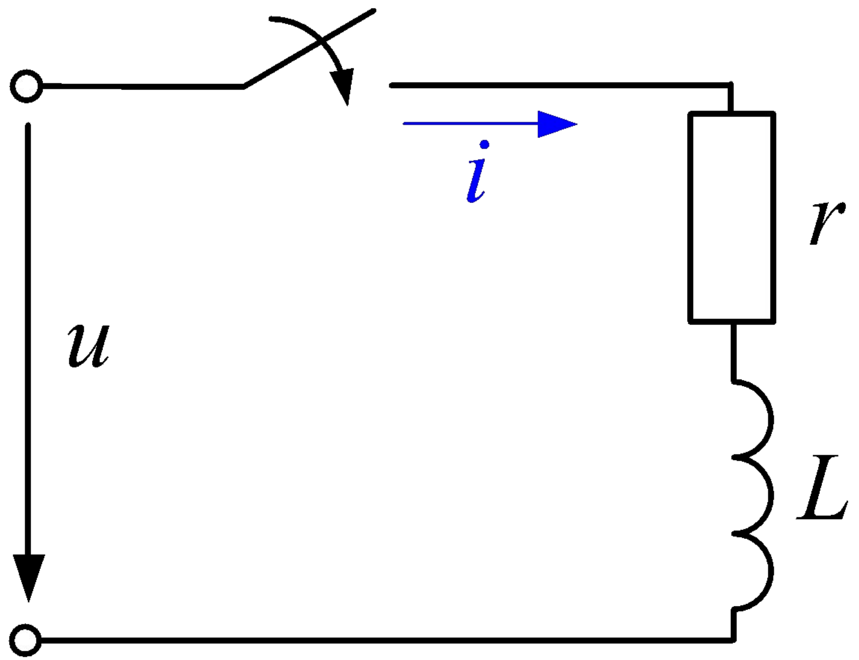
Лекция 9

Переходные процессы
в цепях с ***r*** и ***L*****,** ***r*** и ***C***
при синусоидальных напряжениях и токах

Включение цепи r,L на синусоидальное напряжение

В момент времени t = 0 цепь, состоящая из сопротивления r и индуктивности L, включается на синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \beta)$.



Уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$u_r + u_L = u$$

или

$$r\,i + L\frac{di}{dt} = U_m \sin(\omega t + \beta).$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$r + pL = 0$$

и, соответственно, корень

$$p = -\frac{r}{L}.$$

Переходный ток в цепи состоит из суммы принужденного и свободного токов:

$$i = i_{пр} + i_{св}.$$

Принужденная составляющая по форме совпадает с формой приложенного напряжения.

Следовательно, принужденная составляющая тока – синусоидальная функция времени и ее удобнее всего рассчитывать комплексным методом.

$$I_{mp} = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{U_m e^{j\beta}}{z\,e^{j\varphi}} = I_{mp}\quad e^{j(\beta-\varphi)},$$

где $Z = r + j\omega L$ – комплексное сопротивление;

$z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$ – модуль комплексного сопротивления;

$\varphi = arctg\dfrac{\omega L}{r}$ – аргумент комплексного сопротивления, представляющий собой угол сдвига фаз между напряжением u и током i;

$I_{mp} = \dfrac{U_m}{z}$ – амплитуда тока.

Мгновенное значение принужденной составляющей

$$i_{np} = Jm\left(\dot{I}_{m\,np} e^{j\omega t}\right);$$

$$i_{np} = I_{m\,np}\sin\left(\omega t + \beta - \varphi\right) = I_{m\,np}\sin\left(\omega t + \alpha\right).$$

Свободная составляющая не зависит от напряжения на входе цепи и записывается так же, как в предыдущих задачах:

$$i_{cв} = Ae^{pt}.$$

Решение для тока:

$$i(t) = I_{m\,np}\sin\left(\omega t + \alpha\right) + A\,e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Постоянная A определяется при t = 0+:

$$i(0+) = i_{пр}(0+) + i_{св}(0+) = I_{m\,пр}\sin\alpha + A.$$

Величина i(0+) находится на основании первого правила коммутации:

$$i(0+) = i(0-) = 0,$$

так как до коммутации ток был равен нулю.

