часть;
- 2 гофры;
- 3 толстостенная часть;
- 4 подвод воздуха;
- 5 деформация оси пальца при подаче сжатого воздуха

а)



б)

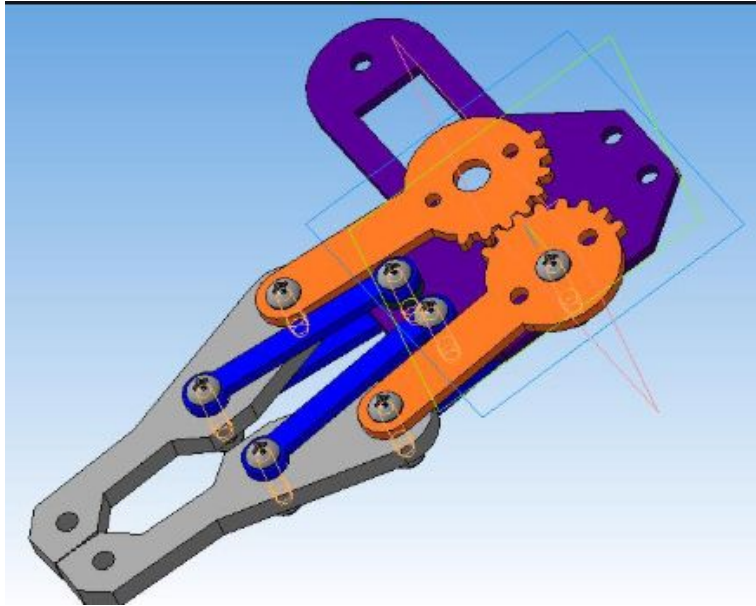
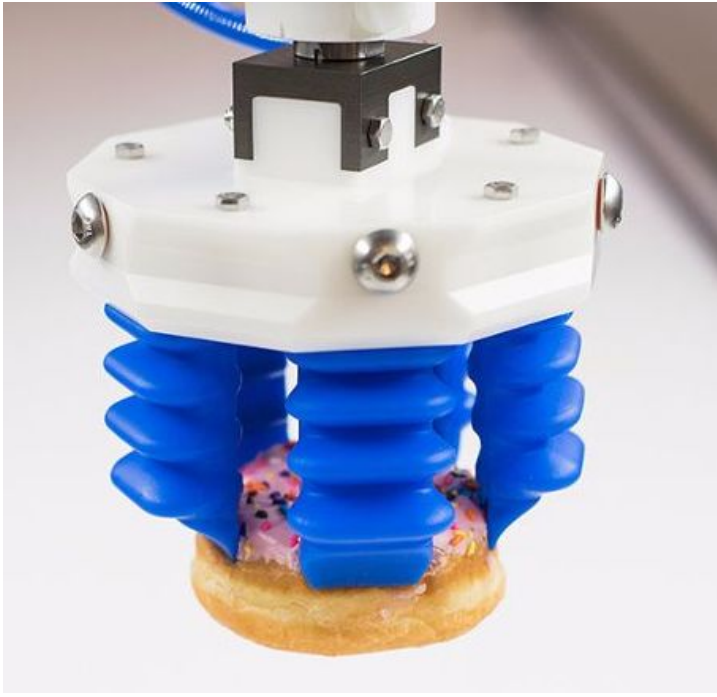


Классификации

- механические, магнитные, вакуумные,
- упругие оболочковые (с гидropневмокамерами),
- примораживающие

по типу привода

- пружинные,
- пневматические,
- гидравлические,
- электромеханические



Сенсорные системы

По выявляемым свойствам и параметрам

- Системы, дающие общую картину окружающей среды с последующим выделением ее отдельных объектов.
- Системы, определяющие координаты местоположения робота и параметры его
- движения, включая его координаты относительно объектов внешней среды.
- Системы, определяющие различные физико-химические свойства внешней среды и ее конкретных объектов.

Сенсоры обслуживания систем:

- передвижения
- манипуляционной

Передвижения

- навигация в пространстве,
- безопасность движения

Манипуляционные

- входящие в контур управления движением манипулятора,
- системы очувствления его рабочего органа.


Дальность действия

- Контактные сенсорные системы
 - Сенсорные системы ближнего действия
 - Сенсорные системы дальнего действия
-
- Активные сенсорные системы имеют передатчик, излучающий первичный сигнал, и приемник, регистрирующий прошедший через среду прямой сигнал или вторичный сигнал, отраженный от объектов среды или сгенерированный ими под воздействием первичного сигнала.
 - Пассивные системы имеют только приемное устройство, а роль излучателя играют сами объекты внешней среды.

Датчики тактильного оцувствления

- поиск, обнаружение объектов и определение их положения в пространстве;
- обеспечение усилия схватывания или иного воздействия на объект;
- распознавание формы предметов и их классификация;
- определение физических свойств объектов (твердость, шероховатость и температура поверхности, масса, тепло- и электропроводность и т.п.);
- контроль усилия контакта с объектом, надежное захватывание и удержание объекта с контролем усилия зажима (например, с целью предотвращения разрушения хрупких и легкодеформируемых предметов);
- контроль за микроперемещениями деталей при выполнении некоторых сборочных операций;
- контроль проскальзывания и смещений объекта в захватном устройстве ПР при воздействии на него динамических нагрузок.

Примеры задач, решаемых с помощью тактильных датчиков. Особенности конструктивных и алгоритмических решений

Задача	Конструктивные особенности	Принцип действия
<p>Определение местоположения предметов по отношению к руке ПР, контроль наличия предмета в ЗУ ПР и усилия контакта</p>	Микровыключатели	<p>Контакт с объектом</p>
	Электропроводные полимеры, тензорезисторы, пьезокристаллы	
	Выдвигаемый контактный щуп	
<p>Классификация предметов простых форм</p>	<p>Тактильные датчики располагаются на внутренней поверхности кисти ПР</p>	<p>Классификация путем охвата поверхности предметов кистью. Точность классификации зависит от размеров предметов</p>
	<p>Искусственный палец (щуп) с пятью контактными датчиками (на внешних поверхностях и торце)</p>	<p>Классификация путем движения пальца по поверхности</p>
<p>Захват неориентированных объектов</p>	<p>Группа контактных датчиков, на внутренних поверхностях ЗУ ПР</p>	

Системы технического зрения

Основные задачи, которые решают СТЗ:

получение общей зрительной картины окружающей внешней среды;

- выделение в этой картине отдельных объектов и их распознавание, включая кластеризацию (разбиение на классы по близости по некоторым важным признакам), классификацию (отнесение к определенным заданным классам),
- верификацию (обнаружение конкретного искомого объекта);
- определение характеристик тех из выявленных объектов, которые нужны для выполнения роботом конкретных заданий.

СТЗ могут быть:

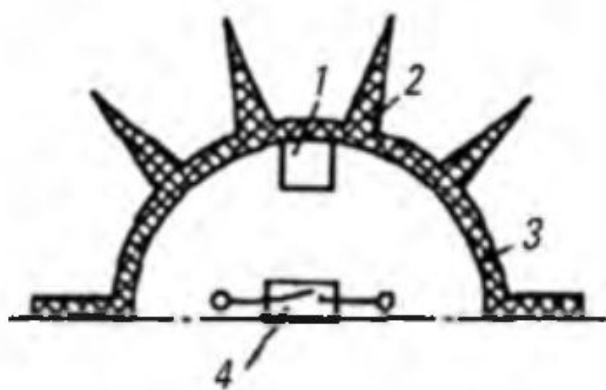
- одномерными (линейка), двух- и трехмерными;
- монохромными (полутонными, черно-белыми);
- цветными.



Основными характеристиками датчиков изображения являются:

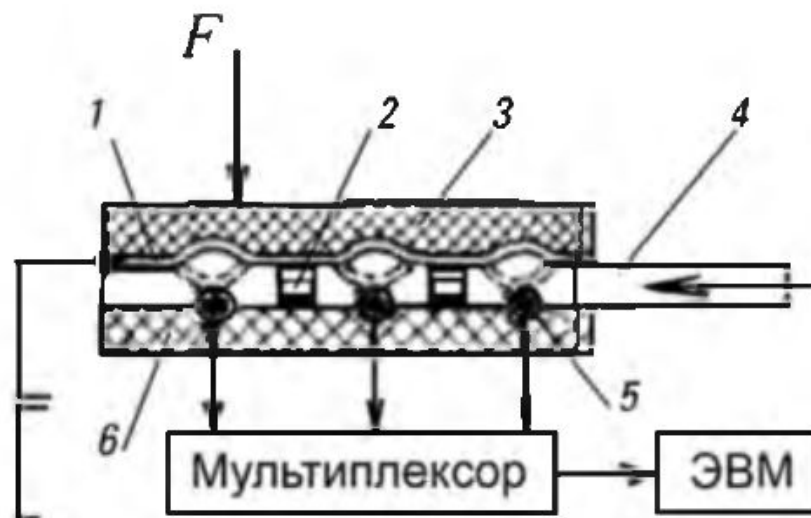
- разрешающая способность (разрешение по вертикали и по горизонтали);
- чувствительность (минимальная воспринимаемая освещенность);
- спектральная характеристика (диапазон частот регистрируемых электромагнитных колебаний).

Датчики касания



Мембранный датчик касания:

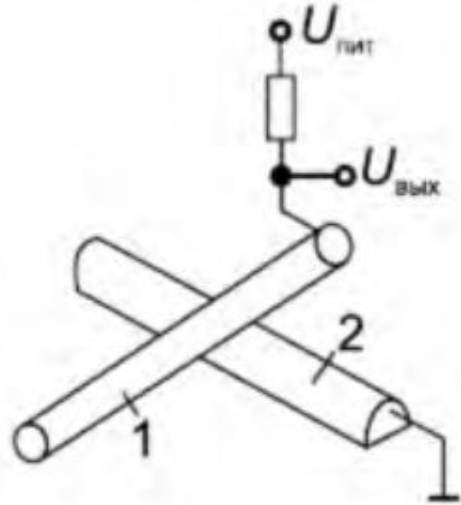
- 1 — постоянный магнит;
- 2 — усы;
- 3 — мембрана;
- 4 — геркон



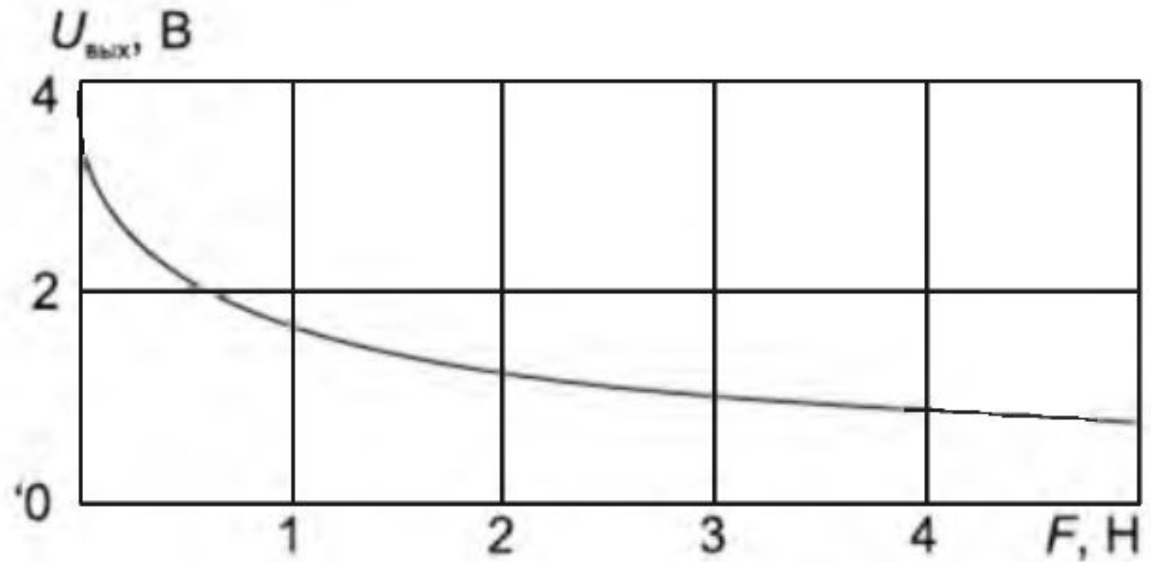
Матрица тактильных датчиков касания:

- 1 — стальная пластина;
- 2 — втулка;
- 3 — упругое покрытие;
- 4 — воздухоподвод;
- 5 — электрический контакт;
- 6 — диэлектрическая подложка;
- F — усилие контакта с объектом

Датчики давления (силовые датчики очувствления)



а



б

Рис. 8.11. Тактильный датчик из эластомера:

а — схема датчика: 1 — металлический электрод; 2 — шнур из силиконового проводящего каучука; $U_{\text{пит}}$ — питание датчика, В; б — выходные характеристики; $U_{\text{вых}}$ — выходной сигнал, В; F — действующая сила, Н

При разработке пропорциональных тактильных датчиков силового очувствления перспективно применение различных

токопроводящих полимерных материалов, а также интегральной технологии, что позволяет создавать миниатюрные различные

Примеры конструктивных решений силовых пропорциональных датчиков, объединенных в матрицы

Матрица	Конструкция датчика	Принцип действия
<p>На основе электропроводящих полимеров: 1 — электропроводящий полимер; 2 — выводы сигнала; 3 — упругая оболочка; 4 — поршень-электрод</p>		<p>Изменение силы F, направленной по нормали к поверхности объекта, приводит к изменению сопротивления токопроводящего полимера. Диапазон сопротивлений (100 ± 1) кОм</p>
<p>На основе реостатных потенциометров: 1 — воспринимающий элемент; 2 — пружина; 3 — потенциометр</p>		<p>Прикладываемая сила F приводит к перемещению воспринимающего элемента и связанного с ним движка потенциометра</p>
<p>На основе тензодатчиков сопротивлений: 1 — тензобалка; 2 — тензодатчик сопротивлений</p>		<p>Прикладываемая сила F приводит к деформации (изгибу) балки. Деформацию регистрируют тензодатчики сопротивлений</p>
<p>На основе пьезоэлектрического преобразователя: а — преобразователь давления в электрические сигналы; б — порог; 1 — объект; 2 — эластичный материал, деформирующийся соответственно форме объекта; 3 — тактильные датчики на основе пьезоэлементов (с преобразованием движения в электрические сигналы)</p>		<p>При соприкосновении матрицы с объектом внутренние потенциалы распределяются. Это распределение представляется рядом плоских образцов и соответствующих им пороговых величин</p>

Датчики перемещений.

В качестве датчиков обратной связи, измеряющих и преобразующих выходную координату в электрический сигнал, используются потенциометры, сельсины (в трансформаторном режиме), вращающиеся трансформаторы, индуктивные датчики, кодовые датчики, линейные индукционные потенциометры.

Кодовые оптические датчики положения (КОДП)



Кодирующая шкала КОДП представляет собой стеклянное основание с нанесенной на ней кодовой маской. Маска выполнена в виде нескольких (обычно до 20) дорожек с прозрачными и непрозрачными сегментами. Количество дорожек, как правило, определяет разрядность выходного двоичного кода. Осветитель создает лучистый поток, падающий на шкалу. В момент съема информации луч, проходя через прозрачные сегменты кодовых дорожек шкалы и ограничивающую щелевую диафрагму, освещает фотоприемники (фотодиодные линейки), усиленные сигналы с которых принимаются за двоичные единицы. Отсутствие сигнала с фотоприемника соответствует двоичному нулю. В результате каждому перемещению соответствует определенная комбинация двоичных единиц и нулей, являющаяся его цифровым кодом.

Приводы

Привод — это компонент роботов, входящий в состав его исполнительных систем:

манипуляционной и передвижения (мотор-колесо, гусеница).

Приводы преобразуют какой-либо вид энергии в механическое перемещение, т. е. с их помощью робот совершает работу.

Привод, как известно, включает двигатель и устройство управления им. Кроме того, в его состав могут входить механизмы для преобразования и передачи движения (редукторы, преобразователи вращательного движения в поступательное и наоборот), тормоз и муфта.

По типу реализуемого по отдельным степеням подвижности движения

- – *контурного управления*, когда управляемое движение осуществляется по непрерывной траектории;
- – *позиционного управления*, когда управляемое движение производится шагами (по конечному числу точек позиционирования);
- – *циклового управления*, когда число таких точек по каждой степени подвижности сводится к начальной и конечной, которая при этом определяется механическим упором или концевым выключателем.

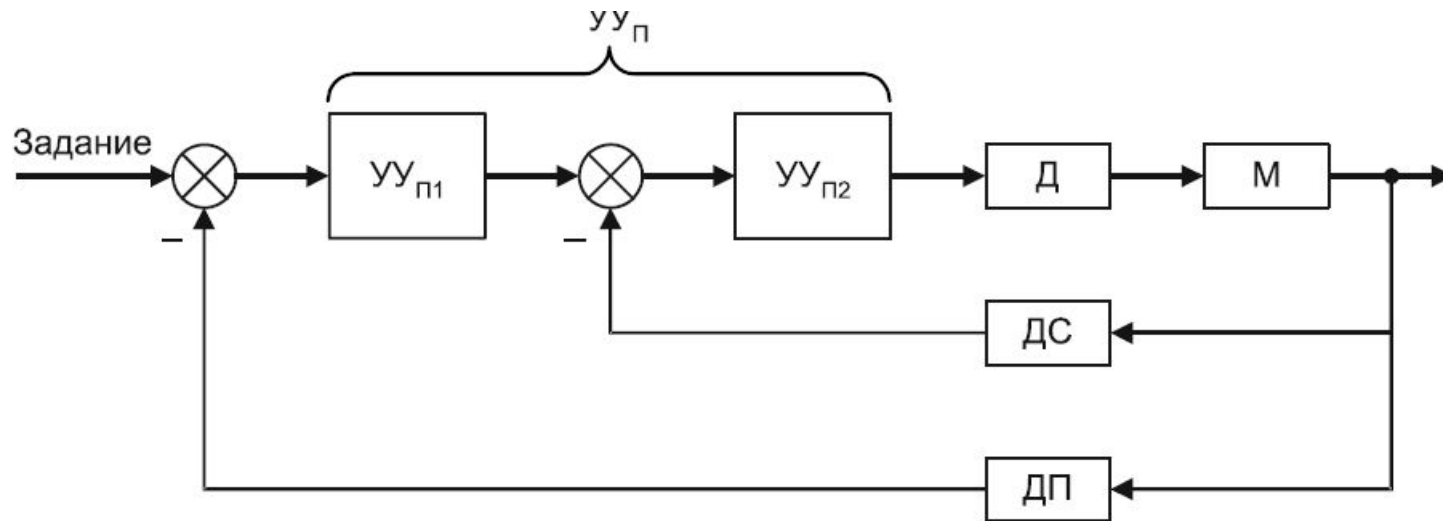
Исполнительные двигатели.

- Гидравлические цилиндры применяются для возвратно-поступательных перемещений механизмов ПР при скорости до 1,5 м/с и при погрешности позиционирования от $\pm 0,1$ до $\pm 5,0$ мм.
- Пневматические цилиндры применяются для возвратно-поступательных, в том числе регулируемых по величине, перемещений механизмов ПР при скорости до 1,5 м/с. Конструктивно аналогичные поршневые двигатели предназначены для осуществления неполноповоротных вращательных движений механизмов ПР и работают при температурах ± 60 °С.
- Для регулируемых и следящих приводов ПР малых типоразмеров целесообразно использовать малоинерционные беспазовые двигатели постоянного тока
- В ПР малых и средних типоразмеров используются высокомоментные шаговые электроприводы, в том числе со встроенной волновой передачей. Целесообразно применять электроприводы с регулированием скорости вращения при постоянном крутящем моменте.

Передаточные механизмы.

Применяются цилиндрические, червячные, конические зубчатые, реечные, зубчатые рядные, планетарные, волновые, винтовые, цепные, тросовые, ленточные передачи, передачи зубчатым и сегментным ремнями, фрикционные передачи и др.

Типовая схема позиционного привода манипуляторов



Д — двигатель;
М — механизм передачи и
преобразования перемещения; ДП, ДС —
датчики положения
и скорости; $УУ_{п1}$, $УУ_{п2}$ — составные
части устройства управления УУП

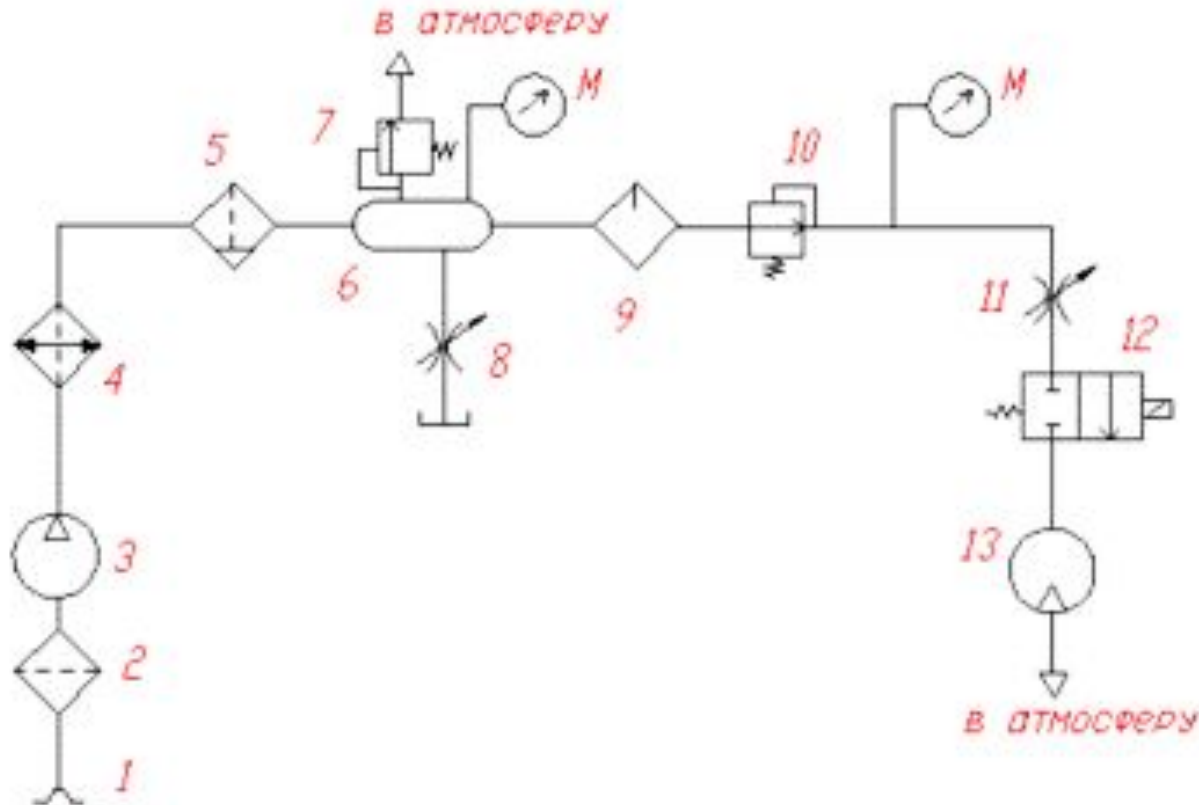
Пневмоприводы

достоинства поршневых приводов:

- быстродействие при использовании в качестве управляющей среды сжатого воздуха или газов под давлением;
- возможность получения больших ходов и больших усилий при прямолинейном ходе штока;
- простота конструкции и ограниченное число используемых деталей;
- ограничение усилия достигается наиболее простым способом — ограничением давления в приводе.

https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BD%D0%B5%D0%B2%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BF%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%BE%D0%B4_%D0%B0%D1%80%D0%BC%D0%B0%D1%82%D1%83%D1%80%D1%8B

Схема пневмопривода



1 — воздухозаборник; 2 — фильтр; 3 — компрессор; 4 — теплообменник (холодильник); 5 — влагоотделитель; 6 — воздухоотборник (ресивер); 7 — предохранительный клапан; 8 — Дроссель; 9 — маслораспылитель; 10 — редукционный клапан; 11 — дроссель; 12 — распределитель; 13 — пневмомотор; М — манометр.

Гидроприводы

Гидроприводы могут быть двух типов: гидродинамические и объёмные.

В гидродинамических приводах используется в основном кинетическая энергия потока жидкости (и соответственно скорости движения жидкостей в гидродинамических приводах велики в сравнении со скоростями движения в объёмном гидроприводе).

В объёмных гидроприводах используется потенциальная энергия давления рабочей жидкости (в объёмных гидроприводах скорости движения жидкостей невелики — порядка 0,5—6 м/с).

Объёмный гидропривод — это гидропривод, в котором используются объёмные гидромашины (насосы и гидродвигатели). Объёмной называется гидромашина, рабочий процесс которой основан на попеременном заполнении рабочей камеры жидкостью и вытеснении её из рабочей камеры. К объёмным машинам относят, например, поршневые насосы, аксиально-поршневые, радиально-поршневые, шестерённые гидромашины и др.

Одна из особенностей, отличающая объёмный гидропривод от гидродинамического, — большие давления в гидросистемах. Так, номинальные давления в гидросистемах экскаваторов могут достигать 32 МПа, а в некоторых случаях рабочее давление может быть более 300 МПа, в то время как гидродинамические машины работают обычно при давлениях, не превышающих 1,5—2 МПа.

По характеру движения выходного звена гидродвигателя

Гидропривод вращательного движения

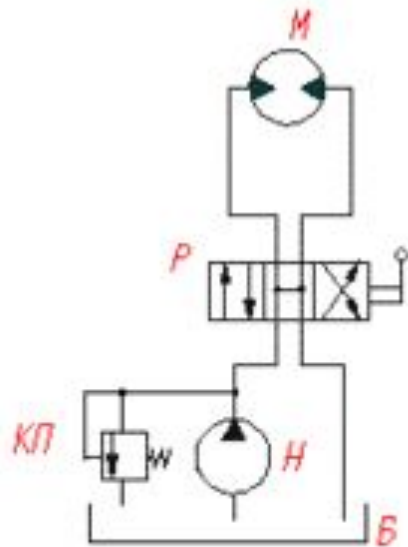
когда в качестве гидродвигателя применяется гидромотор, у которого ведомое звено (вал или корпус) совершает неограниченное вращательное движение;

Гидропривод поступательного движения

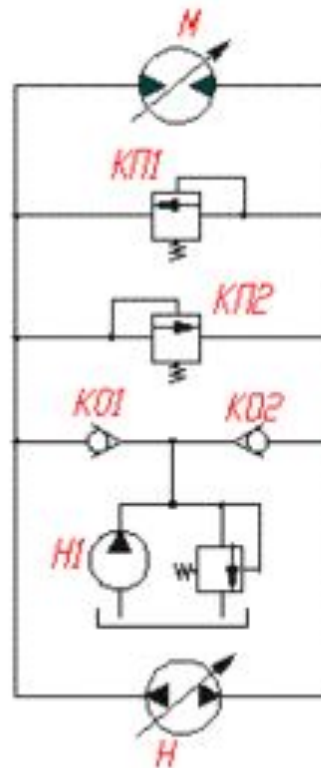
у которого в качестве гидродвигателя применяется гидроцилиндр — двигатель с возвратно-поступательным движением ведомого звена (штока поршня, плунжера или корпуса);

Гидропривод поворотного движения

когда в качестве гидродвигателя применён поворотный гидродвигатель, у которого ведомое звено (вал или корпус) совершает возвратно-поворотное движение на угол, меньший 270° .



а) Открытая гидросистема



б) Закрытая гидросистема

эма

Гидросистемы с замкнутой схемой циркуляции рабочей жидкости (справа) и с разомкнутой схемой (слева). На схеме слева всасывающая и сливная гидролинии сообщаются с баком (разомкнутая схема); на схеме справа бак используется только для вспомогательной гидросистемы (системы подпитки). Н и Н1 — насосы; М — гидромотор; Р — гидрораспределитель; Б — гидробак; Н1 — насос системы подпитки; КП1, КП2, — Предохранительные клапана; КО1 и КО2 — обратные клапана. Предохранительные клапана КП (на схеме слева) КП1 и КП2 (на схеме справа) срабатывают в тот момент, когда

Преимущества гидроприводов

- возможность универсального преобразования механической характеристики приводного двигателя в соответствии с требованиями нагрузки;
- простота управления и автоматизации;
- простота предохранения приводного двигателя и исполнительных органов машин от перегрузок; например, если усилие на штоке [гидроцилиндра](#) становится слишком большим (такое возможно, в частности, когда шток, соединённый с рабочим органом, встречает препятствие на своём пути), то давление в гидросистеме достигает больших значений — тогда срабатывает [предохранительный клапан](#) в гидросистеме, и после этого жидкость идёт на слив в бак, и давление уменьшается;
- надёжность эксплуатации;
- широкий диапазон бесступенчатого регулирования скорости выходного звена; например, диапазон регулирования частоты вращения [гидромотора](#) может составлять от 2500 об/мин до 30—40 об/мин, а в некоторых случаях, у гидромоторов специального исполнения, доходит до 1—4 об/мин, что для [электромоторов](#) трудно реализуемо;
- большая передаваемая мощность на единицу массы привода; в частности, масса гидравлических машин примерно в 10-20 раз меньше массы [электрических машин](#) такой же мощности;
- самосмазываемость трущихся поверхностей при применении [минеральных](#) и синтетических масел в качестве [рабочих жидкостей](#); нужно отметить, что при техническом обслуживании, например, мобильных строительно-дорожных машин на смазку уходит до 50 % всего времени обслуживания машины, поэтому самосмазываемость гидропривода является серьёзным преимуществом;
- возможность получения больших сил и мощностей при малых размерах и весе передаточного механизма;
- простота осуществления различных видов движения — поступательного, вращательного, поворотного;
- возможность частых и быстрых переключений при возвратно-поступательных и вращательных прямых и реверсивных движениях;
- возможность равномерного распределения усилий при одновременной передаче на несколько приводов;
- упрощённость компоновки основных узлов гидропривода внутри машин и агрегатов, в сравнении с другими видами приводов.

Недостатки

- утечки рабочей жидкости через уплотнения и зазоры, особенно при высоких значениях [давления](#) в гидросистеме, что требует высокой точности изготовления деталей гидрооборудования;
- нагрев рабочей жидкости при работе, что приводит к уменьшению [вязкости](#) рабочей жидкости и увеличению утечек, поэтому в ряде случаев необходимо применение специальных охлаждающих устройств и средств [тепловой защиты](#);
- более низкий [КПД](#) чем у сопоставимых [механических передач](#);
- необходимость обеспечения в процессе эксплуатации чистоты рабочей жидкости, поскольку наличие большого количества абразивных частиц в рабочей жидкости приводит к быстрому износу деталей гидрооборудования, увеличению зазоров и утечек через них, и, как следствие, к снижению [объёмного КПД](#);
- необходимость защиты гидросистемы от проникновения в неё воздуха, наличие которого приводит к нестабильной работе гидропривода, большим [гидравлическим потерям](#) и нагреву рабочей жидкости;
- пожароопасность в случае применения горючих рабочих жидкостей, что налагает ограничения, например, на применение гидропривода в горячих цехах;
- зависимость [вязкости](#) рабочей жидкости, а значит и рабочих параметров гидропривода, от температуры окружающей среды, или дороговизна масел на основе [ПАО](#);
- в сравнении с [пнеumo-](#) и [электроприводом](#) — невозможность эффективной передачи гидравлической энергии на большие расстояния вследствие больших потерь напора в [гидролиниях](#) на единицу длины.

Рекомендации по выбору приводов ПР

1. Приводы для каждой степени свободы ПР выбираются исходя из требуемой мощности, крутящего момента на роторе двигателя или усилия на штоке цилиндра с учетом величины горизонтальной инерционной и вертикальной (весовой) нагрузки, а также заданного быстродействия.
2. Время переходного процесса существенно влияет на точность позиционирования рабочих органов манипулятора. Рекомендуется выбирать приводы, имеющие время переходного процесса не более 0,1...0,3 с.
3. Для осуществления глобальных (перестановочных) движений ПР на расстояние более 1 м целесообразно применять приводы вращательного действия совместно с ременной или другой передачей, а для обеспечения перемещения до 1 м допустимо использование линейных приводов. Перспективными в этом случае являются шаговые электроприводы как вращательного, так и линейного типа (с величиной хода до 600 мм), обеспечивающие при малых размерах большие рабочие усилия, достаточно высокое быстродействие и точность обработки команд.

4. Региональные (установочные) возвратно-поступательные движения руки целесообразно осуществлять при помощи гидро- и пневмоцилиндров, а вращательные – при помощи неполноповоротных гидро- или пневмомоторов.

5. Локальные (ориентирующие) движения кисти манипулятора обеспечивают обычно приводы на базе неполноповоротных гидро- и пневмодвигателей.

В данном случае погрешность позиционирования выходного вала двигателей мало влияет на точность перемещений захвата из-за небольших размеров кисти.

6. Для осуществления движения схвата можно применять неполноповоротные гидродвигатели, развивающие момент $M_n = 160... 500$ Нм, а также короткоходовые гидро-, пневмо- или электродвигатели, развивающие осевое усилие $Q = 30...800$ Н.

7. Для получения сложного движения конечного звена удобно применять приводы на базе поворотных гидроцилиндров, в которых наряду с поступательными движениями штока предусмотрена его ротация.

8. С целью повышения точности позиционирования рабочего органа манипулятора при больших вылетах руки (2 м и более) целесообразно применять электро-, пневмодвигатели или полноповоротные гидродвигатели.

