Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Шумы и помехи

- ✔Классификация и описание шумов и помех
- ✔Аддитивные и мультипликативные помехи и шумы
- ✔Формула Найквиста для теплового шума
- ✔Коэффициент шума
- ✔Коэффициент шума усилителя
- ✔Коэффициент шума пассивного четырехполюсника
- ✔Формула Фрииса- шумовые свойства многокаскадных схем
- ✔Шумовые свойства РПрУ
- ✔Пороговая чувствительность

СПб ГУТ)))

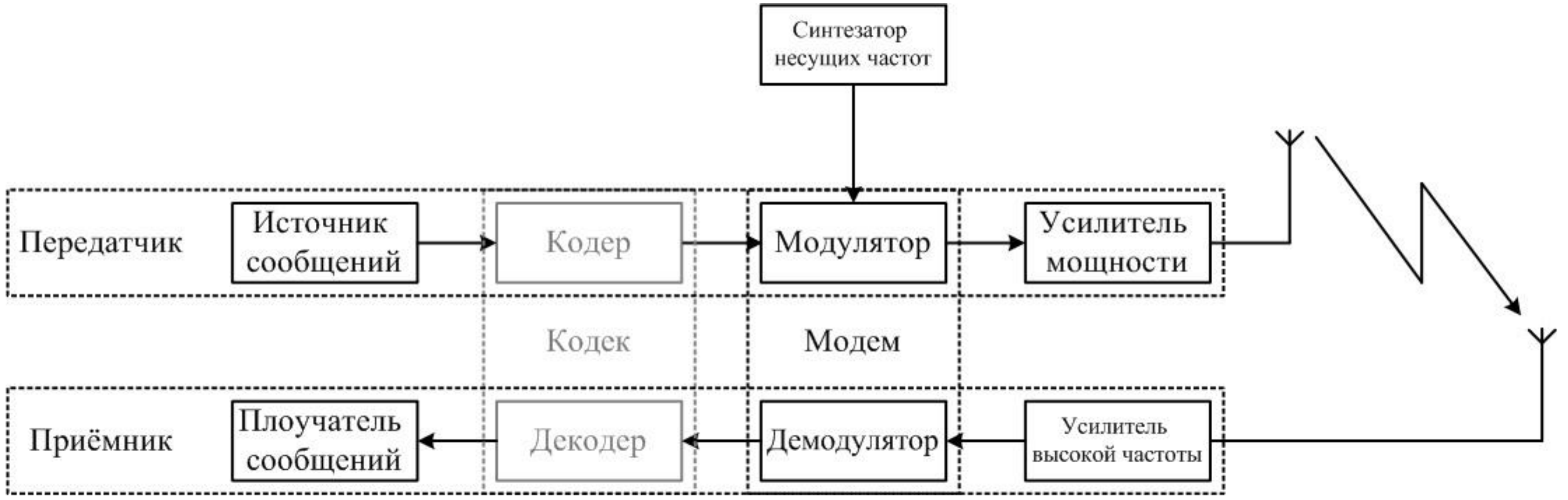
Место радиопередающего устройства

Радиопередатчик

-это устройство для формирования радиочастотного сигнала, подлежащего излучению в свободном пространстве.

-это устройство генерирования электрических колебаний (обычно гармонических) определенной мощности и частоты, один или несколько параметров (амплитуда/частота/фаза) которого изменяются в соответствии с передаваемой информацией

- совокупность РПд, передающей антенны и фидера связи.

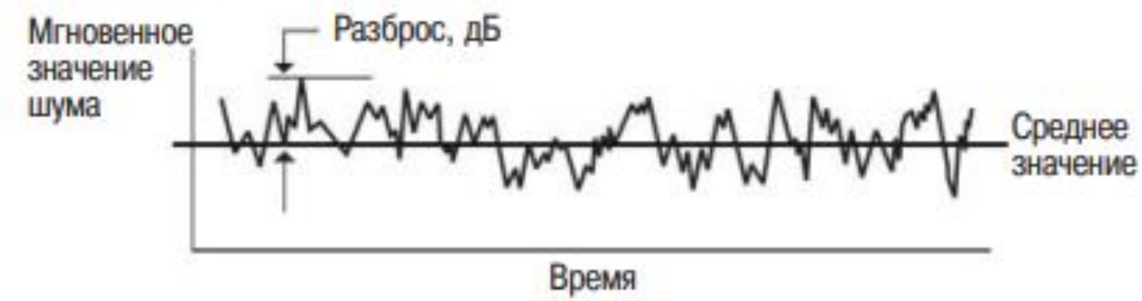


Классификация и описание шумов и помех

Помехой называют стороннее колебание, затрудняющее прием и обработку сигнала.

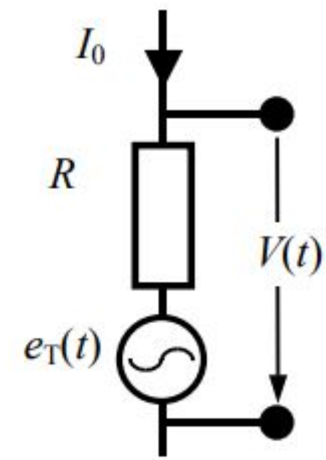
Помехи подразделяются на:
-аддитивные и мультипликативные,
-стационарные и нестационарные,
-широкополосные и тональные.

Математическим описанием шума является случайный процесс. Каждое возможное проявление случайного процесса является детерминированной функцией времени и называется его реализацией. Случайный процесс рассматривается как совокупность (ансамбль) своих реализаций.



Аддитивные помехи и шумы

Аддитивная -любая помеха, мешающее действие которой проявляется независимо от присутствия или отсутствия сигнала. Аддитивный шум- шумовой ток (либо напряжение) статистические характеристики которого не зависят от напряжения, приложенного к прибору (либо протекающего через прибор тока).



Аддитивным является тепловой шум, выделяющийся на резисторе.

Полное напряжение u(t), выделяющееся на резисторе, содержит две компоненты:

$$u(t) = U_0 + e_T(t)$$

$$U_0 = I_0 R$$

$e_T(t)$ – эдс теплового шума, генерируемого резистором.

Например, тепловой шум всегда присутствует на выводах резистора.
Статистические характеристики не зависят от величины тока I_0, протекающего через резистор.

Мультипликативные помехи и шумы

Мультпликативная помеха- мешающее действие которой проявляется только при наличии сигнала.
Мультипликативный шум – это шум вызванный флуктуациями параметров элемента и проявляющийся при приложении напряжения к этому элементу, либо пропускании через него электрического тока.

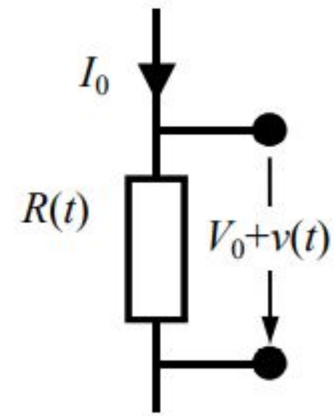
$$U(t) = I_0 \cdot R(t)$$

$$R(t) = R_0 + \Delta R = R_0 \left(1 + \delta R\right)$$

$$\delta R = \frac{\Delta R}{R_0}$$

$$U(t) = I_0 \cdot R_0 \left(1 + \delta R\right) = I_0 \cdot R_0 + I_0 \cdot R_0 \cdot \delta R = U_0 + U_0 \cdot \delta R$$

$$u(t) = U_0 \cdot \delta R$$



Шумовое напряжение является лишь отображением флуктуаций сопротивления резистора.
Флуктуации являются первичным источником и имеют мультипликативный характер- для наблюдения флуктуаций сопротивления необходимо пропустить через резистор электрический ток, либо приложить напряжение.

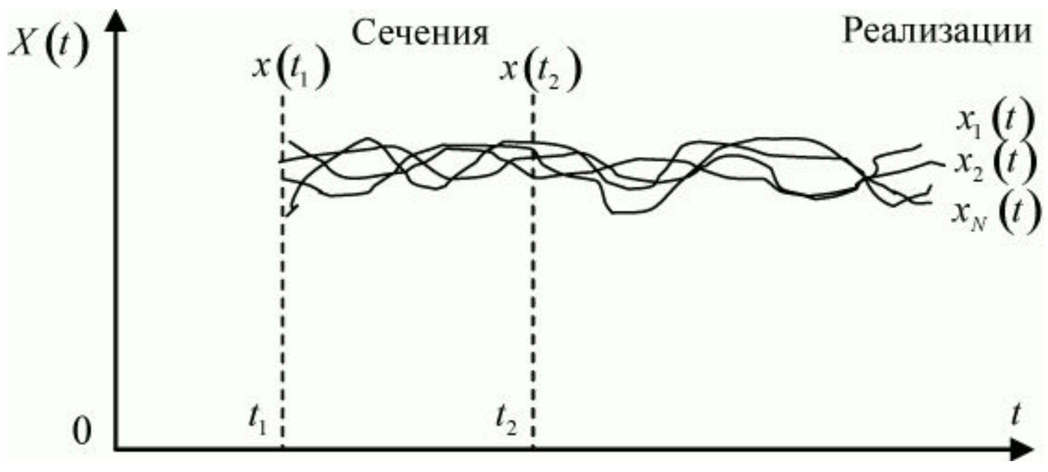
Описание случайных процессов

Случайная величина – это величина, которая в результате опыта может принимать значение, которое заранее не известно.

x(t) - зависимость от времени некоторой случайной величины в наблюдаемой системе – это реализация случайного процесса.

Постулируется:

1. Что существует множество различных реализаций процесса x(t)
2. Все возможные реализации – статистический ансамбль реализаций {x(t)}.
3. Вероятность некоторого события определяется как отношение числа реализаций, в которых данное событие происходит, к общему числу реализаций в ансамбле.
4. Ансамбль полностью определяет статистические свойства флуктуаций в системе, так как с его помощью можно рассчитать вероятность любого события.
5. Значение случайного процесса в определенный момент времени t_1 представляет собой случайную величину.

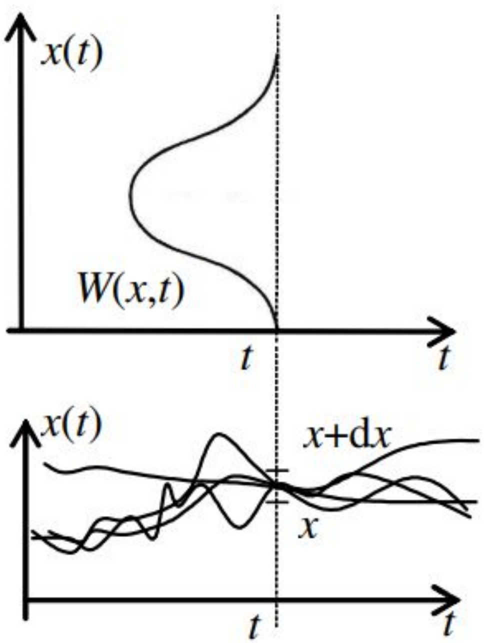


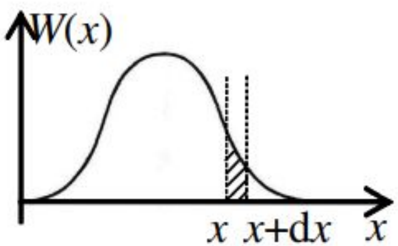
Математические характеристики шума
Плотность вероятности

Случайная величина полностью задается плотностью вероятности W(x).
Для случайного процесса плотность вероятности будет случае зависеть от момента времени t (момент времени, в который мы взяли «сечение» статистического ансамбля) как от параметра.
Физический смысл– это вероятность прохождения случайного процесса x(t) через «дельта-ворота», расположенные в точке x и имеющие ширину dx.

$$P\left\{x \le x\left(t\right) < x + dx\right\} = \int_{x}^{x+dx} W(x)dx \approx W(x)dx$$

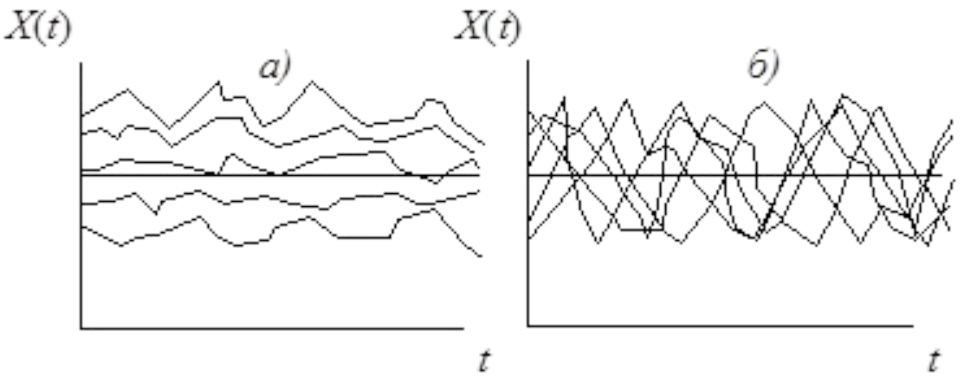
$$\int_{-\infty}^{\infty} W(x)dx = 1$$





Стационарные и нестационарные процессы

Если:
параметры рассматриваемой системы постоянны во времени,
вероятностные характеристики не зависят от начала отсчета времени,
плотность вероятности W(x) не зависит от времени,
то такие процессы называются стационарными.



