Лекция № 1

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

ВОПРОСЫ

1. Электростатика. Элементарный электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.
2. Напряжённость электростатического поля. Напряжённость поля точечного заряда. Принцип суперпозиции. Линии напряжённости (силовые линии).

3. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов. Потенциальная энергия одного заряда в системе зарядов. Потенциал. Эквипотенциальные поверхности.

4. Связь напряжённости и потенциала. Градиент. Работа по перемещению заряда.

5. Диполь. Поле диполя. Диполь во внешнем электростатическом поле.

1. Электростатика.
Элементарный электрический заряд.
Закон сохранения электрического заряда.
Закон Кулона.

Теория близкодействия: взаимодействие между телами осуществляется через посредника – через физическое поле.

(В нашем случае – взаимодействие зарядов осуществляется через электромагнитное поле.)

Все физические поля распространяются со скоростью света.

В состав любого тела входят элементарные частицы, несущие электрический заряд.

Заряд элементарной частицы называется элементарным.

Величина элементарного заряда (квант заряда):

$$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Существуют положительный и отрицательный электрические заряды.

Например, электрон – отрицательно заряженная частица, протон – положительно заряженная частица.

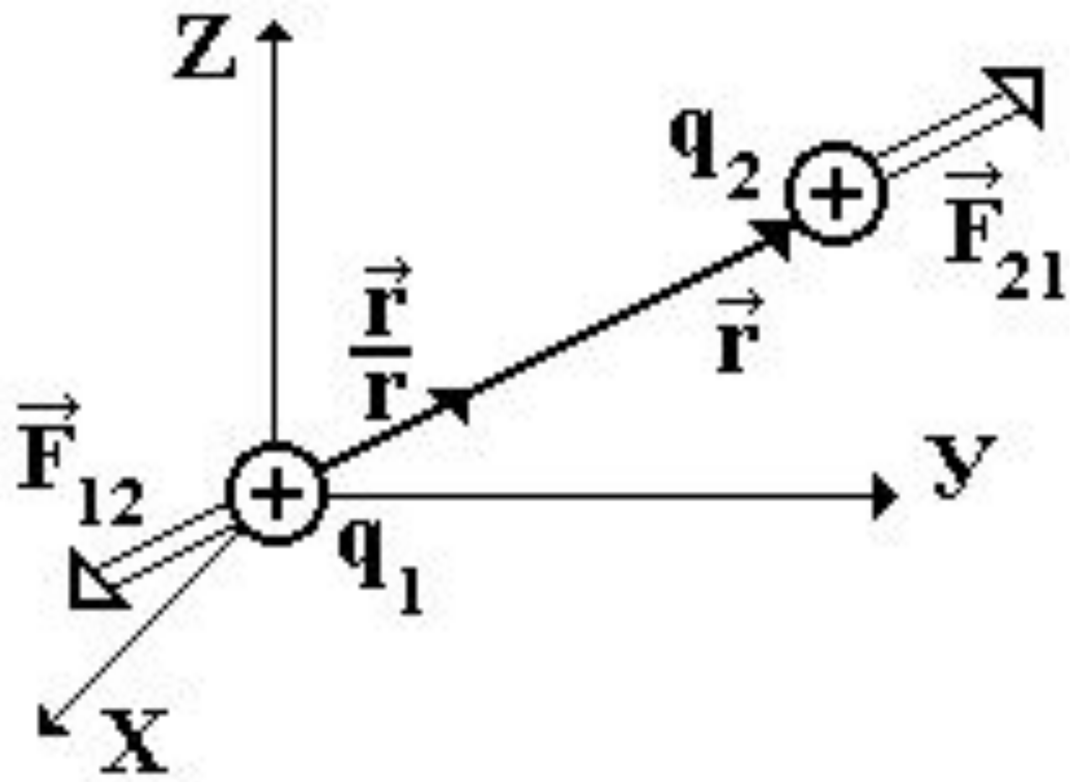
Электрический заряд – инвариантен, т. е. его величина не зависит от системы отсчета, т. е. не зависит от того, движется он или покоится.

Закон сохранения заряда (открыт Фарадеем):

В любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов есть величина постоянная, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \mathrm{const}$$

Закон Кулона:
Сила взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними, направлена вдоль прямой линии, соединяющей эти заряды.



$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

Здесь q_1, q_2 – электрические заряды тел,

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная,

r – расстояние между заряженными телами,

$\vec{r}\,/\,|r|$ – единичный вектор (задаёт направление).

Если заряды находятся в диэлектрической среде, то

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды. Она показывает во сколько раз сила взаимодействия в вакууме больше силы взаимодействия в среде:

$\varepsilon = F_{\text{вак}}/F$.

2. Напряжённость электростатического поля. Напряжённость поля точечного заряда. Принцип суперпозиции. Линии напряжённости (силовые линии).

Взаимодействие между зарядами осуществляется посредством электрического поля.
Если заряды неподвижны, то поле называют электростатическим.

Любой электрический заряд *q* создает в окружающем его пространстве электрическое поле (изменяет свойства этого пространства). Электрическое поле проявляет себя в том, что помещенный в любую точку этого поля «пробный» заряд испытывает действие кулоновской силы со стороны этого поля.