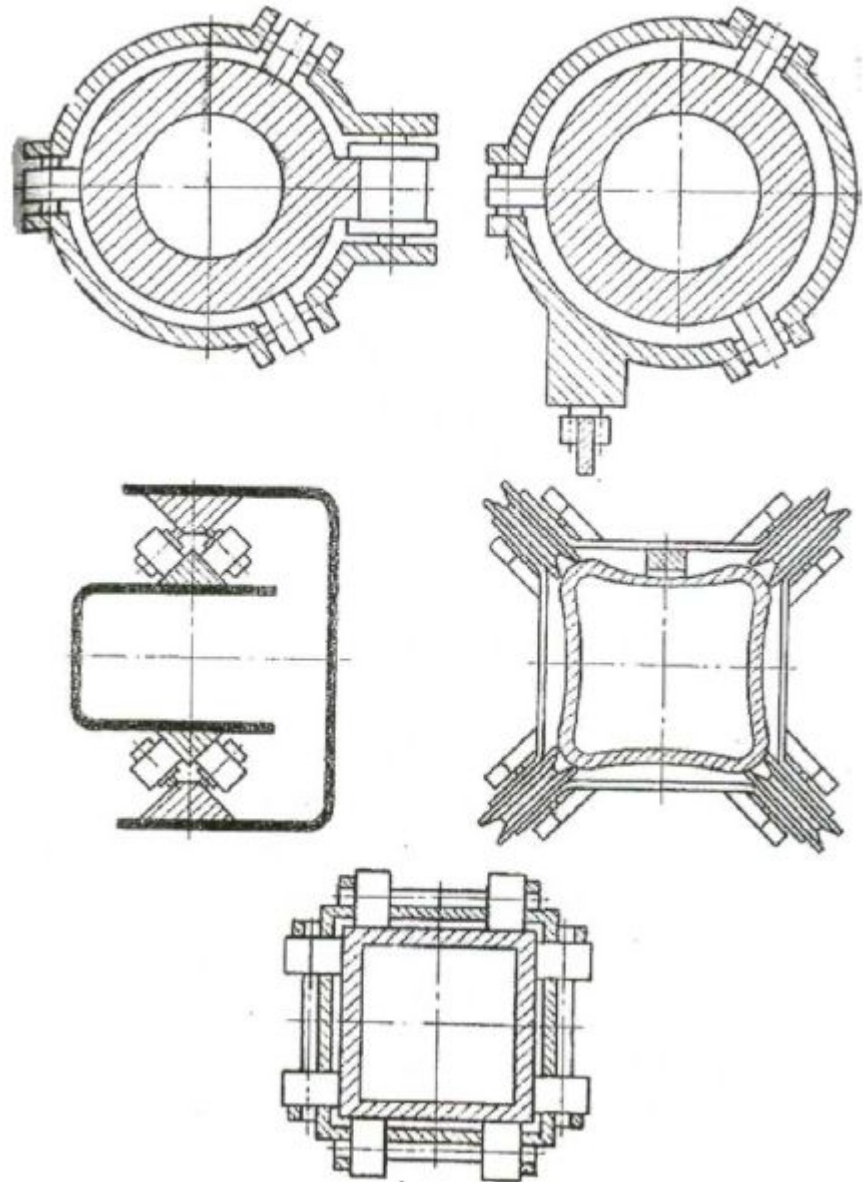
9. Во многих конструкциях ПР приводные двигатели располагаются непосредственно на звеньях манипулятора. Для снижения требуемой мощности двигателей необходимо скомпенсировать влияние статических моментов сил веса звеньев манипулятора относительно их шарниров, используя противовесы или пружинные уравновешивающие механизмы.

Направляющие исполнительных устройств

В качестве направляющих линейного перемещения с целью уменьшения сил сопротивления в основном применяются направляющие качения.

В манипуляторах, где движение осуществляется от упора до упора, часто применяются направляющие скольжения.

В качестве направляющих для поворота исполнительных устройств применяются радиальные и радиально-упорные шариковые и роликовые подшипники.

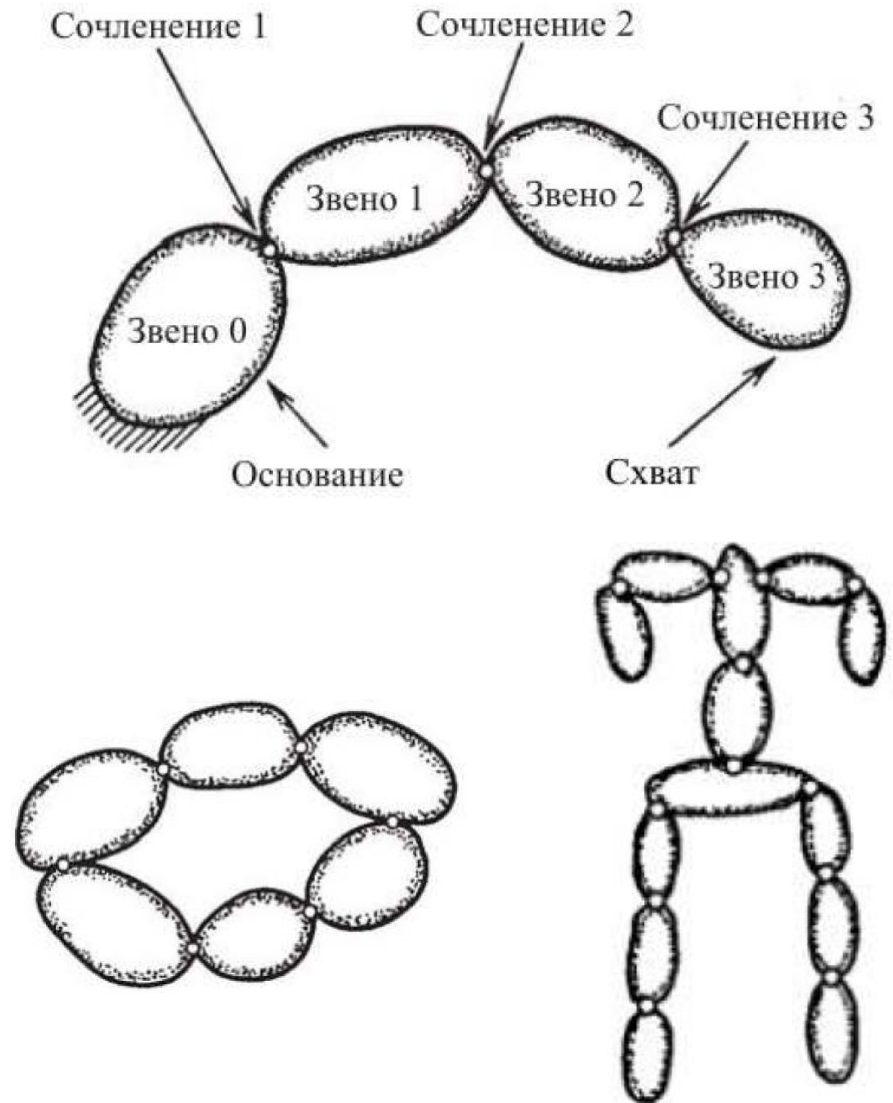


Кинематика манипулятора

Манипулятором называют разомкнутую механическую систему (цепь), состоящую из твердых тел, которые последовательно соединены между собой при помощи шарниров, или призматических (телескопических) сочленений. Каждое из составляющих манипулятор твердых тел называют звеном.

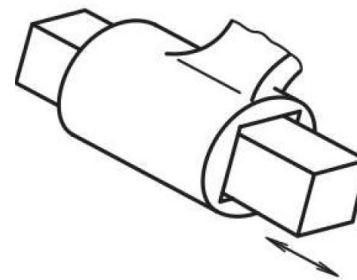
В основном будем исследовать манипуляторы с последовательно соединенными звеньями, несмотря на то, что существуют механические системы с гораздо более сложной топологией.

Манипулятор называют трехзвенным, если он имеет три подвижных звена после закрепления его, например, на полу. В действительности же у него четыре звена, одно из которых (нулевое) является основанием и служит для закрепления манипулятора. Это основание чаще всего неподвижно, например, для промышленных роботов. Иногда следует его рассматривать как подвижное, например, если манипулятор крепится к космическому либо к подводному кораблю, т. к. в тех случаях, когда манипулятор будет перемещаться относительно некоторой инерциальной системы координат.

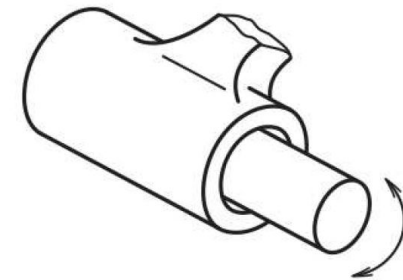


Обобщенные координаты

Существует два вида сочленений, оставляющих звеньям одну степень свободы в относительном движении, — это вращательные и поступательные (телескопические) шарниры (рис.). Таким образом, естественно задать положение одного звена относительно другого углом относительного поворота для вращательного сочленения и относительным смещением для телескопического сочленения. Ясно, что набор этих параметров, с одной стороны, однозначно определяет конфигурацию манипулятора, а с другой - является минимальным и независимым, а следовательно, его элементы можно назвать обобщенными координатами манипулятора. Таким образом, для N-степенного манипулятора с кинематическими парами пятого класса вектором обобщенных координат $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)^T$,



Линейное
перемещение



Вращение

каждая компонента q , которого является обобщенной координатой и представляет собой либо угол поворота, либо перемещение q -го звена относительно $(q-1)$ -го звена

ХАРАКТЕР СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ЗВЕНЬЯМИ

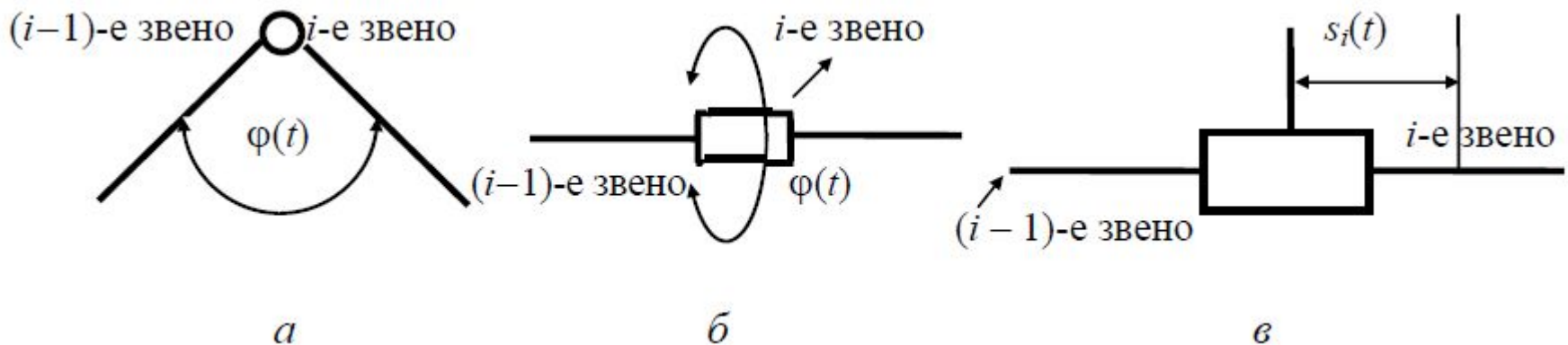
Договоримся, что звенья манипулятора будут соединяться в кинематические пары 5-го класса (практически все манипуляторы, используемые в промышленности, состоят из кинематических пар 5-го класса).

Кинематической парой 5-го класса называются два тела, связанные друг с другом и способные перемещаться друг относительно друга, но таким образом, что положение одного тела относительно другого полностью описывается одним параметром – углом поворота, или величиной линейного смещения

Кинематические пары 5-го класса бывают вращательными (рис. а, б) и поступательными (рис. в). Других пар 5-го класса не существует.

Во всех случаях $(i - 1)$ -е звено считаем неподвижным, а i -е звено – подвижным. Разумеется, за i -м звеном могут следовать и другие звенья, но в данном случае мы их не рассматриваем.

Положение i -го звена относительно $(i - 1)$ -го в случае вращательной пары полностью характеризуется углом ϕ_i , в случае поступательной пары – линейным смещением s_i .



Обозначим функции, характеризующие движение звеньев друг относительно друга, через $q_i(t)$, $i = 1, \dots, n$. При этом будем иметь в виду, что $q_i(t) = \phi_i(t)$, если пара вращательная, и $q_i(t) = s_i(t)$, если пара поступательная. Функции $q_i(t)$ называются *обобщенными координатами манипулятора*.

Преобразование координат. Преобразования вращения и переноса

Пусть имеются две системы координат: O_1XYZ и O_2UVW (рис. 1.6). Здесь и далее будем считать, что системы координат ортогональные и правосторонние. Зададим в пространстве точку M , проведем в нее два вектора r и p .

Предположим, что координаты точки M в системе координат O_2UVW (т.е. координаты вектора p) известны:

$$p = (u, v, w)^T. \quad (1.1)$$

Определим координаты точки M в системе координат O_1XYZ (т.е. координаты вектора r):

$$r = (x, y, z)^T. \quad (1.2)$$

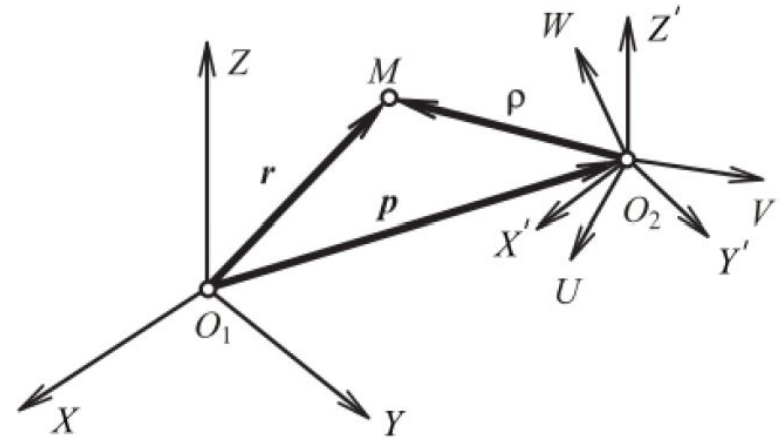
Для вычисления координат искомого вектора выполним следующие операции над вектором p :

$$r = R p + p, \quad (1.3)$$

где R — матрица 3×3 , а p — вектор 3×1 .

Матрицу R называют матрицей поворота, а вектор p вектором переноса.

Формула (1.3) является очевидной, если заметить, что компоненты вектора Rp представляют собой координаты той же точки M в системе $O_2X'Y'Z'$, оси которой параллельны соответствующим осям системы O_1XYZ , а координаты начала системы $O_2X'Y'Z'$, заданы в системе O_1XYZ вектором p .



Ортогональные преобразования

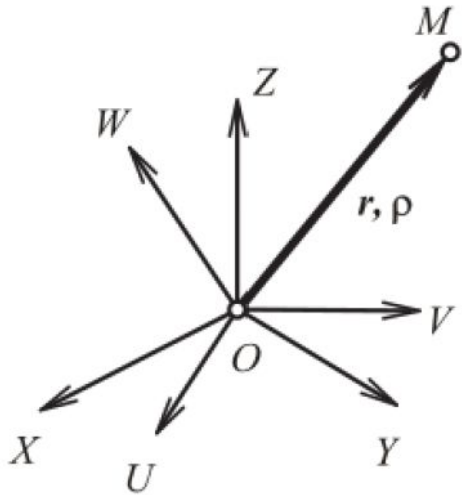


Рис.1.7

любая матрица R преобразует вектор ρ в вектор r , заданный в той же системе координат. Эту матрицу называют матрицей линейного преобразования. Рассмотрим только такие линейные преобразования, в результате которых все векторы r получены путем вращения вектора ρ вокруг некоторой оси на некоторый угол φ (рис. 1.8); это эквивалентно повороту системы координат $OUVW$ совместно с точкой M , которую определяет вектор ρ .

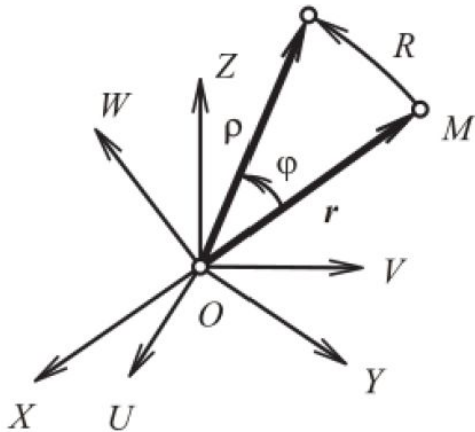


Рис.1.8

Такие линейные преобразования называют ортогональными преобразованиями, а соответствующие матрицы R - матрицами ортогональных преобразований, или ортогональными матрицами.

Е $R^T R = R R^T = E$, $\text{он } R^{-1} = R^T$, $\text{та } |(\det R)|^2 = 1 \text{ и } \det R = 1$.
верно следующее соотношение:

где E — единичная матрица

Установка пакета RTSX

RTSX - это просто набор функций и сценариев для робототехники, написанных исключительно на языке Scilab вместе с некоторыми примерами модели Xcos, поэтому он не зависит от операционных систем.

Все файлы помещаются в рабочую папку дерево каталогов, файлы можно загрузить с последней версией по адресу <https://scilabdotninja.wordpress.com/rtsx/download-rtsx/>. С указанного адреса загрузите zip-файл и поместите его в рабочий каталог по вашему выбору. Для Например, d: \ work. Установщика нет. Просто распакуйте файл вручную. Если вы не измените имя каталога, у вас будут все файлы в d: \ work \ RTSX1.1. С этого момента мы будем называть этот каталог корневым каталогом RTSX. Если ваш отличается, просто замените путь на ваш выбор во всех последующих обсуждениях.

Запустите Scilab и используйте верхнюю часть Обзорщика файлов, чтобы изменить рабочий каталог на d: \ work \ RTSX1.1. В качестве альтернативы, в окне консоли Scilab введите `-> cd d: \ work \ RTSX1.1.`

Затем загрузите все функции в рабочую область Scilab, набрав `-> exec ('startup_rtsx.sce', -1);` Вы должны увидеть сообщение

Robotic Tools for Scilab/Xcos (RTSX) Version 1.1

by Scilab.ninja August 2017

<http://scilab.ninja/rtsx>

Если вместо этого вы видите какое-то сообщение об ошибке, значит что-то не так. Распространенной ошибкой является попытка запустить стартовый файл из любого каталога, кроме корня RTSX, введя полный путь к команде `exec`, например `exec ('d: \ work \ RTSX1.1 \ startup_rtsx.sce', -1)`

Другой способ:

`-> rprdemo`

Сообщение:

RPR Robot Demonstration

Creating robot model and joint variable sequence...

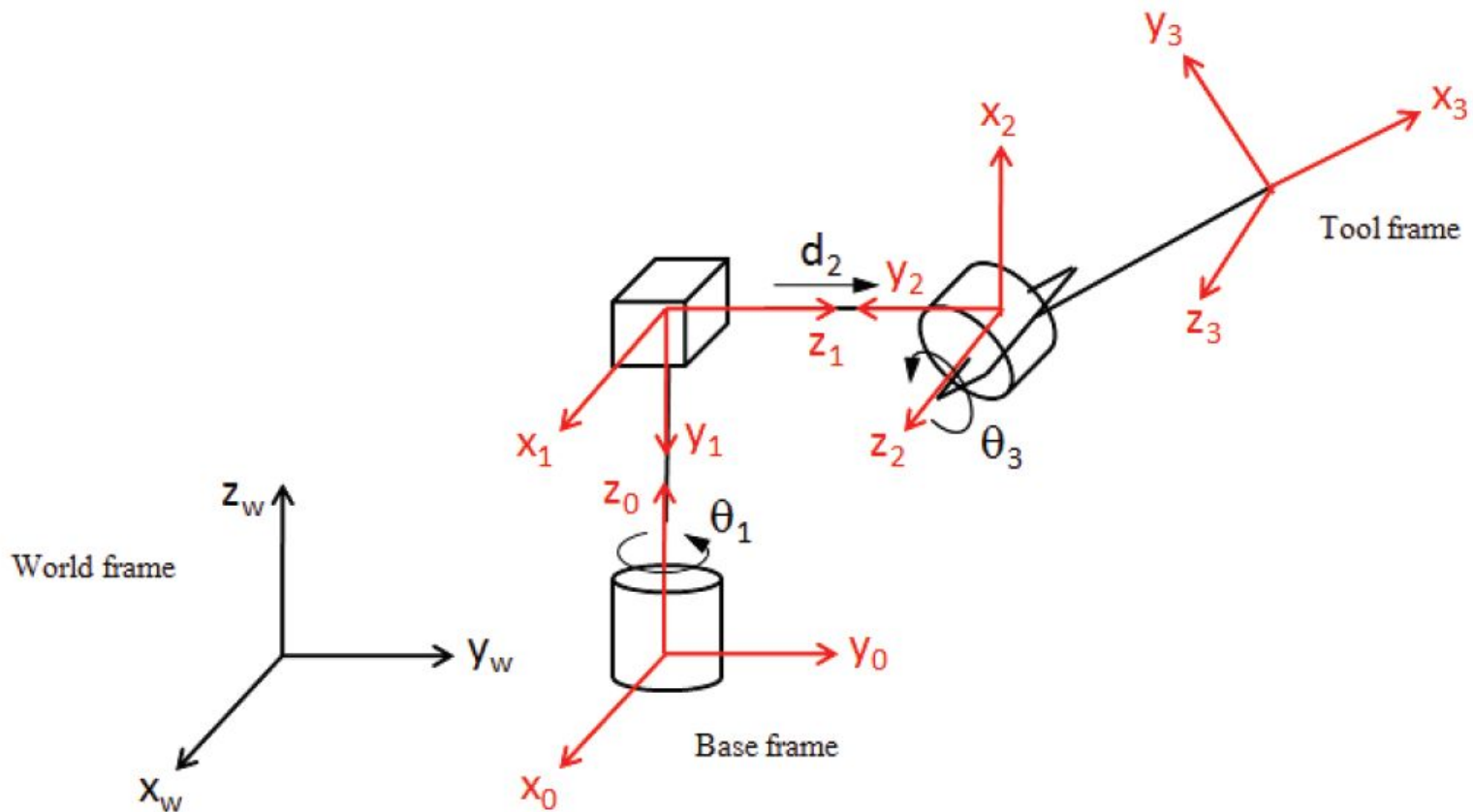
RTSX (Robotic Tools for Scilab / Xcos)

О разработчике. Д-р Вародом Тучинда, он же Дью (Роса) Тучинда, получил степень бакалавра наук в Технологическом институте им. Короля Монгкута, Северный Бангкок, Таиланд, в 1987 году, степень MSEE в Университете Касетсарт , Таиланд, в 1994 году, MSEE и Ph.D. дипломы Массачусетского университета, Амхерст, США, в 1998 и 2002 годах соответственно. В настоящее время он работает в качестве исследователя / лектора в RDiPT, факультет машиностроения, Университет Kasetsart, Таиланд. Его исследовательские интересы включают разработку и внедрение систем управления для промышленного применения. Его книга представляет введение в робототехнику с множеством примеров.

Scilab в робототехнике

Основная задача анализа робота является представление положения и ориентации объектов в некоторой среде.

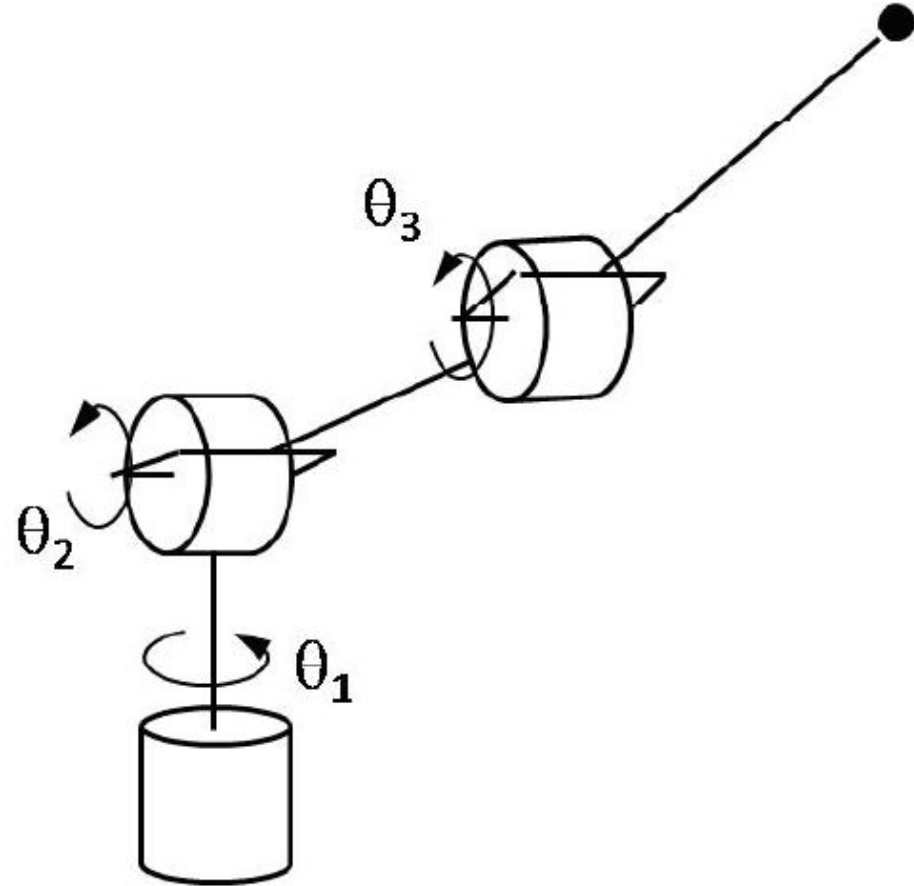
Манипулятор робота - это не что иное, как набор жестких звеньев, от основания к инструменту. Движение звена может быть описано как его положение и ориентация в системе координат. Обычно используется декартова система координат



Основная процедура при изучении робототехники, заключается в прикреплении набора осей XYZ, называемых системами координат к каждому звену робота, как показано на рисунке для робота RPR (вращение, перемещение, вращение). Для решения задачи кинематики может потребоваться найти выражение положения и ориентации инструмента относительно базовой или мировой систем координат. Проблема может быть сложной, если соседние звенья прикреплены разными способами, поэтому имеются некоторые правила, такие как соглашение Денавита-Хартенберга

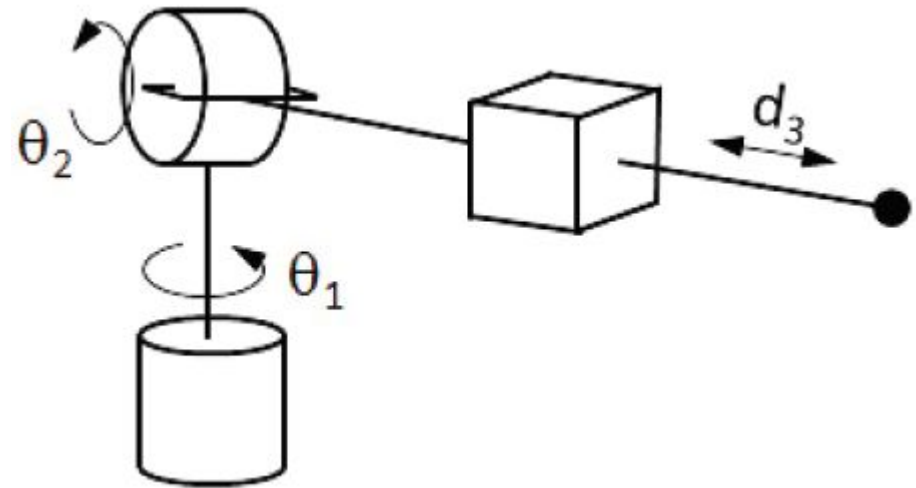
Сочлененный робот (RRR)

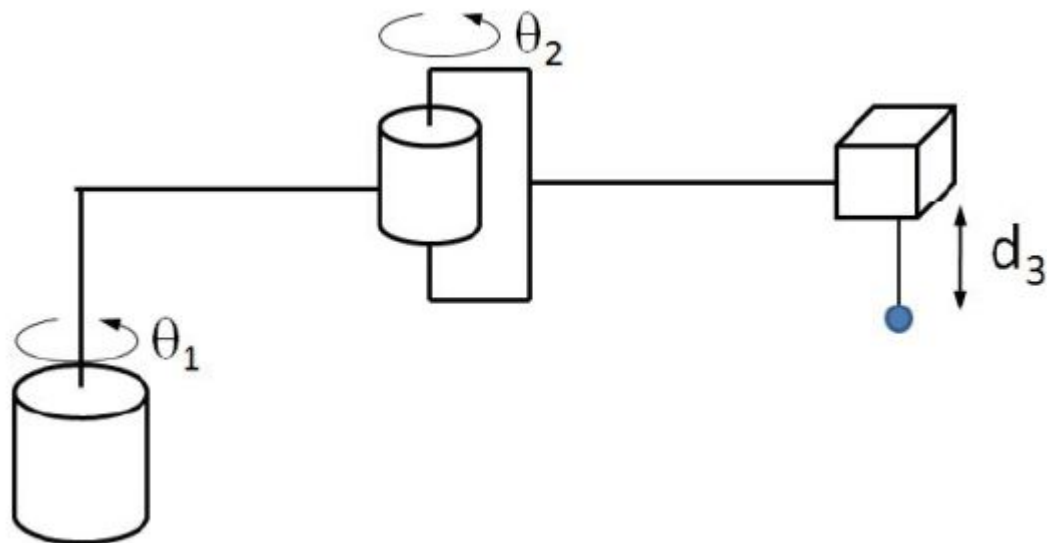
Этот робот, показанный на рисунке, также называется вращающимся, локтевым или антропоморфным. Оси сочленения от основания к инструменту обозначены как талия, плечо и локоть, а звенья - туловище, плечо и предплечье соответственно. Это один из наиболее широко используемых роботов в промышленности. Примерами являются PUMA 560 от Unimation, IRB1400 от ABB.



Сферический робот (RRP)

Довольно часто имя робота определяется по форме рабочей области, которую может охватить конечный эффектор. На рисунке показана схема сферического робота, который имеет конфигурацию соединения RRP. Хорошо известным примером сферического робота является Stanford Arm.



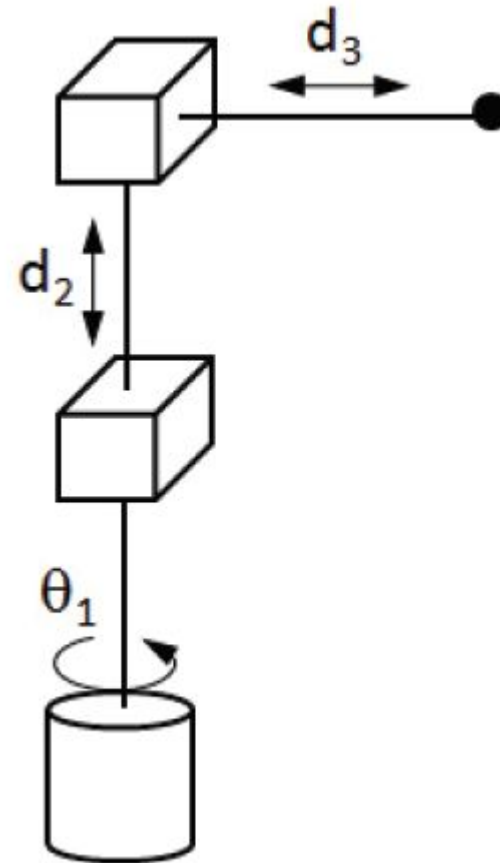


SCARA Robot (RRP)

Хотя робот SCARA (Селективный совместимый сочлененный робот для сборки) на рисунке также имеет конфигурацию RRP, его расположение отличается от сферического робота. Три оси робота SCARA взаимно параллельны. Конструкция предназначена для сборки

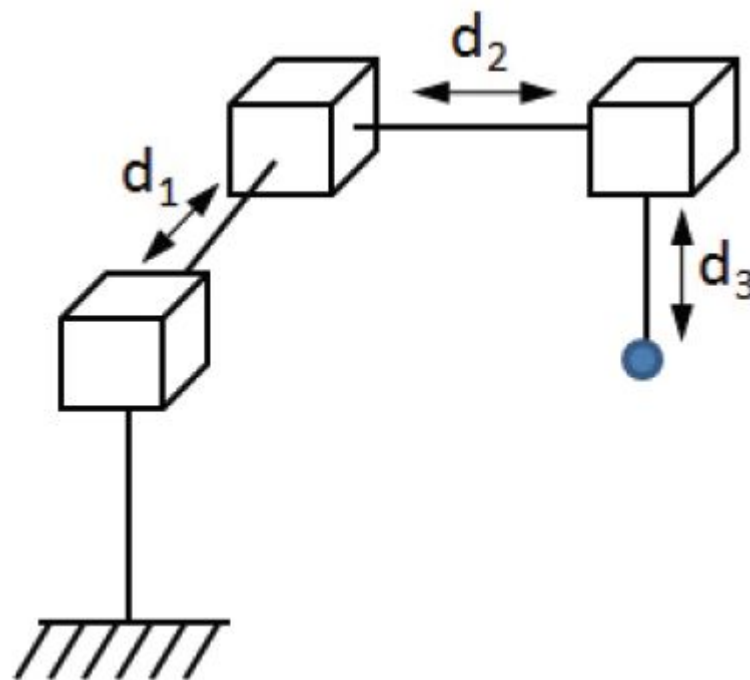
Цилиндрический робот (RPP)

На рисунке 1.7 показана символическая схема цилиндрического робота. Первый сустав вращается и производит вращение вокруг основания, в то время как второй и третий суставы призматические. Оно имеет рабочую область цилиндрической формы, отсюда и название. Цилиндрические роботы часто используются в задачах передачи объектов.