Следовательно,

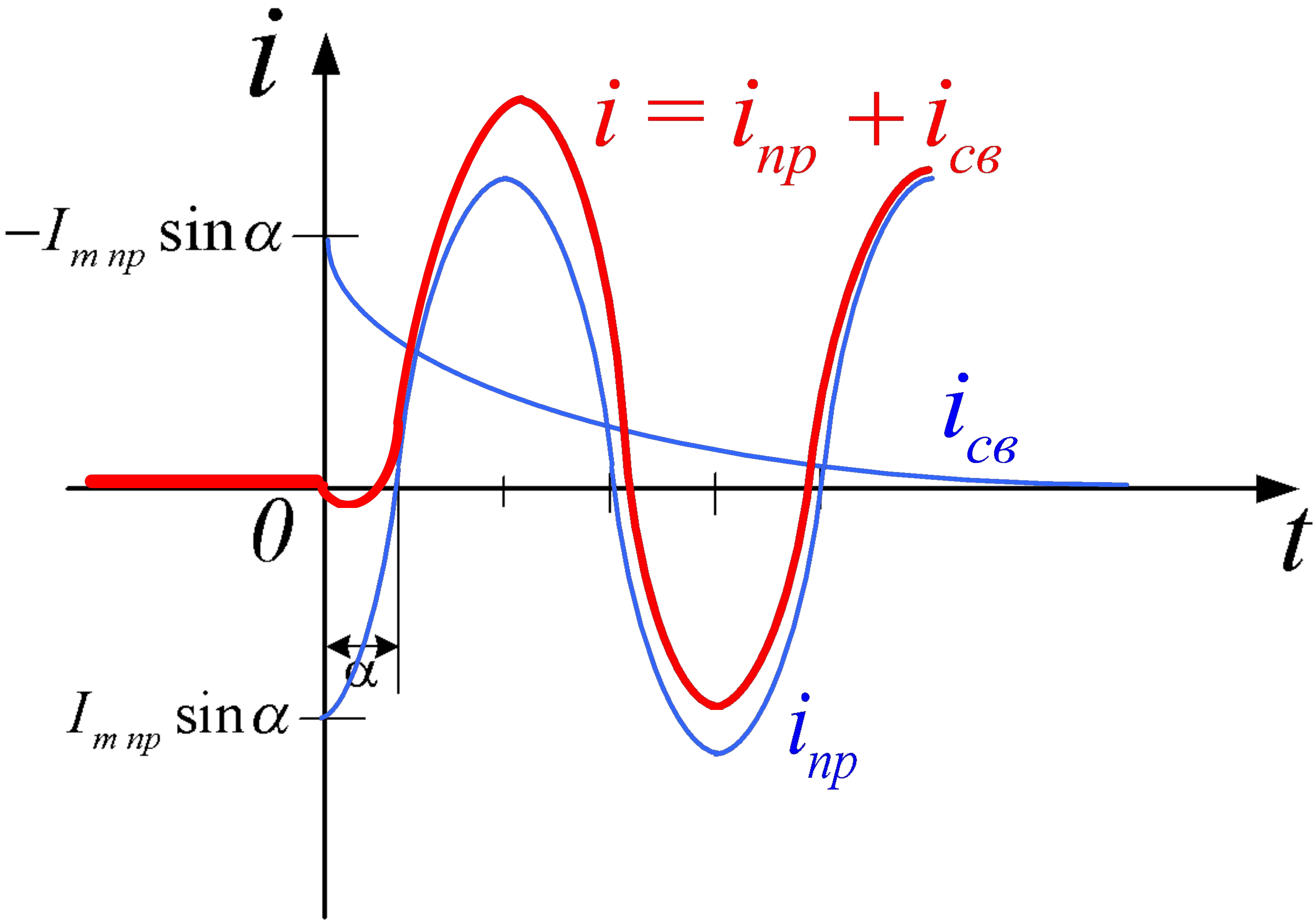
$$0 = I_{m\,пр} \sin\alpha + A,$$

откуда

$$A = -I_{m\,пр} \sin\alpha.$$