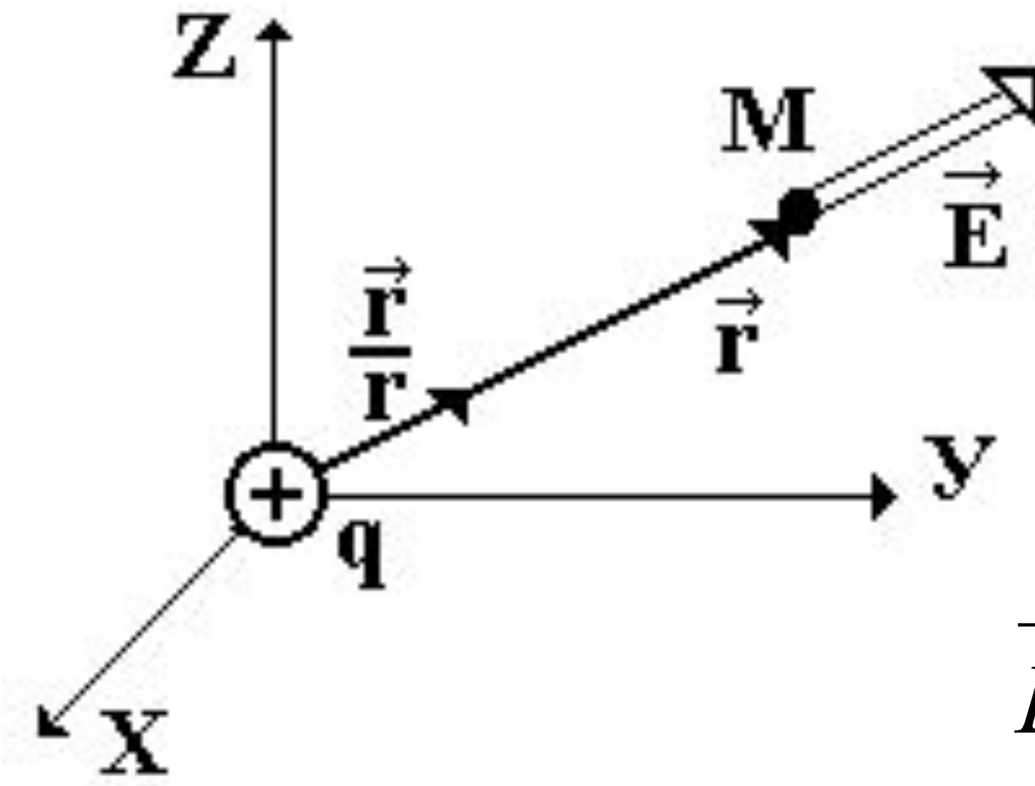
Основной количественной характеристикой электрического поля является вектор напряженности.

Напряженность электростатического поля – отношение силы, действующей на точечный неподвижный пробный заряд, к величине этого заряда.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Замечание: пробный заряд q_0 должен быть достаточно малым, чтобы его внесение в электрическое поле не вызывало заметного искажения поля.

Напряжённость поля точечного заряда (положительного):



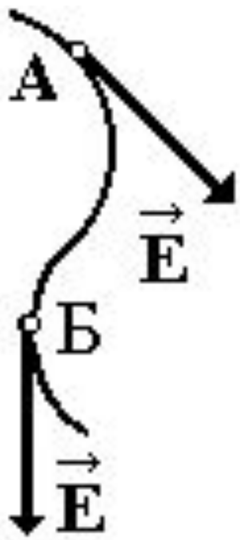
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

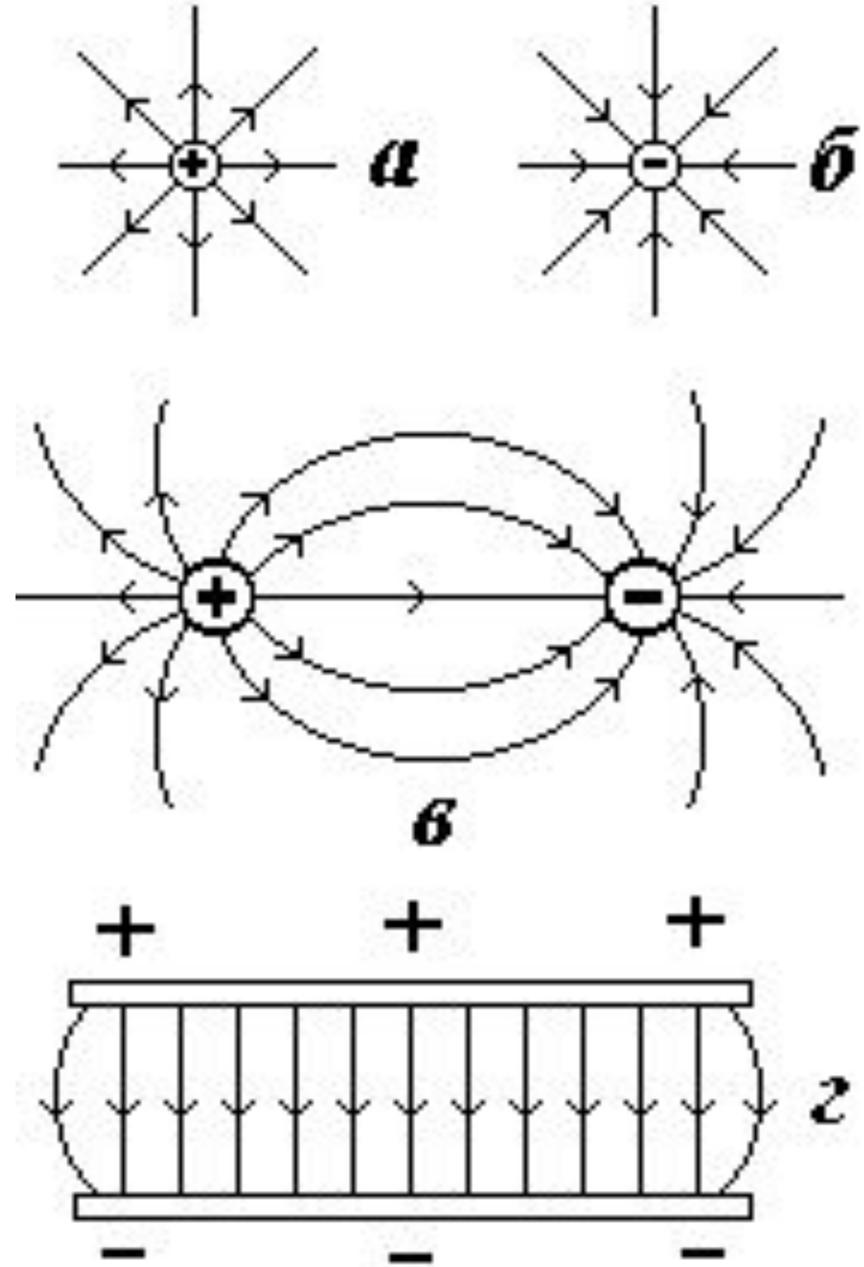
Принцип суперпозиции.
Вектор напряженности поля системы точечных неподвижных зарядов равен векторной сумме напряженности полей, созданной каждым из зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Электрическое поле характеризуют с помощью силовых линий – линий напряжённости.