Робот с линейно перемещающимися звеньями (PPP)

У робота есть все три соединения призматического типа, как показано на рисунке. Переменными этого робота являются декартовы координаты конечного звена относительно основания. Это делает его рабочее пространство прямоугольным. Эти роботы полезны при сборке, сборке и размещении, а также при перемещении материала или груза. Конструкция позволяет увеличить структурную жесткость и, следовательно, повысить точность.



Моделирование кинематики робота.

Известно, что положение и ориентация твердого тела (или системы координат, связанной с этим телом) в пространстве однозначно определяется шестью координатами: тремя линейными (декартовыми) и тремя угловыми (например, углами Эйлера). Использование метода, предложенного в 1955 г. учеными Жаком Денавитом и Ричардом Хартенбергом, позволяет сократить это число до четырех параметров, называемыми параметрами Денавита-Хартенберга.

Визуализация ортогональных преобразований

```
R1=rotx(%pi/2)
```

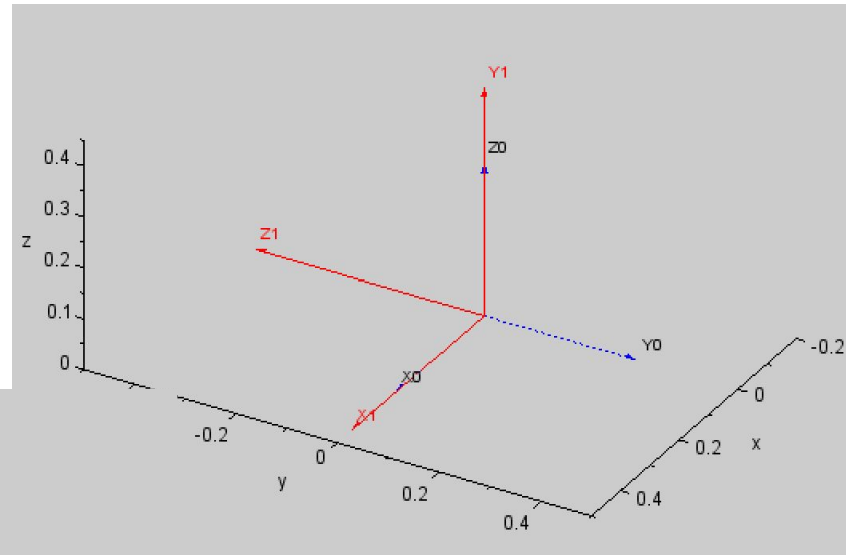
```
R1 =
```

```
1. 0. 0.
```

```
0. 0. -1.
```

```
0. 1. 0.
```

```
trplot(R1,'world');
```



```
R2=roty(%pi/6)
```

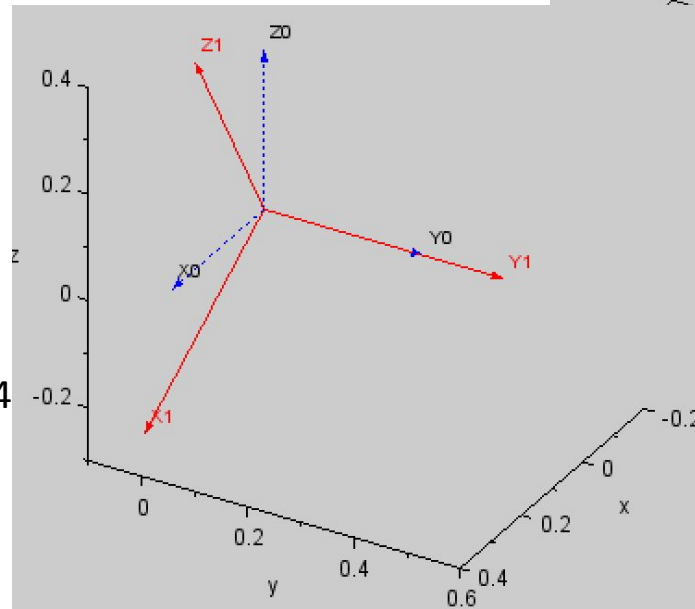
```
R2 =
```

```
0.8660254 0. 0.5
```

```
0. 1. 0.
```

```
-0.5 0. 0.8660254
```

```
trplot(R2,'world');
```



```
R3=rotz(%pi)
```

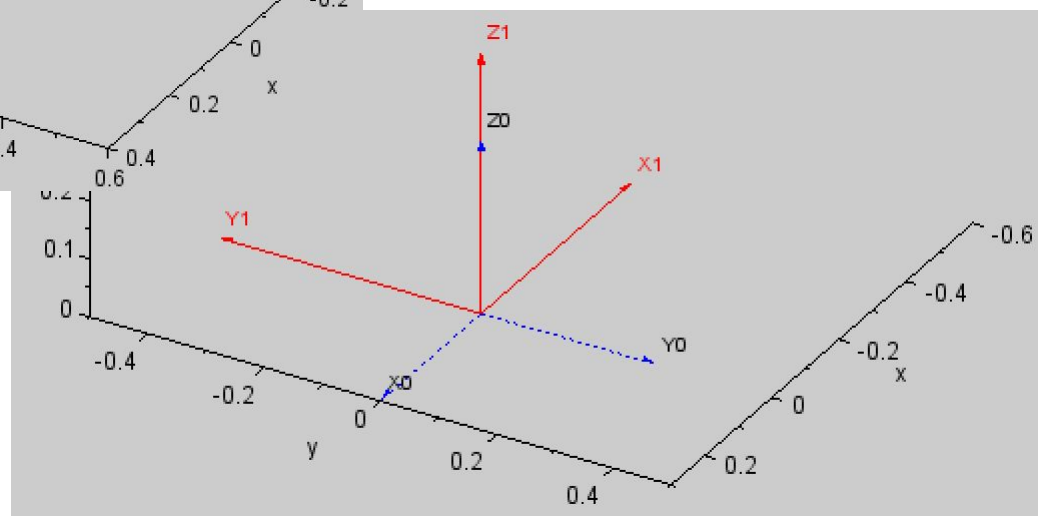
```
R3 =
```

```
0. -1. 0.
```

```
1. 0. 0.
```

```
0. 0. 1.
```

```
trplot(R3,'world');
```

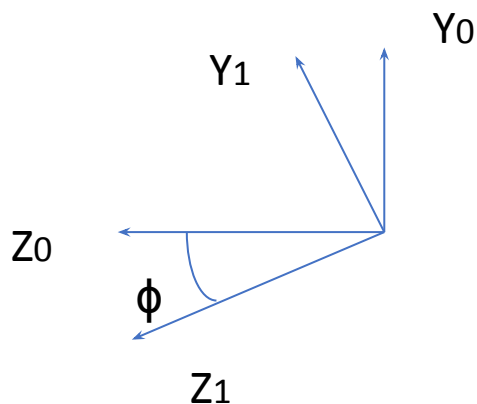


Элементарные вращения

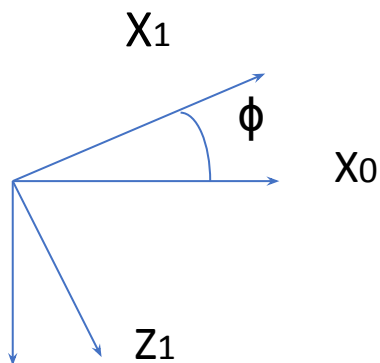
Под элементарными вращениями понимают повороты системы координат вокруг собственных осей. Найдем матрицы поворота для элементарных вращений на угол ϕ относительно осей X,Y,Z.

Введем обозначения, которыми будем пользоваться и в дальнейшем:

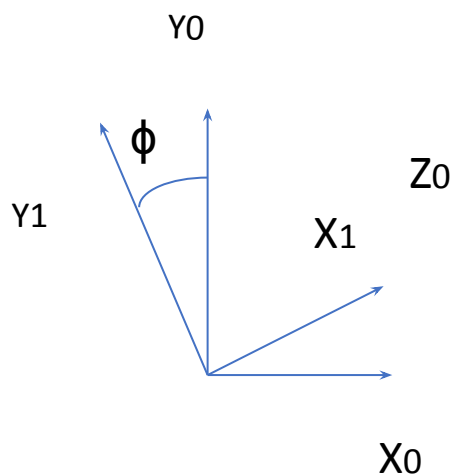
$$\sin \phi = s_{\phi}, \quad \cos \phi = c_{\phi}, \quad (1.8)$$



$$R_{X, \phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\phi} & -s_{\phi} \\ 0 & s_{\phi} & c_{\phi} \end{pmatrix},$$



$$R_{Y, \phi} = \begin{pmatrix} c_{\phi} & 0 & s_{\phi} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{\phi} & 0 & c_{\phi} \end{pmatrix}$$



$$R_{Z, \phi} = \begin{pmatrix} c_{\phi} & -s_{\phi} & 0 \\ s_{\phi} & c_{\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача, которую мы будем решать далее, заключается в том, чтобы, вращая систему координат $OXYZ$, совместить ее с системой $OUVW$. Часто бывает так, что одним элементарным вращением этого совмещения двух систем координат добиться не удастся (или это неудобно по каким-либо соображениям), и тогда необходимо совершить некоторую последовательность элементарных поворотов. Нас будет интересовать, как выглядит в этом случае матрица поворота.

Пусть для совмещения систем координат $OXYZ$ и $OUVW$ необходимо выполнить некоторую последовательность конечных поворотов (на рис. 1.10 начала систем координат для удобства изображены несовпадающими, в действительности же они находятся в одной точке

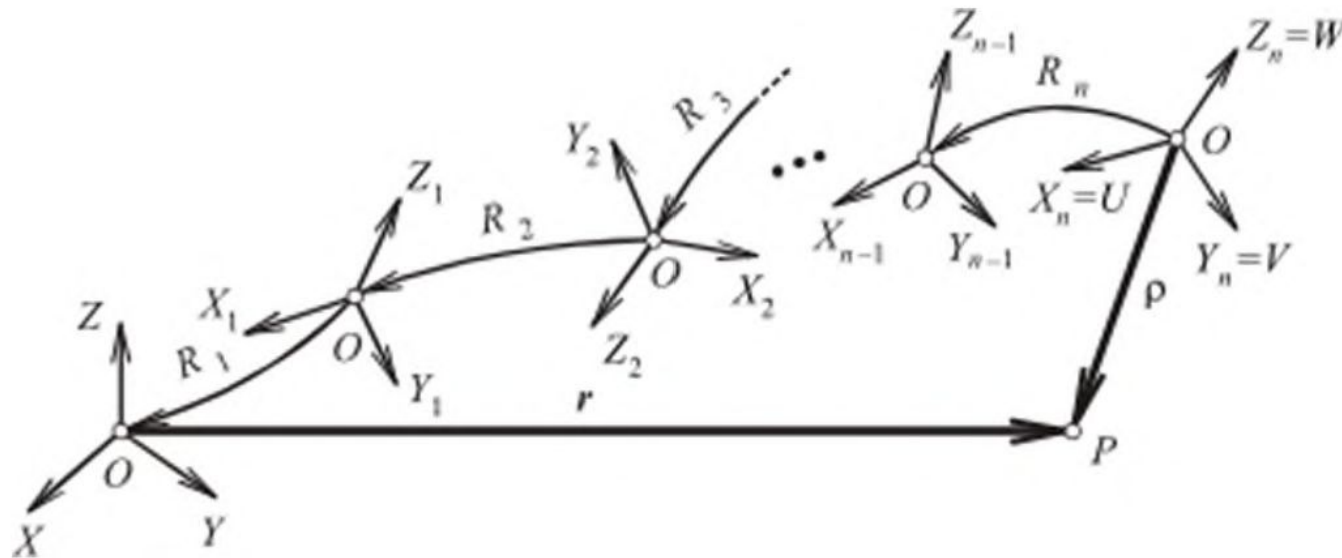


Рис. 1.10. Последовательность поворотов, преобразующих систему координат $OXYZ$ в систему координат $OUVW$:

R_1, R_2, \dots, R_n — матрицы элементарных поворотов

OXYZ и OUVW:

$$OXYZ = OX_0Y_0Z_0 \xrightarrow{R_0} OX_1Y_1Z_1 \xrightarrow{R_1} OX_2Y_2Z_2 \xrightarrow{\dots} OX_nY_nZ_n = OUVW:$$

Введем вектор ρ_i , задающий положение точки P_i в системе координат $OX_i Y_i Z_i$. Зная матрицы поворота R_i для каждого преобразования

$$\rho_i = R_{i+1} \rho_{i+1}, \quad (1.13)$$

получаем результирующую матрицу поворота R , используя соотношение

$$r = R \rho,$$

где $\rho = \rho_n$ - вектор, задающий положение точки в системе координат OUVW; $r = \rho_0$ - вектор, задающий искомое положение точки в системе координат OXYZ.

Используя выражение (1.13), нетрудно найти

$$r = \rho_0 = R_1 R_2 \dots R_n \rho_n = R \rho,$$

где

$$R = R_1 R_2 \dots R_n \quad (1.14)$$

- матрица с

Соотношение (1.14) решает задачу.

Следует обратить внимание на то, что при изменении последовательности поворотов получают разные выражения для результирующей матрицы поворота в силу некоммутативности операции перемножения матриц в выражении (1.14).

Формулы поворотов

- Последовательные повороты относительно **текущей (подвижной)** системы отсчёта выполняются путём последовательного умножения на матрицы поворота **справа**.

- Последовательные повороты относительно **абсолютной (неподвижной)** системы отсчёта выполняются путём последовательного умножения на матрицы поворота **слева**.

- Допустимо также комбинировать повороты относительно подвижной и неподвижной осей.

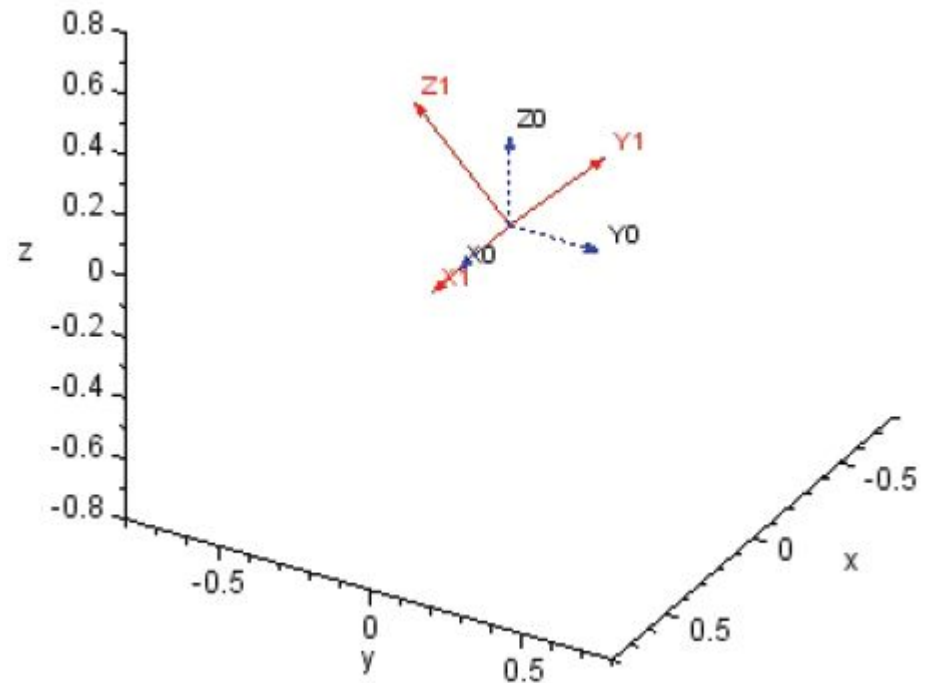
Сложное вращение

В случае, если несколько вращений выполняются последовательно, можно описать весь процесс вращения произведением матриц поворотов. Порядок умножения является существенным и определяется тем, какая с.к. поворачивается – текущая с.к. или мировая с.к..

Ключевое слово здесь - "текущая с.к.", поэтому сначала мы объясним, что это такое. Допустим, 3 последовательных вращения. Начиная с $\{0\}$, мировой ск, мы поворачиваем его для создания $\{1\}$. В данный момент $\{1\}$ называется текущей ск. Так что если мы повернем $\{1\}$ для создания $\{2\}$, этот поворот выполняется w.r.t. (with respect to) текущей ск. Теперь текущая ск $\{2\}$. Если мы повернем $\{2\}$ для создания $\{3\}$, то это последнее вращение.

Для визуализации вращений кадра используется поворот для неподвижного изображения и анимацию для движения. Например, предположим, что мы хотим видеть поворот на 45 градусов относительно оси X. Это реализовано следующими командами

```
-->R1=rotx(pi/4);  
-->trplot(R1,'world');  
-->tranimate(R1, 'world');  
Generating trajectory (this  
process takes some time)  
Generating animation data  
.....  
.....  
Enter [Y] to replay,[s] to  
change speed, any other key to  
quit:
```



Советы: чтобы закрыть текущее графическое окно Scilab, введите close. Иногда у вас так много окон открыты, закрыть их все сразу, используйте xdel(winsid());

R1 = rotx(%pi/4)

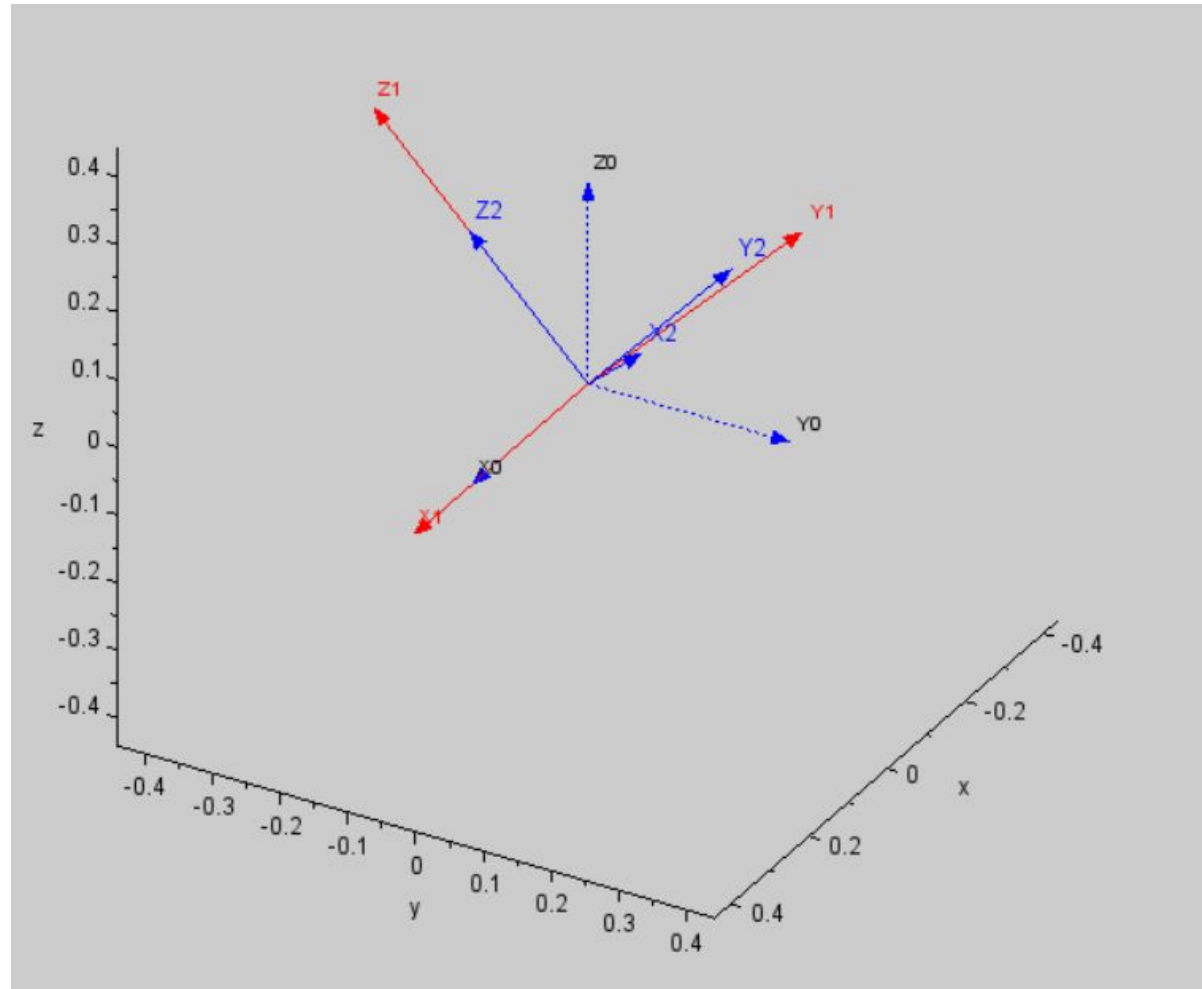
R1=

```
1. 0. 0.
0. 0.7071068 -0.7071068
0. 0.7071068 0.7071068
```

--> R2=rotz(%pi/6)

R2 =

```
0.8660254 -0.5 0.
0.5 0.8660254 0.
0. 0. 1.
```



Последовательность поворотов

--> R1 = rotx(%pi/4)

R1 =

```
1.  0.      0.
0.  0.7071068 -0.7071068
0.  0.7071068  0.7071068
```

--> R2=rotz(%pi/6)

R2 =

```
0.5      -0.8660254  0.
0.8660254  0.5      0.
0.         0.         1.
```

--> R=R1*R2

R =

```
0.8660254 -0.5      0.
0.3535534 0.6123724 -0.7071068
0.3535534 0.6123724  0.7071068
```

--> a=[1;0;0]

a =

```
1.
0.
0.
```

--> a3=R*a

a3 =

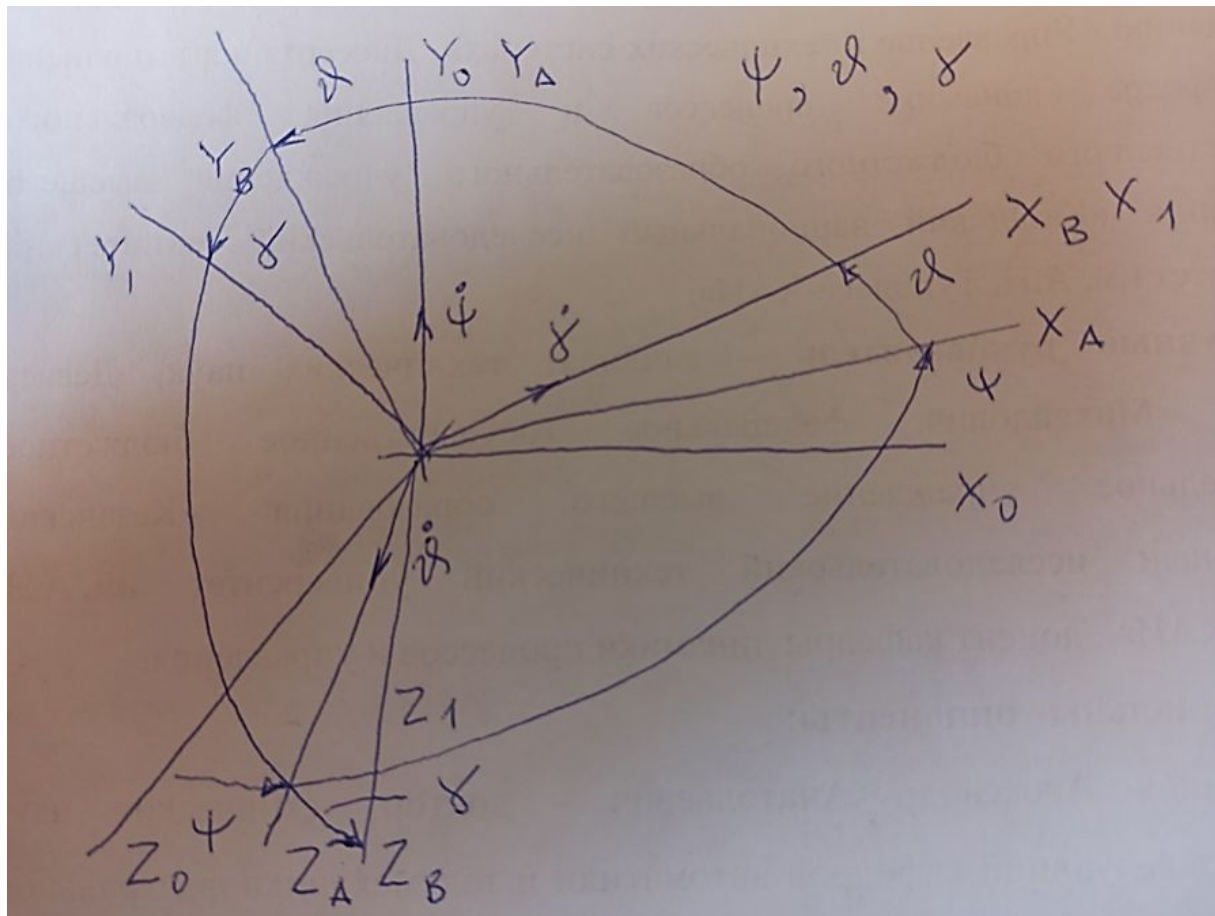
```
0.8660254
0.3535534
0.3535534
```

--> a3=R1*R2*a

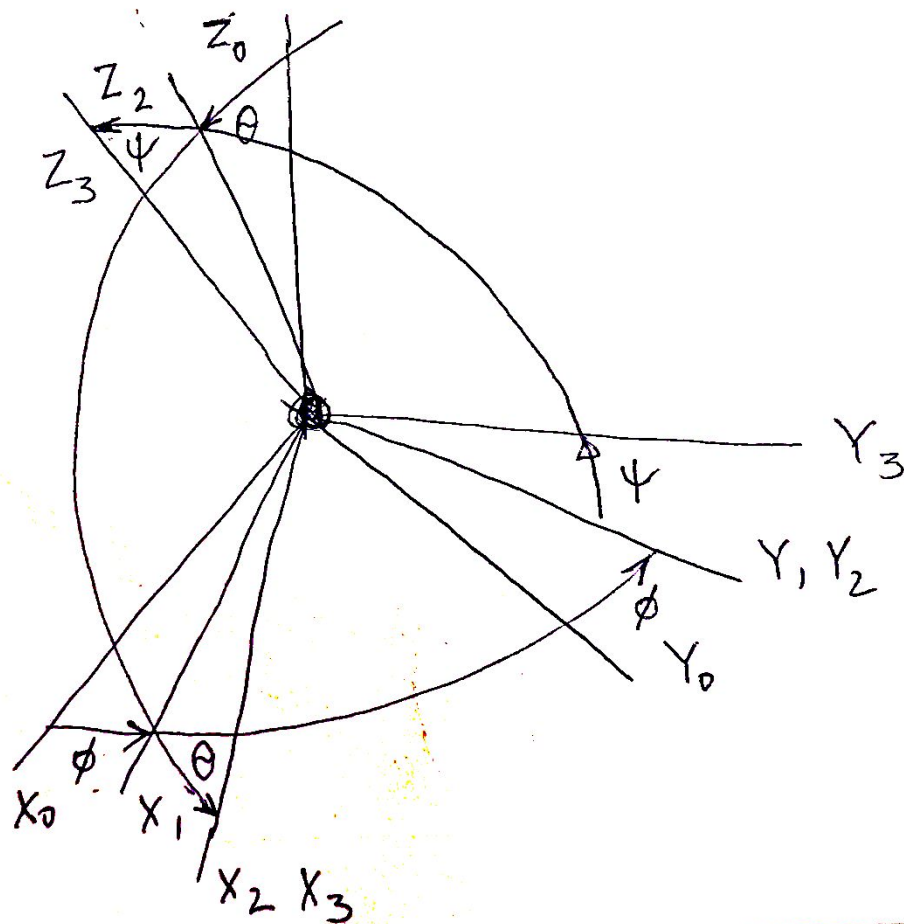
a3 =

```
0.8660254
0.3535534
0.3535534
```

По ГОСТУ РФ для ЛА. Последовательность поворотов ψ (рыскание, ось OY_0), θ (тангаж, ось OZ_a), γ (крен, ось OX_b).



Результирующая матрица поворотов в последовательности $OZ_0(\varphi)$, $OY(\Theta)$, $OX(\psi)$



Повороты относительно z, y, x

$$R_x\psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix}$$

Переход к СК 0 от СК 3: от СК 3 к СК2, от СК2 к СК1, от СК1 к СК 0

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = R_x\psi \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix}$$

$$R_y\Theta = \begin{pmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = R_y\Theta \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = R_y\Theta R_x\psi \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix}$$

$$R_z\phi = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = R_z\phi \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = R_z\phi R_y\Theta R_x\psi \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

$$R = R_z\phi R_y\Theta R_x\psi$$

$$R = \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta & -s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi & s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi \\ s_\phi c_\theta & c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi & -c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi \\ -s_\theta & c_\theta s_\psi & c_\theta c_\psi \end{bmatrix}$$

Матрицы поворота и функции SCILAB

$$R_{x\psi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix}$$

$$R_{y\Theta} = \begin{pmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{pmatrix}$$

$$R_{z\varphi} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы поворота
относительно осей

```
x,y,z R=rotz(30,'deg')
```

R =

```
0.8660254 -0.5 0.
0.5 0.8660254 0.
0. 0. 1.
```

```
-->R=roty(30,'deg')
```

R =

```
0.8660254 0. -0.5
0. 1. 0.
-0.5 0.8660254 0.
```

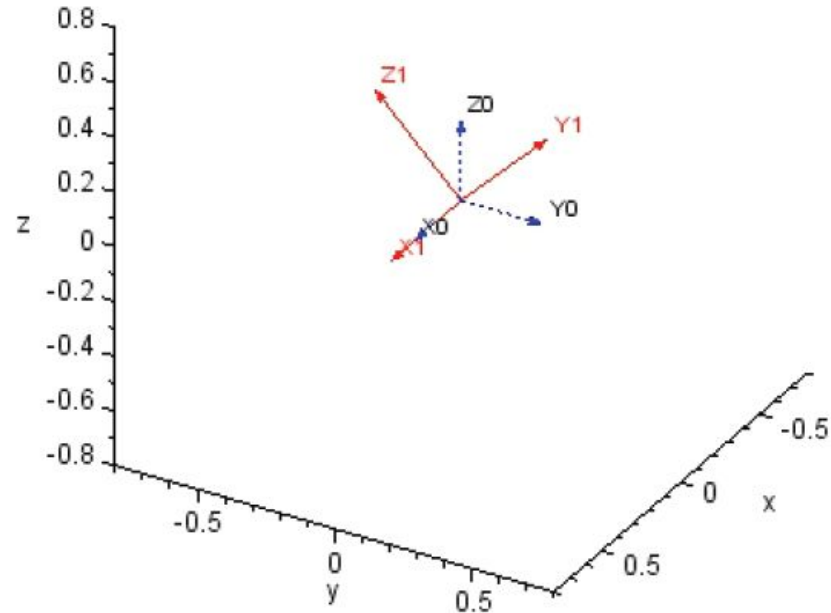
```
-->R=rotx(%pi/2)
```

R =

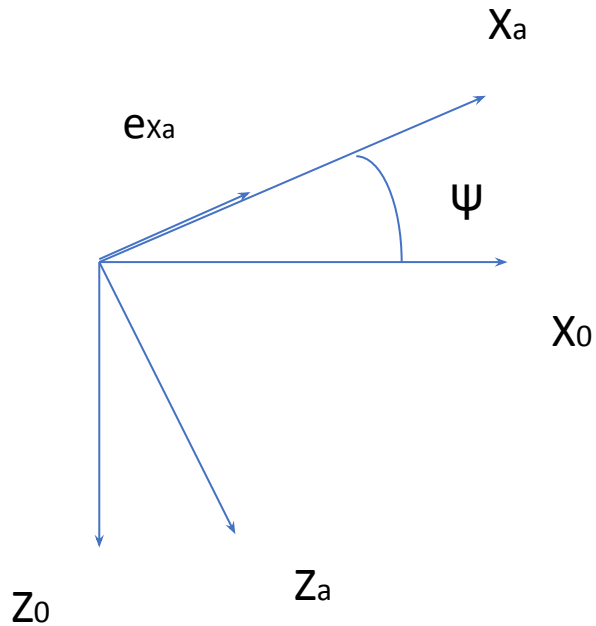
```
1. 0. 0.
0. 0. -1.
0. 1. 0.
```

Визуализация и анимация поворота на 45
градусов

```
-->R=rotx(pi/4);
-->trplot(R,'world');
-->tranimate(R, 'world');
//world
```



1-й поворот относительно Y



e_{X_a} в проекции на X_0, Y_0

$$\begin{aligned} \rightarrow X_0 &= R_1 * X_a \\ X_0 &= \\ &0.7071068 \\ &0. \\ &-0.7071068 \end{aligned}$$

Матрицу слева умножаем на 1-й вектор вдоль оси X_a .
Получаем вектор X_0 в проекциях на оси $X_0 Y_0 Z_0$

$$1 \rightarrow R_1 = \text{roty}(\pi/4)$$

$$R_1 =$$

$$\begin{bmatrix} 0.7071068 & 0. & 0.7071068 \\ 0. & 1. & 0. \\ -0.7071068 & 0. & 0.7071068 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow X_a = [1; 0; 0]$$

$$X_a = \begin{bmatrix} 1. \\ 0. \\ 0. \end{bmatrix}$$

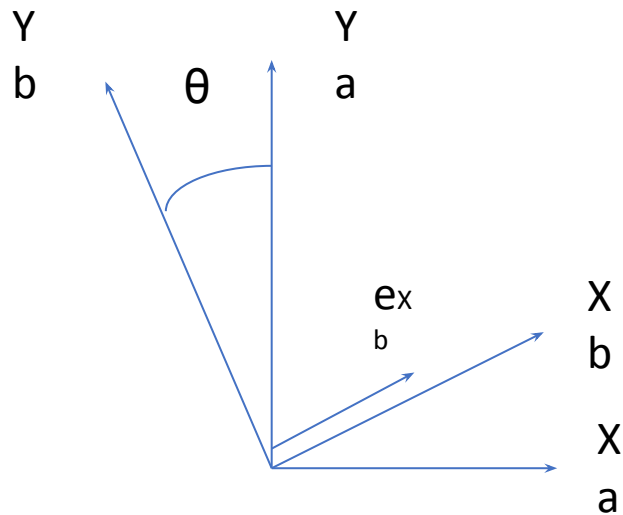
e_{X_a} в проекции на X_a, Y_a

Транспонированную матрицу умножаем на вектор X_0 .
Получаем исходный 1-й вектор вдоль X_a

$$\rightarrow X = R_1' * X_0$$

$$X = \begin{bmatrix} 1. \\ 0. \\ 4.266D-17 \end{bmatrix}$$

2-й поворот относительно Z



--> $R2 = \text{rotz}(\pi/6)$

$R2 =$

0.8660254	-0.5	0.
0.5	0.8660254	0.
0.	0.	1.