Для *нестационарных* случайных процессов их вероятностные характеристики являются функциями времени.

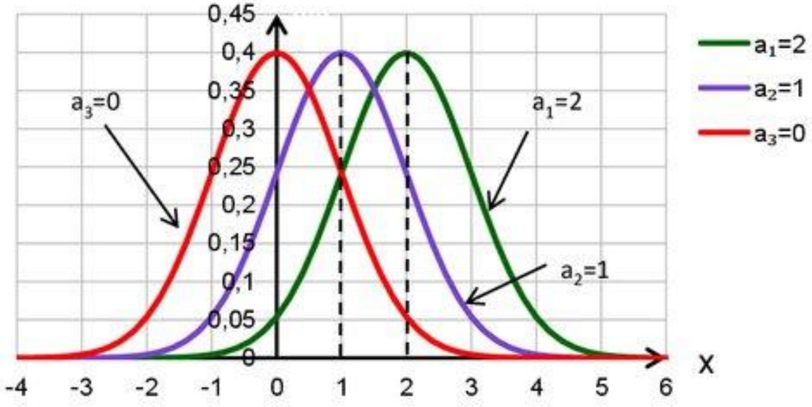
Для статистически стационарных процессов справедлива **эргодическая гипотеза**: усреднение по ансамблю и по большому интервалу времени эквивалентны (а? или б?).

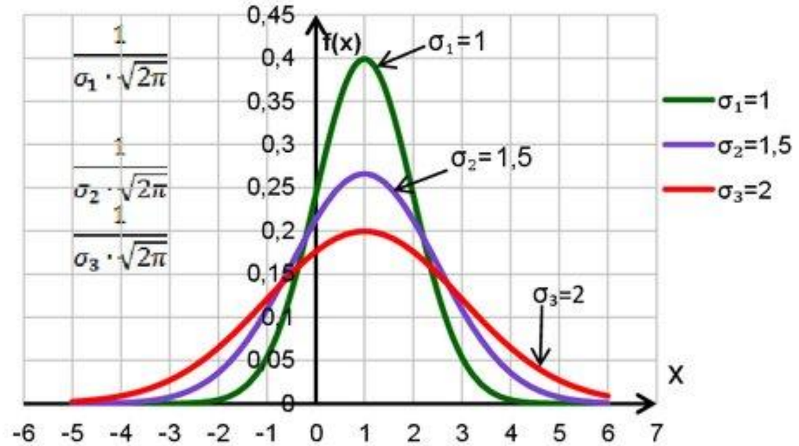
На практике нам приходится принимать гипотезу о стационарности и эргодичности, чтобы судить о множестве по одной реализации.

Нормальный закон распределения

Если непрерывная случайная величина X является результатом действия большого числа разнообразных факторов, то она подчиняется нормальному закону распределения.

$$W(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\left(x - m(x)\right)^2}{2\sigma^2} \right)$$

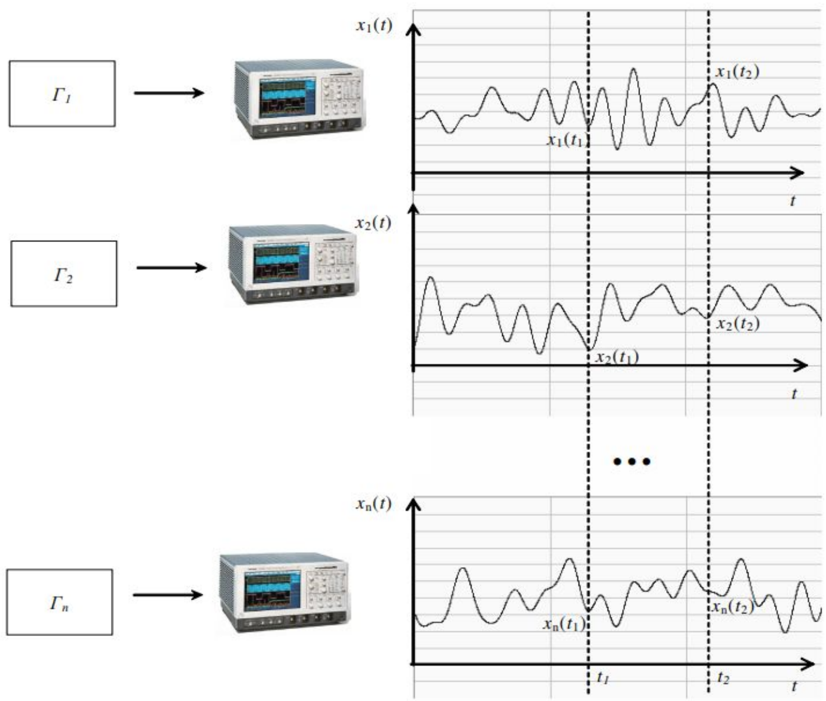




Спектральная плотность мощности случайного процесса

Реализациям, обладающим различной формой, соответствуют различные спектральные характеристики.

Усреднение по всем реализациям, приводит к нулевому спектру процесса из-за случайности и независимости фаз спектральных составляющих в различных реализациях.



Вводится понятие ***спектральной плотности среднего квадрата случайной функции***, поскольку величина среднего квадрата не зависит от соотношения фаз суммируемых гармоник.

Спектральная плотность $S_x(\omega)$ является энергетическим спектром функции $x(t)$.

Спектральная плотность мощности стационарного случайного процесса

Выделив из ансамбля реализацию x(t) и ограничив ее длительность конечным интервалом T , можно применить к ней обычное преобразование Фурье и найти **спектральную плотность**. *Если* $S_x(f)$ шума в полосе частот $f_1...f_2$ постоянна и равна S_0, тогда для мощности шума в данной полосе частот имеем:

$$S_x(f) = const$$

$$\Delta f = f_1 - f_2$$

$$P_{Ш} = S_x(f)\cdot\Delta f = S_0\cdot\Delta f$$

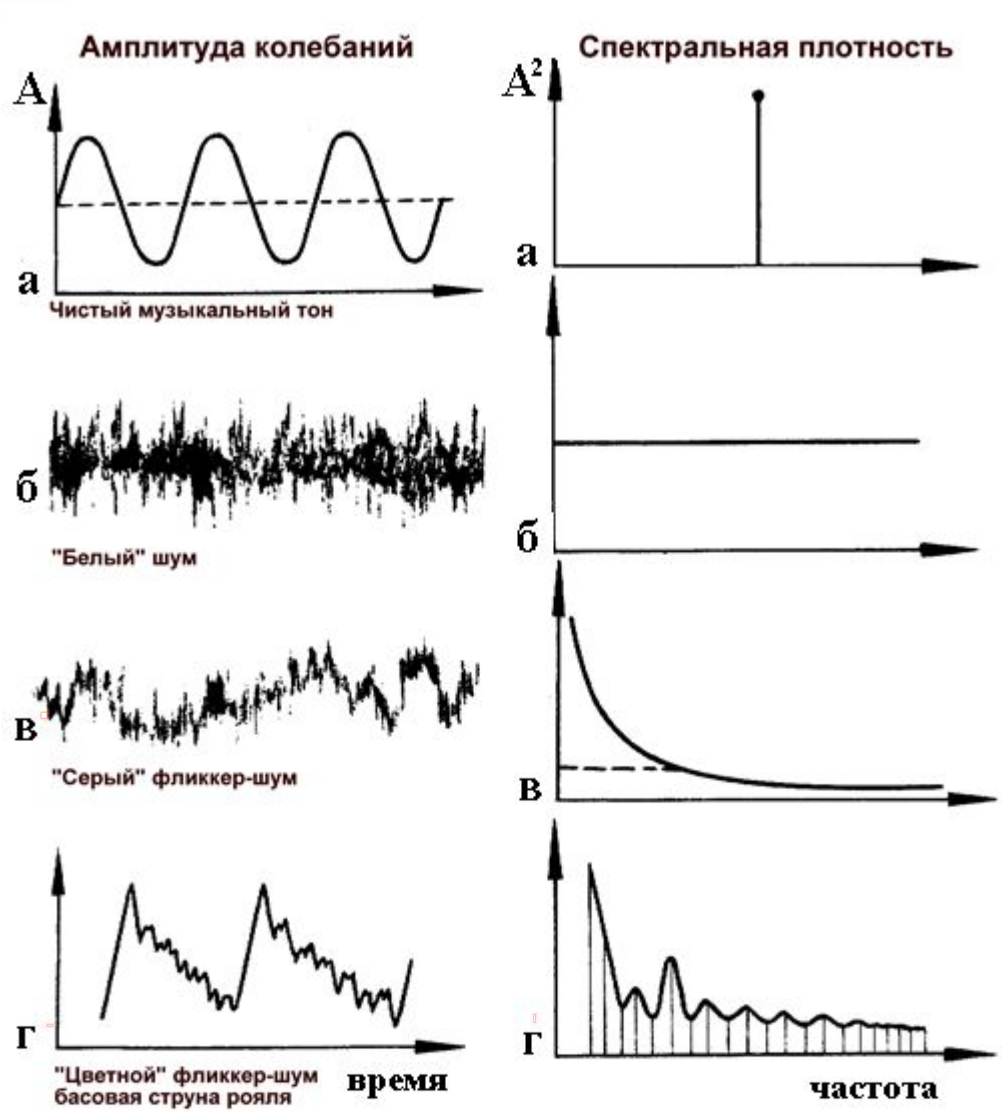
$$\left[Вт\right] = \left[\frac{Вт}{Гц}\right]\cdot\left[Гц\right]$$

На практике при оценке величины шума какого-либо элемента или прибора обычно измеряют среднеквадратичное шумовое напряжение в единицах $В^2$ или среднеквадратичный ток в единицах $А^2$.

СП шума выражают в единицах $В^2$/Гц или $А^2$/Гц, а **спектральные плотности шумового напряжения** $S_u(f)$ **или тока** $S_I(f)$ вычисляются по следующим формулам:

$$S_U(f) = \lim_{\Delta f \to 0}\frac{\Delta U^2}{\Delta f}, \left[\frac{В^2}{Гц}\right]$$

$$S_I(f) = \lim_{\Delta f \to 0}\frac{\Delta I^2}{\Delta f}, \left[\frac{А^2}{Гц}\right]$$

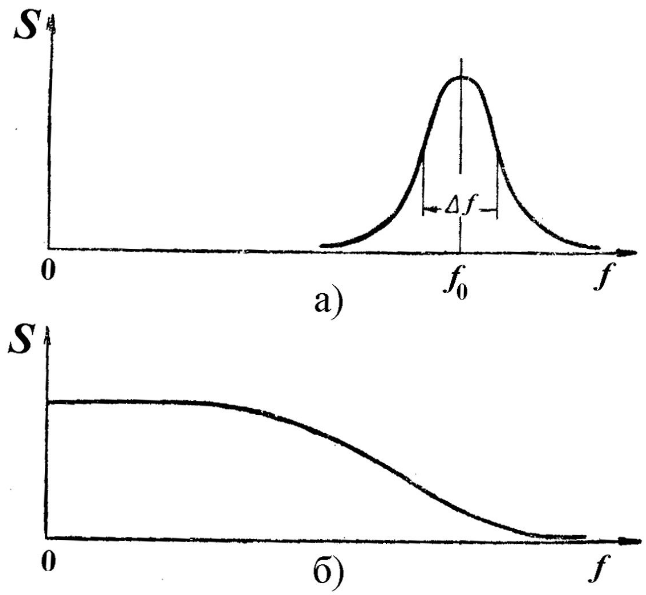

Амплитуда колебаний
Спектральная плотность
A
A^2
а
Чистый музыкальный тон
а
б
"Белый" шум
б
в
"Серый" фликкер-шум
в
г
"Цветной" фликкер-шум
басовая струна рояля
время
г
частота

Широкополосные и узкополосные случайные процессы
ШПС

Стационарный случайный процесс с непрерывным энергетическим спектром называют узкополосным, когда спектр его сосредоточен в относительно узкой полосе частот Δf около некоторой фиксированной частоты f_0 .