Силовые линии напряженности проводят так, чтобы касательная к ним в некоторой точке совпадала с направлением вектора напряженности в этой точке.


A
$\vec{E}$
Б
$\vec{E}$


а
б
в
г

3. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов. Потенциальная энергия одного заряда в системе зарядов. Потенциал. Эквипотенциальные поверхности.

Потенциальная энергия взаимодействия зарядов q и q_0 может быть записана в виде:

$$W_p = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} + C$$

где r – расстояние между зарядами, C – постоянная, значение которой выбирается таким, чтобы при удалении пробного заряда в бесконечность (при $r \to \infty$) потенциальная энергия обращалась в нуль ($W_{p\infty} = 0$). Таким образом

$$W_p = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Потенциальная энергия заряда q_0 в поле системы зарядов и потенциальная энергия системы зарядов, соответственно:

$$W_p = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_i} \qquad W_p = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i \cdot q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$

где r_i – расстояние от заряда q_0 до других зарядов, r_{ij} – расстояние между зарядами (q_i и q_j).

Отношение потенциальной энергии к соответствующей величине какого-либо пробного заряда всегда будет величиной постоянной.
Эта величина называется потенциалом:

$$\varphi = \frac{W_{p1}}{q_{01}} = \frac{W_{p2}}{q_{02}} = \ldots = \frac{W_{pn}}{q_{0n}} = \mathrm{const}$$

Потенциал электростатического поля точечного заряда *q* на расстоянии *r* от него:

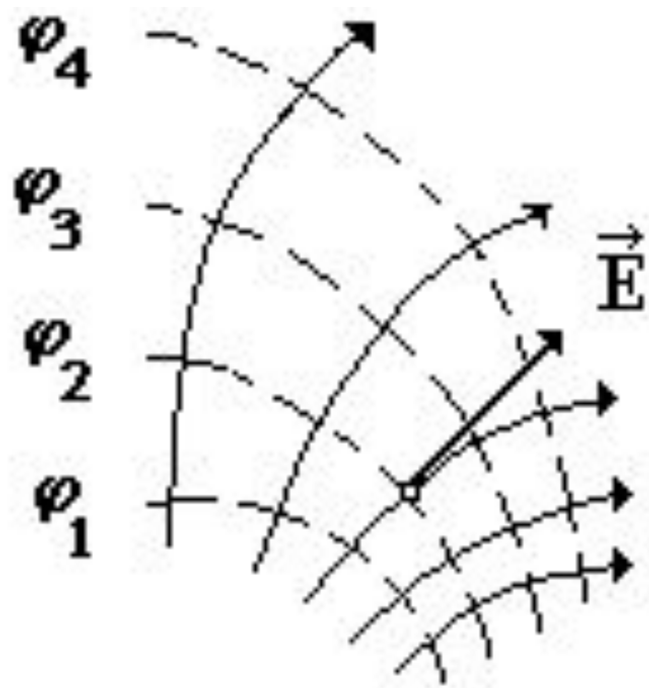
$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