--> $XB = [1; 0; 0]$

$XB =$

1.
0.
0.

Проекция на $X_b Y_b$

Проекция на $X_a Y_a$

--> $A = R2 * XB$

$A =$

0.8660254
0.5
0.

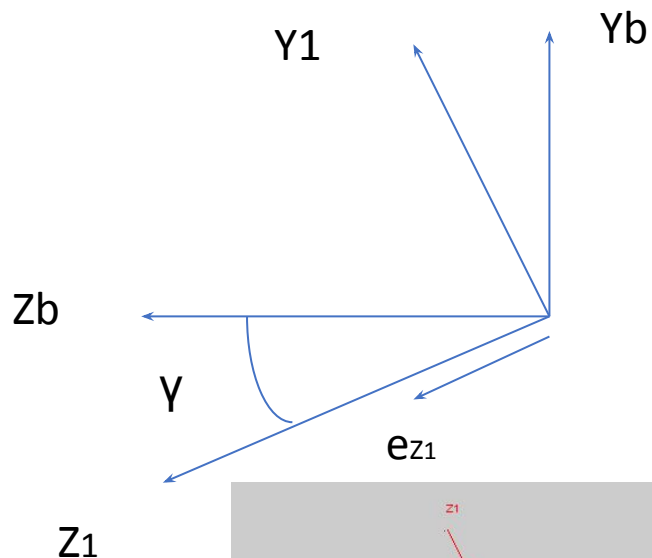
Обратно на $X_b Y_b$

--> $R2' * A$

ans =

1.
7.437D-18
0.

3-й поворот относительно X



--> $R3 = \text{rotx}(\pi/6)$

$R3 =$

1.	0.	0.
0.	0.8660254	-0.5
0.	0.5	0.8660254

--> $Z1 = [0; 0; 1]$

$Z1 =$

0.
0.
1.

--> $RB = R3 * Z1$

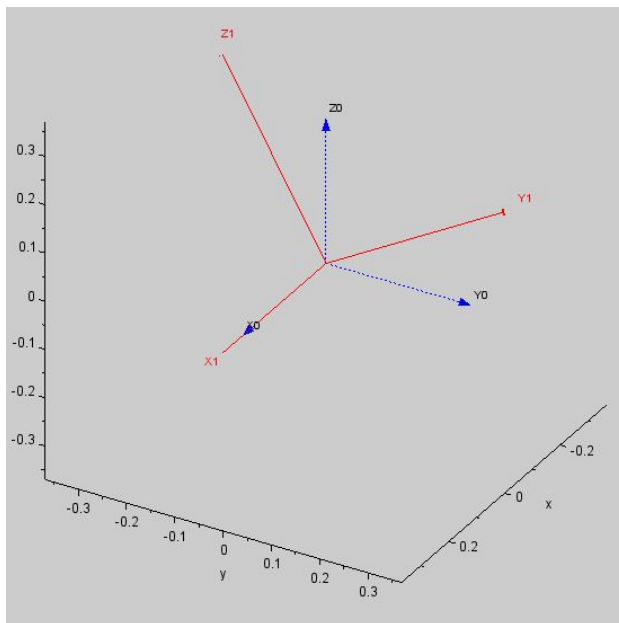
$RB =$

0.
-0.5
0.8660254

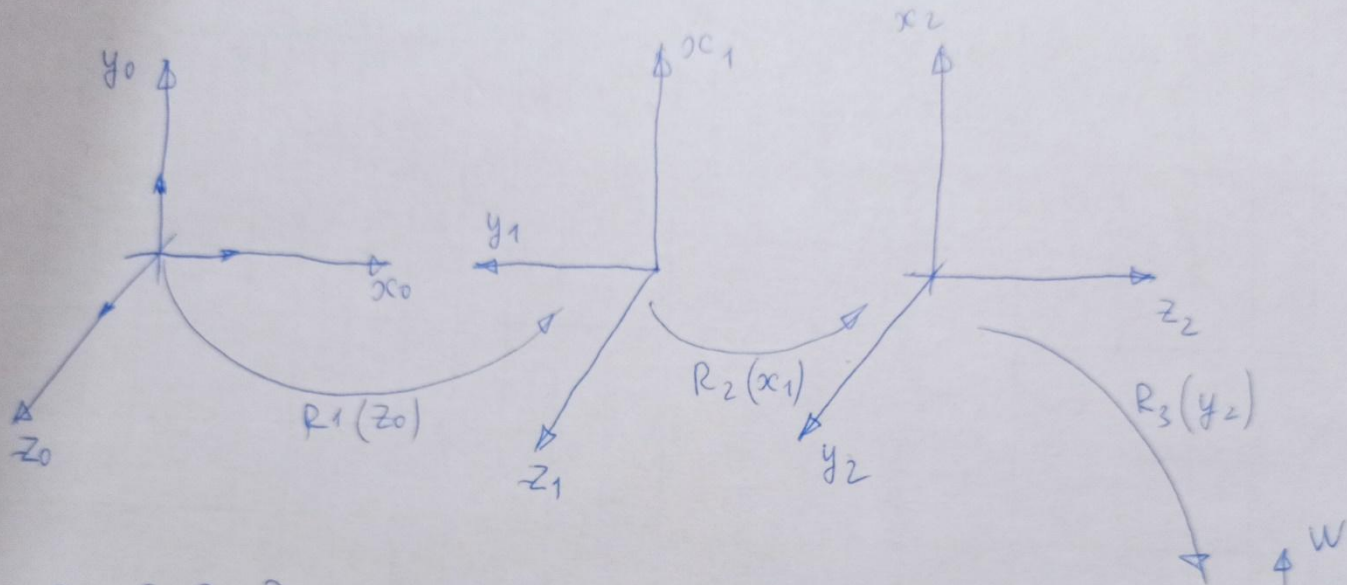
--> $Z1 = R3' * RB$

$Z1 =$

0.
0.
1.



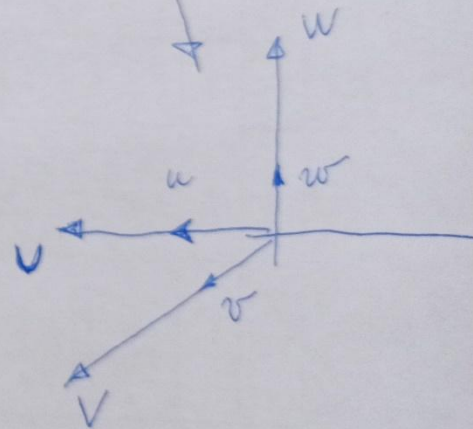
Пример.3 последовательных поворота на 90° (Z,X,Y)



$$R = R_1 R_2 R_3$$

$$u = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad v = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad w = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = Ru; \quad \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = Rv; \quad \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = Rw$$



Расчет 3-х последовательных поворотов (Z,X,Y) через функции RTSX

--> R1=rotz(%pi/2)

R1 =

0. -1. 0.
1. 0. 0.
0. 0. 1.

u =

1.
0.
0.

--> R*u

ans =

-1.
0.
0.

--> R2=rotx(%pi/2)

R2 =

1. 0. 0.
0. 0. -1.
0. 1. 0.

v =

0.
1.
0.

--> R*v

ans =

0.
0.
1.

--> R3=roty(%pi/2) --> R=R1*R2*R3

R3 =

0. 0. 1.
0. 1. 0.
-1. 0. 0.

w =

0.
0.
1.

--> R*w

ans =

0.
1.
0.

Типовые вращения. Углы Эйлера

Существуют различные способы совмещения произвольным образом расположенных систем координат $OXYZ$ и $OUVW$. В качестве иллюстрации описанных вращений рассмотрим два основных способа: три последовательных элементарных поворота (преобразование Эйлера) и поворот вокруг произвольного вектора.

Преобразовании Эйлера (углы Эйлера). Пусть для совмещения систем координат $OXYZ$ и $OUVW$ необходимо выполнить в соответствии с (1.12) такую последовательность поворотов (рис. 1.11).

1. Поворот системы координат $OXYZ$ вокруг оси Z на угол φ (получим систему координат $OX_1Y_1Z_1$ $Z_1=Z$).
2. Поворот системы координат $OX_1Y_1Z_1$, вокруг Y_1 , на угол θ (получим систему координат $OX_2Y_2Z_2$ $Z_2=Z_1$).
3. Поворот системы координат $OX_2Y_2Z_2$, вокруг Z , на угол ψ (получим систему координат $OX_3Y_3Z_3=UVW$).

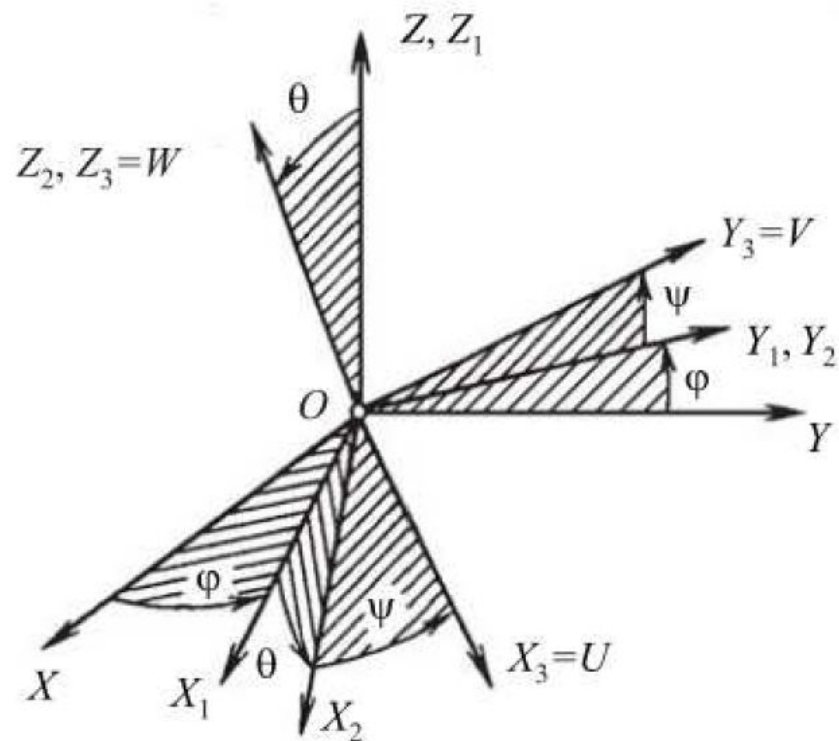
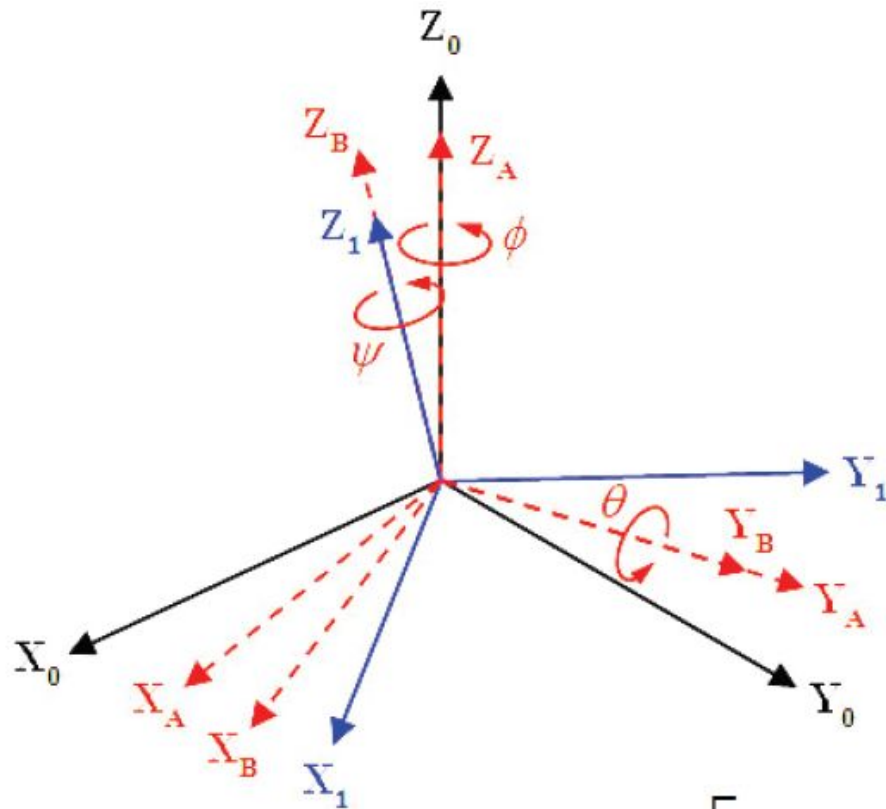


Рис. 1.11. Углы Эйлера

Представления для вращения в последовательности Z0 Ya Zb



Число степеней свободы вращения объекта в пространстве не более 3, поэтому требуются только три независимых параметра.

В общем случае, используются углы Эйлера, которые просто выводятся из трех последовательных базовых вращений относительно текущих осей координат в определенном порядке. Существуют варианты такого порядка (всего двенадцать на выбор). Здесь мы приведем пример последовательности ZYZ, показанной на рисунке, обычно используемой в механике.

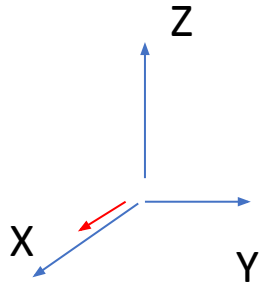
Процесс начинается с вращения на ϕ системы $\{0\}$, чтобы получить $\{A\}$, затем на θ , чтобы получить $\{B\}$, и заканчивая ψ , чтобы получить $\{1\}$

$$R = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi c_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta \\ s_\phi c_\theta c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi c_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{bmatrix}$$

Тогда результирующую матрицу поворота запишем в виде

$$\begin{aligned}
 R_{\varphi, \theta, \psi} &= \text{Euler}(\varphi, \theta, \psi) = R_{Z, \varphi} R_{Y, \theta} R_{Z, \psi} = \\
 &= \begin{pmatrix} c_\varphi & -s_\varphi & 0 \\ s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} c_\varphi c_\theta c_\psi - c_\varphi s_\psi & -c_\varphi c_\theta s_\psi - s_\varphi c_\psi & c_\varphi s_\theta \\ s_\varphi c_\theta c_\psi + c_\varphi s_\psi & -s_\varphi c_\theta s_\psi + c_\varphi c_\psi & s_\varphi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{pmatrix}. \tag{1.15}
 \end{aligned}$$

Проверка. Повороты на 90

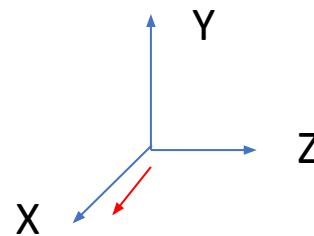
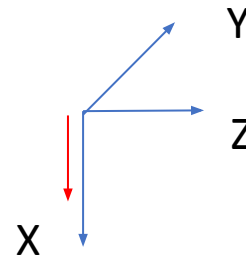
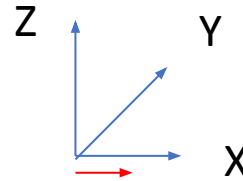


```

--> FI=%pi/2
FI =
    1.5707963

--> TET=%pi/2
TET =
    1.5707963

--> PSI=-%pi/2
PSI =
   -1.5707963
    
```



--> R1=rotz(FI)

```

R1 =
    0. -1.  0.
    1.  0.  0.
    0.  0.  1.
    
```

--> R2=roty(TET)

```

R2 =
    0.  0.  1.
    0.  1.  0.
   -1.  0.  0.
    
```

--> R3=rotz(PSI)

```

R3 =
    0.  1.  0.
   -1.  0.  0.
    0.  0.  1.
    
```

R = eul2r([FI, TET, PSI])

```

R =
    1.  0.  0.
    0.  0.  1.
    0. -1.  0.
    
```

u =

```

    1.
    0.
    0.
    
```

R*u
ans =

```

    1.
    0.
    0.
    
```

--> R1*R2*R3

```

ans =
    1.  0.  0.
    0.  0.  1.
    0. -1.  0.
    
```

-->R = rotz(0.3)*roty(0.4)*rotz(0.5)

R =

0.6305253 - 0.6812010 0.3720256

0.6968838 0.7078908 0.1150810

- 0.3417467 0.1866971 0.9210610

ИЛИ

-->R = eul2r([0.3, 0.4, 0.5])

R =

0.6305253 - 0.6812010 0.3720256

0.6968838 0.7078908 0.1150810

- 0.3417467 0.1866971 0.9210610

Обратное преобразование

-->E=tr2eul(R)

E =

0.3 0.4 0.5

Для отрицательного θ

-->R=eul2r([0.3, -0.4, 0.5])

R =

0.6305253 - 0.6812010 - 0.3720256

0.6968838 0.7078908 - 0.1150810

0.3417467 - 0.1866971 0.9210610

-->tr2eul(R)

ans =

- 2.8415927 0.4 - 2.6415927

Обратная функция возвращает другой набор углов Эйлера. Этот набор также является действительными углами

Эйлера для заданного R

-->eul2r(ans)

ans =

0.6305253 - 0.6812010 - 0.3720256

0.6968838 0.7078908 - 0.1150810

0.3417467 - 0.1866971 0.9210610

ОДНОРОДНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Однородное преобразование

- Для вычисления кинематики робота необходимо математически описать отношение некоторого положения и угла объекта, скажем, конечного звена руки робота, к опорной координате. Для сложного манипулятора эту связь, как правило, трудно найти за один шаг. Вместо этого промежуточные оси координат, называемые в учебниках по робототехнике кадрами (или позами), последовательно располагаются между соседними шарнирами. Затем вычисляется общая кинематика как произведение матриц, представляющих взаимосвязь между кадрами, от основания к основанию. Под однородным преобразованием понимается математика, используемая для формирования матрицы, описывающей расположение и ориентацию по отношению к другому кадру.
- В общем случае для описания связи между двумя системами координат (с.к.) в трехмерном пространстве требуется шесть степеней свободы: 3 - для ориентации и 3 - для расположения. В данной главе мы начнем с отдельного обсуждения вращения и перемещения с.к., а затем объединим их в однородную матрицу преобразования.

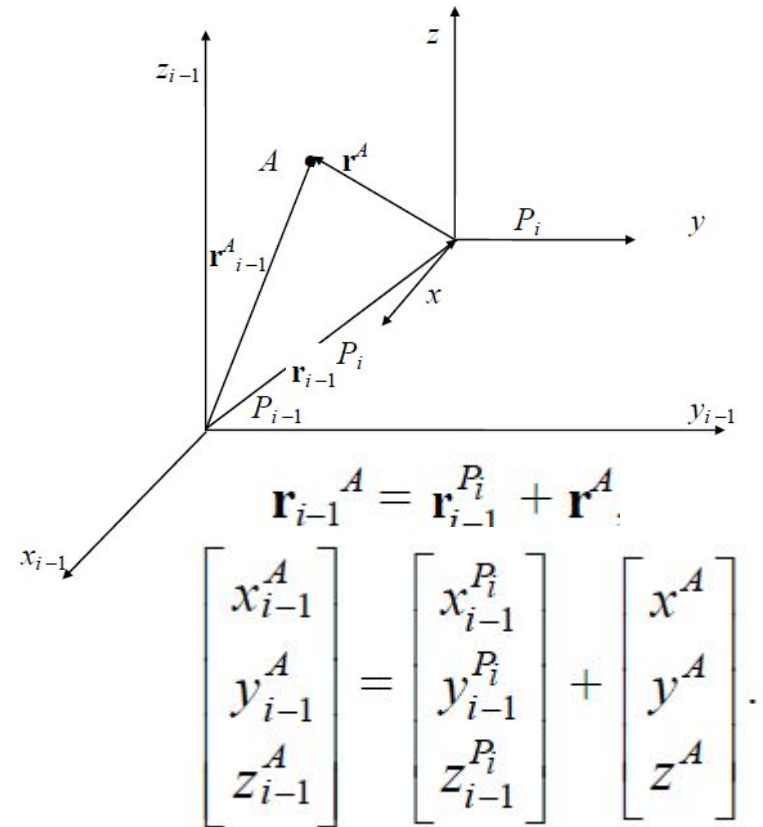
КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Рассмотрим случай, когда система $P_i x y z$ движется поступательно относительно неподвижной системы $P_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$. Мы получили формулу для вычисления координат точки A в системе $P_i x y z$. Они образуют вектор:

$$\mathbf{r}^A = \begin{bmatrix} x^A \\ y^A \\ z^A \end{bmatrix}.$$

Теперь перед нами стоит задача вычисления координат точки A в системе $P_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$. Эти координаты будут описываться вектором

$$\mathbf{r}_{i-1}^A = \begin{bmatrix} x_{i-1}^A \\ y_{i-1}^A \\ z_{i-1}^A \end{bmatrix}.$$



С помощью этой формулы можно вычислить координаты произвольной точки в $(i - 1)$ -й системе координат, если мы знаем, как изменяются координаты этой точки в системе $O_i x y z$.

КИНЕМАТИКА ПРОИЗВОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

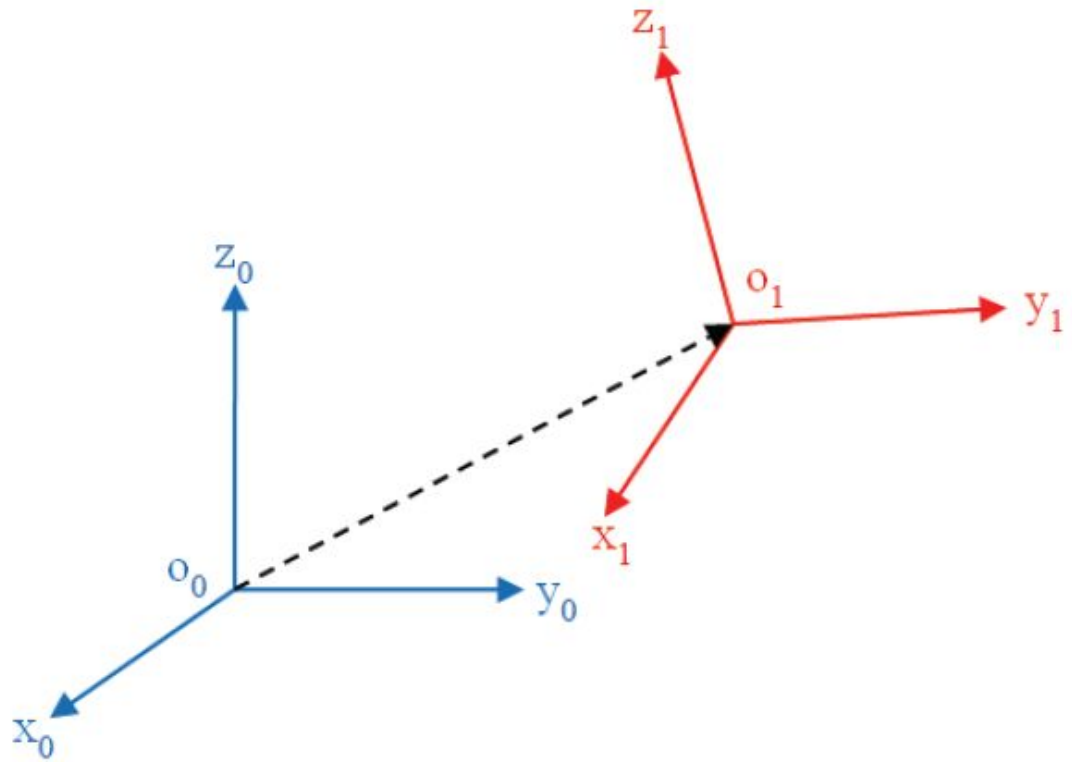
$$\begin{bmatrix} x_{i-1}^A \\ y_{i-1}^A \\ z_{i-1}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i-1}^{P_i} \\ y_{i-1}^{P_i} \\ z_{i-1}^{P_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{b}_1, \mathbf{e}_1) & \cos(\mathbf{b}_2, \mathbf{e}_1) & \cos(\mathbf{b}_3, \mathbf{e}_1) \\ \cos(\mathbf{b}_1, \mathbf{e}_2) & \cos(\mathbf{b}_2, \mathbf{e}_2) & \cos(\mathbf{b}_3, \mathbf{e}_2) \\ \cos(\mathbf{b}_1, \mathbf{e}_3) & \cos(\mathbf{b}_2, \mathbf{e}_3) & \cos(\mathbf{b}_3, \mathbf{e}_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i^A \\ y_i^A \\ z_i^A \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} x_{i-1}^A \\ y_{i-1}^A \\ z_{i-1}^A \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{b}_1, \mathbf{e}_1) & \cos(\mathbf{b}_2, \mathbf{e}_1) & \cos(\mathbf{b}_3, \mathbf{e}_1) & x_{i-1}^{P_i} \\ \cos(\mathbf{b}_1, \mathbf{e}_2) & \cos(\mathbf{b}_2, \mathbf{e}_2) & \cos(\mathbf{b}_3, \mathbf{e}_2) & y_{i-1}^{P_i} \\ \cos(\mathbf{b}_1, \mathbf{e}_3) & \cos(\mathbf{b}_2, \mathbf{e}_3) & \cos(\mathbf{b}_3, \mathbf{e}_3) & z_{i-1}^{P_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i^A \\ y_i^A \\ z_i^A \\ 1 \end{bmatrix}.$$

По формуле можно вычислить координаты любой точки (а следовательно, и всех точек) в $(i - 1)$ -й системе координат, если мы знаем координаты этой точки в i -й системе координат, которая может двигаться произвольно. Тем самым мы подтвердили известный в механике закон, утверждающий, что положение твердого тела, произвольно перемещающегося в пространстве, определяется шестью величинами.

Однородное преобразование для звеньев манипулятора

До сих пор мы обсуждали только вращение между двумя системами координат (с.к.). При анализе роботов с.к. прикрепляются к каждому звену робота, поэтому их начала не совпадают. На рисунке показана общая взаимосвязь между двумя с.к., состоящая из поворота и перемещения. Для описания таких отношений будет использоваться однородное преобразование



Сложные преобразования

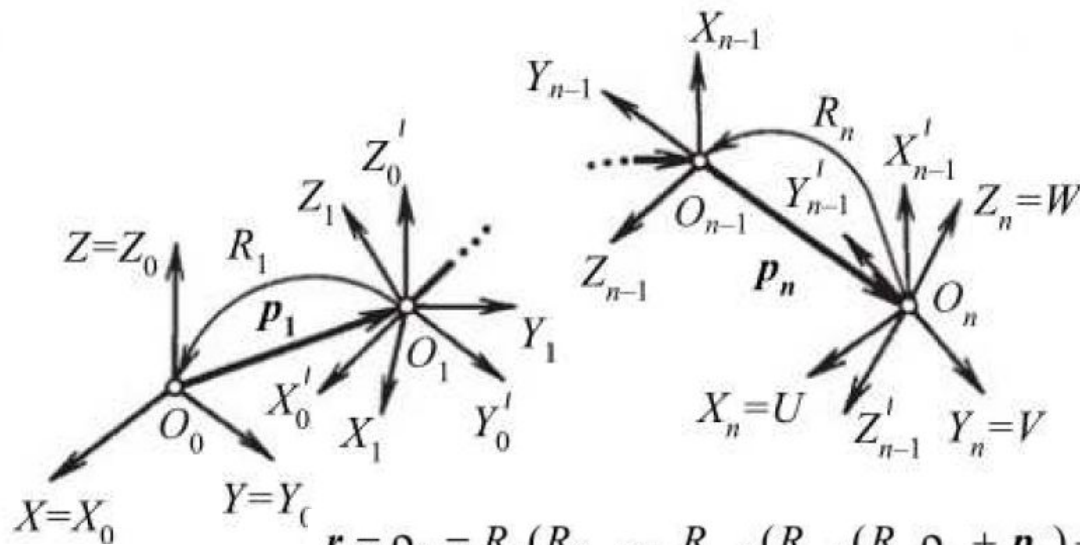
Пусть для совмещения абсолютной и подвижной систем координат в силу каких-либо причин необходимо совершить последовательность не только поворотов, но и переносов

$$\begin{aligned}
 OXYZ = O_0X_0Y_0Z_0 &\xrightarrow{P_1} O_1X'_0Y'_0Z'_0 \xrightarrow{R_1} O_1X_1Y_1Z_1 \xrightarrow{P_2} \\
 &\xrightarrow{P_2} O_2X'_1Y'_1Z'_1 \xrightarrow{R_2} O_2X_2Y_2Z_2 \xrightarrow{P_3} \dots \xrightarrow{P_{n-1}} \\
 &\xrightarrow{P_{n-1}} O_{n-1}X'_{n-2}Y'_{n-2}Z'_{n-2} \xrightarrow{R_{n-1}} O_{n-1}X_{n-1}Y_{n-1}Z_{n-1} \xrightarrow{P_n} \\
 &\xrightarrow{P_n} O_nX'_nY'_nZ'_n \xrightarrow{R_n} O_nX_nY_nZ_n = O_nUVW. \quad (1.19)
 \end{aligned}$$

В последовательности преобразований (1.19) p_i — векторы переносов заданы в системе координат $O_{i-1}X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$, а R_i - матрица поворота определяет переход от системы координат $O_iX_iY_iZ_i$ к системе координат $O_{i-1}X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$, к системе координат $O_iX_iY_iZ_i$. Последнее верно, поскольку $O'_{i-1}X'_{i-1}Y'_{i-1}Z'_{i-1}$ и $O_{i-1}X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$ имеют параллельные оси). В соответствии с (1.3) имеем

$$p_i = R_{i+1} p_{i+1} + p_{i+1}. \quad (1.20)$$

Преобразование системы координат OXYZ в OUVW путем последовательных переносов и вращений



$$\mathbf{r} = \rho_0 = R_1(R_2 \dots R_{n-2}(R_{n-1}(R_n \rho_n + \mathbf{p}_n) + \mathbf{p}_{n-1}) + \mathbf{p}_{n-2}) + \dots + \mathbf{p}_2) + \mathbf{p}_1 =$$

$$= R \rho_n + \mathbf{p}, \quad (1.21)$$

где R — суммарная матрица поворота; \mathbf{p} — вектор переноса:

$$R = R_1 R_2 \dots R_n, \quad (1.22)$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + R_1 \mathbf{p}_2 + R_1 R_2 \mathbf{p}_3 + \dots + R_1 R_2 \dots R_{n-1} \mathbf{p}_n. \quad (1.23)$$

Однородные координаты и векторы

В робототехнике широко используют аппарат однородных преобразований для описания вращений и переносов, т. е. тех движений, которые допускаются сочленениями манипулятора. Пусть некоторая точка M в декартовом пространстве имеет координаты (a, b, c) . Тогда соответствующий ей вектор p можно представить в виде $p = (a, b, c)^T$.

Однородными координатами этой точки с декартовыми координатами (a, b, c) называют четверку чисел (x, y, z, w) , такую, что справедливы сле $x = aw, y = bw, z = cw$; 1Я:

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 \neq 0.$$

Очевидно, что однородные координаты определены неоднозначно:

если a, b, c, d — однородные координаты некоторой точки, то

$\lambda a, \lambda b, \lambda c, \lambda d$ — однородные координаты той же точки ($\lambda \neq 0$). Таким образом, каждой точке декартова пространства можно поставить в соответствие четверку чисел, являющихся ее однородными координатами. Обратное, вообще говоря, неверно, если не исключить случай $\lambda = 0$.

Если в представлении, использующем однородные координаты, выбрать $\lambda = 1$, то координаты (a, b, c) соответствуют $(a, b, c, 1)$.