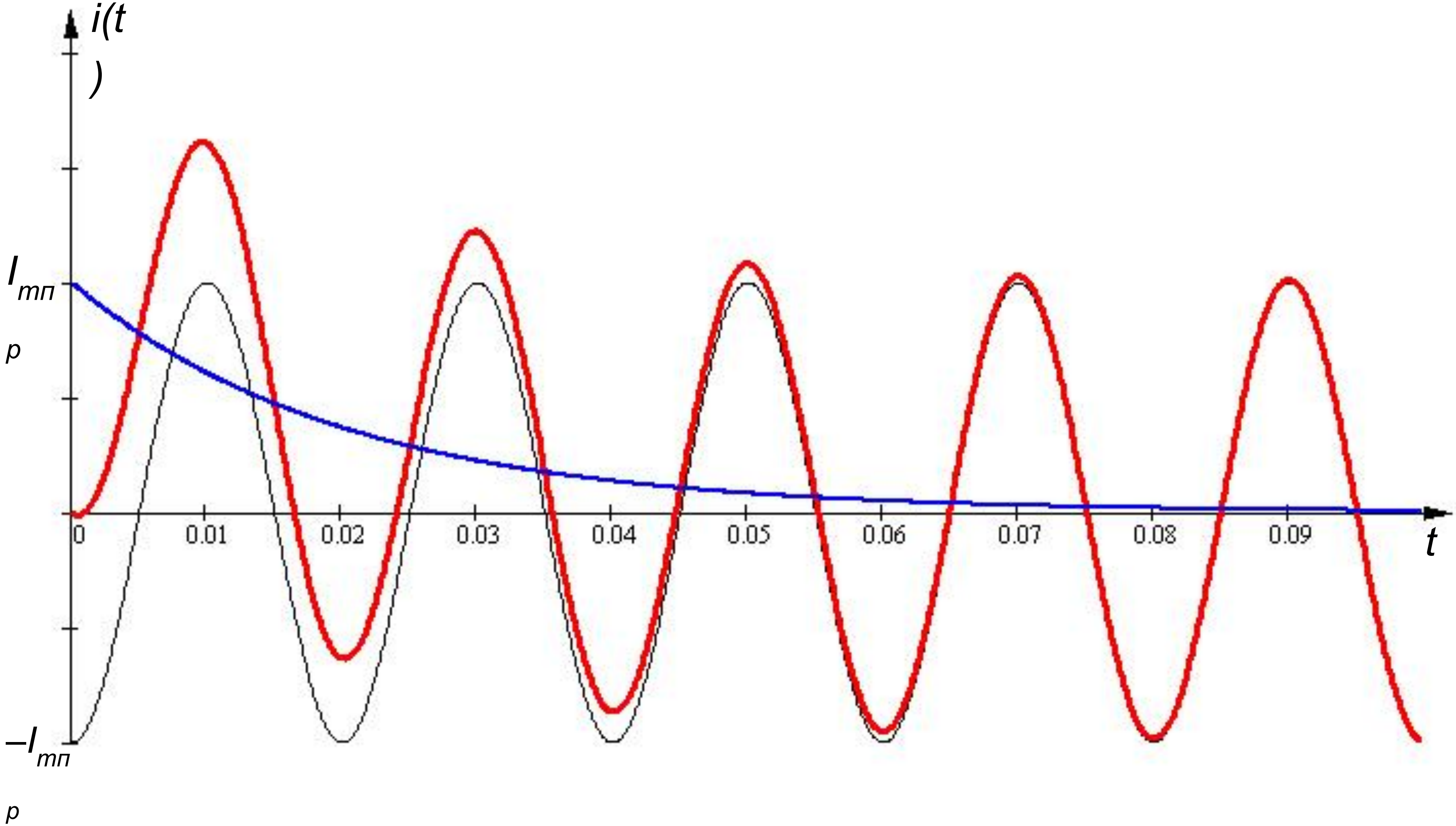
Ток в цепи

$$i = I_{m\,пр} \sin(\omega t + \alpha) - \left(I_{m\,пр} \sin\alpha\right) e^{-\frac{r}{L}t}.$$