Условие узкополосности случайного процесса $\Delta f \ll f_0$

Широкополосным считается процесс $\Delta f \geq f_0$



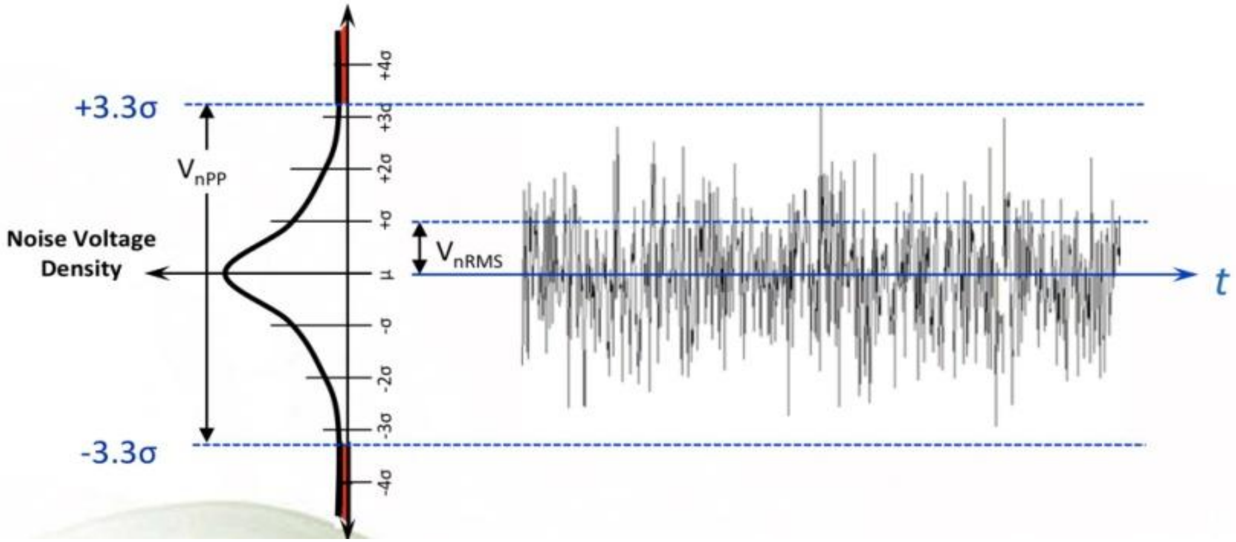
Классической моделью стационарного шума является **белый шум** (white noise), спектральные составляющие которого равномерно распределены по всему диапазону рассматриваемых частот.

"*Белый шум*" получил такое название, потому что он имеет одинаковое энергетическое распределение по всему диапазону частот подобно белому свету.

Для белого шума характерна равномерная спектральная плотность с одинаковой энергией шумового сигнала в любой заданной полосе частот.

$$S_x(f) = const$$

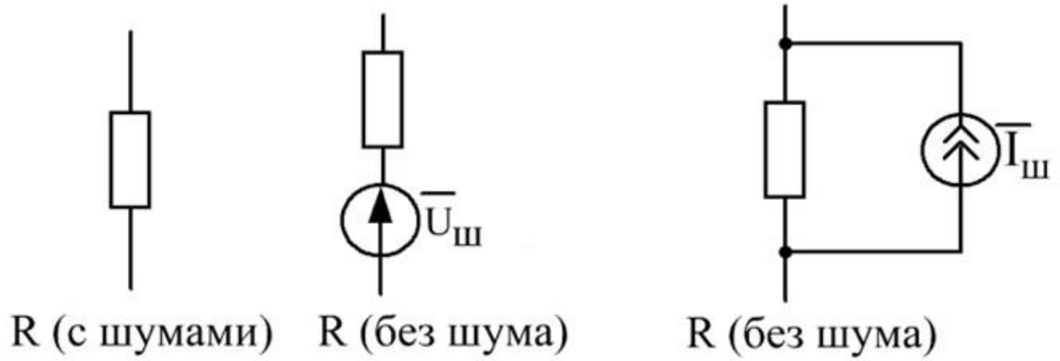
$$P_{Ш} = N_0 \cdot \Delta f$$



Тепловой шум

- Условие существования теплового шума – наличие диссипации (рассеивания) энергии.
- Тепловой шум возникает в результате колебаний электронной и дырочной проводимостей из-за их конечной температуры.
- Некоторые из этих колебаний имеют спектр, лежащий в интересующей полосе частот, и вносят шум в полезные сигналы.
- Спектр теплового шума приблизительно равномерен в полосе радиочастотного и микроволнового диапазонов.

В электрических системах диссипативным параметром является сопротивление.
Реактивные же проводимости теплового шума не дают.
Любое сопротивление R можно рассматривать, как содержащее эквивалентный генератор шума — напряжения или тока.
Поскольку тепловой шум является белым, то спектральные плотности этих генераторов напряжения или тока не будут зависеть от частоты.



Формула Найквиста для теплового шума

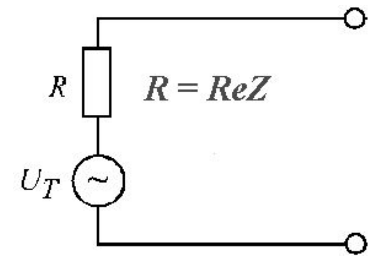
Спектральная плотность мощности теплового шума определяется формулой Найквиста:

$$S_U(f) = 4kTR\left[\frac{В^2}{Гц}\right]$$

$$TK^0 = TC^0 + 273^0$$

k- постоянная Больцмана (1.38 10^{-23} Дж/К)
Формула Найквиста обобщается на случай любого линейного двухполюсника с комплексным сопротивлением:

$$Z(f) = R(f) + jX(f)$$
$$S_U(f) = 4kT\,\mathrm{Re}\{Z(f)\}$$



Эти соотношения показывают, что возникновение теплового шума связано только с активным сопротивлением двухполюсника.

Интегрирующая RC – цепочка

Спектральная плотность мощности напряжения теплового шума на выводах интегрирующей RC – цепочки:

$$S_U(f) = 4kT\,\mathrm{Re}\{Z(f)\}$$

$$Z(f) = R(f) + jX(f)$$

$$Z^{-1}(\omega) = \frac{1}{R} + j\omega C = \frac{1 + j\omega RC}{R}$$

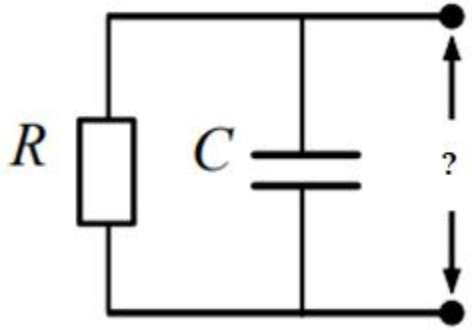
$$Z(\omega) = \frac{R}{1 + j\omega RC} = \frac{R(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 (RC)^2}$$

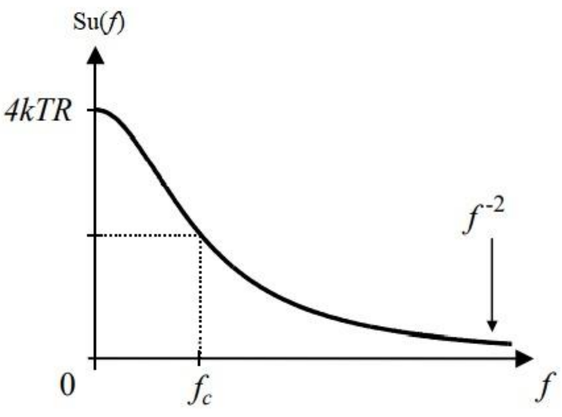
$$\mathrm{Re}\{Z(\omega)\} = \frac{R}{1 + \omega^2 (RC)^2}$$

$$\mathrm{Re}\{Z(f)\} = \frac{R}{1 + (2\pi f)^2 \cdot (\tau_{RC})^2} = \frac{R}{1 + \frac{f^2}{f_C^2}}$$

$$f_C = \frac{1}{2\pi\tau_{RC}}$$ частота среза

$$S_U(f) = \frac{4kTR}{1 + \frac{f^2}{f_C^2}}$$





Мощность шума и эффективное значение напряжения

Нормированная величина спектральной плотности мощности:

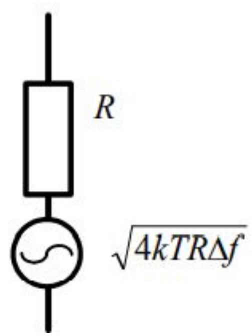
$$\frac{S_U(f)}{R} = 4kT \qquad \left[\frac{B^2/Гц}{Ом}\right] = \frac{Вт}{Гц}$$

Мощность шума в полосе частот для БГШ:

$$P_x = \int_{f_1}^{f_2} S_x(f)df$$

$$P_Ш = N = S_U(f)\cdot\Delta f = \left(4kTR\right)\cdot\Delta f \qquad P_Ш = \left[\frac{B^2}{Гц}\cdot\quad\right] = \left[\quad ^2\right]$$

Эффективное значение теплового шума:



$$U_{эфф} = \sqrt{P_N}$$

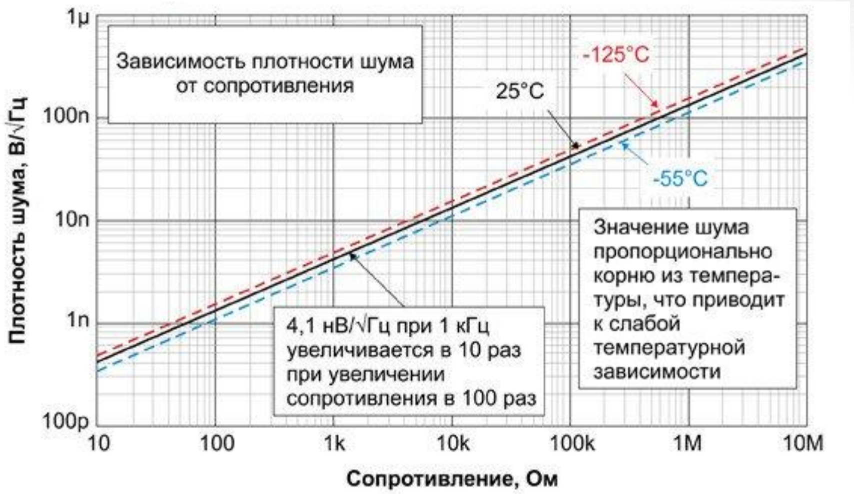
$$P_Ш = N = \left(4kTR\right)\cdot\Delta f$$

$$U_{эфф} = \sqrt{4kTR\Delta f} \qquad \sqrt{B_N} = \left[B\sqrt{\quad ^2} = \quad\right]$$

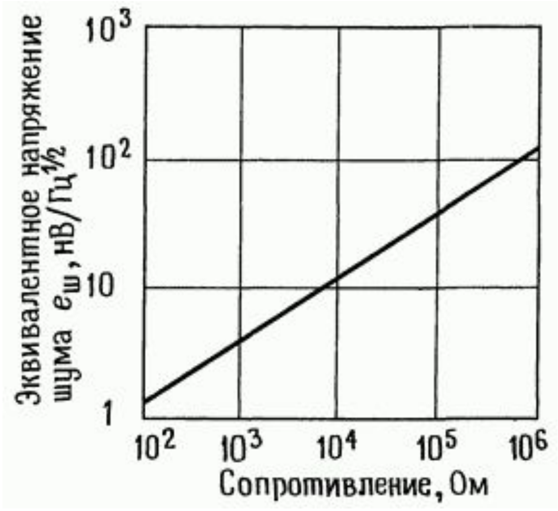
Оценка теплового шума резистора при комнатной температуре

$$\sqrt{4kTR} = 1.27 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{R} \left[\frac{B}{\sqrt{Гц}} \right]$$

$$U_{эфф} = \sqrt{4kTR\Delta f} = 1.27 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{R\Delta f}$$



Пример:
R = 10^4 Ом,
При Δ*f*=10 кГц
$U_{эфф}$ = 1,24 мкВ



- Все резисторы с одинаковыми сопротивлениями имеют один и тот же уровень теплового шума.