Можно считать, что однородные координаты вида $(a, b, c, 0)$ имеет точка в декартовом пространстве, бесконечно удаленная в направлении вектора $p = (a, b, c)$. Тогда для однородных ортов получаем следующее соответствие:

- $(1, 0, 0, 0)$ - бесконечно удаленная точка в направлении оси X;
- $(0, 1, 0, 0)$ — бесконечно удаленная точка в направлении оси Y;
- $(0, 0, 1, 0)$ — бесконечно удаленная точка в направлении оси Z;
- $(0, 0, 0, 1)$ — начало системы координат.

Однородный вектор задается как и обычный, т.е. если однородные координаты точки представлены четверкой (a, b, c, d) , то соответствующий однородный вектор имеет вид

$$p = (a, b, c, d)^T$$

Основные операции, осуществляемые над однородными векторами.

1. Сложение

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= (a_1, b_1, c_1, d_1)^T, \\ \mathbf{r}_2 &= (a_2, b_2, c_2, d_2)^T, \quad d_1, d_2 \neq 0, \end{aligned} \tag{1.24}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = \left(\frac{a_1}{d_1} + \frac{a_2}{d_2}, \frac{b_1}{d_1} + \frac{b_2}{d_2}, \frac{c_1}{d_1} + \frac{c_2}{d_2}, 1 \right)^T.$$

2. Умножение на скаляр

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= (a_1, b_1, c_1, d_1)^T, \\ \mathbf{r} = \lambda \mathbf{r}_1 &= \left(\lambda \frac{a_1}{d_1}, \lambda \frac{b_1}{d_1}, \lambda \frac{c_1}{d_1}, 1 \right)^T, \end{aligned}$$

3. Скалярное произведение

$$\mathbf{r} = (\lambda a_1, \lambda b_1, \lambda c_1, d_1)^T. \tag{1.25}$$

Векторное произведение

Длина однородного вектора

Вектор $\mathbf{r} = (a, b, c, d)^T$:

$$|\mathbf{r}| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{|d|}. \quad (1.28)$$

Однородные преобразования

Однородными преобразованиями называют преобразования однородного вектора, осуществляющие его поворот, перенос, масштабирование, перспективное проектирование.

Пусть ρ - однородный вектор. Тогда однородное преобразование осуществляется следующим образом:

$$\rho' = T\rho, \quad (1.29)$$

где T - матрица однородного преобразования 4x4 (или однородная матрица):

$$T = \begin{pmatrix} R & \mathbf{p} \\ \mathbf{f}^T & m \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{ccc|c} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ \hline f_1 & f_2 & f_3 & m \end{array} \right). \quad (1.30)$$

Здесь K - матрица поворота 3x3; \mathbf{p} - вектор переноса; f_1, f_2, f_3 - вектор, связанный с вектором центрального проектирования; m - коэффициент масштабирования.

Действия при однородных преобразованиях

Сдвиг. Пусть однородная матрица имеет вид

$$T_{ca}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & 0 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

Тогда

$$\rho' = T_{ca}(\mathbf{p})\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & 0 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + p_1 \\ b + p_2 \\ c + p_3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Это соответствует сдвигу на \mathbf{p}

$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r} + \mathbf{p}.$$

Поворот. Пусть однородная матрица имеет вид

$$T_{\text{пов}}(R) = \begin{pmatrix} & & & 0 \\ & R & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\rho' = T_{\text{пов}}(R)\rho = \begin{pmatrix} & & & 0 \\ & R & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11}a + r_{12}b + r_{13}c \\ r_{21}a + r_{22}b + r_{23}c \\ r_{31}a + r_{32}b + r_{33}c \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, преобразование обеспечивает операцию поворота:

$$r \rightarrow Rr.$$

Перспективное (центральное) проектирование. Пусть однородная матрица имеет вид

$$T_{\text{пер}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ f_1 & f_2 & f_3 & 1 \end{pmatrix}^{\lambda}, \quad \rho' = T_{\text{пер}}(f)\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ f_1 & f_2 & f_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ af_1 + bf_2 + cf_3 + 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, однородное преобразование, определяемое матрицей изменяет вектор r следующим образом:

$$r \rightarrow r / (1 + r^1 f) \dots (1.36)$$

Соотношение (1.36) задает преобразование центрального проектирования.

4. Масштабирование.

Пусть однородная матрица имеет вид

$$T_{\text{масш}}(m) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{pmatrix}$$

Тогда

$$\rho' = T_{\text{масш}}(m)\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ m \end{pmatrix}$$

$$r \rightarrow r/m.$$

Следовательно, матрица совершает преобразование

В дальнейшем будем использовать только операции поворота и сдвига, т. е. те однородные преобразования, которые задаются матрицей следующего

$$T = \begin{pmatrix} R & P \\ 000 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.39)$$

где R - матрица поворота 3×3 ; P - вектор переноса 3×1 .

Обратная матрица T^{-1} всегда существует, поскольку очевидно, что

$\det T = \det R \neq 0$:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} R^{-1} & -R^{-1}p \\ 0 & I \end{pmatrix}.$$

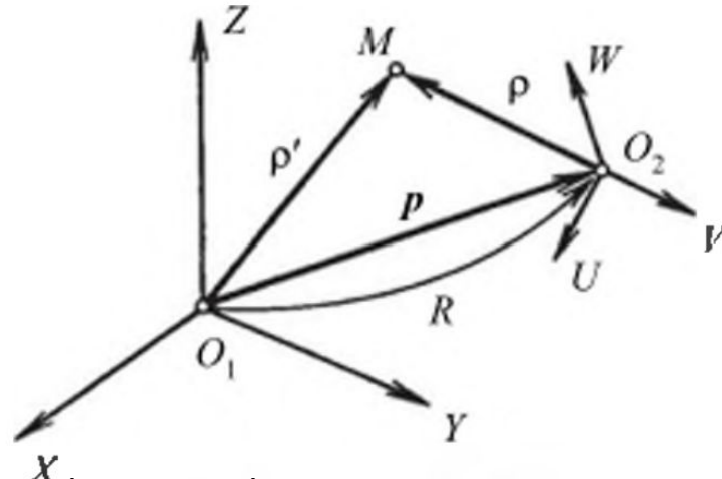
Множество однородных преобразований

преобразований

Пусть заданы абсолютная O_1XYZ и подвижная O_2UVW системы координат (рис. 1.14).

Будем считать, что ρ -однородный вектор в системе O_2UVW , задающий точку M , а T однородная матрица (1.39):

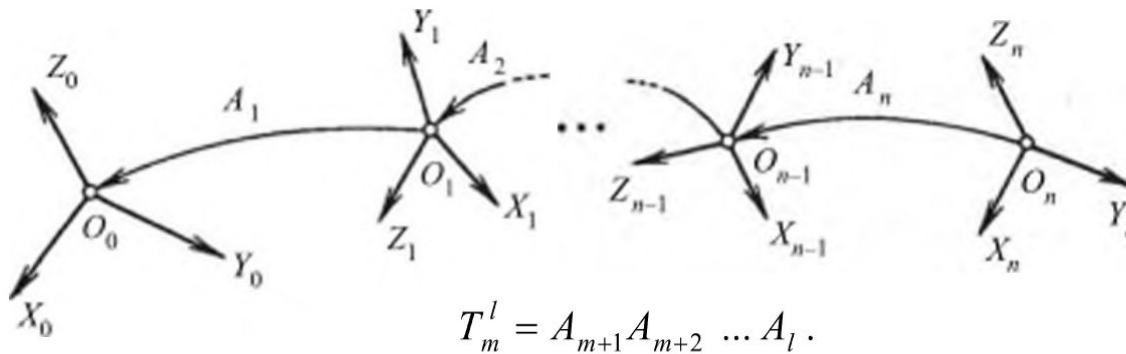
$$T = \begin{pmatrix} R & \rho \\ 000 & 1 \end{pmatrix}$$



При этом вектор ρ определяет начало (точку O_2) в системе координат O_1XYZ , а матрица R - поворот подвижной системы координат относительно абсолютной. Тогда однородный $\rho' = T\rho$, задающий точку M в абсолютной системе координат, имеет вид

а матрица T является матрицей перехода от системы координат O_2UVW к O_1XYZ . Сравнивая аналогичную формулу для обычных, неоднородных векторов и преобразований, видим, что преимущество заключается в том, что

Рассмотрим сложные однородные преобразования. Пусть $O_0X_0Y_0Z_0, O_1X_1Y_1Z_1, O_2X_2Y_2Z_2, \dots, O_nX_nY_nZ_n$ - произвольно расположенные системы координат, A_i - матрица перехода от системы координат $O_iX_iY_iZ_i$ к $O_{i-1}X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$



Тогда матрица перехода от $O_nX_nY_nZ_n$ к $O_0X_0Y_0Z_0$ имеет вид

В общем случае матрица перехода от l -й системы координат к t -й

($l > t$) имеет вид $T_0^n = A_1 A_2 \dots A_n.$

В общем случае матрица перехода от l -й системы координат к m -й

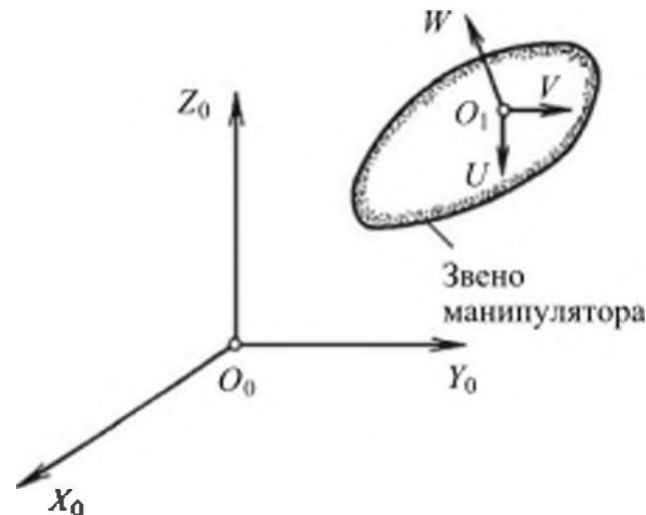
($l > m$) имеет вид

$$T_m^l = A_{m+1} A_{m+2} \dots A_l.$$

Определение положения и ориентации звеньев манипулятора

Любое звено манипулятора является твердым телом, имеющим в свободном движении шесть степеней свободы, и, следовательно, его положение относительно некоторой абсолютной системы координат полностью задается шестью параметрами

$$s = (u_1, u_2, \dots, u_6).$$



$u_1 = x$, $u_2 = y$, $u_3 = z$ - координаты начала O_1UVW в системе $O_0X_0Y_0Z_0$; $u_4 = \alpha$, $u_5 = \beta$, $u_6 = \gamma$ - углы, задающие ориентацию системы координат O_1UVW относительно $O_0X_0Y_0Z_0$ (например, углы Эйлера)

$$s = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma).$$

Их взаимное расположение можно задать матрицей
Однородных преобразований.

$$T = \begin{pmatrix} R & P \\ 000 & 1 \end{pmatrix},$$

Такое представление будем использовать для задания положения звеньев. Несомненно, оно избыточно, поскольку матрица T имеет шестнадцать элементов ($4 \times 4 = 16$), несмотря на то, что для описания положения звена достаточно шести. Однако этот недостаток полностью компенсируется следующими преимуществами.

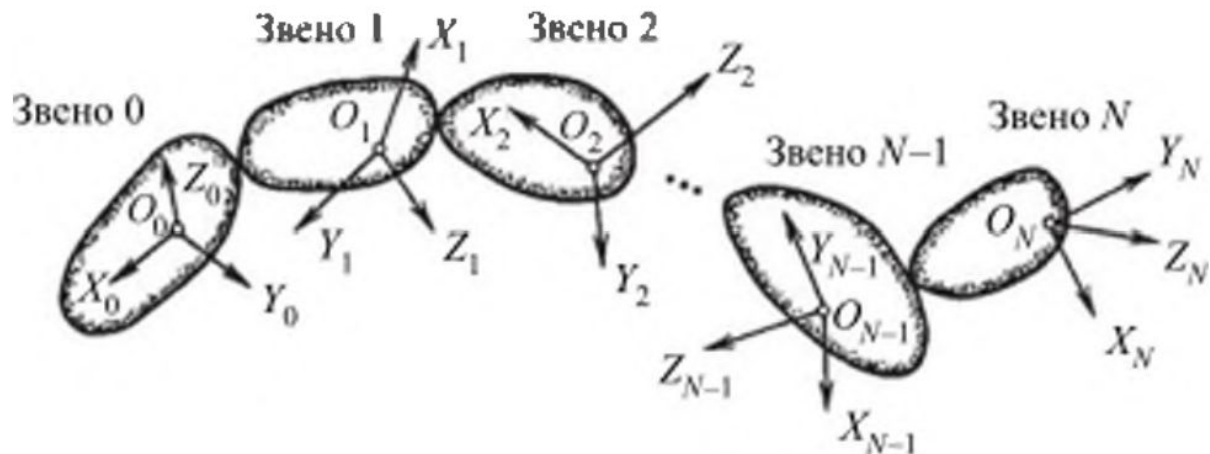
1. Исключается необходимость отдельного рассмотрения операций переноса и вращения, поскольку представление T совмещает их.
2. В целях аналитического исследования проблем кинематики манипуляторов появляется возможность использовать аппарат теории матриц

Рассмотрим n -степенной манипулятор, т. е. манипулятор, имеющий $n+1$ звено. Свяжем с каждым i -м звеном систему координат $O_i X_i Y_i Z_i$, при этом будем считать, что нулевое звено неподвижно (оно является основанием), и, следовательно, система координат $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ является абсолютной

Тогда однородная матрица T_i , имеющая вид $T_i = \begin{pmatrix} R_i & P_i \\ 000 & 1 \end{pmatrix}, i = 0, 1, \dots, N,$

$$T_0 = E,$$

задает положение и ориентацию системы координат $O_i X_i Y_i Z_i$ относительно абсолютной системы координат $O_0 X_0 Y_0 Z_0$, значит, эта матрица определяет положение и ориентацию i -го звена.



Отметим, что, с одной стороны, положение схвата манипулятора полностью определяется положением всех остальных звеньев, т. е. вектором обобщенных координат

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)^T$$

С другой стороны, положение схвата, рассматриваемого как свободное твердое тело, определяется шестью параметрами. Отсюда следует:

- 1) если $N < 6$, то существуют такие положения схвата, что никаким выбором \mathbf{q} мы не сможем их обеспечить;
- 2) если $N = 6$, то существует конечное число обобщенных векторов \mathbf{q} (т. е. различных конфигураций манипулятора), обеспечивающих заданное положение схвата;
- 3) если $N > 6$ (манипулятор с избыточным числом звеньев), то может существовать бесконечное число конфигураций манипулятора, обеспечивающих заданное положение схвата.

Поворот и перемещение между двумя с.к. упакованы в матрицу 4x4, однородную, имеющую следующую форму.

$$T = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где R является матрица вращения 3 x 3, и d 3 x 1 вектор, представляющий перемещение между двумя с.к. Для с.к. {0} и {1}, показанных на рисунке, например,

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} {}^0R_1 & {}^0d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Можно показать, что ее обратное значение может быть вычислено как

$${}^1T_0 = {}^0T_1^{-1} = \begin{bmatrix} {}^0R_1^T & -{}^0R_1^T {}^0d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Однородные матрицы удобны для описания цепочки преобразований, которая может быть вычислена как произведение последовательных преобразований в следующем порядке.

$${}^0T_n = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 \dots {}^{n-1}T_n \quad (2.24)$$

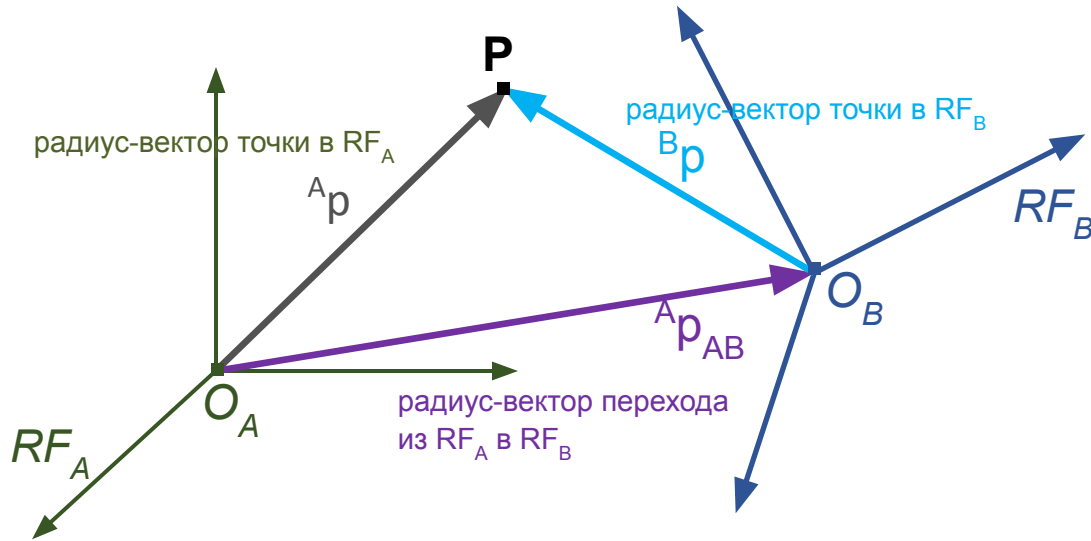
Основные однородные преобразования состоят из следующих

$$\begin{aligned}
 \text{Transl}_{x,a} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{Transl}_{y,b} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{Transl}_{z,c} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{Trot}_{x,\theta} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -s_\theta & 0 \\ 0 & s_\theta & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{Trot}_{y,\phi} &= \begin{bmatrix} c_\phi & 0 & s_\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_\phi & 0 & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{Trot}_{z,\psi} &= \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Здесь мы используем *Transl* для представления перемещения по осям, а *Trot* а вращение вокруг осей. Предположим, что мы хотим построить $\{1\}$, сместив начало координат $\{0\}$ в положение $[-1, 1, 0, 5]^T$, а затем повернув на 45 градусов вокруг X.

$$T = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\pi/4} & -s_{\pi/4} & 0 \\ 0 & s_{\pi/4} & c_{\pi/4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.707 & -0.707 & 1 \\ 0 & 0.707 & 0.707 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Однородные преобразования



«аффинное»
преобразование

$${}^A p = {}^A p_{AB} + {}^A R_B {}^B p$$

$${}^A p_{\text{hom}} = \begin{bmatrix} {}^A p \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A R_B & {}^A p_{AB} \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B p \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = {}^A T_B {}^B p_{\text{hom}}$$

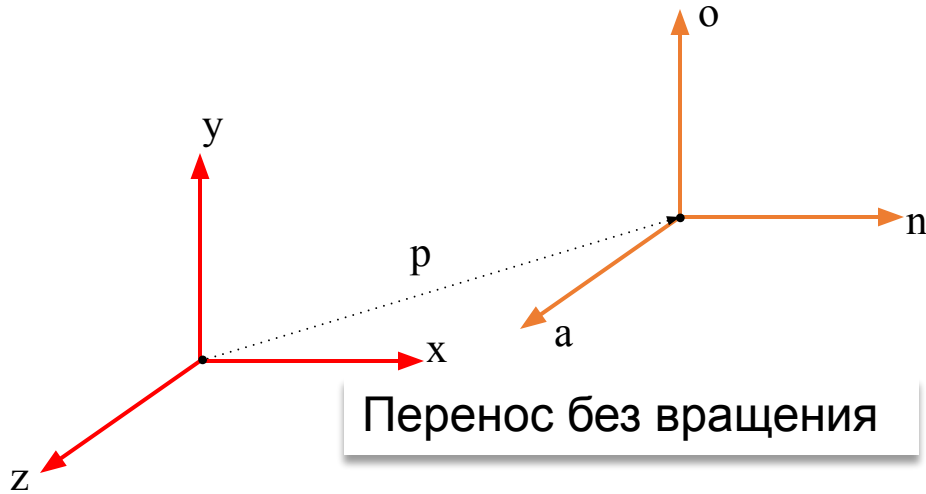
линейная
зависимость

вектор в однородных
(homogeneous)
координатах

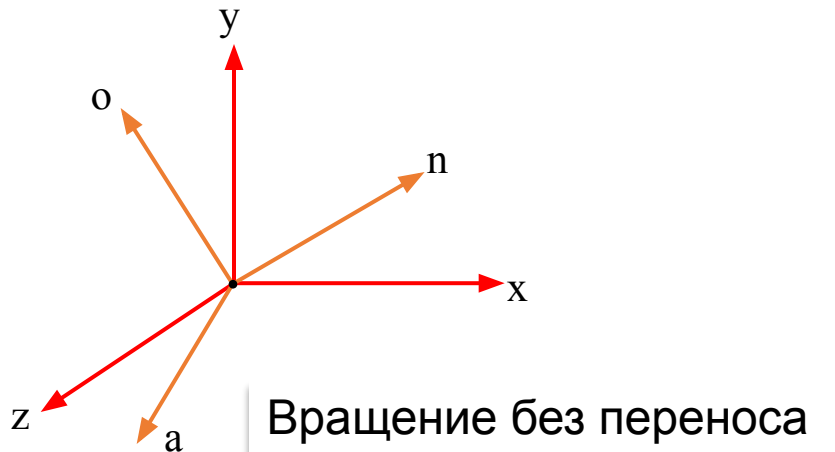
матрица 4 x 4
однородного
преобразования

Однородные матрицы в 3D

Матрица однородного преобразования – это 4x4 матрица, одновременно описывающая перенос и поворот тела.



$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Базовые матрицы трансформации

$$\text{Trans}_{x,a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{Rot}_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\alpha & -s_\alpha & 0 \\ 0 & s_\alpha & c_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Trans}_{y,b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{Rot}_{y,\beta} = \begin{bmatrix} c_\beta & 0 & s_\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_\beta & 0 & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Trans}_{z,c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{Rot}_{z,\gamma} = \begin{bmatrix} c_\gamma & -s_\gamma & 0 & 0 \\ s_\gamma & c_\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Свойства матриц однородных преобразований

Описывает отношения между системами координат (относительное положение = перемещение + ориентация);

Г Преобразует представление вектора перемещения (направленного вектора с начальной точкой в начале координат) из одной системы координат в другую;

Является векторным оператором в трехмерном пространстве;

Всегда обратима:

$$({}^A T_B)^{-1} = {}^B T_A;$$

Может быть составлена из матриц нескольких последовательных преобразований, т. е:

$${}^A T_C = {}^A T_B {}^B T_C.$$

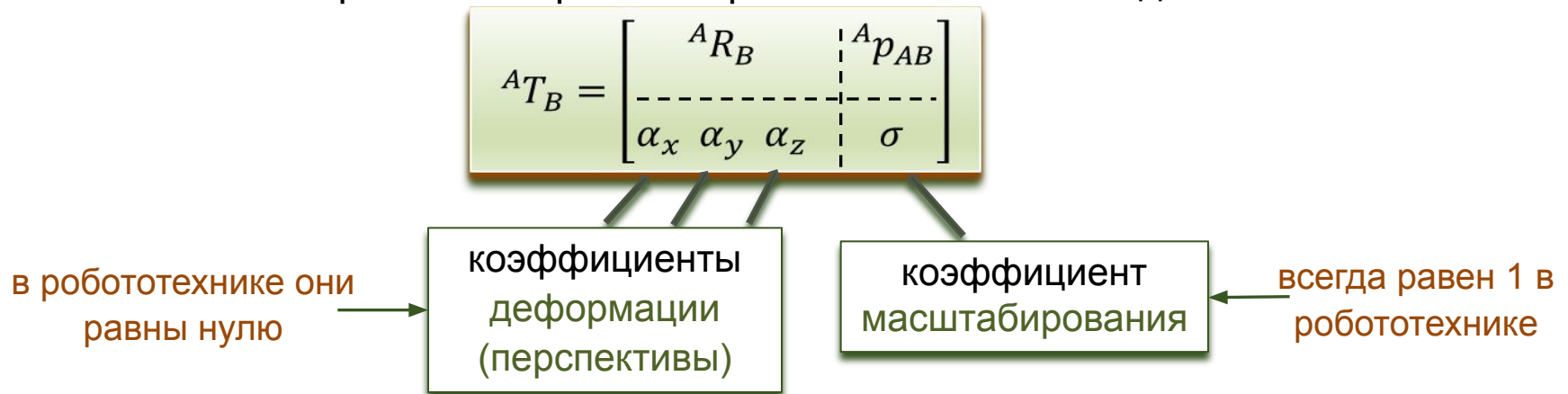
Примечание: не коммутативна!

Дополнительный комментарий

Матрицы однородных преобразований являются основным инструментом для вычисления прямых кинематических задач роботов-манипуляторов.

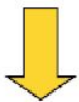
Матрицы однородных преобразований имеют широкий спектр применения (как в робототехнике, так и за ее пределами):

- при позиционировании/ориентации камер наблюдения (матрица описывающая внешние параметры пространственного расположения камеры);
- в компьютерной графике для визуализации трехмерных твердых объектов в реальном времени при смене точки наблюдения.



Обратная матрица однородного преобразования

$${}^A p = {}^A p_{AB} + {}^A R_B {}^B p$$



$$\left[\begin{array}{ccc|c} {}^A R_B & & & {}^A p_{AB} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$${}^A T_B$$

$${}^B p = {}^B p_{BA} + {}^B R_A {}^A p = - {}^A R_B^T {}^A p_{AB} + {}^A R_B^T {}^A p$$



$$\left[\begin{array}{ccc|c} {}^B R_A & & & {}^B p_{BA} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

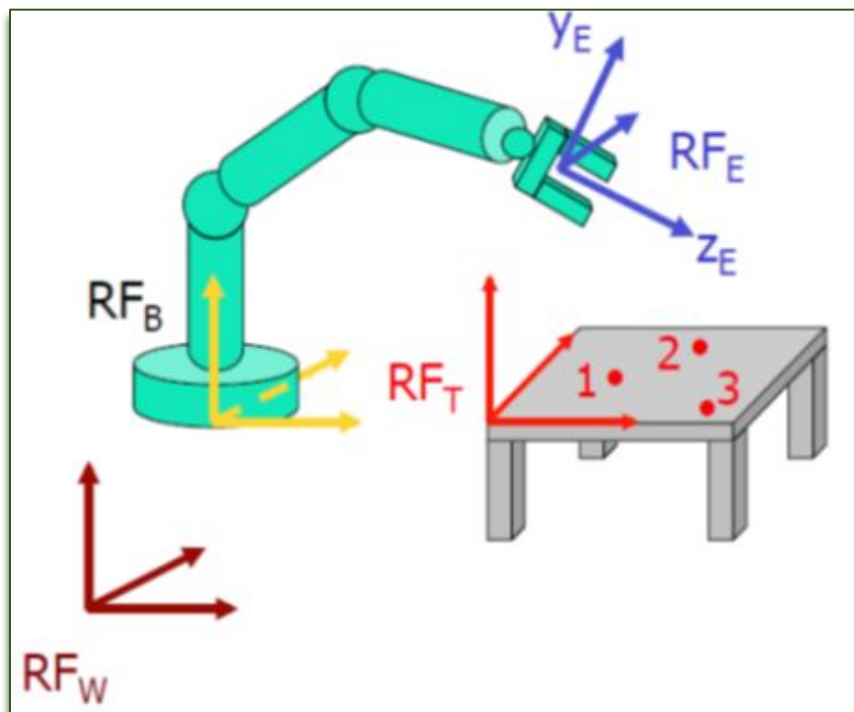
$${}^B T_A$$



$$\left[\begin{array}{ccc|c} {}^A R_B^T & & & - {}^A R_B^T {}^A p_{AB} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$({}^A T_B)^{-1}$$

Определение целевого положения робота



определение задачи через абсолютные координаты

определение задачи относительно положения рабочего инструмента

$$W_T = W_B B_T E_T$$

величина, известная, после установки робота

прямая кинематика руки робота (функция обобщённых координат q)



$$B_T(q) = W_B^{-1} W_T E_T^{-1}$$

Линейное перемещение

--> $T1 = \text{transl}([1,0,0])$

$T1 =$

```
1. 0. 0. 1.  
0. 1. 0. 0.  
0. 0. 1. 0.  
0. 0. 0. 1.
```

--> $T2 = \text{transl}([0,1,0])$

$T2 =$

```
1. 0. 0. 0.  
0. 1. 0. 1.  
0. 0. 1. 0.  
0. 0. 0. 1.
```

--> $T3 = \text{transl}([0,0,1])$

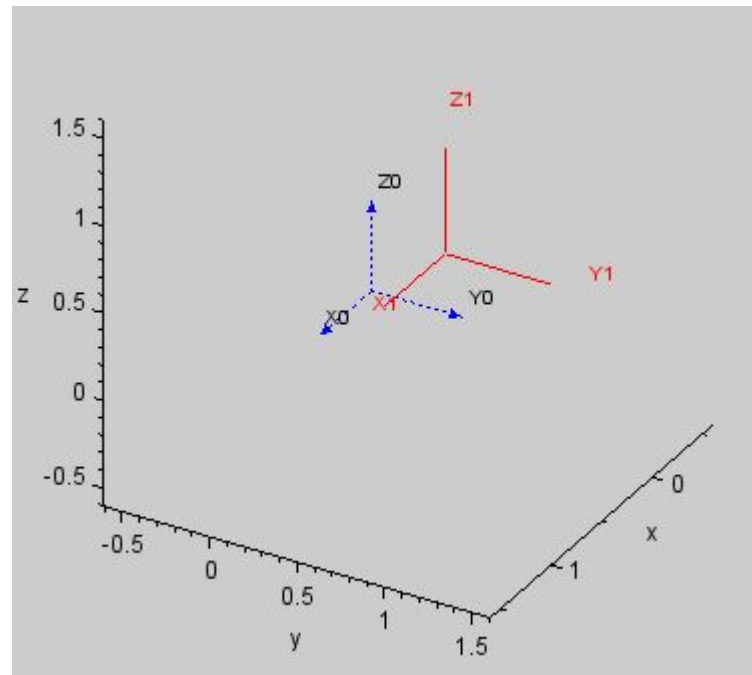
$T3 =$

```
1. 0. 0. 0.  
0. 1. 0. 0.  
0. 0. 1. 1.  
0. 0. 0. 1.
```

--> $T1 * T2 * T3$

ans =

```
1. 0. 0. 1.  
0. 1. 0. 1.  
0. 0. 1. 1.  
0. 0. 0. 1.
```



```
--> T=transl([-1,1,0.5])*trotx(45,'deg')
```

```
T =
```

```
1. 0.          0.          -1.
0. 0.7071068 -0.7071068  1.
0. 0.7071068  0.7071068  0.5
0. 0.          0.          1.
```

Важен порядок сомножителей

```
--> Ta = trotx(45,'deg')*transl([-1,1,0.5])
```

```
Ta =
```

```
1. 0.          0.          -1.
0. 0.7071068 -0.7071068  0.3535534
0. 0.7071068  0.7071068  1.0606602
0. 0.          0.          1.
```

Используя `trplot` убедитесь, что результат разный

```
-->trplot(T,'world','figure',1)
```

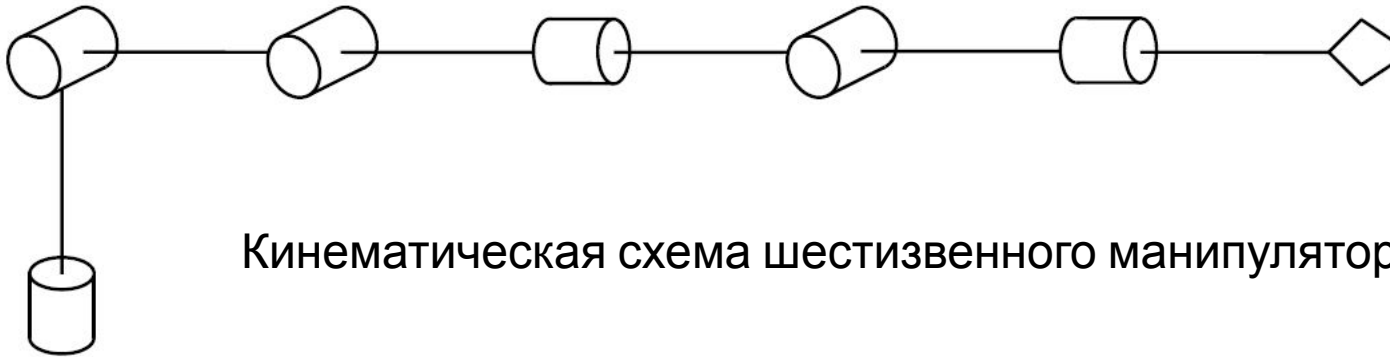
```
-->trplot(Ta,'figure',1,'hold', 'frame','1a','color','m')
```

Можете анимировать результат преобразования

```
-->tranimate(T,'world')
```


Метод Денавита-Хартенберга

- Шаг 1. Привязка систем координат к звеньям.
- Шаг 2. Определение параметров Денавита-Хартенберга.
- Шаг 3. Построение матриц однородного преобразования.
- Шаг 4. Расчет углов Эйлера по итоговой матрице вращения.



Кинематическая схема шестизвенного манипулятора

Очевидно, что каждое i -ое сочленение манипулятора соединяет два звена $i - 1$ и i . Таким образом, манипулятор с шестью степенями свободы имеет семь звеньев, пронумерованных от нуля до шести, где нулевое звено соответствует «земле». Поскольку последнее не относится напрямую к конструкции самого робота, несмотря на формальное наличие семи звеньев, таких роботов в русскоязычной литературе называют шестизвенными.