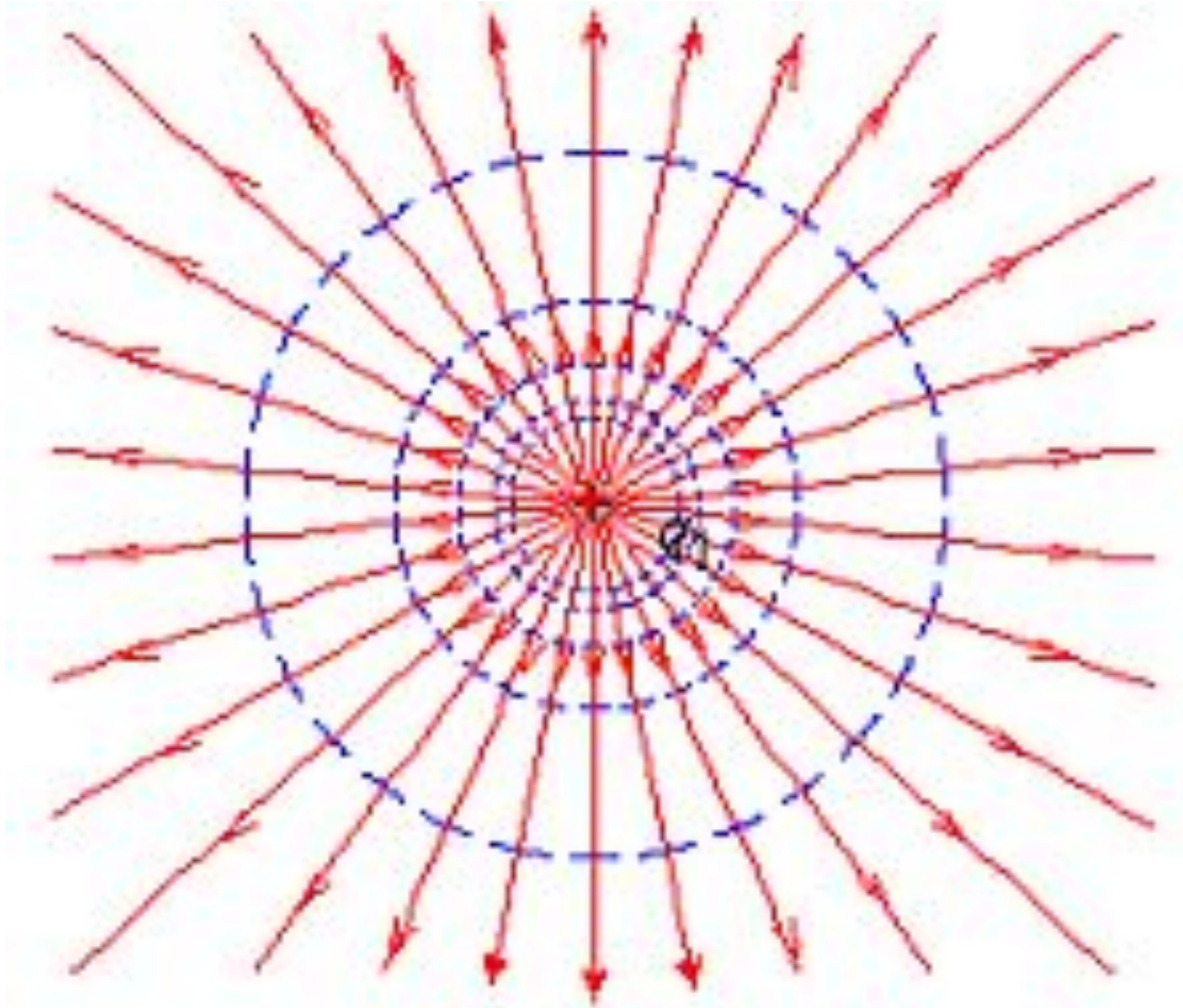
Потенциал результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности, так как потенциал есть величина скалярная:

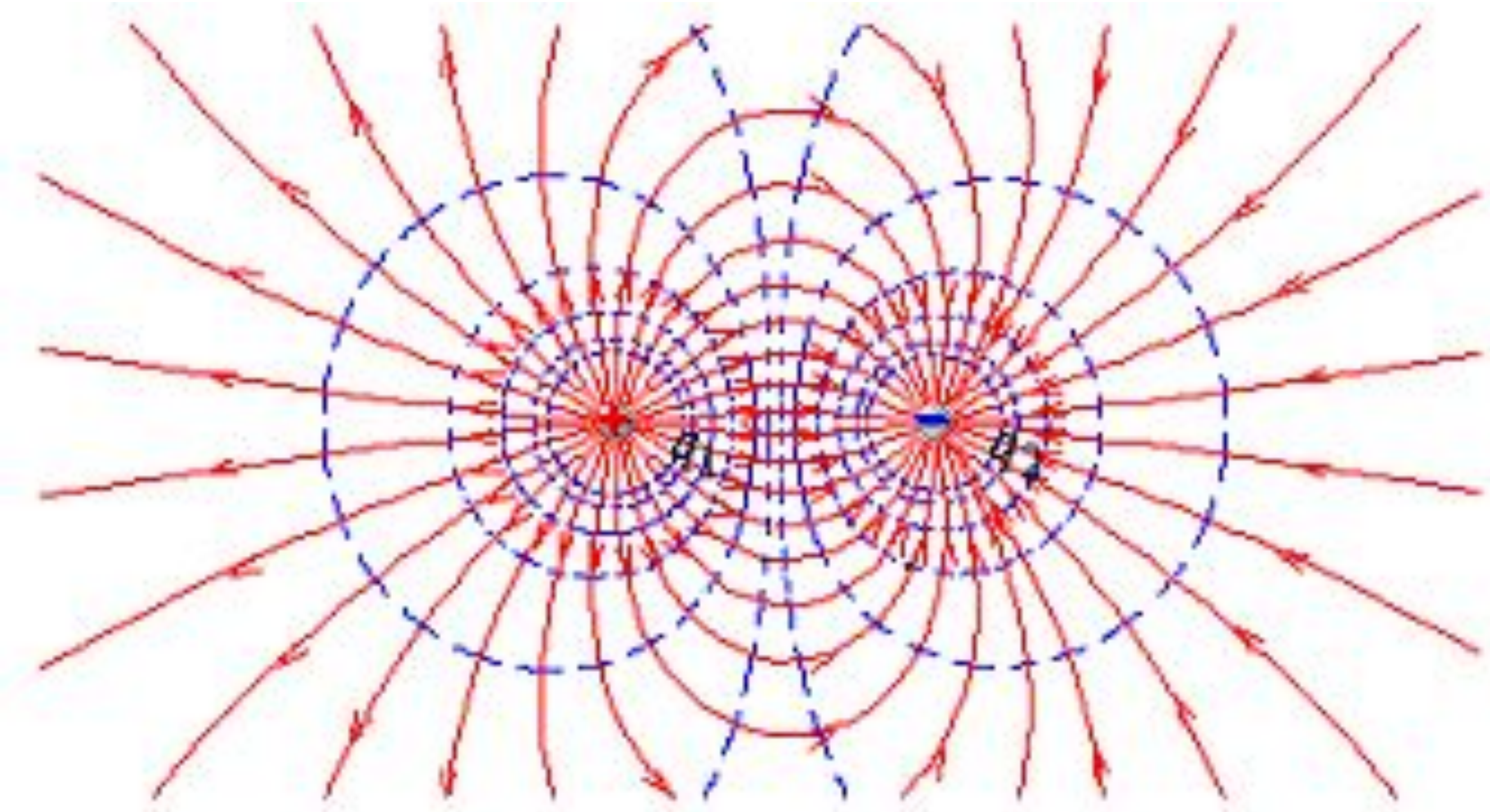
$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