Формула Найквиста для спектральной плотности шумового тока

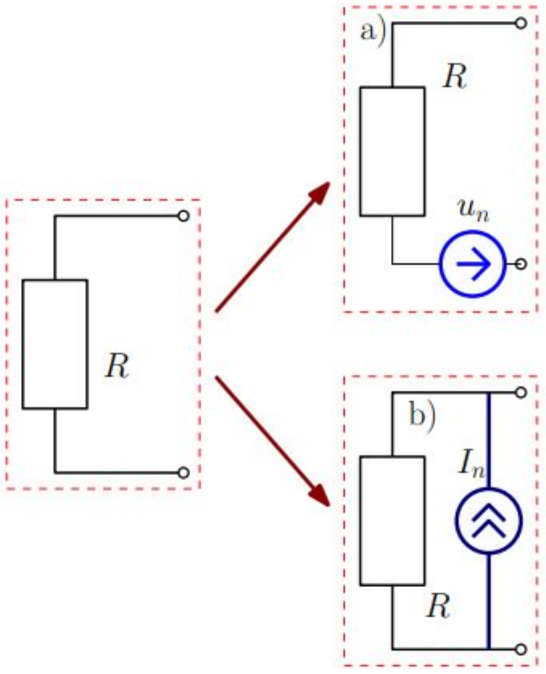
$$S_I(f) = \frac{4kT}{R}\left[\ \right]$$

$$S_I(f) = \frac{4kT\,\mathrm{Re}\{Z(f)\}}{|Z(f)|^2}$$

$$\overline{I}^2 = P_{Ш} = S_I(f)\cdot\Delta f$$

$$I_{эфф} = \sqrt{\overline{I}^2}$$

$$I_{эфф} = \sqrt{S_I(f)\cdot\Delta f} = \sqrt{\frac{4kT}{R}\cdot\Delta f}$$



Мощность шума в нагрузке

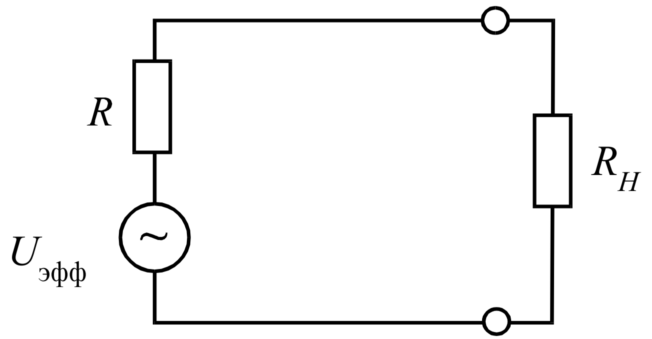
Максимальная мощность, выделяющаяся в нагрузке, P_{max} **достигается при согласованной нагрузке, т.е. при условии $R_Н$=*R*.**

$$U_{эфф}{}^2 = 4kTR\Delta f$$

$$I^2 = \frac{U_{эфф}{}^2}{\left(R + R_H\right)^2}$$

$$P_H = I^2 \cdot R_H = \frac{U_{эфф}{}^2}{\left(R + R_H\right)^2} \cdot R_H$$

$$P_{\max} = \frac{U_{эфф}{}^2}{4R} = \frac{4kTR\Delta f}{4R} = kT\Delta f$$



Распределение плотности вероятности нормального шума

Плотность распределения вероятностей описывается нормальным законом.

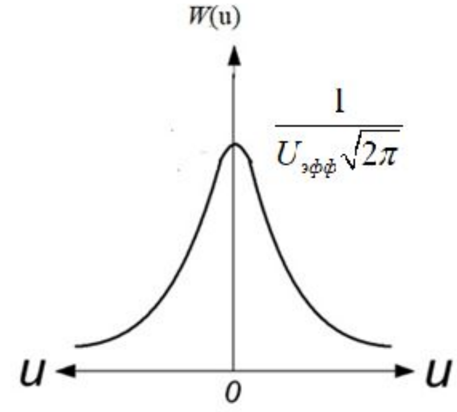
$$W(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - m(x))^2}{2\sigma^2} \right)$$

$$U_{эфф} = \sigma$$

$$\sigma^2 \equiv U_{эфф}{}^2 = 4kTR\Delta f$$

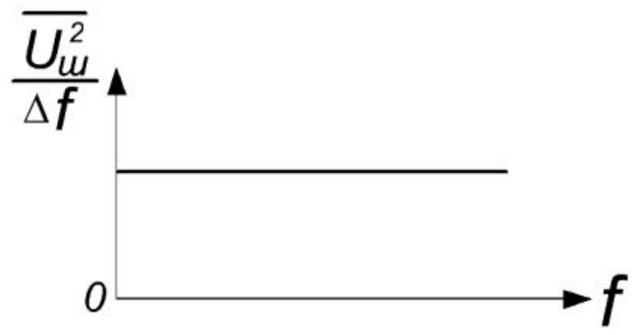
$$W(U) = \frac{1}{U_{эфф}\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(U)^2}{2U^2_{эфф}} \right)$$

$$W(0) = \frac{1}{U_{эфф}\sqrt{2\pi}}$$



Из формулы Найквиста следует, что спектральная плотность теплового шума не зависит от частоты:

$$S_U(f) = 4kTR\left[\frac{В^2}{Гц}\right]$$



Квантовая модификация формулы Найквиста. БГШ?

Граница применимости формул Найквиста для теплового шума определяется из условия, что средняя энергия тепловых колебаний намного больше энергии кванта электромагнитного излучения:

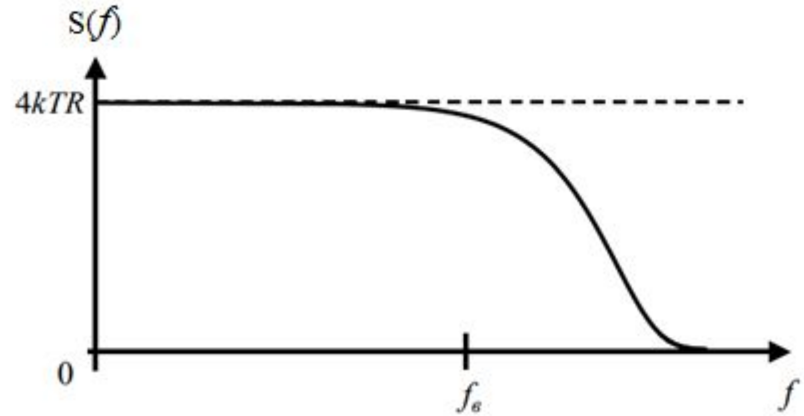
$$kT >> hf$$

$$h = 6{,}62\cdot 10^{-34}\ [\text{Дж}\cdot\text{сек}]$$

При T_0=300К из равенства $hf/kT=1$ **частота** $\boldsymbol{f_в = кT/h = 5{,}3\cdot 10^{12}}$ Гц, что соответствует длине волны $\lambda = 5\cdot 10^{-2}$ мм

Учет квантовых эффектов приводит к частотной зависимости спектральной плотности шумовой э.д.с. активного сопротивления.

$$S_U(f) = 4hfR\cdot\frac{1}{\exp\left(\frac{hf}{kT}\right)-1}$$

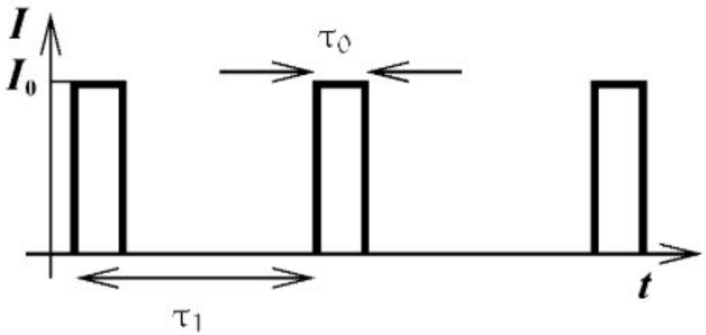


Дробовый шум

Причина- дискретная природа протекающего тока («явление сыплющихся дробинок»)
Описывается моделью импульсного случайного процесса.
Протекающий в цепи ток I(t) представляется в виде суперпозиции отдельных импульсов:

$$I(t) = \sum_k I_k(t - t_k)$$

$I_K(t)$ - форма k -го случайного импульса тока, t_K - случайный момент появления импульса



Предположения:

- Предполагается, что все импульсы тока одинаковы
- Импульсы возникают равновероятно во времени, независимо друг от друга
- Вероятность одновременного появления нескольких импульсов равна нулю.

Мощность дробового шума создаваемая на сопротивлении нагрузки шумами тока, прямо пропорциональна ширине полосы:

$$S(f) = 2I_0 q_e \left[\frac{A^2}{Гц} \right]$$

$$I_{др}^2 = S(f) \cdot \Delta f = 2I_0 q_e \Delta f \quad \left[A^2 \right]$$

$$I_{эфф} = \sqrt{I_{др}^2} = \sqrt{2I_0 q_e \Delta f} \left[A \right]$$

Если шум имеет установившийся или стационарный характер и является суммой большого числа малых независимых событий, то его распределение вероятностей стремиться к нормальному (гауссову) закону.

Тепловой и дробовый шумы являются гауссовыми*.

Влияние объемного заряда

Объёмный заряд - распределённый нескомпенсированный электрический заряд одного знака.
Q_{vol} заметно влияет на носители, то происходит депрессия (сглаживание) дробового шума.

$$S(f) = 2I_0 q_e \cdot {}^{2} \left[\frac{A^2}{Гц}\right]$$

Здесь $Г^2$ = 0,01…1,0 – коэффициент депрессии.

- Чем больше объёмный заряд, тем сильнее депрессия дробового шума.
- Эффект депрессии может целенаправленно использоваться для снижения дробового шума.

- Например:

ток анода имеет величину, существенно меньшую, чем эмиссионная способность катода. Это приводит к накоплению большого объёмного заряда Q_{vol} в рабочей области прибора.

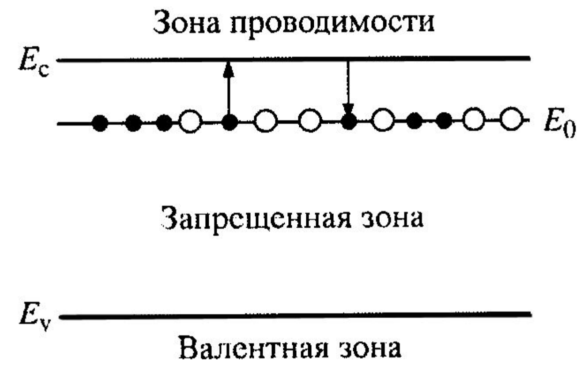
Избыточный шум

Реальные системы часто генерируют шум, мощность которого превышает величину, ожидаемую для теплового и дробового шума.

К **избыточным шумам** в электронных приборах относят

- генерационно-рекомбинационный (ГР) шум,
- Фликкер-шум (1/*f*).

При протекании через полупроводник с флуктуирующим числом носителей N тока I_0 энергетический спектр ГР шума определяется выражением:



$$S_{gr}(f) = \frac{4I_0^2}{N_0} \cdot \frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2},$$

N_0 – среднее равновесное число носителей в образце,
τ - среднее время жизни носителей в полупроводнике,
$\omega = 2\pi f$ - циклическая частота.