Для понимания логики работы с системами координат, привязанным к звеньям робота, подчеркнем, что i -ая система координат жестко связывается с i -ым звеном. Когда i -ое звено приводится в движение за счет i -го сочленения, система координат i меняет свое положение относительно предыдущей системы $i - 1$.

Выберем ось Z_i так, чтобы она совпала с осью вращения или поступательного движения последующего сочленения $i + 1$ в зависимости от его типа. Это означает, что относительное расположение смежных звеньев (систем координат) будет определяться именно переменной вокруг (или вдоль) этой оси.

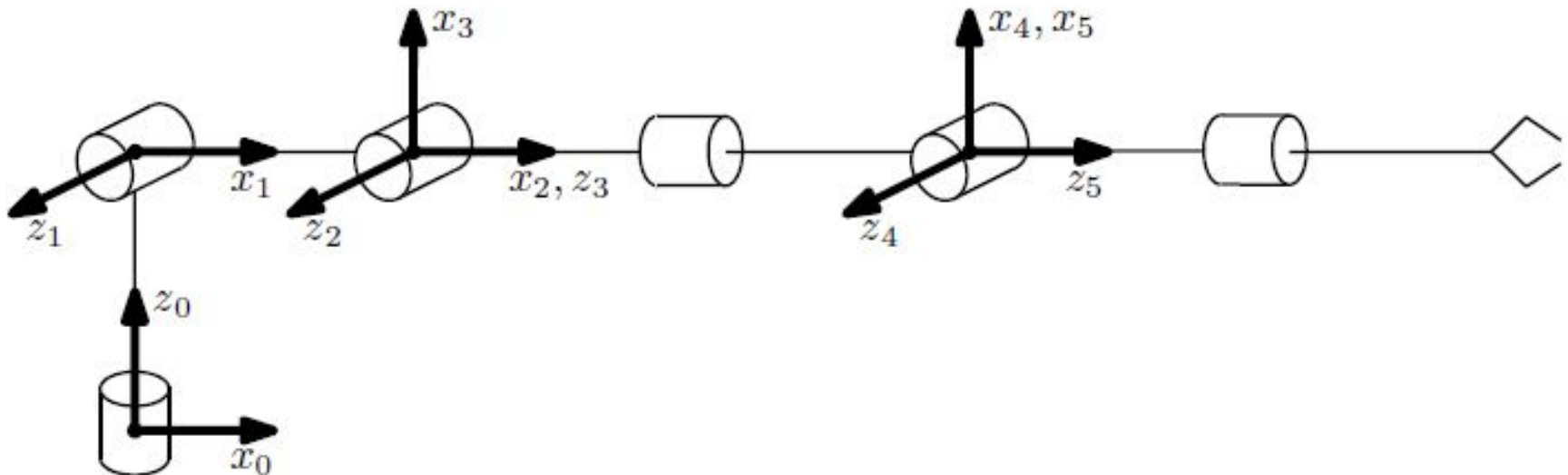
Выберем ось X_i , $i = \{1, 2 \dots, n - 1\}$ так, чтобы выполнялись два следующих условия.

У с л о в и е 1.1 Ось X_i перпендикулярна оси Z_{i-1} и оси z_i

У с л о в и е 1.2 Ось x_i направлена от оси z_{i-1}

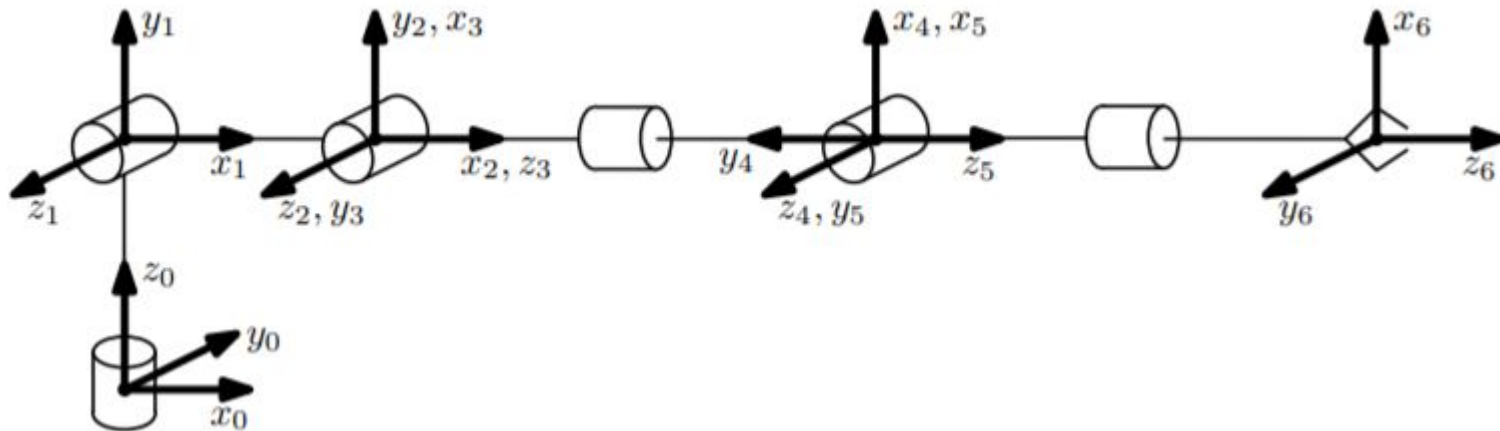
Ось x_0 можно выбрать произвольно, хотя желательно, чтобы в нулевой конфигурации смежные оси x_{i-1} и x_i были сонаправлены, поскольку именно они будут задавать значения обобщенных координат (вдоль осей z_i), которые в начальной конфигурации предполагаются нулевыми.

Обратите внимание на расположение оси x_3 и точки отсчета третьей системы координат на Рис. Такой выбор обусловлен условиями 1.1 и 1.2, согласно которым ось x_3 должна быть перпендикулярна и осям z_2 и z_3



Выберем ось y_i так, чтобы система координат, заданные единичными векторами $\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i$ была правой, т.е. в направлении, заданном векторным произведением:

$$\vec{y}_i = \vec{z}_i \times \vec{x}_i.$$



Выберем систему координат n , связанную со схватом или рабочим инструментом. Для большинства современных роботов (в том числе для рассматриваемого шестизвенного манипулятора) последнее сочленение является вращательным, ввиду чего оси z_{n-1} и z_n совпадают. В этом случае искомая система получается путем смещения предшествующей системы координат на фиксированное значение d_n вдоль оси z_{n-1} и последующего поворота на переменный угол θ_n вокруг z_{n-1} или наоборот.

Параметры Денавита-Хартенберга

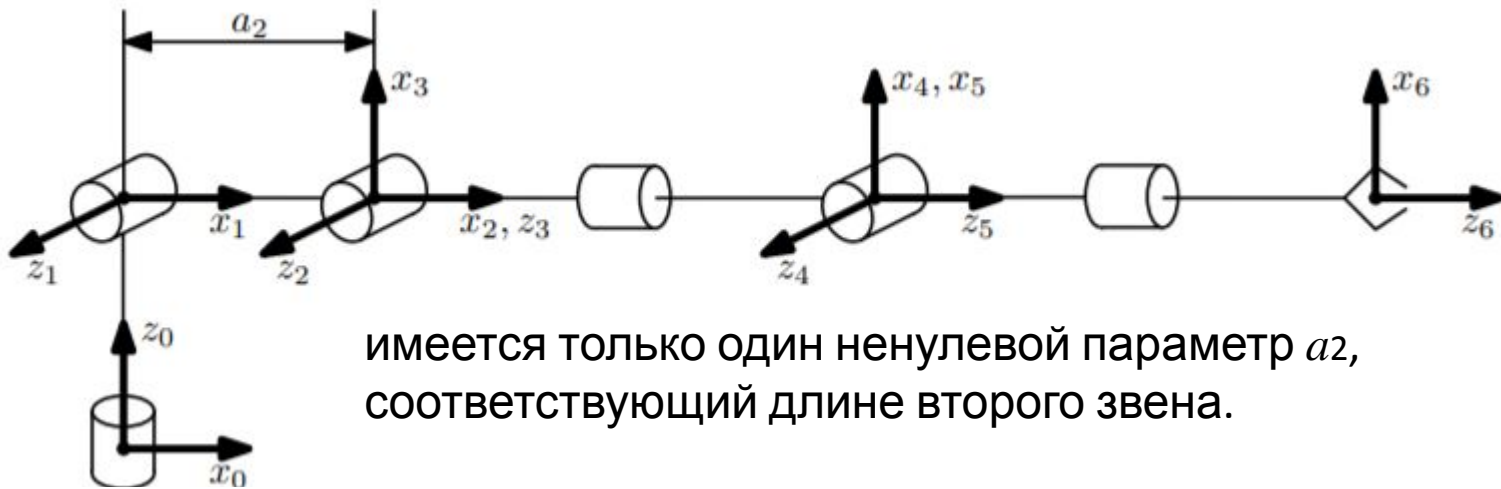
Смещение/Поворот	вокруг оси x_{i-1} от z_{i-1} до z_i	вокруг оси z_{i-1} от x_{i-1} до x_i
вдоль оси x_{i-1} от z_{i-1} до z_i	a_i/α_i	
вдоль оси z_{i-1} от x_{i-1} до x_i		d_i/θ_i

Параметры a_i и α_i определяются вокруг текущих осей x_i , а параметры d_i и θ_i — вокруг предыдущих осей z_{i-1} .

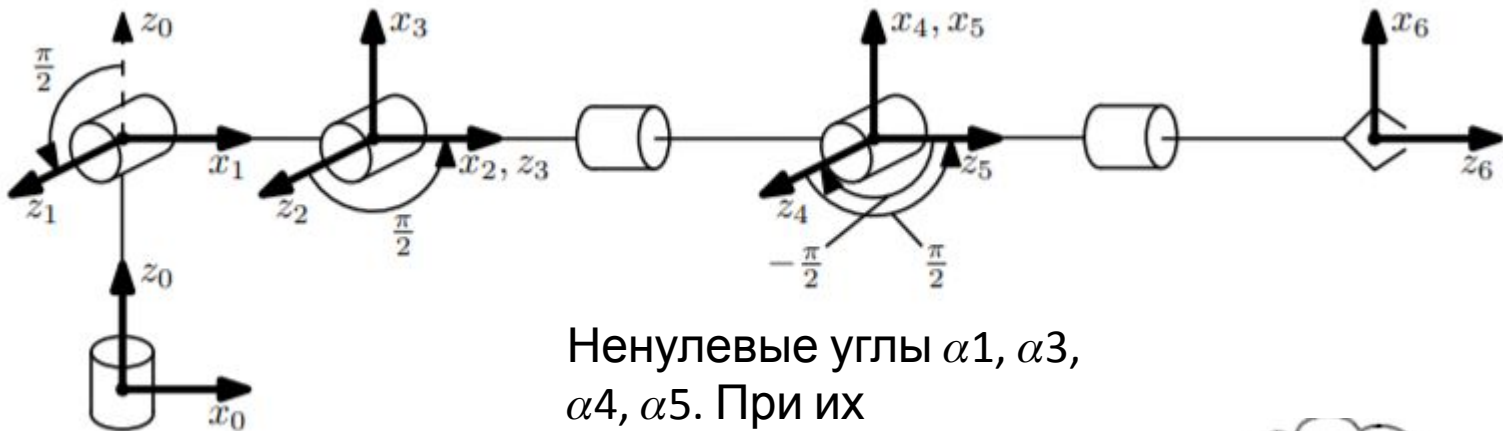
Параметры a_i и α_i всегда являются константами для всех кинематических схем и обусловлены конструкцией манипуляторов

Что касается оставшихся параметров d_i и θ_i , среди них только один параметр является постоянным, а другой — переменным в зависимости от типа сочленения: в случае вращательного — угол θ_i переменный, смещение

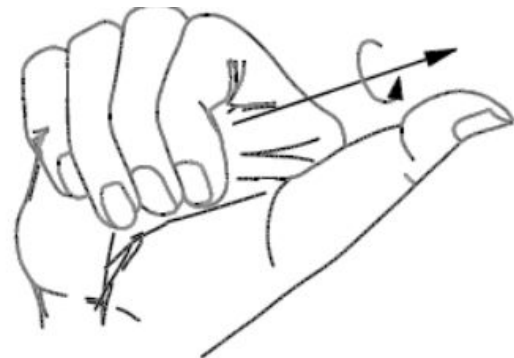
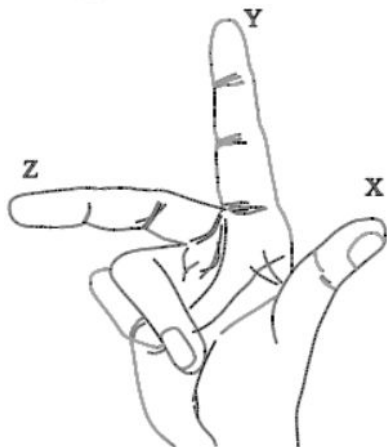
d_i постоянное, в случае поступательного — наоборот.



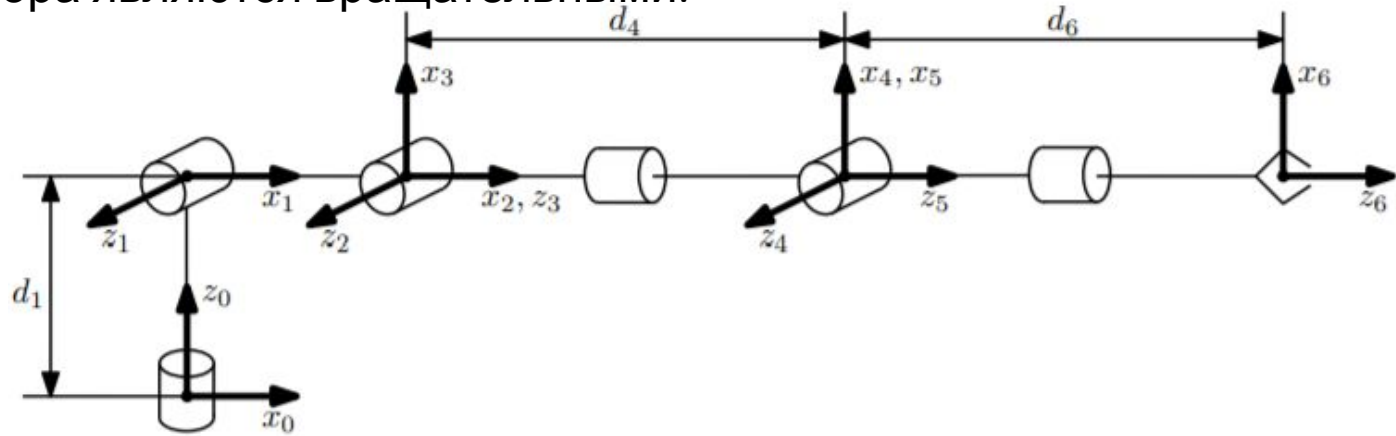
имеется только один ненулевой параметр a_2 , соответствующий длине второго звена.



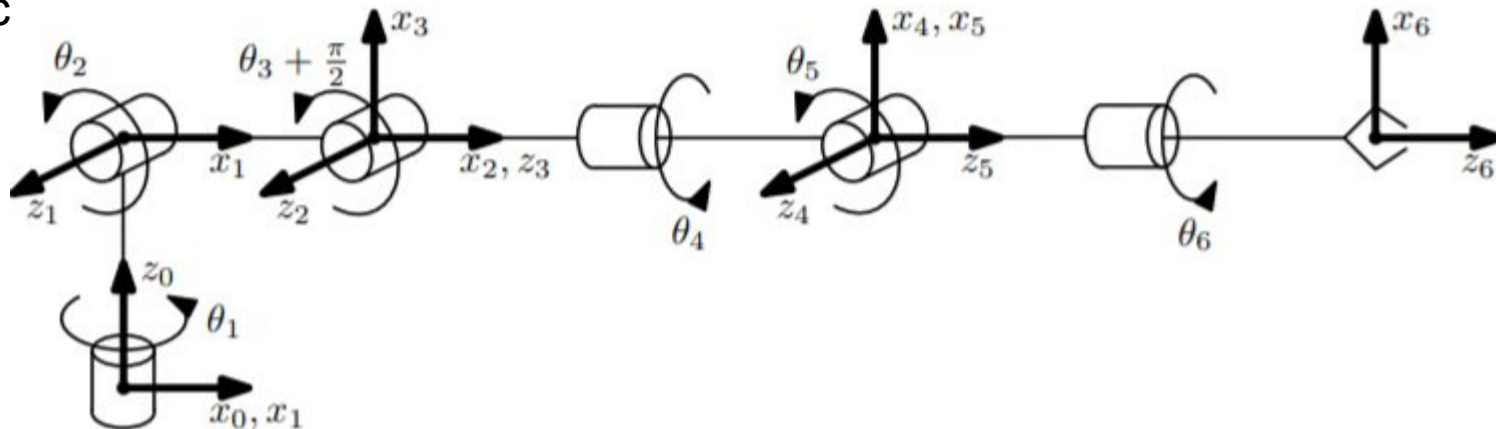
Ненулевые углы $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$. При их определении важно учитывать знаки, которые зависят от направления вращения. Положительное направление легко определяется с помощью правила



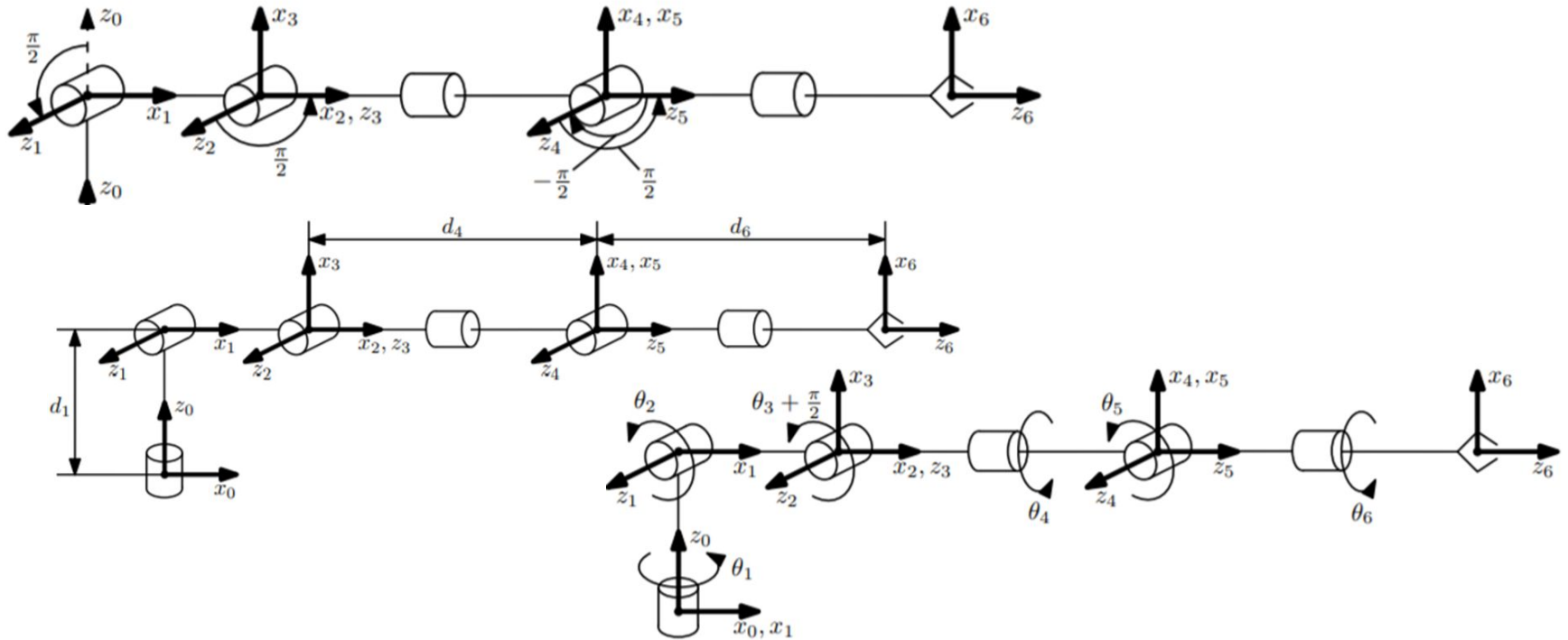
Линейные смещения d_1 , d_4 и d_6 постоянные, поскольку все сочленения манипулятора являются вращательными.



Углы $\theta_1-\theta_6$, являющиеся обобщенными координатами, т.е. переменными величинами. Мы приняли изображенное расположение звеньев (и связанных с ними систем координат) за нулевую конфигурацию. Это означает, что все обобщенные координаты для конкретно такого положения манипулятора являются нулевыми. Действительно, если обратить внимание на смежные оси x_i , то почти все они будут сонаправлены, кроме пары x_2 и x_3 . Между ними образуется прямой угол, который необходимо добавить к θ_3 , чтобы нивелировать это относ



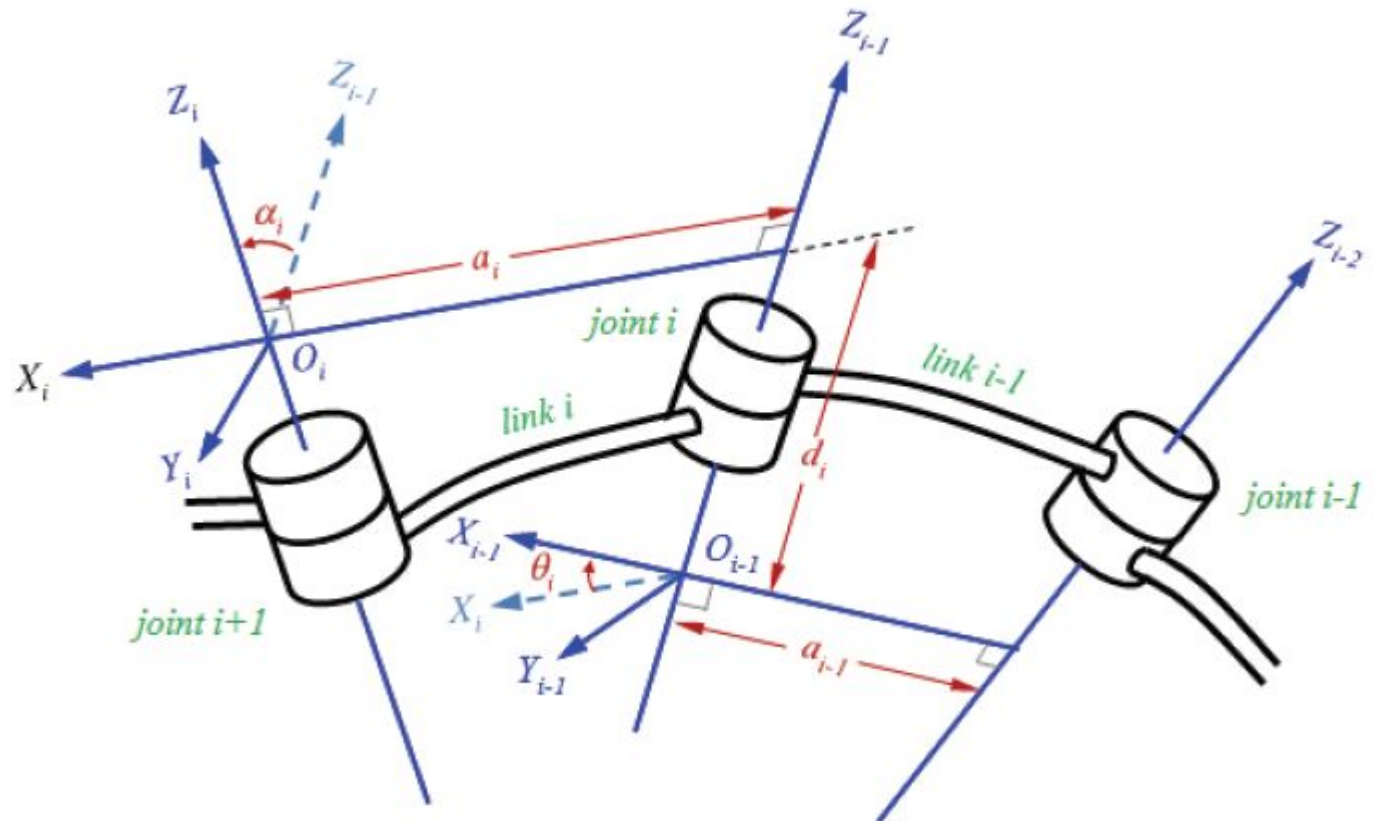
Параметры Денавита-Хартенберга 6-звенного манипулятора



Звено, i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\frac{\pi}{2}$	d_1	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2
3	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_3 + \frac{\pi}{2}$
4	0	$-\frac{\pi}{2}$	d_4	θ_4
5	0	$\frac{\pi}{2}$	0	θ_5
6	0	0	d_6	θ_6

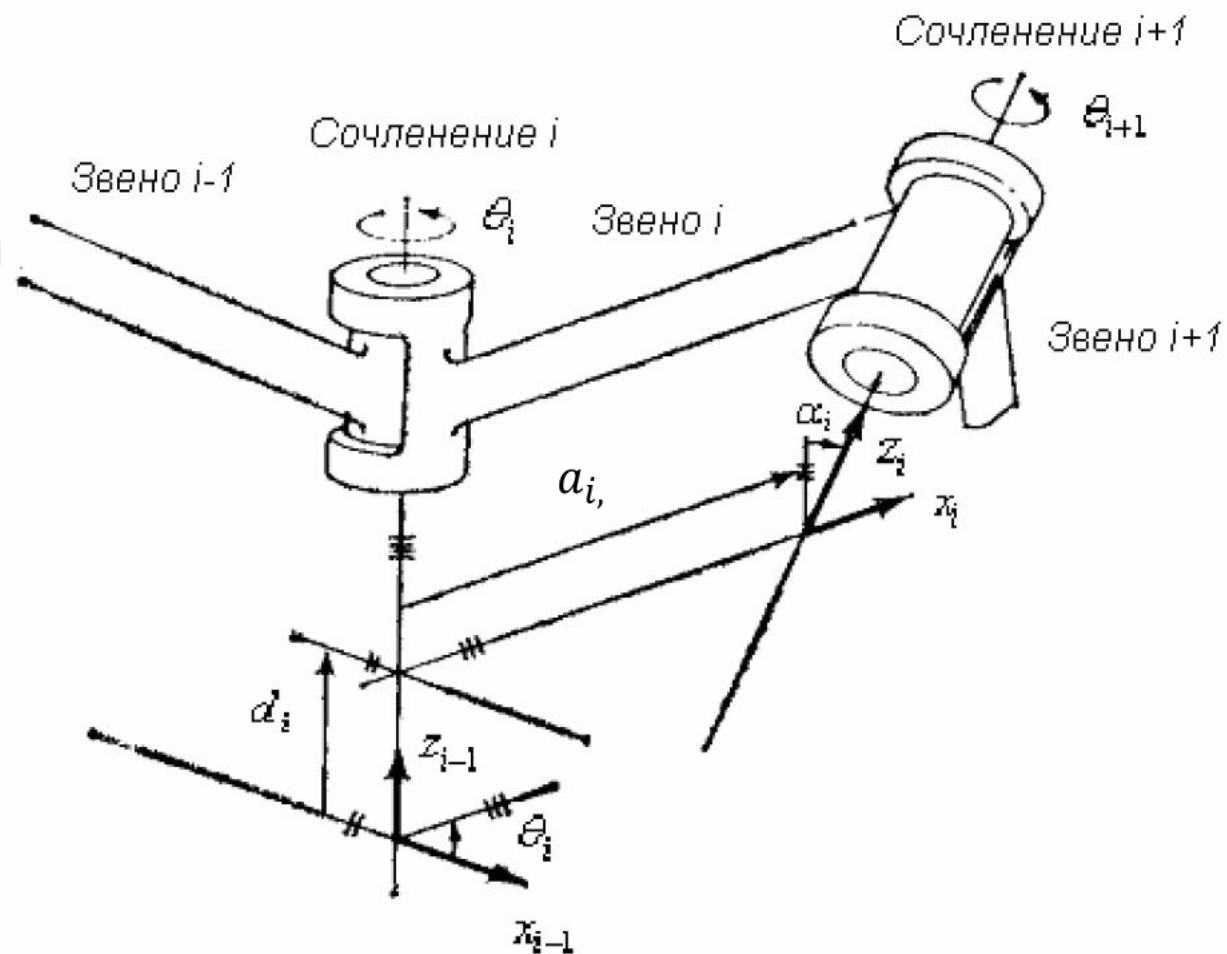
Правило построения преобразования Д-Х

От какой оси до какой		
смещение или поворот		
Расстояния		
Углы		

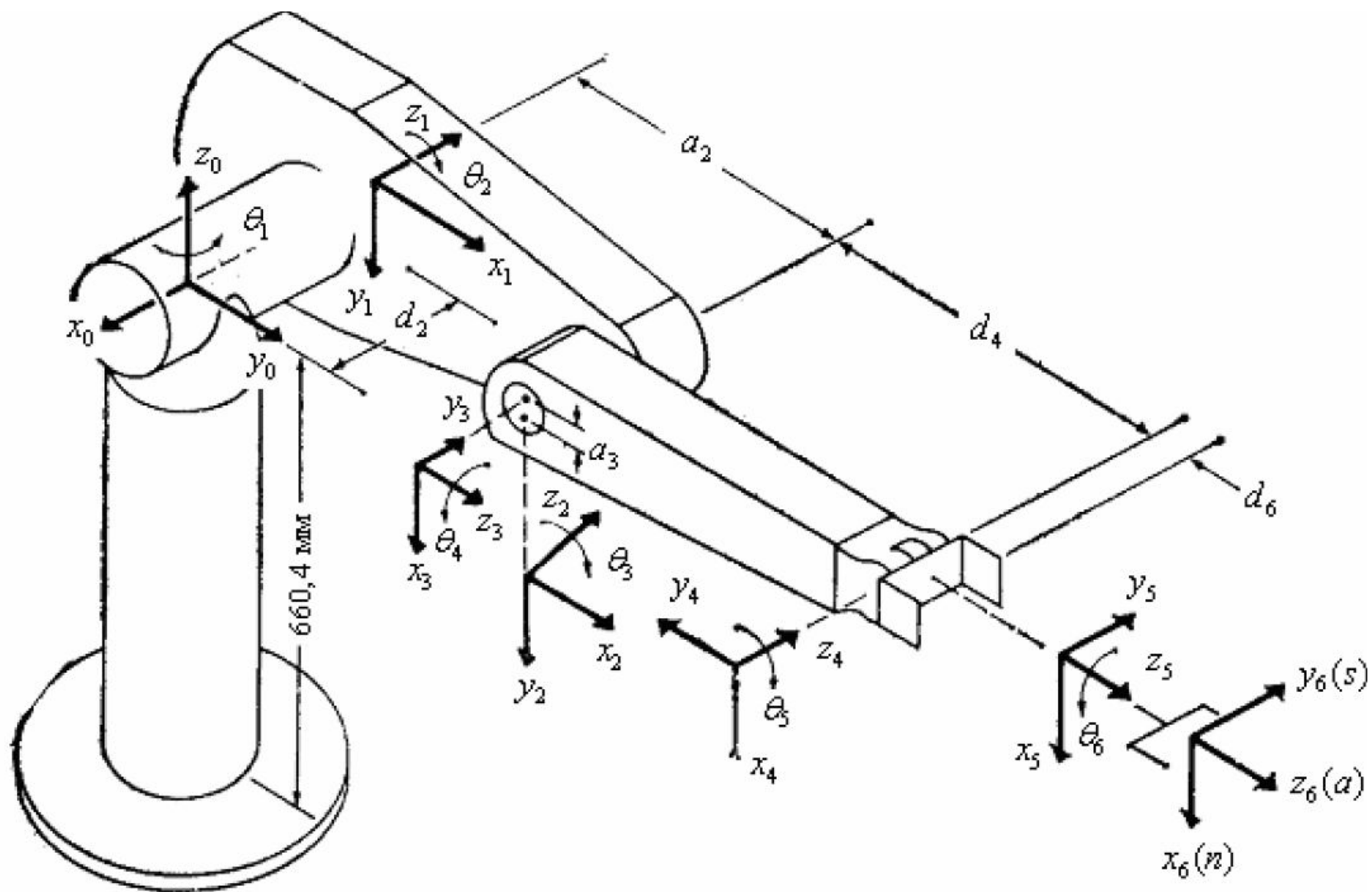


Итак, с каждым звеном манипулятора связаны четыре параметра: $\alpha_i, a_i, d_i, \theta_i$. Если для этих параметров установить правило выбора знаков, то они составят набор, достаточный для описания кинематической схемы каждого звена манипулятора. Заметим, что эти параметры можно разделить на две пары: параметры звена (α_i, a_i), которые характеризуют конструкцию

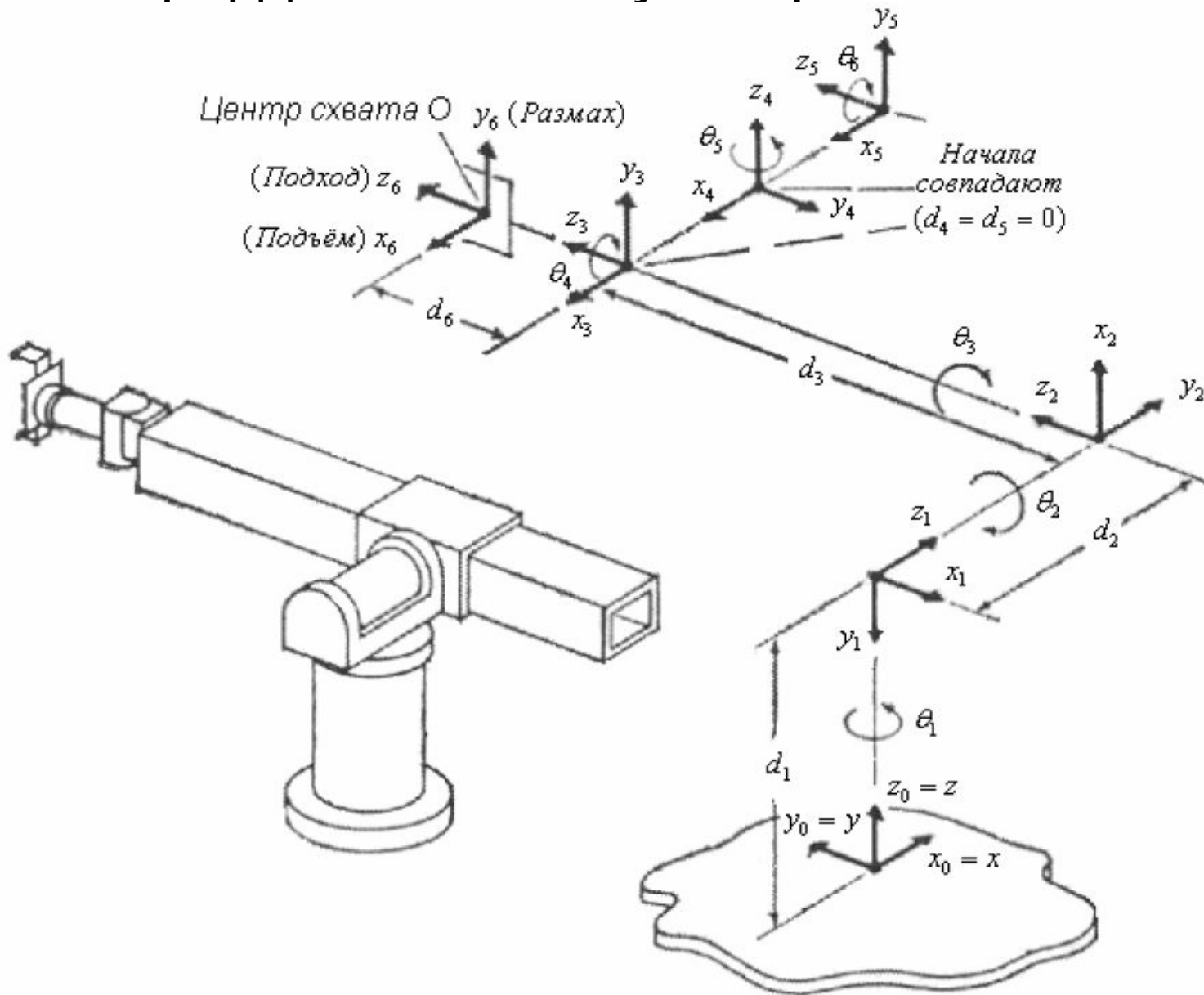
звена, и параметры сочленения (d_i, θ_i), характеризующие относительное положение соседних звеньев.