Для графического изображения потенциала электростатического поля используют линии равного потенциала (эквипотенциальные поверхности). Поверхность, геометрическое место точек которой имеют одинаковый потенциал, называют эквипотенциальной.

Вектор *E* перпендикулярен касательной к эквипотенциальной поверхности в данной точке.

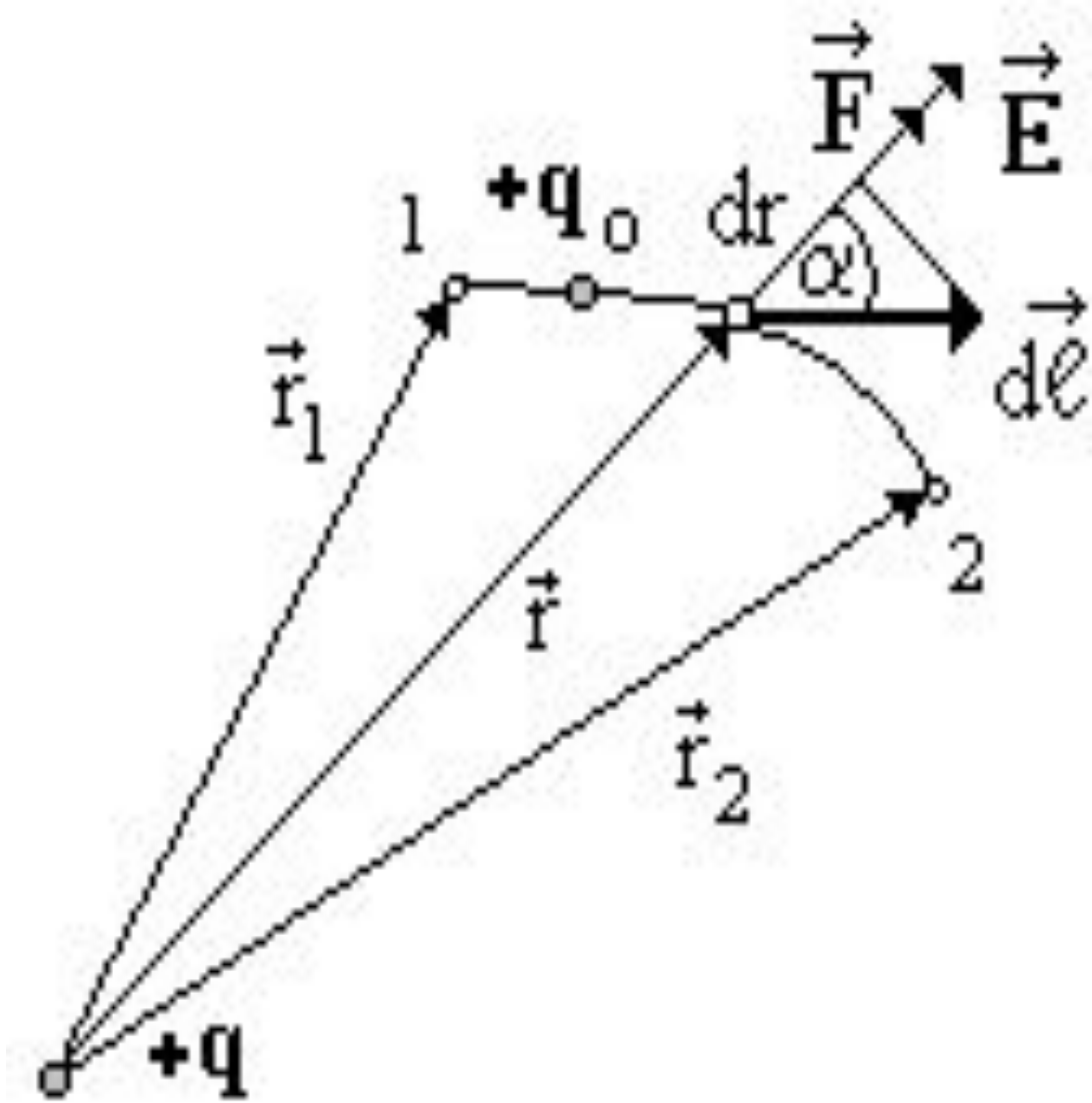



q1


q_1
q_2

4. Работа по перемещению заряда. Связь напряжённости и потенциала. Градиент.

Поместим пробный, положительный точечный заряд в неоднородное электрическое поле. Будем его перемещать из положения 1 в 2. Весь путь 1 – 2 представим в виде малых элементов $d\ell$, в пределах которых электрическое поле можно считать однородным.