Зависимости от частоты:

$$\omega\tau < 1$$

$$S_{gr0}(f) = \frac{4I_0^2}{N_0} \cdot \tau = const$$

$$\omega^2\tau^2 >> 1$$

$$S_{gr}(f) \sim \frac{1}{\omega^2}$$

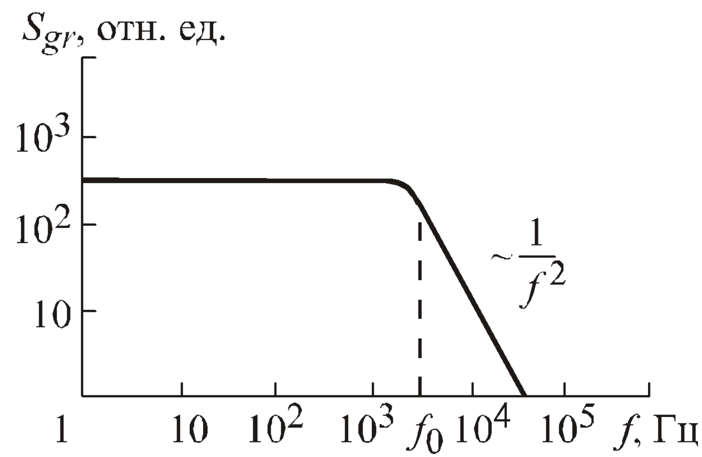
Лоренцевский спектр RG шума

Графически можно определить среднее время жизни носителей τ = $1/2\pi f_0$, в этом случае:

$$\omega^2\tau^2 = 1$$

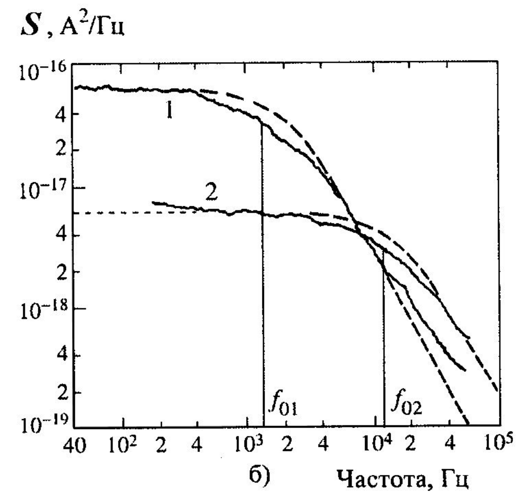
$$S_{gr}(f_0) = \frac{4I_0^2\tau}{N_0}\cdot\frac{1}{1+\omega^2\tau^2} = \frac{S_{gr0}(f_0)}{2}$$

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_0}$$



Среднее время жизни носителей в полупроводнике:

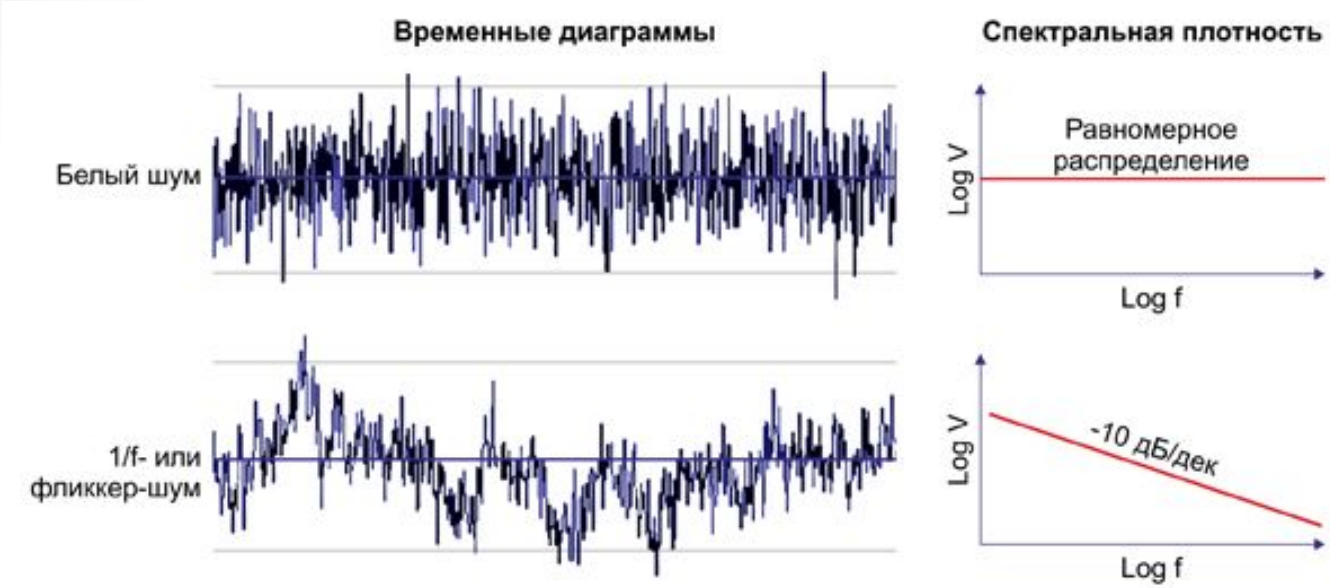
$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{E_a}{kT}\right)$$



Что позволяет сделать вывод:
S(f)уменьшается с ростом температуры.

Пример: зависимости энергетического спектра ГР шума для образца n-GaAs при температуре T = 241 К (кривая 1) и 293 К (кривая 2).

Шум вида 1/*f* (фликкер-шум)



Обычно СП фликкер-шума как функция частоты *f* и тока *I* *аппроксимируется* выражением:

$$S(f) = \frac{KI^{\alpha}}{f^{\gamma}}$$

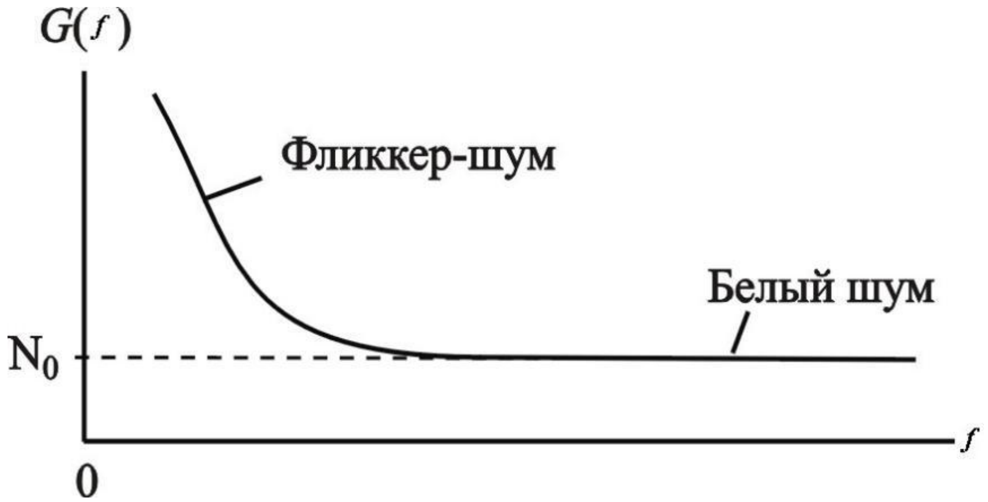
К-постоянный коэффициент,
α- показатель степени (*α* ≈ 2*)*
γ-показатель формы спектра определяются свойствами материала исследуемого образца.
0,8 ≤ γ ≤ 1,3.

Шум вида 1/*f* (фликкер-шум)

Фликкер шум или 1/*f* шум –
 это вид флуктуаций тока, напряжения или любых других физических величин, спектральная плотность которых изменяется с частотой *f* по закону 1/*f*.

- *"шум вида 1/f"* или “1/*f шум*”

Для фликкер-шума характерна обратно пропорциональная зависимость спектральной плотности мощности от частоты в отличие от белого шума, у которого спектральная плотность постоянна.



Физическая сущность до настоящего времени считается неопределённой, что подтверждается с 1968 года на многочисленных (каждые два года) международных конференциях по вопросам шума и флуктуаций (ICNF).
Доклады 25th International Conference on Noise and Fluctuations – ICNF 2019 [электронный ресурс]. URL: https://icnf2019.epfl.ch

1/Δ*f* шум

Этот вид шума наблюдается при прохождении переменного тока через резистор или любой пассивный двухполюсник, *сопротивление которого флуктуирует* по закону 1/*f*.
Пусть зависимость флуктуаций сопротивления ΔR(t) во времени подчиняется закону 1/*f.*

Рассмотрим падение напряжения на резисторе
R_0 – средняя величина сопротивления
$U(t)$– спектр сигнала, модулированный 1/*f* шумом вследствие флуктуаций сопротивления ΔR(t) по закону 1/*f*

$$S_R(f) = \frac{R_0^2}{f}$$

$$S_u(f) = S_R(f) \cdot I^2$$

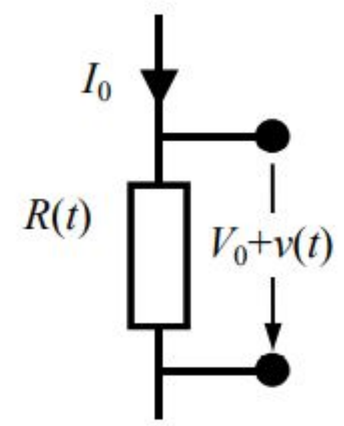
$$R(t) = F^{-1}\left[S_R(f)\right]$$

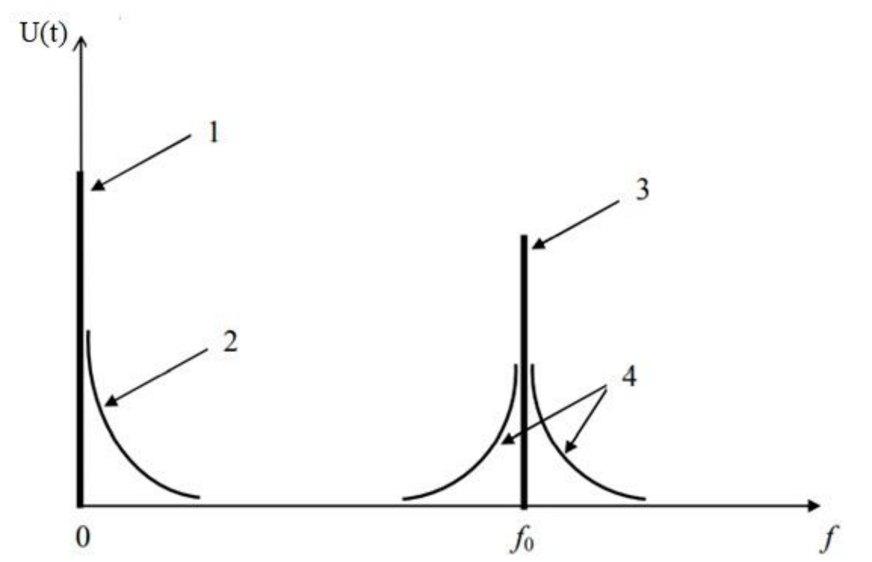
$$R(t) = R_0 + \Delta R(t)$$

$$U(t) = I(t) \cdot R(t)$$

$$I(t) = I_0 + I_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_0(t))$$

$$U(t) = I_0 R_0 + I_0 \Delta R(t) + I_1 R_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0(t)) + I_1 \Delta R(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0(t))$$





<u>Компоненты спектра напряжения соответствуют четырём слагаемым:</u>

1 – постоянная составляющая, имеющая спектр U_0 на нулевой частоте;

2 –1/f шум, обусловленный флуктуацией *сопротивления* по закону 1/*f*

3 – монохроматическая линия, представляющая спектр невозмущённой переменной составляющей напряжения, на частоте f_0.

4 – АМ шум, называемый также 1/Δf флуктуаций амплитуды переменной составляющей напряжения.

- 1/f шум и 1/Δf шум полностью коррелированны, как обусловленные общим источником – флуктуациями сопротивления резистора.

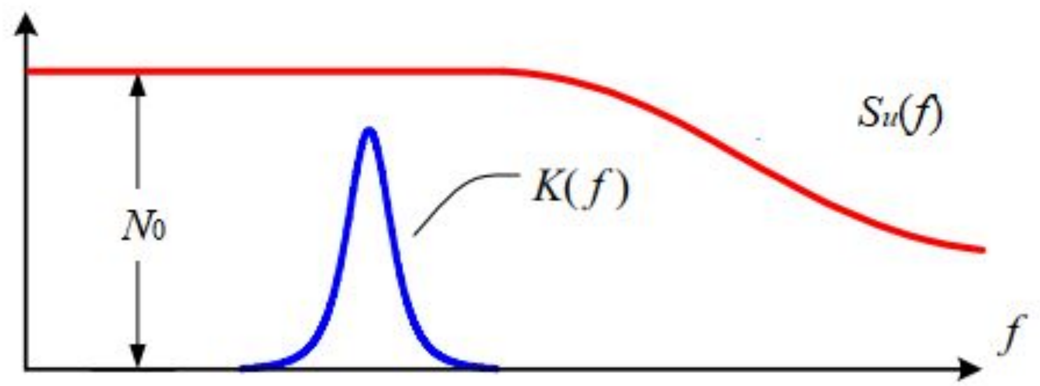
- В данном случае фликкер шум имеет мультипликативный, а не аддитивный характер.