Формирование систем координат звеньев для манипулятора Пума



Формирование систем координат звеньев для станфордского манипулятора



Прямая задача кинематики (ПЗК)

При решении ПЗК рассматриваются две системы координат: исходная (базовая, инерциальная), связанная с «землей», $o_0x_0y_0z_0$ и итоговая, связанная со схватом или рабочим инструментом $o_nx_ny_nz_n$. $k^0 = T_n^0 k^n$,

Определение: Матрица T_n^0 , определяющая связь систем координат $o_0x_0y_0z_0$ и $o_nx_ny_nz_n$, носит название матрицы однородного преобразования и имеет вид

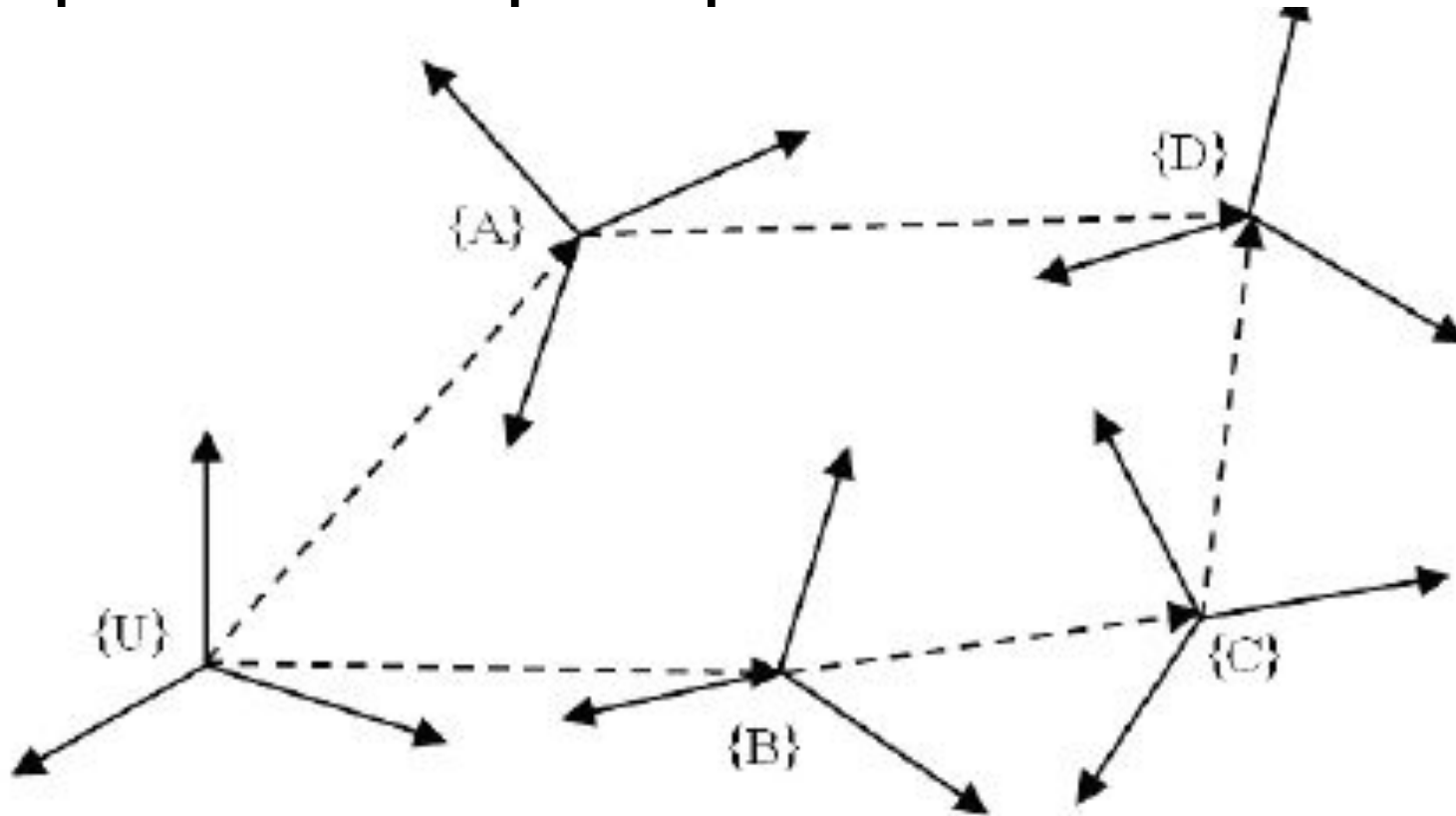
$$T_n^0 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_n^0 & s_n^0 & a_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где векторы n_n^0 , s_n^0 и a_n^0 выражают направления осей x_n , y_n и z_n , соответственно, относительно системы координат $o_0x_0y_0z_0$, $R_n^0 \in SO(3)$ — матрица вращения системы $o_nx_ny_nz_n$ относительно $o_0x_0y_0z_0$, $p_n^0 \in \mathbb{R}^3$ — вектор линейного смещения начала координат системы $o_nx_ny_nz_n$ относительно $o_0x_0y_0z_0$.

Как видно из определения, матрица T_n^0 имеет размерность (4×4) , ввиду чего возникает необходимость расширить векторы координат n единицей для соответствия размерностей в матричных уравнениях:

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \\ 1 \end{bmatrix} = T_n^0 \begin{bmatrix} x^n \\ y^n \\ z^n \\ 1 \end{bmatrix} .$$

Уравнения преобразования



Кинематическое исследование робота, как правило, включает в себя серию преобразований координат от ее основания до рабочего инструмента, в результате чего получается результат из каждого преобразование, выраженного (2.24). Существуют ситуации, когда две цепочки преобразований формируются в замкнутый цикл, как показано на рисунке 2.11.

В этом случае неизвестное преобразование может быть вычислено как функция от других известных однородных матриц.

Верхний путь дает результат:

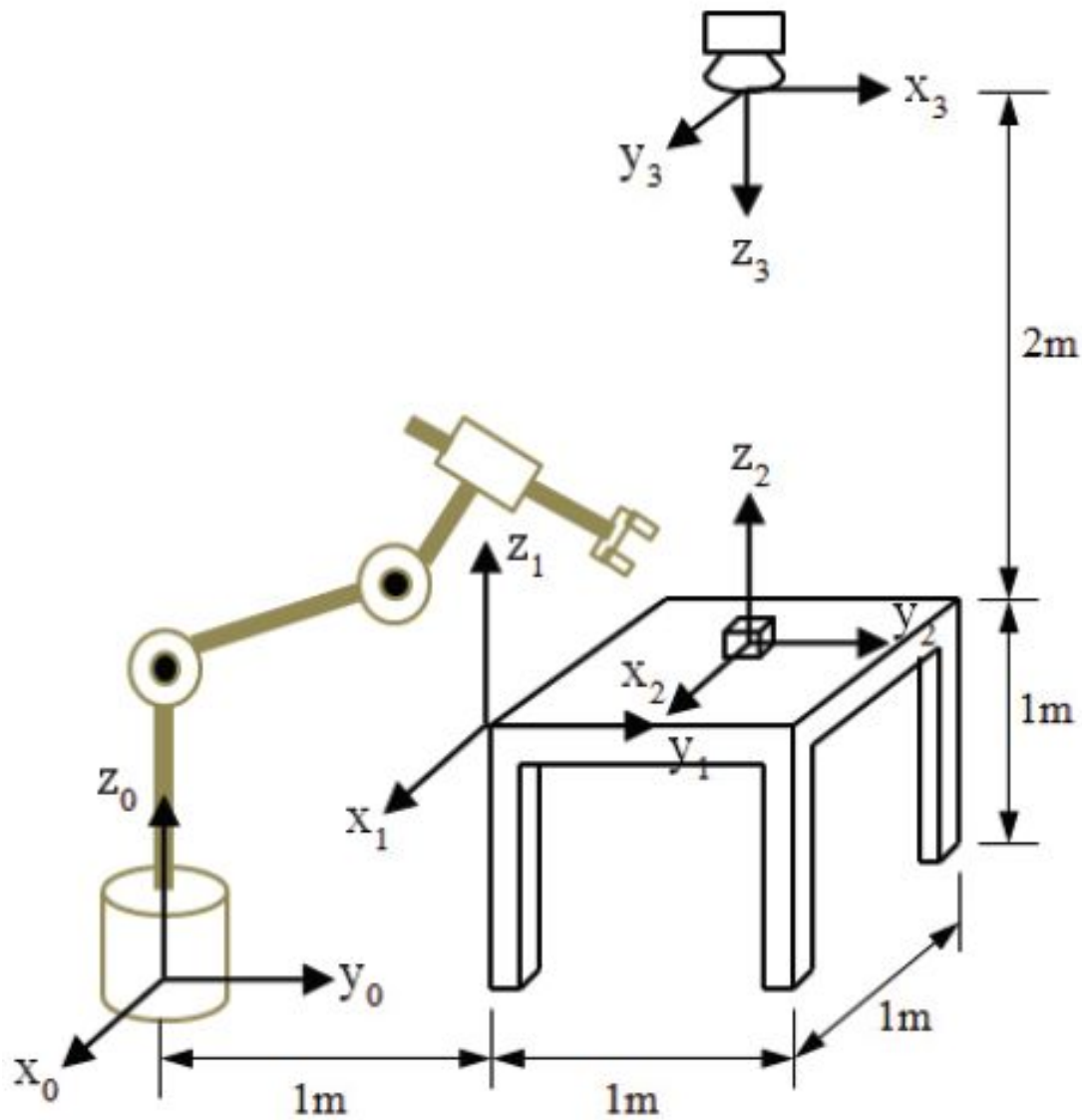
$${}^U T_D = {}^U T_A {}^A T_D. \quad (2.26)$$

Нижний путь:

$${}^U T_D = {}^U T_B {}^B T_C {}^C T_D \quad (2.27)$$

После приравнивания двух уравнений и некоторых преобразований, в конечном счете, мы имеем

$${}^B T_C = {}^B T_U {}^U T_A {}^A T_D {}^D T_C \quad (2.28)$$



На рис. к основанию манипулятора робота, углу стола, заготовке и камере прикреплены системы координат с положением и ориентацией, как показано на рисунке. Заготовка представляет собой кубический объект размером $20 \times 20 \times 20$ см, а {с.к.2} прикрепляется к центру куба. Камера устанавливается непосредственно сверху от куба на высоте 2 метра. Мы хотим найти однородные преобразования системами координат заготовки $\{0\}$, и камеры $\{3\}$.

Из заданных положений и ориентаций с.к. находим матрицы преобразований.

Поскольку {0}, {1}, {2} имеют одинаковую ориентацию, необходимо определить только перемещения.

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^0T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 0 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 & 1.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Вычислит 0T_3 . Сначала мы должны найти ориентацию {3} относительно {0}. Прямой путь - найти комбинацию вращения от {0} до {3}. Существует несколько способов.

Решение. ${}^0R_3 = R_{x,\pi} R_{z,-\pi/2}$

Затем часть перемещения определяется непосредственно с рисунка

$${}^0d_3 = [-0.5 \quad 1.5 \quad 3]^T$$

ПОЭТОМУ

-->T30=transl([-0.5,1.5,3])*trotx(pi)*trotz(-pi/2)

T30 =

0. 1. 0. -0.5

1. 0. 0. 1.5

0. 0. -1. 3.

0. 0. 0. 1.

Получена матрица преобразования D-H для
перемещения на -0.5,1.5,3 и поворота на π отн. X и $-\pi/2$
отн. Z

Мы можем использовать аналогичный метод для вычисления других нетривиальных преобразований, таких как 3T_2

В качестве альтернативы существует набор RTSX-команд, предназначенных для решения проблемы неизвестного кадра в замкнутой цепочке преобразований.

В этом случае мы уже вычислили ${}^0T_1, {}^0T_2, {}^0T_3$

и теперь хотим найти 2T_3 что является обратной величиной 3T_2 .

Первый шаг в этом процессе заключается в том, чтобы создать определение цепочки преобразований с помощью команд Frame и SerialFrame

```
-->T10 = [1 0 0 0; 0 1 0 1; 0 0 1 1; 0 0 0 1];
-->T20 = [1 0 0 -0.5; 0 1 0 1.5; 0 0 1 1.1; 0 0 0 1];
-->T30 = [0 1 0 -0.5; 1 0 0 1.5; 0 0 -1 3; 0 0 0 1];
-->F(1) = Frame(eye(4,4),'name','0');// создаем {0} систему координат (ск)
-->F(2) = Frame(T10,'name','1');// создаем {1} ск из матрицы перехода {0}→ {1}
-->F(3) = Frame(T20,'abs','name','2');// создаем {2} ск из матрицы абс. перехода {0}→ {1}
-->F(4) = Frame([], 'name','3');//создаем {3} ск с неизвестной матрицей перехода {?}
→ {3}
```

Цепная конструкция в структуре данных F всегда начинается с базовой с.к. вверх. Аргументы к команде Frame: однородная матрица, имя с.к. и дополнительный флаг 'rel' (по умолчанию), указывающий, что однородная матрица описывается относительно нижерасположенной с.к.; т.е

$${}^1T_2, {}^2T_3, {}^3T_4, \dots, {}^{n-1}T_n,$$

или "abc" для случая, когда однородная матрица является основой w.r.t, т.е,

$${}^0T_2, {}^0T_3, \dots, {}^0T_n$$

Для неизвестной рамки поставьте пустую квадратную скобку [] вместо однородной матрицы. После завершения этого шага создания с.к., мы передаем структуру данных F в SerialFrame и называем ее Chain 1.

```
-->fc1 = SerialFrame(F,'name','Chain 1');
```

```
Reading frame data and computing missing information
```

```
Processing Upwards ...
```

```
1 -- {0} : Found T_rel. Fill in T_abs with T_rel
```

```
2 -- {1}: Found T_rel. Computing T_abs :{1} w.r.t {0}-- Finished
```

```
3 -- {2}: Found T_abs. Computing T_rel :{2} w.r.t {1}-- Finished
```

```
4 -- {3}: *** Missing both T_abs: {3} w.r.t {0} and T_rel: {3} w.r.t {2}
```

```
*** - отсутствующие матрицы переходов
```

```
List of missing frames in Chain 1
```

```
=====
```

```
4 -- {3}: T_abs : {3} w.r.t {0} , T_rel : {3} w.r.t {2}
```

Наблюдайте по сообщениям, как SerialFrame пытается вычислить и заполнить недостающее преобразование в цепочке с использованием заданных данных, пока оно не достигнет {3}-неизвестный кадр. На данный момент алгоритм не имеет достаточной информации для продолжения. Из обсуждения, связанного с рисунком 2.11, мы знаем, что эта проблема может быть решена только при наличии другой цепочки преобразований из замкнутого цикла. Для этой проблемы, 0T_3 другая цепочка просто.

Команда ResolveFrame вычисляет неизвестное преобразование в замкнутой цепи. PlotResolveFrame делает то же самое, но и рисует фреймовую цепную диаграмму, поэтому мы будем использовать 0T_3 педнюю. Просто введите fc1 и 0T_3 в функцию

-->T32 = PlotResolveFrame(fc1,T30);

Reading frame data and computing missing information

Processing Upwards ...

1 -- {1} : Found T_rel. Fill in T_abs with T_rel

2 -- {2}: Found T_rel. Computing T_abs :{2} w.r.t {1}-- Finished

Chain 2: All missing information are computed and filled in

Running ResolveFrame ...

4 -- {3} (Missing Frame): fill in T_abs : {3} w.r.t {0} -- Finished

4 -- {3} (Missing Frame): Computing T_rel : {3} w.r.t {2} -- Finished

Rechecking if there are still missing frame data in Chain 1-- none found.

--- Chain 1 is now completed. ---

Missing data T: {3} w.r.t {2} in Chain 1 is computed as

0. 1. 0. 0.

1. 0. 0. 0.

0. 0. -1. 1.9

0. 0. 0. 1.

Тогда мы сможем найти обратное

-->T23 = inv(T32)

Chapter 2 – Homogeneous Transformation

30

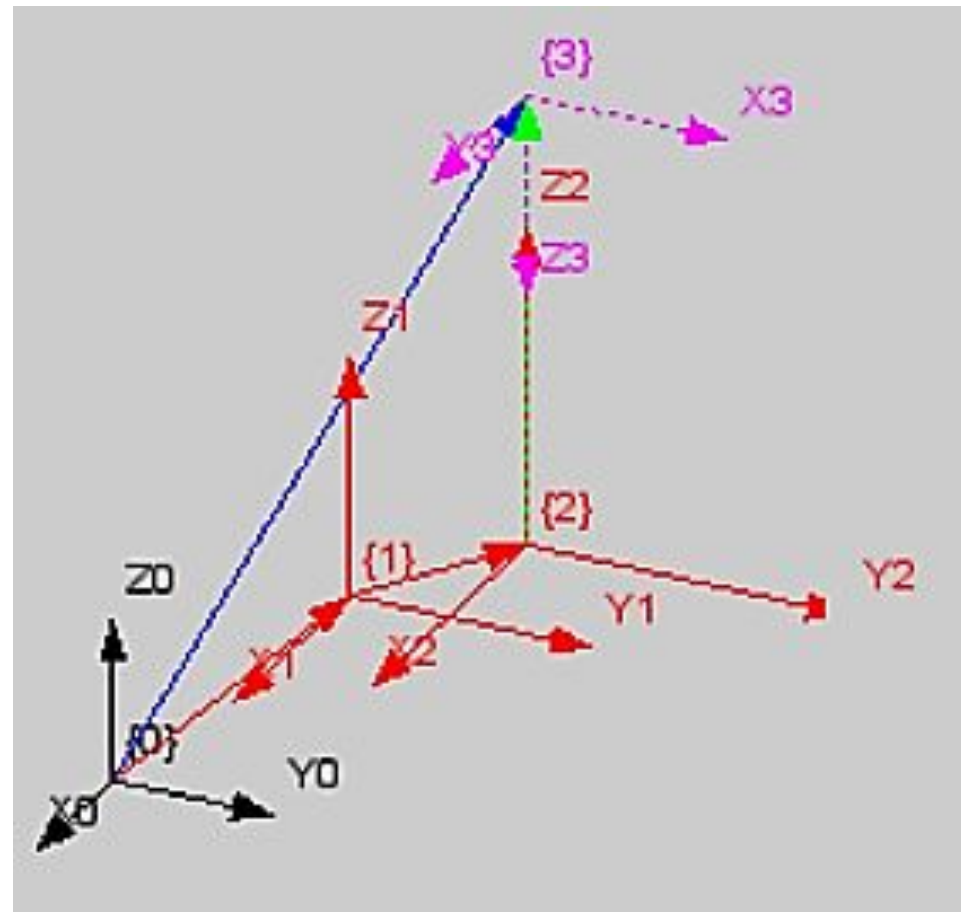
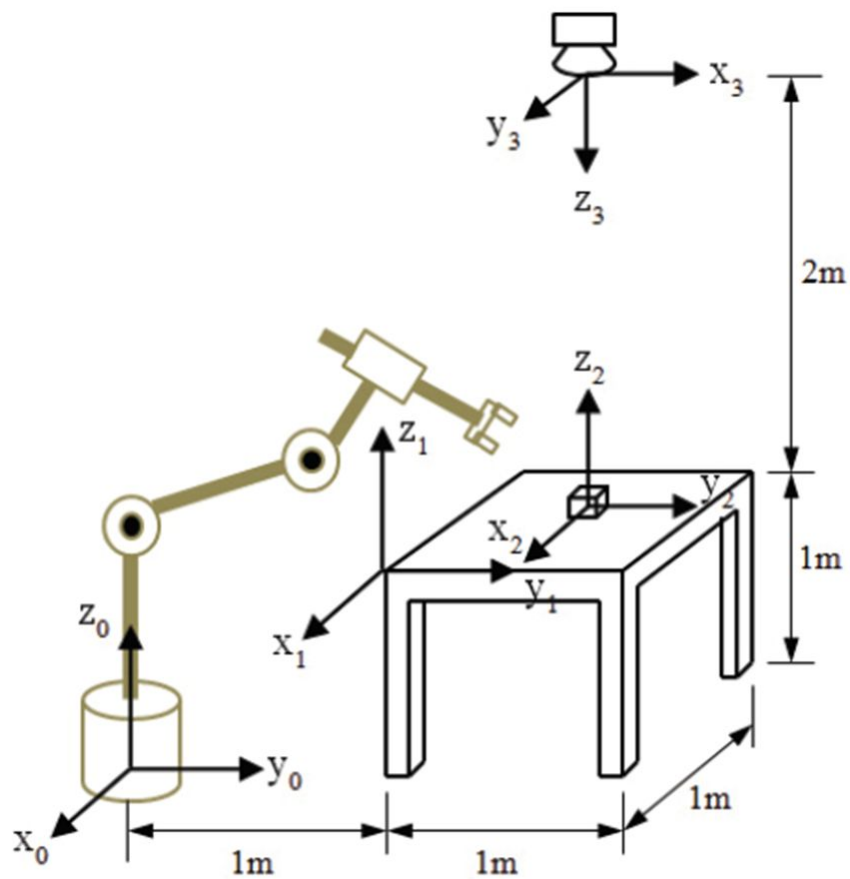
T23 =

0. 1. 0. 0.

1. 0. 0. 0.

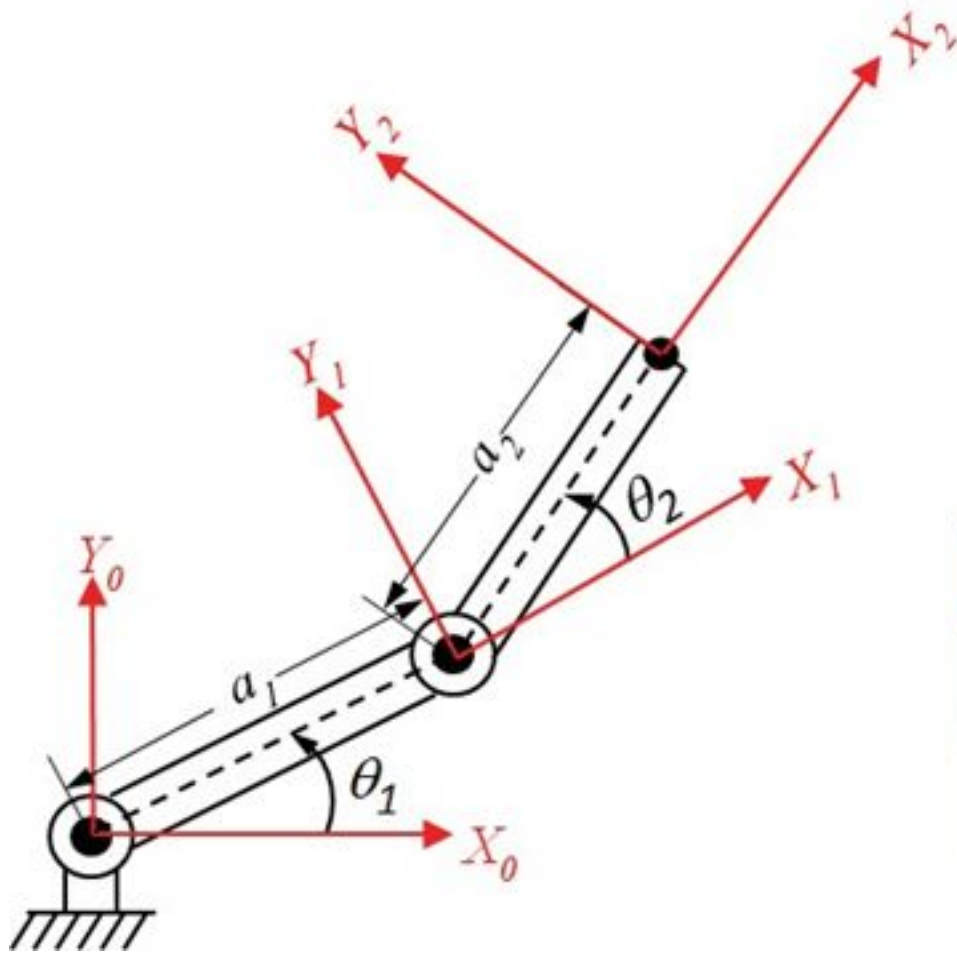
0. 0. -1. 1.9

0. 0. 0. 1.



Результат поиска матриц перехода из $\{2\}$ в $\{3\}$ и обратно.

Пример для 2-звенного манипулятора



link	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1^*	0	a_1	0
2	θ_2^*	0	a_2	0

Получение матрицы перехода

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_2 = A_1 A_2 = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = \cos(\theta_1), \quad s_1 = \sin(\theta_1), \quad c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2), \quad s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2).$$

Модель робота

Построим модель робота с использованием преобразования ДН с помощью легко с помощью команд **RTSX Link** и **SerialLink**.

Сначала создается структура данных с последовательными вызовами **Link**, при этом ДН-параметры для каждого канала передаются как векторный аргумент:

$[\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i]$.

$$a_i = 1, i = 1, 2$$

-->L(1)=Link([0 0 1 0]);

-->L(2)=Link([0 0 1 0]);

Сборка робота

- Не имеет значения, какие начальные значения передаются в переменные θ_i . В данном примере мы просто присваиваем им 0.
- По умолчанию тип сочленения - (R)-вращение. Для сочленения с поступательным перемещением (P) после вектора параметра должна быть явно указана опция 'p'.
- В то время как большинство команд RTSX можно набрать, используя все строчные буквы, Link является исключением.

После ввода параметров DH всех сочленений собираем манипулятор командой -->`twolink=SerialLink(L,'name','2-link robot');`

Для отображения параметров робота используется команда
`Robotinfo(twolink)`

SerialLink

RTSX Category: Kinematics □ Robot Model Creation and Graphics

SerialLink() функция сборки робота из структуры, созданной Link() .

Syntax

```
robot = SerialLink(L,options)
```

Аргументы вход

L –структура данных, созданная Link (), состоящая из параметров ссылки и соединения снизу вверх.

Выходные аргументы

robot — a robot data structure containing the following fields

name — robot name

manuf — robot manufacturer

nj — number of joints (or links). This field is created automatically by counting links in L.

Link(1:nj) — link data with the same parameters inherited from link structure

L

gravity — direction of gravity [gx gy gz]

base — base frame of robot (4 x 4 homogeneous transformation matrix)

tool — tool frame of robot (4 x 4 homogeneous transformation matrix)

conf — robot configuration string corresponding to joint types from bottom to top. Ex. 'RRR', 'RPR'. This field is created automatically from link data structure L.

viewangle — suggested view angle in spherical coordinate [alpha, theta], in Degrees

comment — general comment string for this robot

Конфигурация робота

=====
Robot Information
=====

Robot name: 2-link robot

Manufacturer: N/A

Number of joints: 2

Configuration: RR

Method: Standard DH

j	theta	d	a	alpha
1 q1		0.00	1.00	0.00
2 q2		0.00	1.00	0.00

Gravity =

0.

0.

9.81

Base =

1. 0. 0. 0.

0. 1. 0. 0.

0. 0. 1. 0.

0. 0. 0. 1.

Tool =

1. 0. 0. 0.

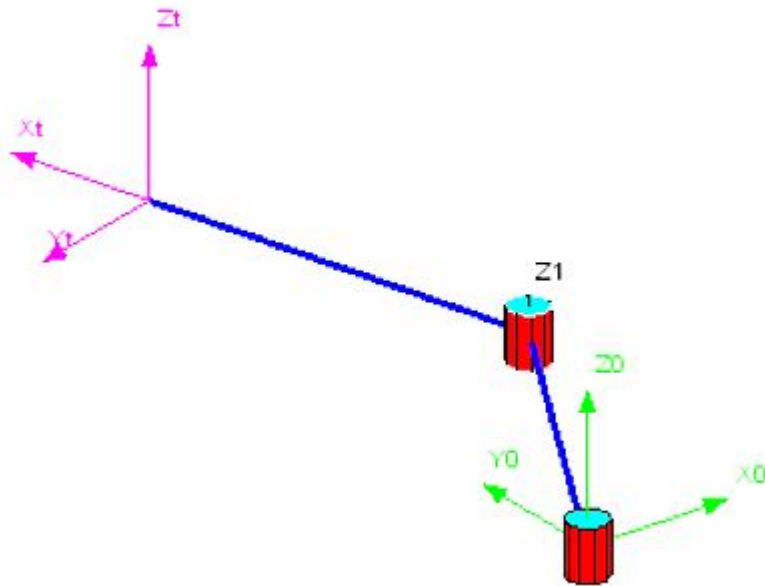
0. 1. 0. 0.

0. 0. 1. 0.

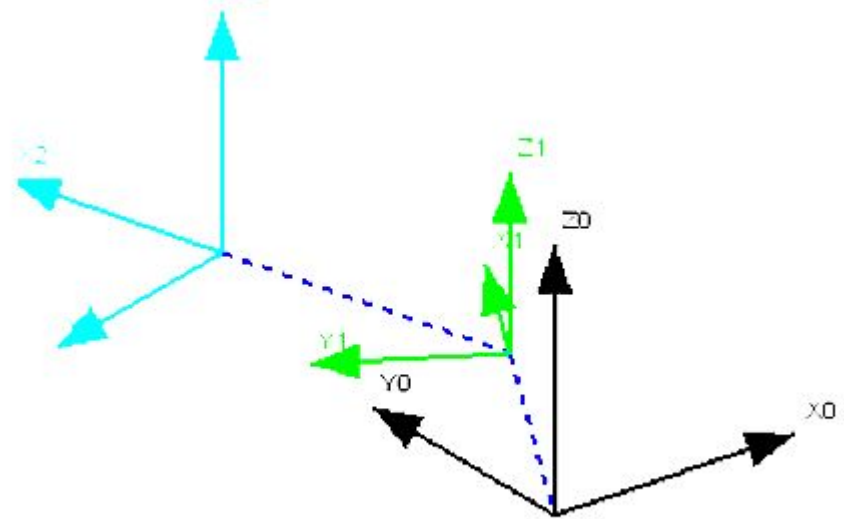
0. 0. 0. 1.