51

Из механики известно, что работа силы есть

$$A = \int_1^2 \left(\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} \right) = \int_1^2 F \mathrm{d}\ell \cos\alpha = \int_{r_1}^{r_2} F \cdot \mathrm{d}r,$$

где dr = dℓ cosα; r_1 и r_2 – радиус-векторы начального 1 и конечного 2 положений, угол α – угол между вектором силы F и вектором элементарного перемещения dℓ.

Используя выражение для напряжённости поля точечного заряда и интегрируя, получим выражение

$$A = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (W_1 - W_2)$$

или

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = -q_0(\varphi_2 - \varphi_1) = -q_0\Delta\varphi$$

Электрическое поле полностью описывается векторной функцией $\vec{E}(\vec{r})$. В этом случае можно найти силу, действующую на пробный заряд в любой точке поля, и вычислить работу поля при любом перемещении пробного заряда. Электрическое поле также характеризуется и потенциалом $\varphi(\vec{r})$.

Следовательно, между напряжённостью *E* и потенциалом φ, существует связь. Эта связь выражается в следующем виде

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k} \right)$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \phi = -\nabla \phi.$$

Здесь выражение в скобках или «grad» или знак «∇» – это градиент – вектор, направленный в сторону максимального изменения поля. Знак минус означает, что вектор *E* направлен в сторону уменьшения потенциала.

∇ – оператор набла

Таким образом, можно записать следующее

$$\vec{F} = \vec{E} * q_0 = q_0 * (-\operatorname{grad} \phi),$$

$$dA = \vec{F} * d\vec{\ell} = F * d\ell * \cos\alpha =$$

$$= -q_0 * (\Delta\phi) = -q_0 (\varphi_2 - \varphi_1) = -\Delta W_p.$$

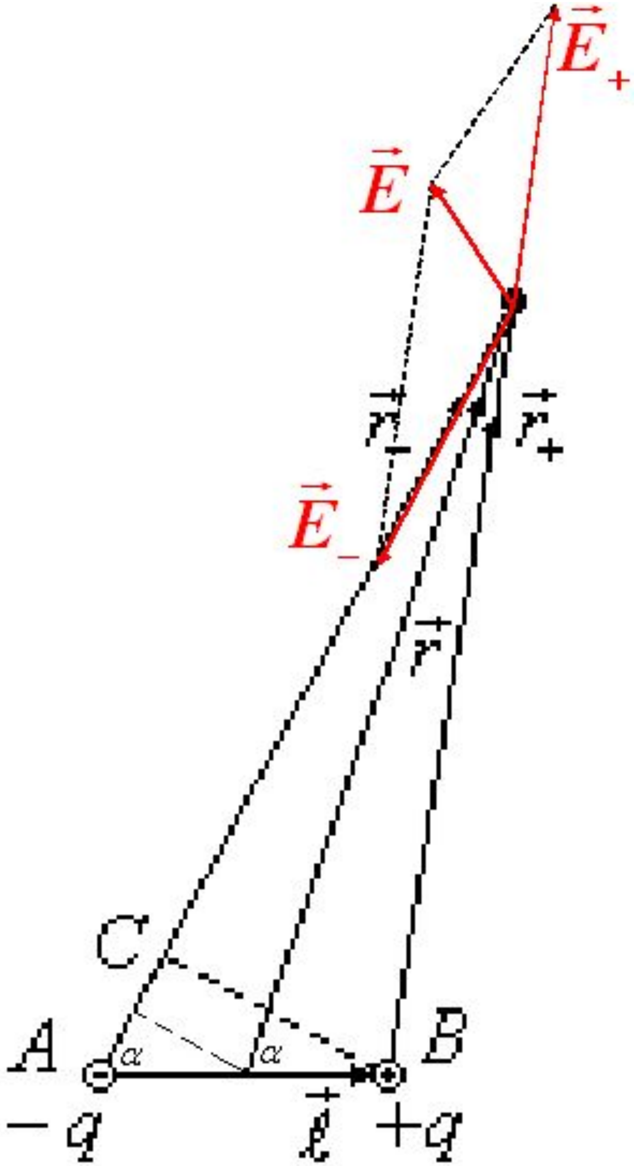
Это означает, что если ($\alpha = 90°$), то работа не совершается, потенциальная энергия и потенциал не изменяются, линии напряжённости и эквипотенциальные поверхности перпендикулярны.

5. Диполь.
Поле диполя.
Диполь во внешнем электростатическом поле.