Помехоустойчивость

Помехоустойчивость- способность приемника противостоять действию помех.

Внутриканальные и внеканальные помехи убираются (уменьшаются) за счет помехоустойчивых кодов и за счет частотной селекции.

Вводится понятие о коэффициенте шума приемного устройства.



Важное значение шума в системах приема

Параметры системы, которые характеризуют ее способность обрабатывать сигналы низкого уровня:

- Коэффициент битовых ошибок (BER)
- *Чувствительность*
- *Коэффициент шума и ОСШ/SNR или SINR*

- Коэффициент шума:

позволяет характеризовать не только систему в целом, но и её отдельные компоненты;

отличает одну систему от другой (например, является критерием сравнения усилителей или транзисторов).

$$D_P = \frac{P_{С\,вых}}{P_{Ш\,вых}}$$

$$NF = \frac{\dfrac{P_{С\,вх}}{P_{Ш\,вх}}}{\dfrac{P_{С\,вых}}{P_{Ш\,вых}}} = \frac{P_{С\,вх}}{P_{Ш\,вх}} \cdot \frac{1}{D_p}$$

Коэффициент шума

Коэффициент шума показывает, *во сколько раз уменьшается отношение сигнал/шум при прохождении смеси сигнала и шума через радиотракт*.

$$NF = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}} = \frac{\dfrac{P_{вх}}{P_{Ш\,вх}}}{\dfrac{P_{вых}}{P_{Ш\,вых}}} = \frac{\dfrac{S_{in}}{N_{in}}}{\dfrac{S_{out}}{N_{out}}}$$

$$N_{дБ} = 10\log_{10} N_{Вт}$$

$$N_{дБ} = 20\log_{10} N_{В}$$

$$NF_{дБ} = SNR_{in(дБ)} - SNR_{out(дБ)}$$

Идеальный усилитель усиливал бы шум на его входе вместе с сигналом, поддерживая одинаковое отношение сигнал/шум на входе и выходе.
Реальный усилитель вносит некоторый дополнительный шум от его собственных компонентов и ухудшает отношение сигнал/шум.

$$NF = \frac{\left(S/N\right)_{идеал}}{\left(S/N\right)_{реал}}$$

$$NF_{дБ} = \left(S/N\right)_{идеал(дБ)} - \left(S/N\right)_{реал(дБ)}$$

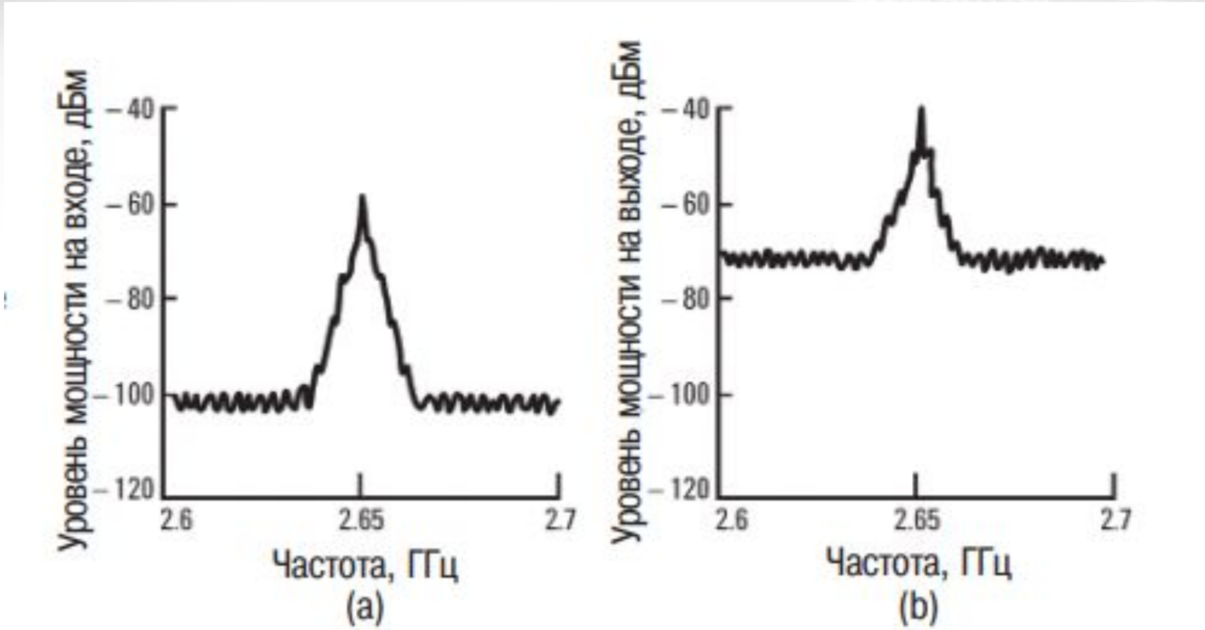


Рисунок а. Уровень мощности на входе: сигнал -60 дБм, шум -100 дБм (10^{-13} Вт).

Рисунок б. Ситуация на выходе усилителя: уровень сигнала -40 дБм, шума -70 дБм

$$SNR_{in} = S_{in} - N_{in} = -60 + 100 = 40 \ (\quad)$$

$$SNR_{out} = S_{out} - N_{out} = -40 + 70 = 30 \ (\quad)$$

$$NF = SNR_{in} - SNR_{out} = 40 - 30 = 10$$

- Коэффициент передачи усилителя повышает *уровень сигнала* на +20 дБм.
- Уровень шума также увеличивается на 20 дБм +добавляется собственный шум усилителя.

Коэффициент шума усилителя составляет 10 дБ.

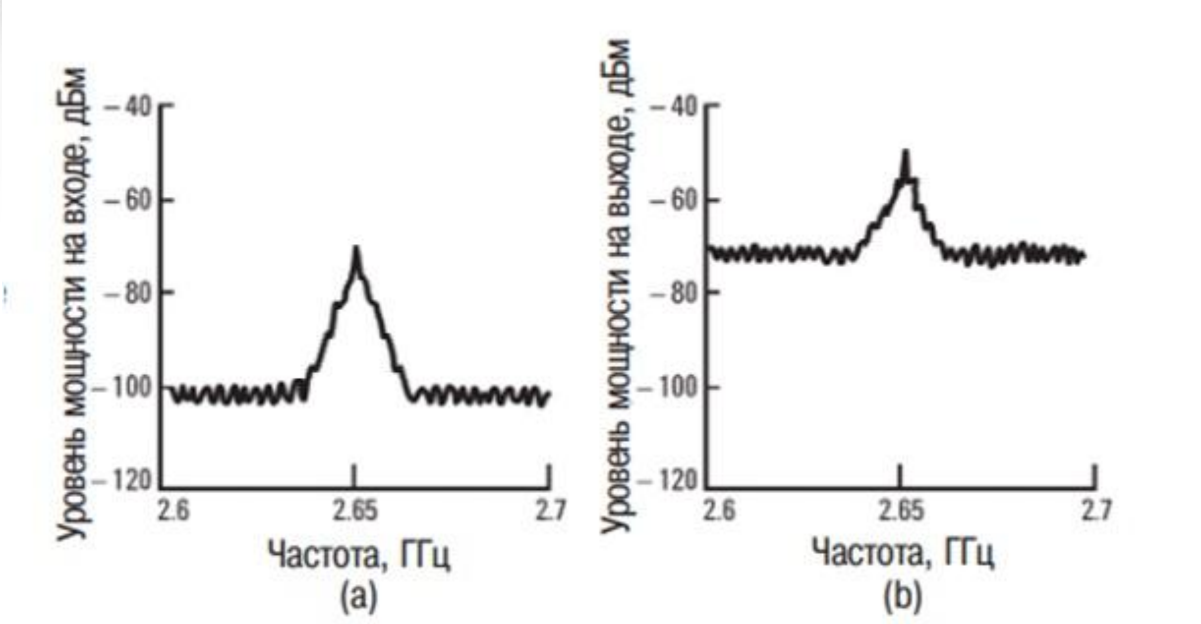


Рисунок а. Изображённый сигнал на 30 дБм выше уровня шума.
Рисунок б. Ситуация на выходе усилителя.

Коэффициент передачи усилителя повышает уровень сигнала на 20 дБм.
Уровень входного шума также увеличивается на 20 дБм +добавляется собственный шум усилителя.
Коэффициент шума усилителя- 10 дБ.

$$SNR_{in} = S_{in} - N_{in} = -70 + 100 = 30\ (\qquad)$$

$$SNR_{out} = S_{out} - N_{out} = -50 + 70 = 20\ (\qquad)$$

$$NF = SNR_{in} - SNR_{out} = 30 - 20 = 10$$

Коэффициент шума не зависит от уровня входного сигнала

Коэффициент шума двухполюсника

Двухполюсник (“черный ящик” – Ч.Я.) обладает (активным) сопротивлением

$$R=R(f)=\mathrm{Re}\,Z(f).$$

1. На выходе ЧЯ наблюдается шумовое напряжение $U(t)$ или ток $i(t)$.
2. Спектральная плотность мощности как тока, так и напряжения определяется формулой Найквиста для теплового шума.

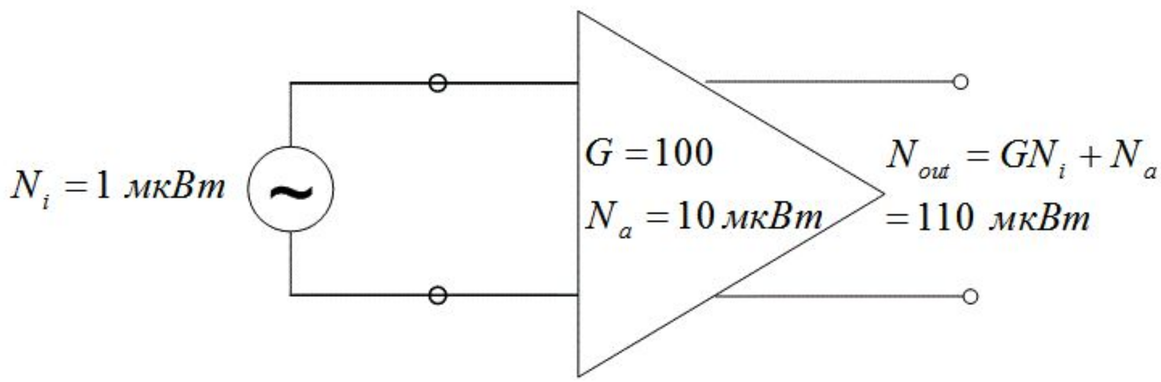
$$S_U(f)=4kTR \qquad S_I(f)=\frac{4kT}{R}$$

$$U_{эфф}=\sqrt{4kTR\Delta f} \qquad I_{эфф}=\sqrt{\frac{4kT}{R}\cdot\Delta f}$$

$$\partial NF=0$$

<u>Коэффициент шума **пассивного** двухполюсника равен единице.</u>
Пассивный двухполюсник может состоять из любой комбинации линейных элементов – резисторов, конденсаторов, индуктивностей.
Если двухполюсник содержит нелинейные элементы (диоды, транзисторы и проч.) к которым не приложено внешнее напряжение, то такой двухполюсник тоже является пассивным.
Минимальным шумом любой системы является тепловой шум.

Коэффициент шума усилителя



Представлен *реализуемый усилитель* с коэффициентом усиления *G*=100 и мощностью внутреннего шума N_a= 10 мкВт.

Мощность внешнего источника шума, подключенного к усилителю, N_{in} = 1 мкВт.