Визуализация

```
-->PlotRobot(twolink,[pi/3 pi/4]);  
-->PlotRobotFrame(twolink,[pi/3 pi/4]);
```



Мы можем визуализировать модель робота twolink с помощью команд PlotRobot и PlotRobotFrame, которые рисуют символическую диаграмму и конфигурацию систем координат робота соответственно.



Чтобы посмотреть, как этот робот движется в соответствии с изменением переменных в сочленениях, используется AnimateRobot. Переменные должны передаваться в виде матрицы, количество строк которой равно количеству точек данных для движения робота. Каждый шарнир двухзвенного манипулятора двигался на 360 градусов одновременно.

```
-->AnimateRobot(twolink,[2*pi*(0:0.01:1)',2*pi*(0:0.01:1)']');
```

Задача прямой кинематики

Решение задачи прямой кинематики рабочего органа осуществляется командой `fkine`. Желаемая конфигурация выбирается путем передачи в качестве аргумента углов поворота сочленений. Для нашего манипулятора

```
-->fkine(twolink,[pi/3,-pi/2])
```

```
ans =
```

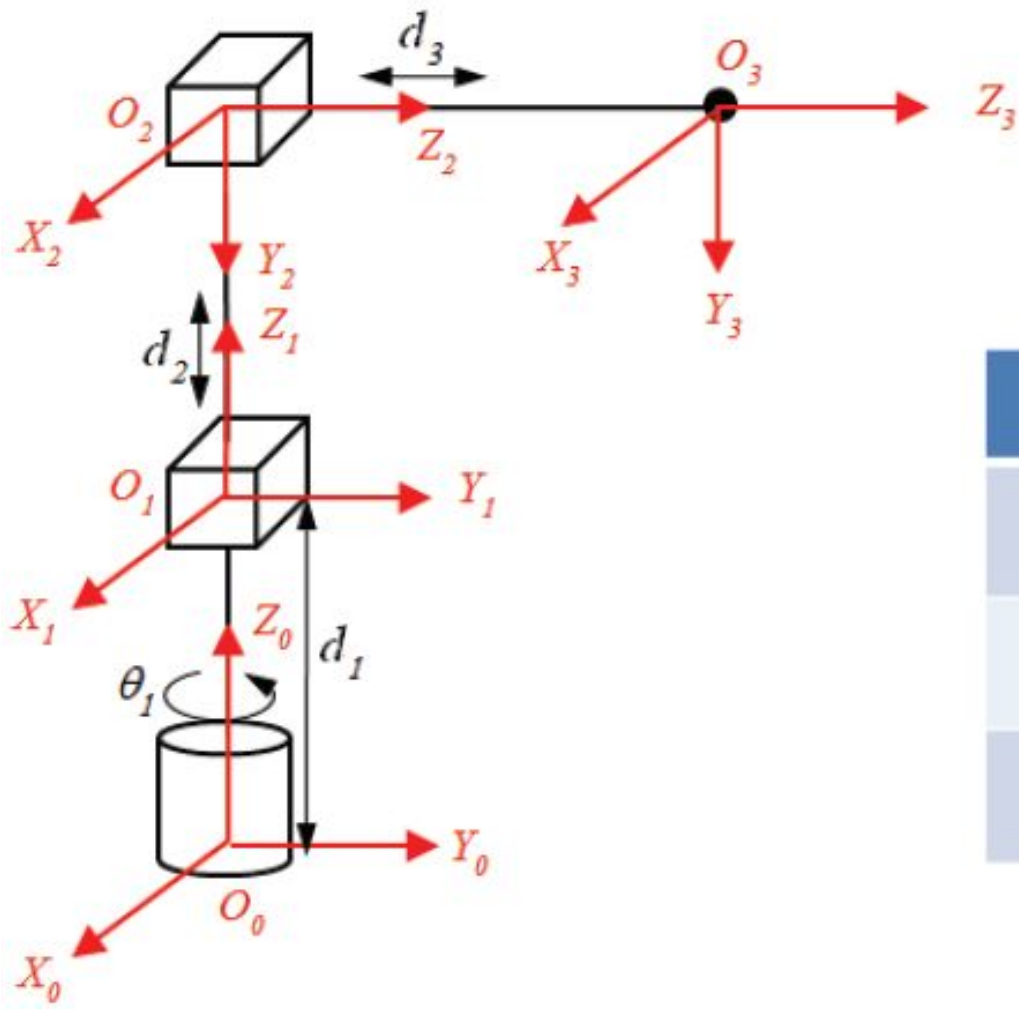
```
0.8660254  0.5      0.  1.3660254  
-0.5      0.8660254  0.  0.3660254  
0.        0.        1.  0.  
0.        0.        0.  1.
```

Совет: Файлы скриптов для различных моделей роботов включены в подкаталог `./models` в каталоге `RTSX`.

Предположим, что Вы сейчас находитесь в каталоге `RTSX` и хотите построить модель двухзвенного манипулятора.

Просто наберите команду `-->exec('./models/mdl_twolink.sce',-1);`

Пример робота с цилиндрической схемой



link	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1^*	d_1	0	0
2	θ_2^*	d_2^*	0	$-\pi/2$
3	0	d_3^*	0	0

Матрицы переходов

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_3 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & -s_1 d_3 \\ s_1 & 0 & c_1 & c_1 d_3 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

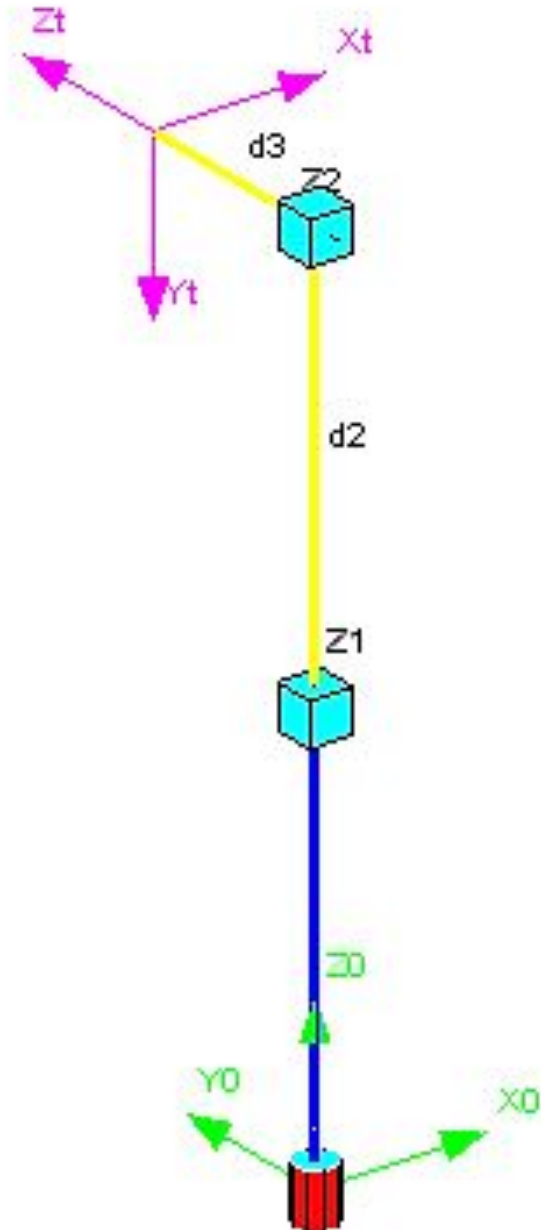
-->L(1)=Link([0 1 0 0]); // Полагаем d1=1

-->L(2)=Link([0 1 0 -pi/2],'p'); // 'p' -призматическое
сочленение

-->L(3)=Link([0 1 0 0],'p');

-->cylind_robot = SerialLink(L,'name','Cylindrical Robot');

Визуализация



```
-->PlotRobot(cylind_robot,[0,1,0.5]);
```

```
// Анимация
```

```
-->q1=pi*(0:0.01:1)';
```

```
-->q2=(0:0.01:1)';
```

```
-->q3=(0:0.02:2)';
```

```
-->AnimateRobot(cylind_robot,[q1,q2,q3])
```

Для решения задачи прямой кинематики используется `fkine`.

В некоторых случаях, помимо перехода между конечным звеном и базой, нам может понадобиться также знать значения каждой матрицы A_i между каждой парой звеньев. Для этого в RTSX есть специальная команда `Robot2AT`.

```
-->[A,T]=Robot2AT(cylind_robot,[pi/4, 0.5, 0.8]);
```

Команда Robot2AT.

--> [A,T]=Robot2AT(cylind_robot,[pi/4, 0.5, 0.8])

T =

0.7071068 0. -0.7071068 -0.5656854

0.7071068 0. 0.7071068 0.5656854

0. -1. 0. 1.5

0. 0. 0. 1.

A =

(:,:,1)

0.7071068 -0.7071068 0. 0.

0.7071068 0.7071068 0. 0.

0. 0. 1. 1.

0. 0. 0. 1.

(:,:,2)

1. 0. 0. 0.

0. 0. 1. 0.

0. -1. 0. 0.5

0. 0. 0. 1.

(:,:,3)

1. 0. 0. 0.

0. 1. 0. 0.

0. 0. 1. 0.8

0. 0. 0. 1.

По модели робота вычисляет однородные матрицы трансформации от каждого звена к базовому.

A - однородная матрица преобразования размером $4 \times 4 \times nq$, представляющая набор матриц размером 4×4

преобразования с.к. предшествующего звена к с.к. последующего звена, где nq = количество звеньев

T - 4×4 однородная матрица преобразования, представляющая преобразование к последнему звену от первого (базового) звена.

Подробное описание команды содержится в RTSXСправочникКоманд

Robot2AT

From a robot model, compute homogeneous transformation matrices from each frame to base.

Appendix – RTSX Command Reference

Syntax

$[A, T, T_b, T_t] = \text{Robot2AT}(\text{robot}, q, \text{options})$

Input Arguments

robot – a robot model

q – a $1 \times n_q$ vector of joint variable values, where n_q = number of joint variables

Output Arguments

A — a $4 \times 4 \times n_q$ homogeneous transformation matrix representing each frame w.r.t. frame below, where n_q = number of joints

T — a 4×4 homogeneous transformation matrix representing tool frame w.r.t base

T_b — a 4×4 base transformation matrix

T_t — a 4×4 tool transformation matrix

Options

Note: options only affect homogeneous matrix T. A remains unchanged.

‘none’ — $T = A_1 * A_2 * \dots * A_n$

‘base’ — $T = \text{robot.base} * A_1 * A_2 * \dots * A_n$

‘tool’ — $T = A_1 * A_2 * \dots * A_n * \text{robot.tool}$

‘all’ — $T = \text{robot.base} * A_1 * A_2 * \dots * A_n * \text{robot.tool}$

Description

Robot2AT() computes homogeneous transformation matrices that describe each joint coordinate frame A and T, where $A(:, :, i)$ describes frame {i} w.r.t {i-1} and T describes {n} w.r.t {0}

Задача обратной кинематики

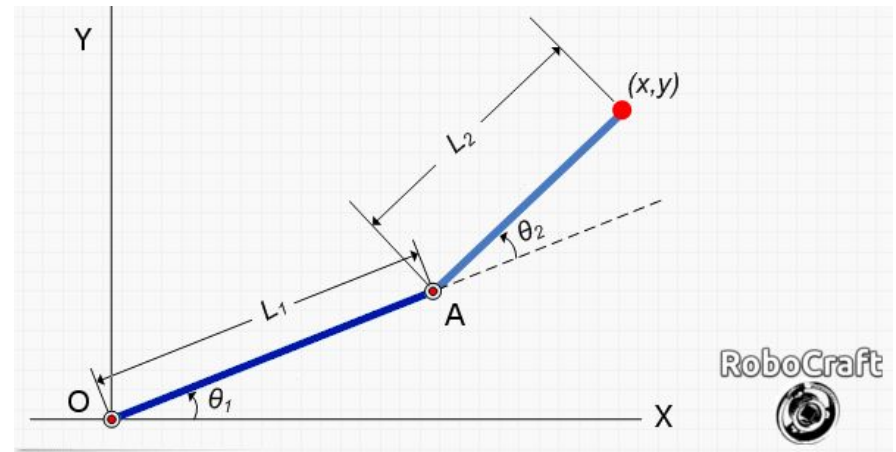
Обратная кинематика заключается в нахождении значений переменных в сочленениях q_0, \dots, q_n при задании однородной матрицы перехода от звена с рабочим инструментом до базы T_{0n} . В целом эту проблему решить сложнее, так как существует 3 возможности:

- единственное решение
- нет решения
- множество решений

в зависимости от расположения и ориентации конечного звена, описанного в приведенной ниже матрице T_{0n} . Например, если он находится за пределами рабочей области робота, решения не существует. Множество решений возможно внутри рабочей области, когда несколько конфигураций приводят к одному и тому же расположению и ориентации инструмента.

Другой вопрос, который еще больше усложняет проблему обратной кинематики некоторых роботов, - это возможность найти решение в аналитическом виде. Возможно, придется решать проблему численным методом, что займет больше времени в зависимости от того, сколько итераций необходимо для заданной конфигурации. Если аналитическое решение существует, то систематического решения проблемы не существует, так как оно зависит от типа робота, который обычно приходится анализировать, используя алгебраические/геометрические средства. Процедура даже для такого простого случая, как двухсвязный манипулятор, может быть довольно сложной. Здесь мы опускаем анализ обратной кинематики и концентрируемся на использовании команд RTSX.

Аналитическое решение 3ПК



здесь, мы имеем две системы отсчёта — первая, связанная с точкой крепления плеча L_1 — O , а вторая — с началом координат в точке крепления локтя — A .

Найдём смещение второй системы относительно первой (координаты точки A в системе отсчёта O):

$$X_A = L_1 \cdot \cos(Q_1)$$

$$Y_A = L_1 \cdot \sin(Q_1)$$

Координаты (x, y) в системе отсчёта локтя:

$$x'' = L_2 \cdot \cos(Q_2)$$

$$y'' = L_2 \cdot \sin(Q_2)$$

По рисунку видно, что в системе O , локоть L_2 повернут относительно плеча на Q_1+Q_2 :

$$x' = L_2 \cdot \cos(Q_1+Q_2)$$

$$y' = L_2 \cdot \sin(Q_1+Q_2)$$

Т.О.:

$$x = X_A + x' = L_1 \cdot \cos(Q_1) + L_2 \cdot \cos(Q_1+Q_2)$$

$$y = Y_A + y' = L_1 \cdot \sin(Q_1) + L_2 \cdot \sin(Q_1+Q_2)$$

Аналитическое решение ЗОК

Проведём прямую В, соединяющую начало координат О с заданной точкой (x, y).

$$B^2 = x^2 + y^2$$

$$x = B \cdot \cos(q_1)$$

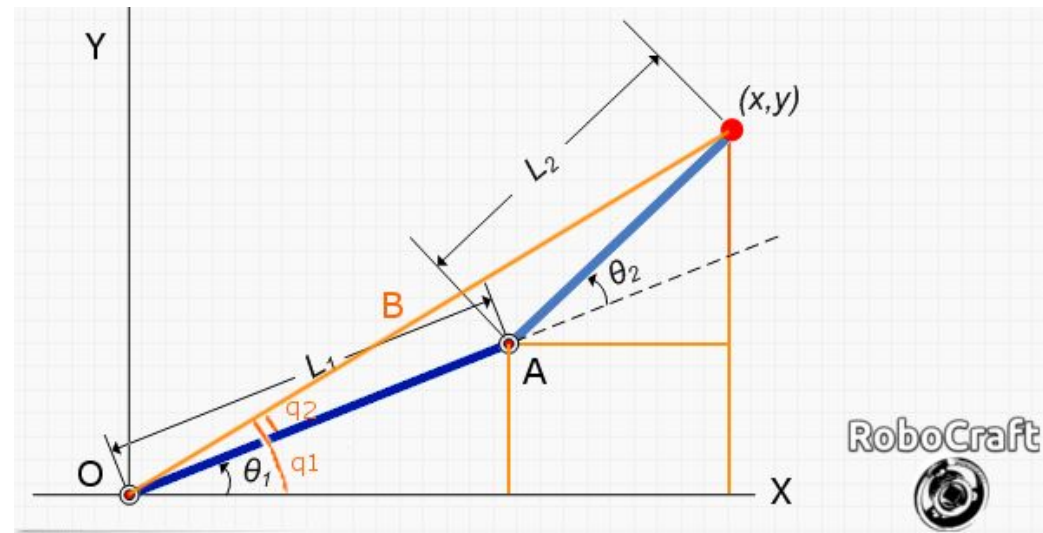
$$y = B \cdot \sin(q_1)$$

q_1 — угол между осью ОХ и прямой В

q_2 — угол между прямой В и плечом L_1

отсюда:

$$Q_1 = q_1 - q_2$$



$$q_1 = \arccos(x/B) \text{ или } q_1 = \arctg(y/x)$$

, а q_2 находим при помощи теоремы косинусов, которая говорит:

Для плоского треугольника со сторонами a,b,c и углом alpha, противолежащим стороне a, справедливо соотношение:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$

в нашем случае, по теореме косинусов:

$$L_2^2 = B^2 + L_1^2 - 2 \cdot B \cdot L_1 \cdot \cos(q_2)$$

$$\Rightarrow q_2 = \arccos\left(\frac{L_1^2 - L_2^2 + B^2}{2 \cdot B \cdot L_1}\right)$$

$$Q_1 = q_1 - q_2 = \arccos\left(\frac{x}{B}\right) - \arccos\left(\frac{L_1^2 - L_2^2 + B^2}{2 \cdot B \cdot L_1}\right)$$

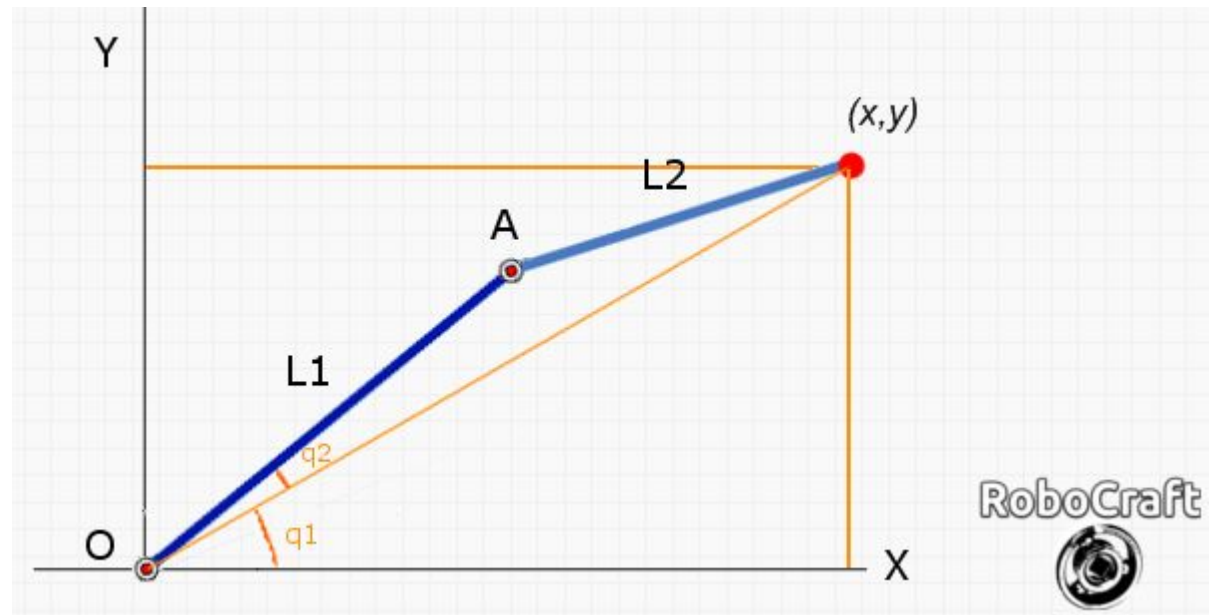
по той же теореме косинусов найдём угол Q_2 :

как видно по рисунку, угол Q_2 равен 180° — угол OAx

$$B^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \cos(\pi - Q_2)$$

$$Q_2 = \pi - \arccos\left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - B^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2}\right)$$

ЗОК при другом расположении локтя



формулы для $Q1$ и $Q2$ не изменятся, но изменятся знаки углов:

$$Q1 = q1 + q2$$

а $Q2$ нужно брать с противоположным знаком.

$$\text{В общем случае } Q1 = q1 - q2$$

Модель PUMA560 используется исключительно в этой части из-за существования аналитического решения. Создадим модель p560 из mdl_puma560.sce как в q_n

Рассмотрим решение задачи прямой кинематики T_{06} при номинальной конфигурации

q_n =

0. 0.7853982 3.1415927 0. 0.7853982 0.

Прямая кинематика

--> T=FKine(p560,q_n)

T =

0. 0. 1. 0.5963031
0. 1. 0. -0.15005
-1. 0. 0. -0.0143543
0. 0. 0. 1.

Обратная кинематика

--> q_i=IKine6s(p560,T)

q_i =

2.6485612 -3.9269908 0.0939558 2.5325594
0.9743496 0.3733996

--> FKine(p560,q_i)

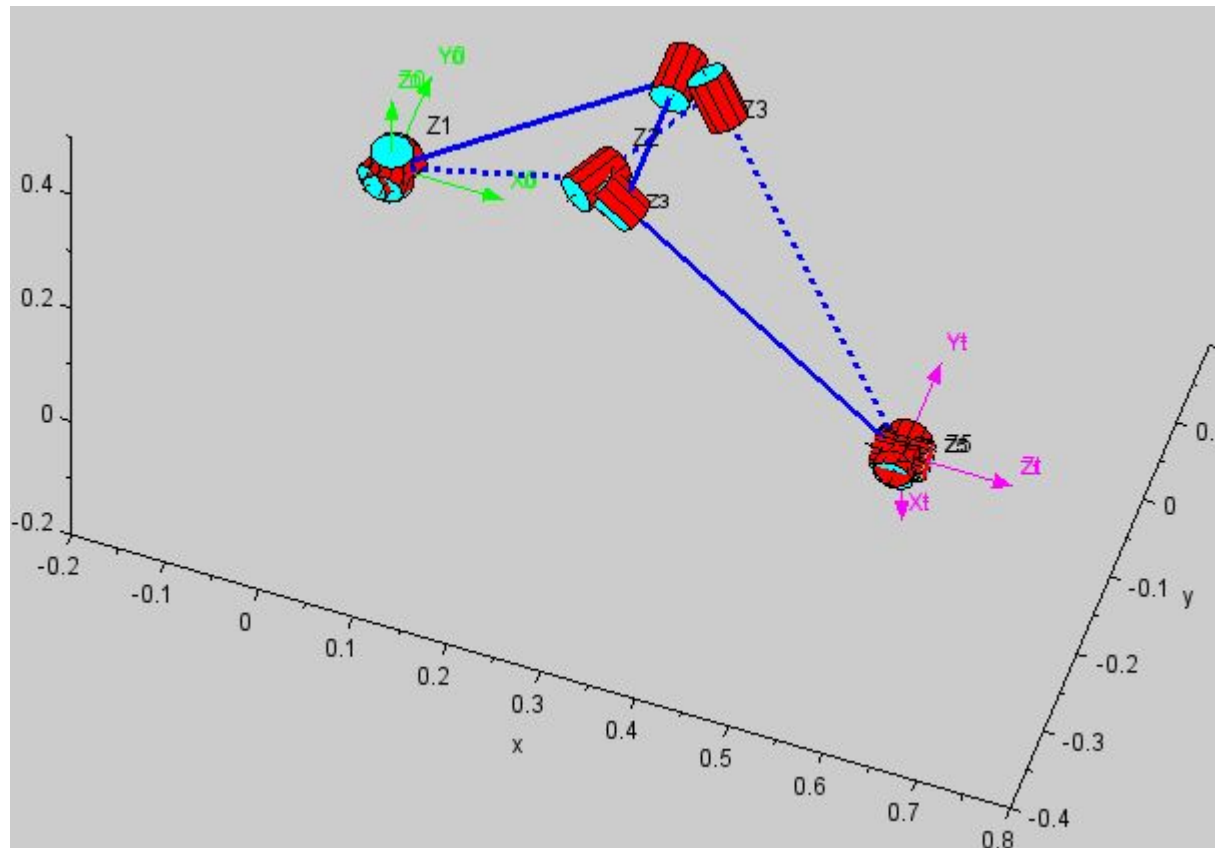
ans =

0. 0. 1. 0.5963031
0. 1. 0. -0.15005
-1. 0. 0. -0.0143543
0. 0. 0. 1.

Происходит то, что q_n и q_i являются переменными так называемой «левой» и «правой» конфигураций робота PUMA560 соответственно. Это показано на рис. с использованием опции «удерживать», чтобы наложить второй график на то же окно.

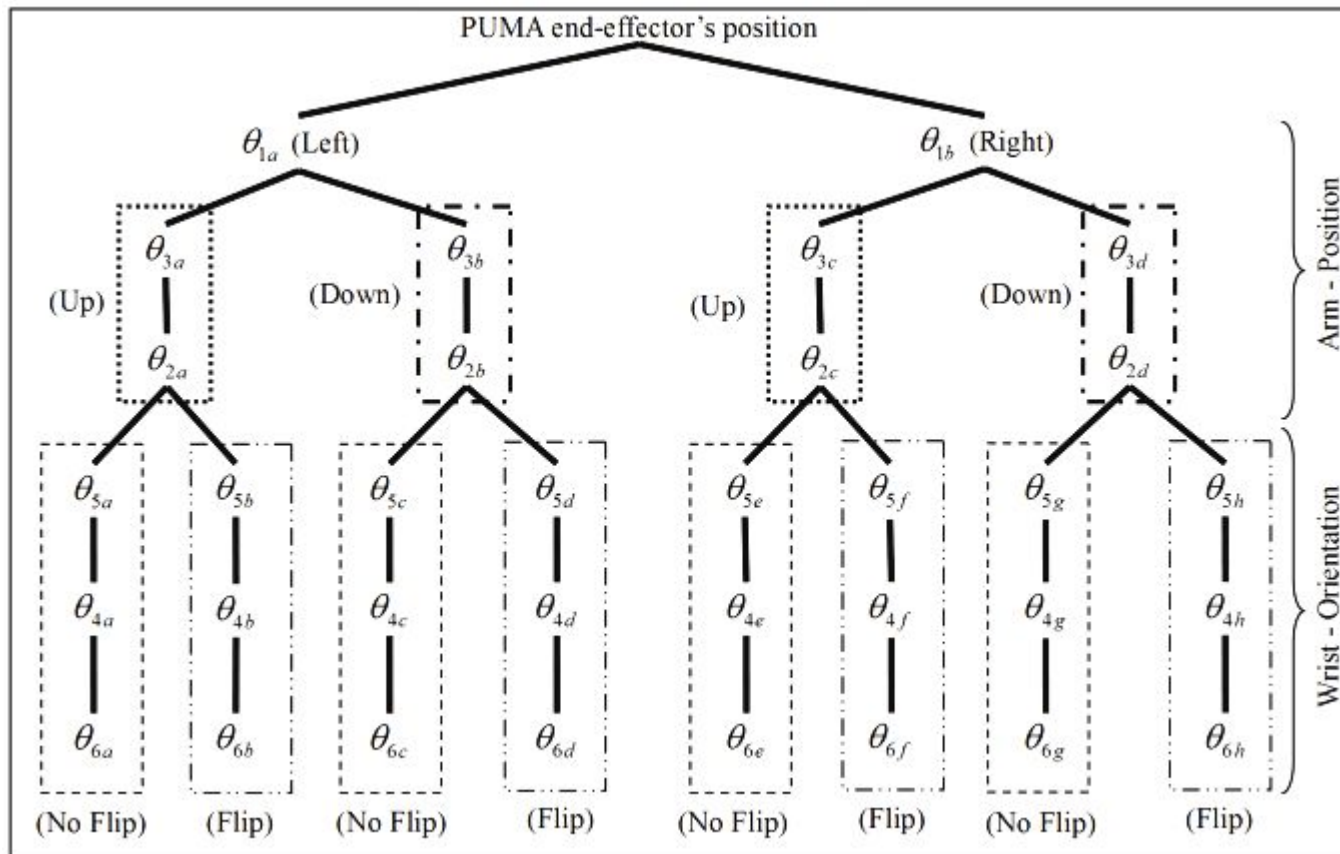
```
--> PlotRobot(p560,q_n);
```

```
--> PlotRobot(p560,q_i,'linklinestyle','.', 'hold');
```



Существует восемь возможностей для PUMA560, которые могут возникнуть в результате комбинации следующих опций:

- 'l','r' left or right arm (левая или правая рука)
- 'u','d' elbow up or down (локоть вверх или вниз)
- 'f','n' wrist flipped or not (запястье перевернуто или нет)

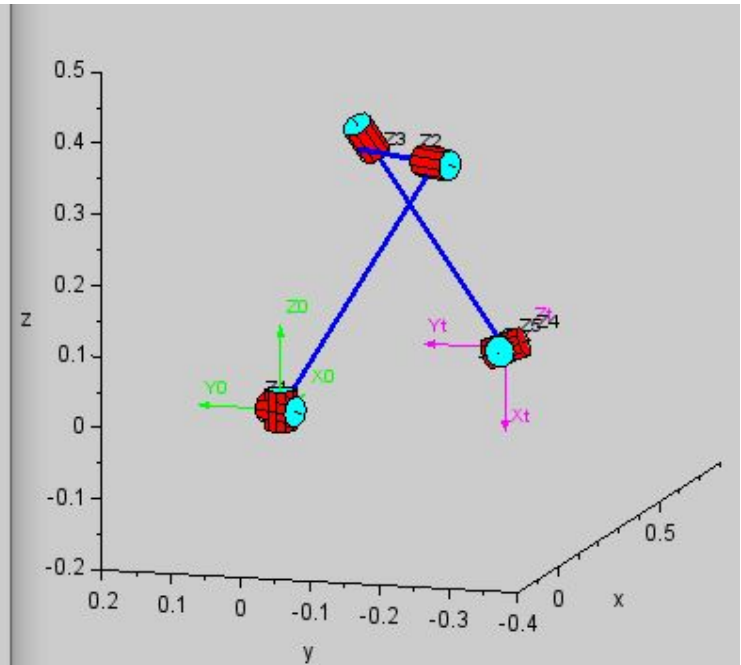
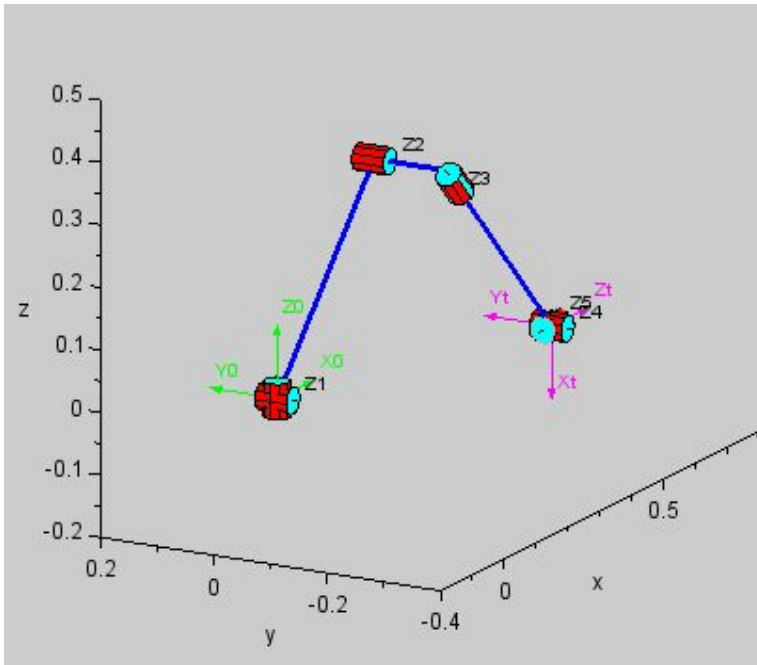


--> $q_i = \text{IKine6s}(p560, T)$

$q_i =$

2.6485612 -3.9269908 0.0939558

2.5325594 0.9743496 0.3733996



--> $q_i = \text{IKine6s}(p560, T, 'ru')$

$q_i =$

0. 0.7853982 3.1415927

0. 0.7853982 0.

Нет решения ОК

Не существует решения обратной кинематики, когда заданные координаты инструмента выбраны за пределами рабочего пространства робота.

--> IKine6s(p560, transl([3,0,0]))

ВНИМАНИЕ: Puma 560 -- point not reachable

ans =

Nan Nan Nan Nan Nan Nan

Для некоторых роботов, для которых не существует решения обратной кинематики в аналитической форме, RTSX команда IKine используется как для численного вычисления ответа. Это итерационный алгоритм, который повторяется до тех пор, пока не будет найдено решение в пределах некоторого допуска. При запуске этой команды отображается счетчик цикла. Давайте попробуем это с PUMA560, чтобы мы могли сравнить результат с аналитической формой.

--> T=FKine(p560,q_n)

T =

0. 0. 1. 0.5963031
0. 1. 0. -0.15005
-1. 0. 0. -0.0143543
0. 0. 0. 1.

--> q_i = IKine(p560,T)

Computing inverse kinematics for robot Puma
560

0
1.....
393
q_i =

-0.0000009 -0.8335317 0.0939531
0.0000014 -0.8312176 -0.000001

--> FKine(p560,q_i)

ans =

0.0000001 -0.0000002 1. 0.5963039
-5.475D-08 1. 0.0000002 -0.1500505
-1. -5.475D-08 0.0000001 -0.0143543
0. 0. 0. 1.