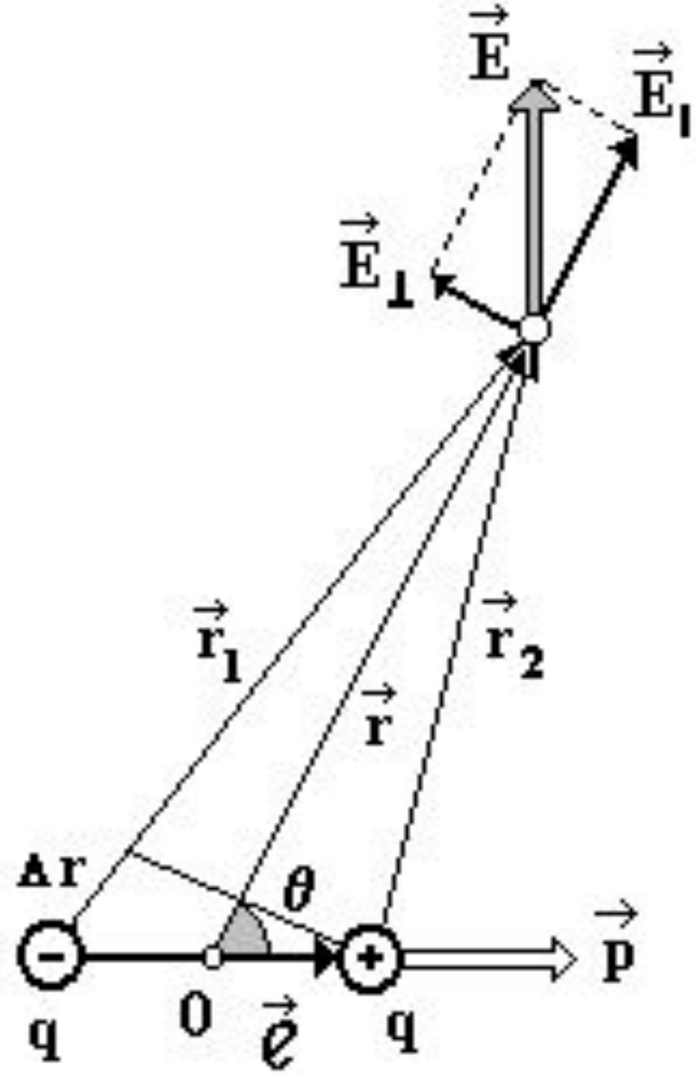
Систему двух равных по величине разноименных точечных зарядов $|+q| = |-q| = q$, расстояние между которыми $\vec{\ell}$ много меньше расстояния до исследуемых точек пространства $\vec{r}$, называют электрическим диполем.

Прямую, соединяющую разноименные заряды (полюса), называют осью диполя; точку *O* – центром диполя. Электрический диполь характеризуется плечом диполя: вектором $\vec{\ell}$, направленным от отрицательного заряда к положительному. Основной характеристикой диполя является электрический дипольный момент

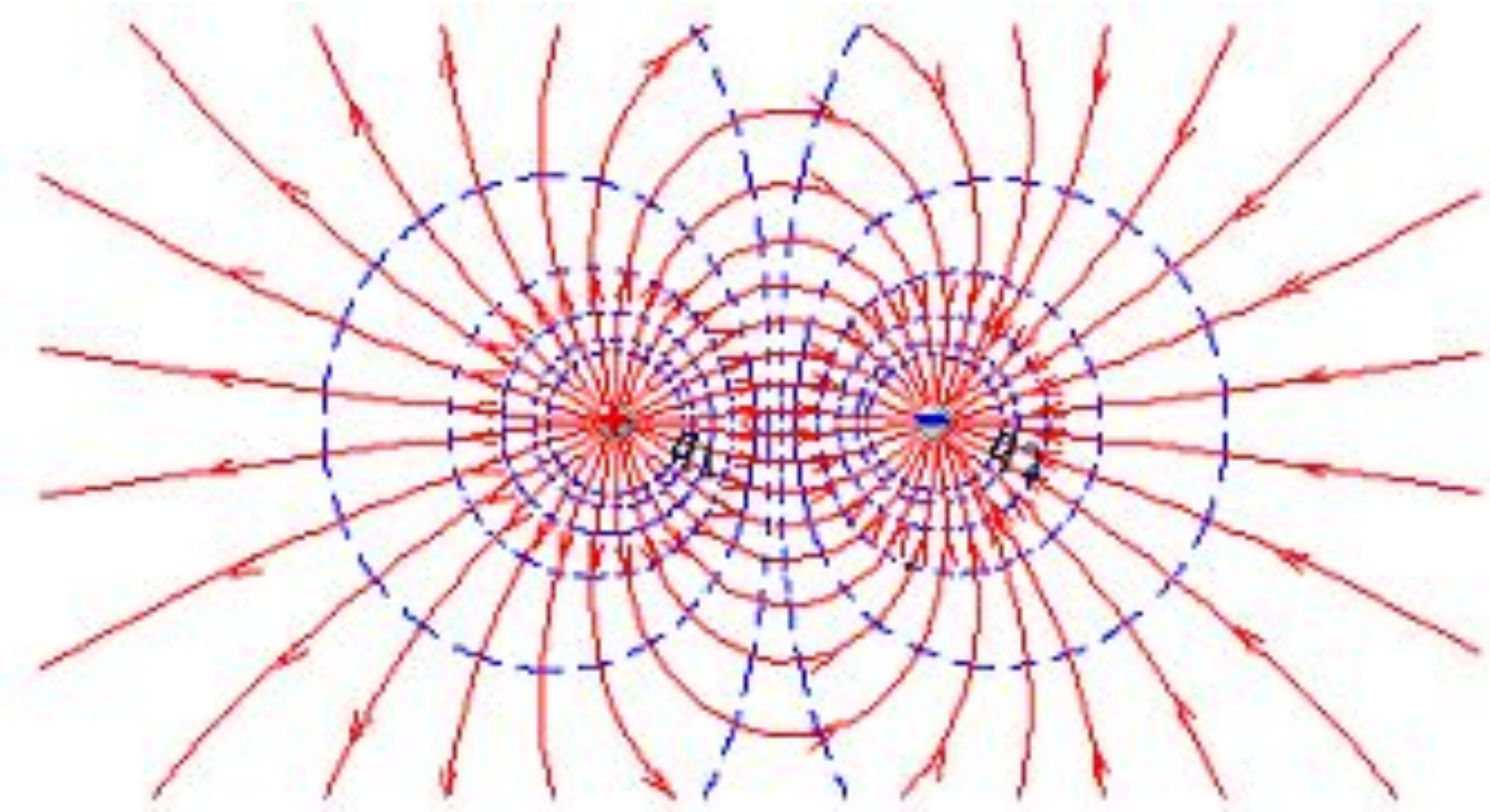
$$\vec{p} = q\,\vec{\ell}$$



$\vec{E}_+$
$\vec{E}$
$\vec{r}_-$
$\vec{r}_+$
$\vec{E}_-$
$\vec{r}$
C
A
B
α
α
$-q$
$\vec{\ell}$
$+q$