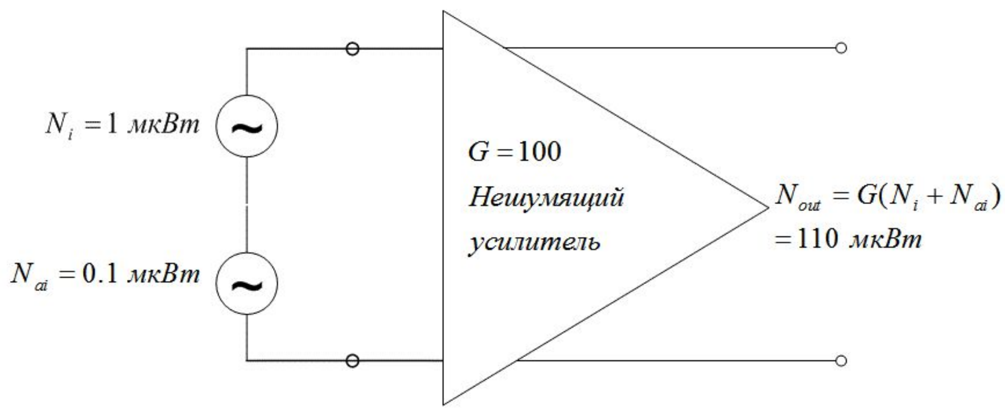
$$G = 100$$

$$N_{out} = GN_{in} + N_a$$

$$N_{out} = 100 \cdot 1 + 10 = 110 \left(\text{мкВт} \right)$$

Модель нешумящего усилителя

Усилитель предполагается *идеальным,* шумовые свойства реального усилителя приписываются внешнему источнику, последовательно соединенному с исходным источником.



$$N_{out} = G\left(N_{in} + N_{ain}\right) = GN_{in} + N_a$$

$$GN_{in} + GN_{ain} = GN_{in} + N_a$$

$$GN_{ain} = N_a$$

$$N_{ain} = \frac{N_a}{G} = \frac{10}{100} = 0,1\left(\text{мкВт}\right)$$

$$G = \frac{S_{out}}{S_{in}}$$

$$\frac{N_a}{G} = N_{ain}$$

$$NF = \frac{S_{in}/N_{in}}{S_{out}/N_{out}} = \frac{S_{in}/N_{in}}{G \cdot S_{in}/\left(GN_{in} + N_a\right)} = \frac{S_{in}/N_{in}}{G \cdot S_{in}/G \cdot \left(N_{in} + N_{ain}\right)}$$

$$NF = \frac{S_{in}}{N_{in}} \cdot \frac{G \cdot \left(N_{in} + N_{ai}\right)}{G \cdot S_{in}} = \frac{N_{in} + N_{ain}}{N_{in}} = 1 + \frac{N_{ain}}{N_{in}}$$

Коэффициент шума выражает шумовые свойства относительно входного источника шума; коэффициент шума — это ***не*** абсолютная мера шума.

Обычно коэффициент шума превышает единицу: NF >1.

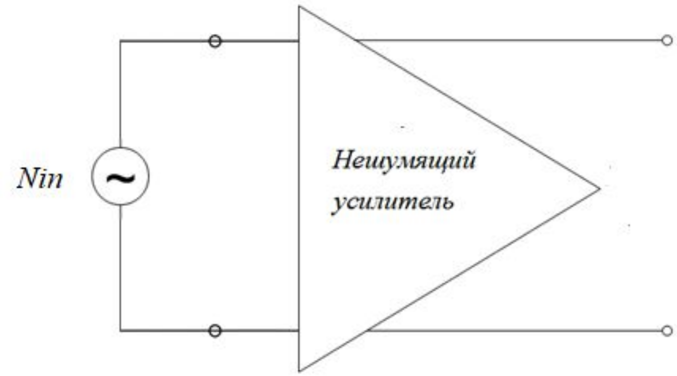
Максимальная номинальная мощность шума

Идеальный усилитель:

$$N_a = 0$$

$$N_{ain} = 0$$

$$NF = 1 + \frac{N_{ain}}{N_{in}} = 1$$



Минимальным шумом любой системы является тепловой шум.

$$U_{эфф} = \sqrt{4kTR\Delta f}$$

$$P_{Ш} = I^2 \cdot R_н = \frac{U_{эфф}^{\ 2}}{\left(R_н + R_{внутр}\right)^2} \cdot R_н = \frac{U_{эфф}^{\ 2}}{4R}$$

$$B_{Ш} = Ом kT\,\Delta f\left[\ {}^{2}/\ \right]$$

Шумовая температура

КШ любого устройства представляет меру того, насколько более шумным (по сравнению с эталонным) является рассматриваемое устройство.

$$NF = 1 + \frac{N_{ain}}{N_{in}}$$

$$N_{ain} = N_{in}\left(NF - 1\right)$$

$$N_{ain} = kT_R \Delta f$$

$$N_{in} = kT_0\ \Delta f$$

$$kT_R \Delta f = kT_0\ \Delta f\left(NF - 1\right)$$

$$T_R = T_0\ \left(NF - 1\right)$$

- Для измерения параметров малошумящих устройств с NF~1 используют понятие «шумовая температура», которая показывает на сколько градусов необходимо нагреть идеальное устройство, чтобы мощность шумов на его выходе была равна мощности шумов реального устройства в отсутствии нагрева.

- T_0 — эталонная температура источника,
- T_R — *эффективная шумовая температура*.

КШ определяется для источника шума при эталонной температуре T_0= 290 К.

$$N_{in} = kT_0 \Delta f$$

$$T_0 = 290^0 K$$

$$S(f) = \frac{N_{in}}{\Delta f} = kT_0 = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 = 4 \cdot 10^{-21} \left[\quad / \quad \right]$$

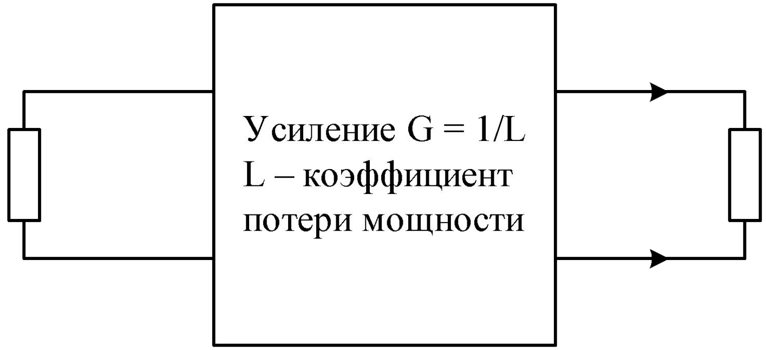
- Шумовые свойства усилителя можно смоделировать с помощью введения дополнительного источника шума, работающего при некоторой эффективной температуре, обозначенной T_R.

- Для чисто резистивного устройства T_R всегда превышает температуру окружающей среды.

- В усилителях или других малошумящих устройствах, T_R может быть значительно меньше 290 К, даже если температура окружающей среды выше этой величины.

Потери в линии связи- потери пассивного четырехполюсника

Под линией связи понимают пассивный четырехполюсник- это фидер, фильтр, аттенюатор и тд.
В случае использования пассивного четырехполюсника ухудшение параметра SNR происходит вследствие поглощения сигнала при фиксированном уровне шума.



Предположим:
- Линия согласована с источником и нагрузкой.
- Пусть все компоненты работают с температурой T_g.
- Коэффициент усиления сети G =1/L (меньше единицы для линии с потерями).

$$L = \frac{P_{in}}{P_{out}} > 1$$

$$G = \frac{1}{L} < 1$$

Эффективная шумовая температура линии T_L

$$N_{out} = kT_g\,\Delta f$$

$$N_{out} = \left(N_{in}\right) + \left(N_L\right)$$

$$*N_{out} = \left(G \cdot kT_g\,\Delta f\right) + \left(G \cdot N_{Lin}\right)$$

$$N_{out} = G\left(kT_g\,\Delta f + N_{Lin}\right)$$

$$kT_g\,\Delta f = G\left(kT_g\,\Delta f + N_{Lin}\right)$$

$$N_{Lin} = \frac{1-G}{G} \cdot kT_g\,\Delta f$$

$$N_{Lin} = kT_L\,\Delta f = \frac{1-G}{G} \cdot kT_g\,\Delta f$$

$$T_L = \frac{1-G}{G} \cdot T_g = \left(L-1\right) \cdot T_g$$

***)** **<u>мощность шумов на входе и выходе линии одинаковое</u>**

<u>ухудшение параметра SNR происходит вследствие поглощения сигнала при фиксированном уровне шума</u>

Коэффициент шума пассивного четырехполюсника

$$T_L = \left(L-1\right)\cdot T_g$$

$$T_R = T_0 \ \left(NF-1\right)$$

$$T_L = \left(L-1\right)\cdot T_g \equiv \left(L-1\right)\cdot T_0$$

$$NF = L$$

Мощность шума на выходе линии, подключенной к источнику с шумовой температурой T_r

$$N_{out} = G\left(kT_r\Delta f + N_{Lin}\right)$$

$$N_{Lin} = kT_L\,\Delta f$$

$$N_{out} = Gk\Delta f\cdot\left[T_r + T_0\left(NF-1\right)\right]$$

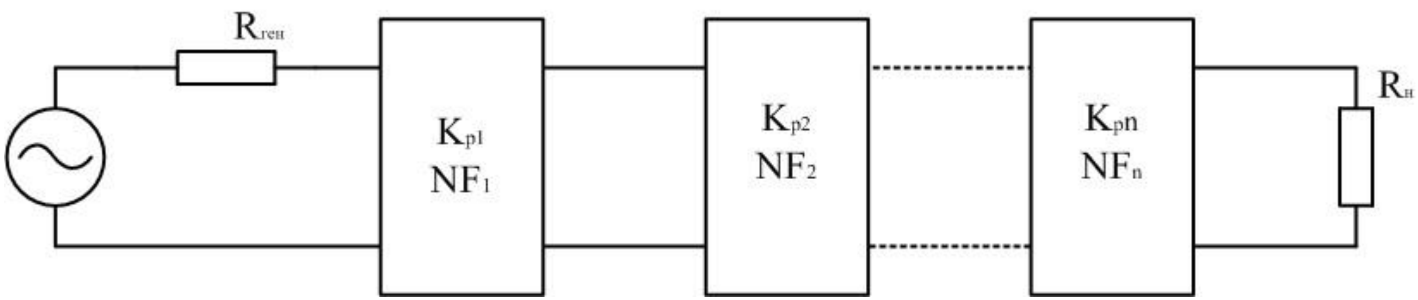
$$N_{out} = \frac{1}{L}k\Delta f\cdot\left[T_0\left(L-1\right)+T_r\right] = \frac{kT_0\Delta f\left(L-1\right)}{L} + \frac{1}{L}kT_r\Delta f$$

$$N_{out} = \left(1-\frac{1}{L}\right)kT_0\Delta f + \frac{1}{L}kT_r\Delta f$$

Шумовые свойства многокаскадных схем

Допущения:
- Многокаскадная система состоит из линейных элементов (либо приведена к линейной).
- Все каскады согласованы между собой.
- Оценка уровня шумов ведется для всех каскадов в одинаковой полосе Δf.

-Каждый четырехполюсник характеризуется:
- коэффициентом передачи по мощности G
- коэффициентом шума NF.



Формула Фрииса

Если последовательно соединены n четырехполюсников, выражение для суммарного коэффициента шума приобретает следующий вид:

$$NF_{\Sigma} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{G_1} + \frac{NF_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{NF_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \ldots + \frac{NF_n - 1}{G_1 G_2 G_3 \cdot \ldots \cdot G_{n-1}}$$

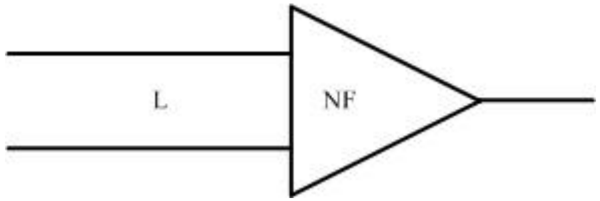
$$T_R = T_0 \left(NF - 1\right)$$

$$T_L = T_0 \left(L - 1\right)$$

$$T_{\Sigma} = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \ldots + \frac{T_n}{G_1 G_2 \cdot \ldots \cdot G_{n-1}}$$

- **Наибольшее влияние на шумы приемника оказывает первый каскад.**
  - первый каскад должен иметь максимально низкий коэффициент шума NF_1.
- **С ростом усиления (по мере продвижения к выходу приемника) влияние собственных шумов каскадов снижается.**
- Для первого каскада: одновременное получение максимально низкого NF_1, и максимально высокого G_1 — задачи противоречивые.