$\vec{E}$
$\vec{E}_{\parallel}$
$\vec{E}_{\perp}$
$\vec{r}_1$
$\vec{r}_2$
$\vec{r}$
Δr
θ
$\vec{p}$
q
0
$\vec{\ell}$
q



Напряжённость поля диполя

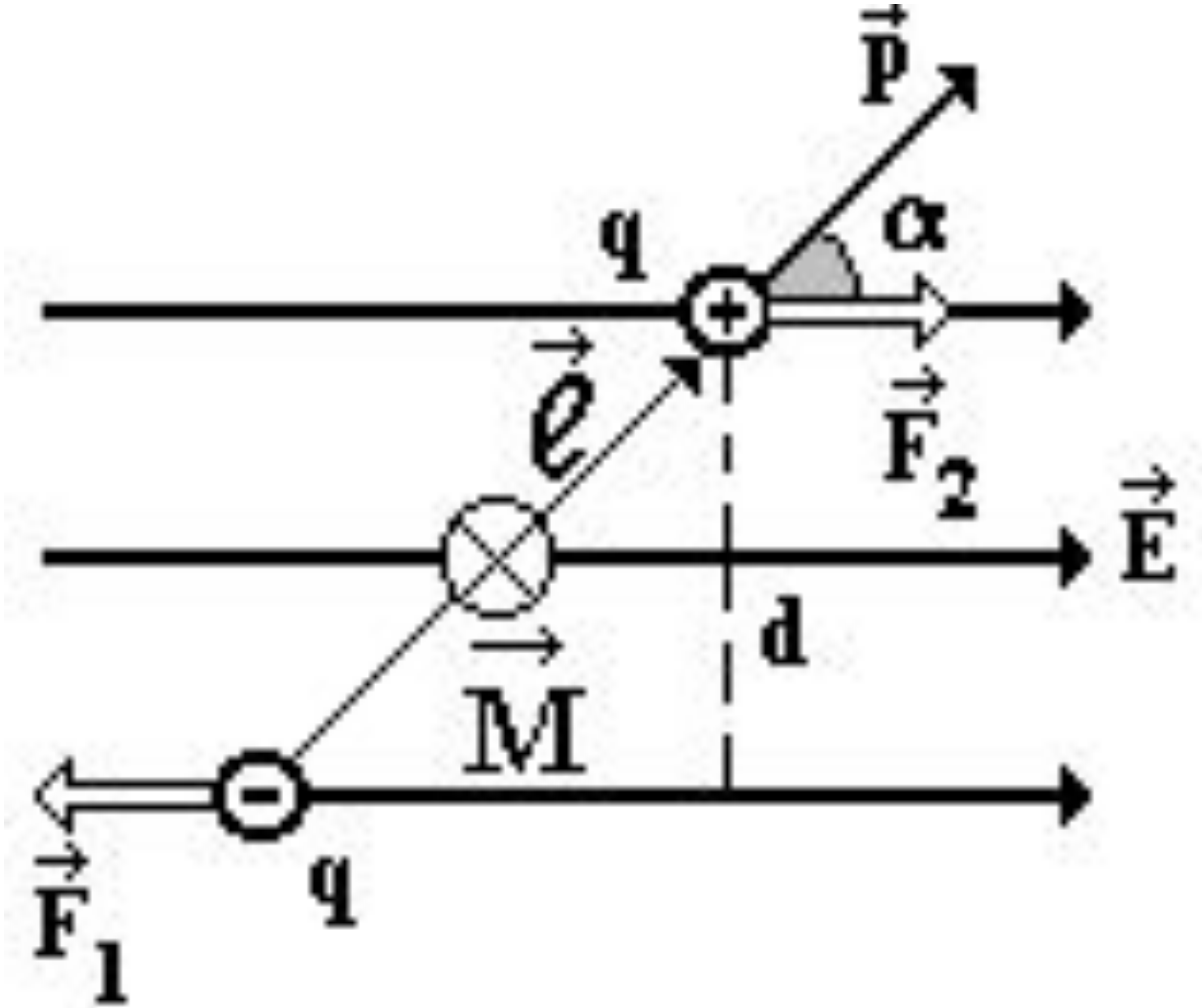
$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$

Потенциал поля диполя

$$\varphi = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

При внесении диполя во внешнее поле на заряды $-q$ и $+q$ будет действовать пара сил F_1 и F_2, которая вызывает вращающий момент пары сил

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\,\vec{F} \right]$$



$\vec{p}$
q
α
$\vec{\ell}$
$\vec{F}_2$
$\vec{E}$
d
$\vec{M}$
q
$\vec{F}_1$

По абсолютной величине $M = Fd$, где $d = \ell \sin\alpha$; сила $F = qE$;
E − напряжённость электрического поля; α − угол между $\vec{F}$ и $\vec{p}$.
С учетом этого $M = qE\ell \sin\alpha$ или $M = pE \sin\alpha$, т. е.

$$\vec{M} = \left[\vec{p}\,\vec{E}\right]$$

51

Диполь во внешнем электрическом поле обладает потенциальной механической энергией:

$$W = -(\vec{p} \cdot \vec{E})$$

51