Линия, последовательно соединенная с усилителем



$$NF_\Sigma = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{G_1}$$

$$NF_1 = L$$

$$G_1 = \frac{1}{L}$$

$$NF_\Sigma = L + L\left(NF_2 - 1\right) = L \cdot NF_2$$

$$T_\Sigma = T_1 + \frac{T_2}{G_1}$$

$$T_L = T_0 \left(L - 1\right)$$

$$T_R = T_0 \left(NF - 1\right)$$

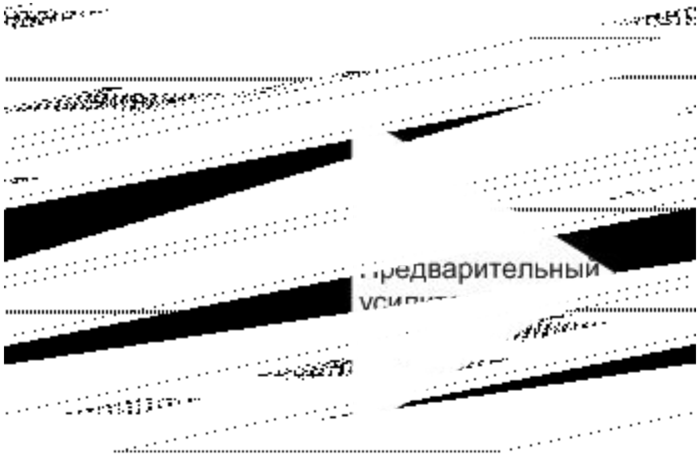
$$T_\Sigma = T_L + L \cdot T_R$$

$$T_\Sigma = T_0 \left(L - 1\right) + LT_0 \left(NF - 1\right) =>$$

$$T_\Sigma = T_0 \left(L \cdot NF - 1\right)$$

- **Если на входе приемника стоит линия с потерями, то коэффициент шума приемника возрастает.**

Эффективная температура системы антенна +усилитель



Общий объем шума, вносимого внешними источниками: $N = kT_A \Delta f$

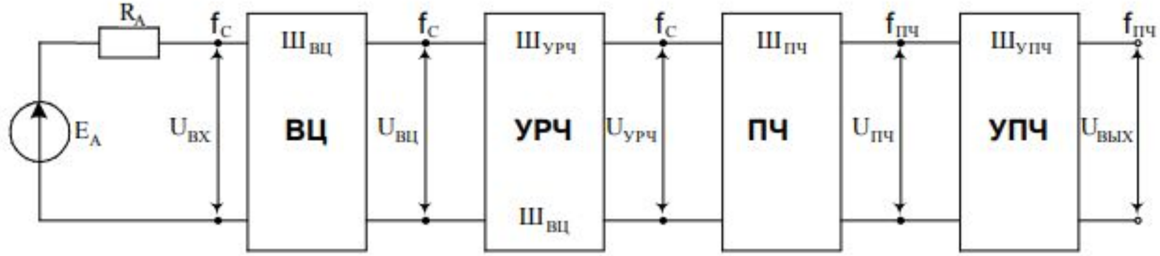
Шумовая температура антенны $\boldsymbol{T}_{\mathbf{A}}$— температура, вызванная излучением окружающей среды в отсутствие исследуемого источника, и тепловыми потерями в облучающей системе.

$$T_\Sigma = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \ldots + \frac{T_n}{G_1 G_2 \cdot \ldots \cdot G_{n-1}}$$

$$T_\Sigma = T_A + \frac{T_L}{G_A} + \frac{T_R}{G_A G_L}$$

$$T_\Sigma = T_A + T_L + LT_R$$

Шумовые свойства РПрУ
Пороговая чувствительность

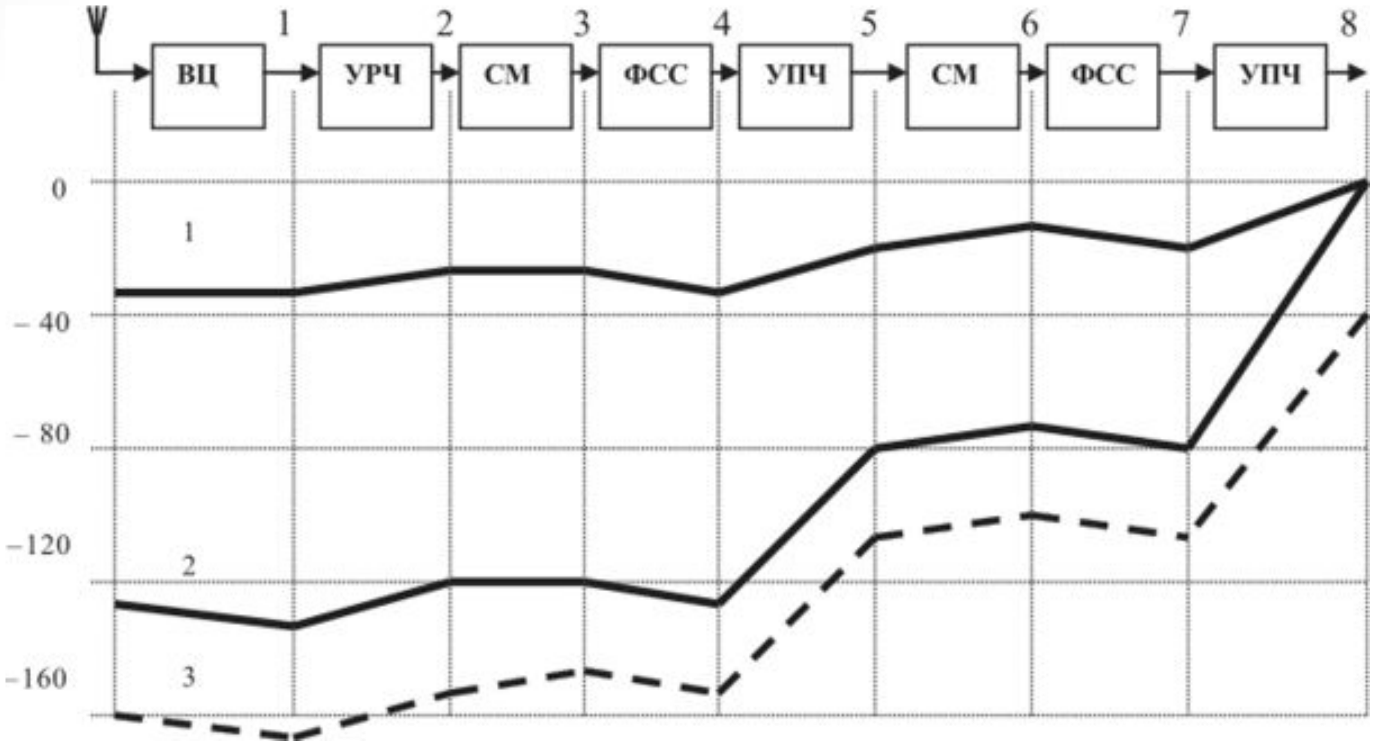


$$NF = NF_{ВхЦ} + \frac{NF_{УРЧ} - 1}{G_{ВхЦ}} + \frac{NF_{ПЧ} - 1}{G_{ВхЦ} G_{УРЧ}} + \frac{NF_{УПЧ} - 1}{G_{ВхЦ} G_{УРЧ} G_{ПЧ}}$$

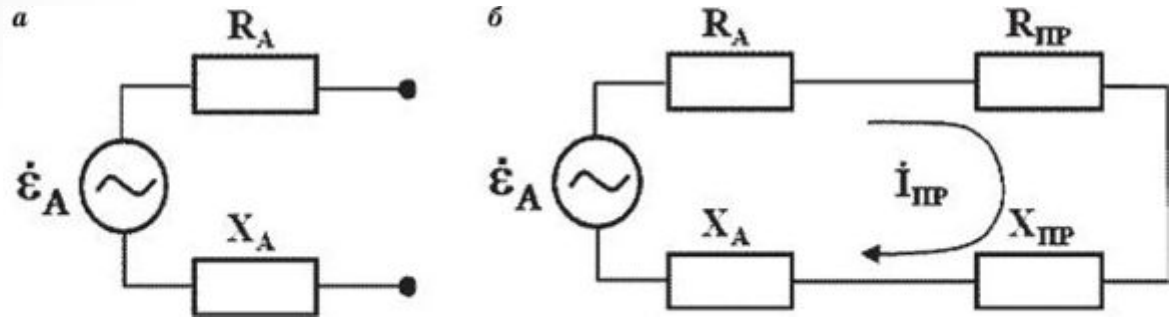
$$NF_{УРЧ} < NF_{ПЧ}$$

$$G_{УРЧ} >> 1$$

Общее усиление радиотракта приемника



1 — сигнал при максимальной входной мощности;
2 — сигнал при минимальной входной мощности;
3 — уровень шума



Исходя из эквивалентной схемы приемной антенны (рис.а),
можно определить ток, протекающий через входную цепь РПрУ (б):

$$\dot{I}_{Пр} = \frac{\dot{E}_A}{\dot{Z}_{Пр} + \dot{Z}_A}$$

$$\dot{Z}_{Пр} = R_{Пр} + jX_{Пр}$$

Активная мощность, выделяемая во входной цепи приемника

$$I(t) = const$$

$$P = I^2 R$$

$$I(t) = I\cos\omega t$$

$$P = R\int_0^T I^2(t)dt = I^2 R\int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2} I^2 R\int_0^T \left(1+\cos 2\omega t\right) dt = \frac{1}{2} I^2 R$$

$$P = \frac{1}{2} I^2{}_{Пр} R_{Пр}$$

где $I_{Пр}$— ***<u>амплитуда</u>*** тока на входных зажимах приемного устройства:

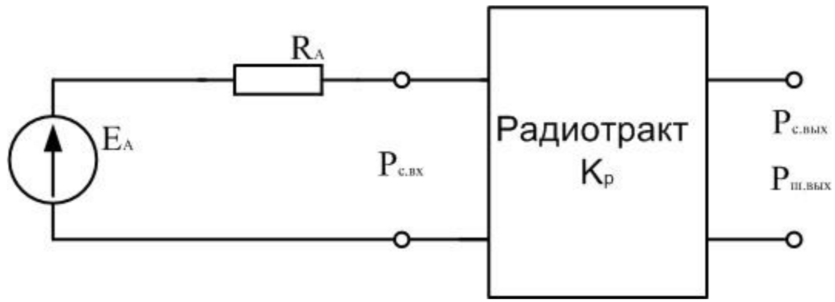
$$I_{Пр} = \frac{E_A}{\sqrt{\left(R_A + R_{Пр}\right)^2 + \left(X_A + X_{Пр}\right)^2}}$$

$$P = \frac{1}{2} I^2{}_{Пр} R_{Пр} = \frac{1}{2} \frac{E^2{}_A}{\left(R_A + R_{Пр}\right)^2 + \left(X_A + X_{Пр}\right)^2} R_{Пр}$$

$$условие \begin{cases} R_A = R_{Пр} = R \\ X_A = -X_{Пр} \end{cases}$$

$$P_{Пр} = \frac{1}{2} I^2{}_{Пр} R_{Пр} = \frac{1}{2} \frac{E^2{}_A}{4R^2{}_{Пр}} R_{Пр} = \frac{E^2{}_A}{8R}$$

Чувствительность приемника - это такая мощность сигнала на его входе, при которой на выходе обеспечивается требуемая мощность при заданном соотношении сигнал/шум на его выходе.



$$D_p(\gamma^2) = \frac{S_{out}}{N_{out}}$$

$$NF = \frac{\dfrac{S_{in}}{N_{in}}}{\dfrac{S_{out}}{N_{out}}} = \frac{S_{in}}{N_{in}} \cdot \frac{1}{D_p}$$

$$NF = \frac{S_{in}}{kT_A \Delta f \cdot D_p}$$

$$D_p = \frac{S_{out}}{N_{out}} = 1$$

$$S_{in} = NF \cdot kT_A \Delta f$$

$$P_A = \frac{E_A^2}{8R_A}$$

$$P_A \equiv S_{in}$$

$$\frac{E_A^2}{8R_A} = NF \cdot kT_A \Delta f$$

$$E_A = \sqrt{8R_A \cdot NF \cdot kT_A \Delta f}$$