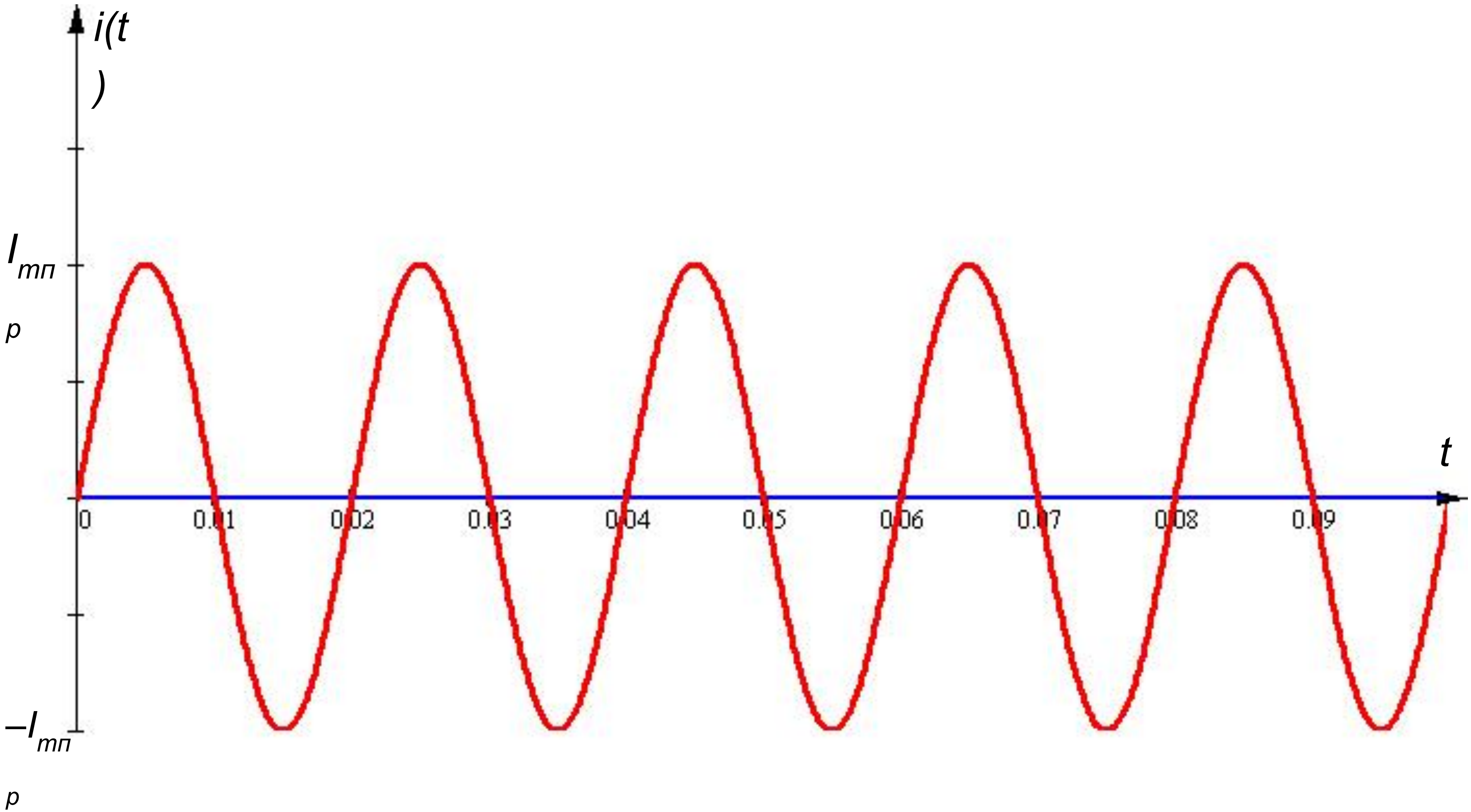

i
$i = i_{np} + i_{cв}$
$-I_{m\,np}\sin\alpha$
$i_{cв}$
0
t
α
$I_{m\,np}\sin\alpha$
i_{np}

Если коммутация происходит при $|\alpha| = \pi/2$, то начальное значение свободного тока $i_{св}(t)$ максимально, а именно $|\mathrm{i}_{\text{св}}(0)| = \mathrm{I}_{\text{m пр}}$, и ток переходного режима достигает экстремального значения в конце первого полупериода.

Если же коммутация происходит при $\alpha = 0$, то в цепи сразу же наступает установившийся режим без переходного процесса.



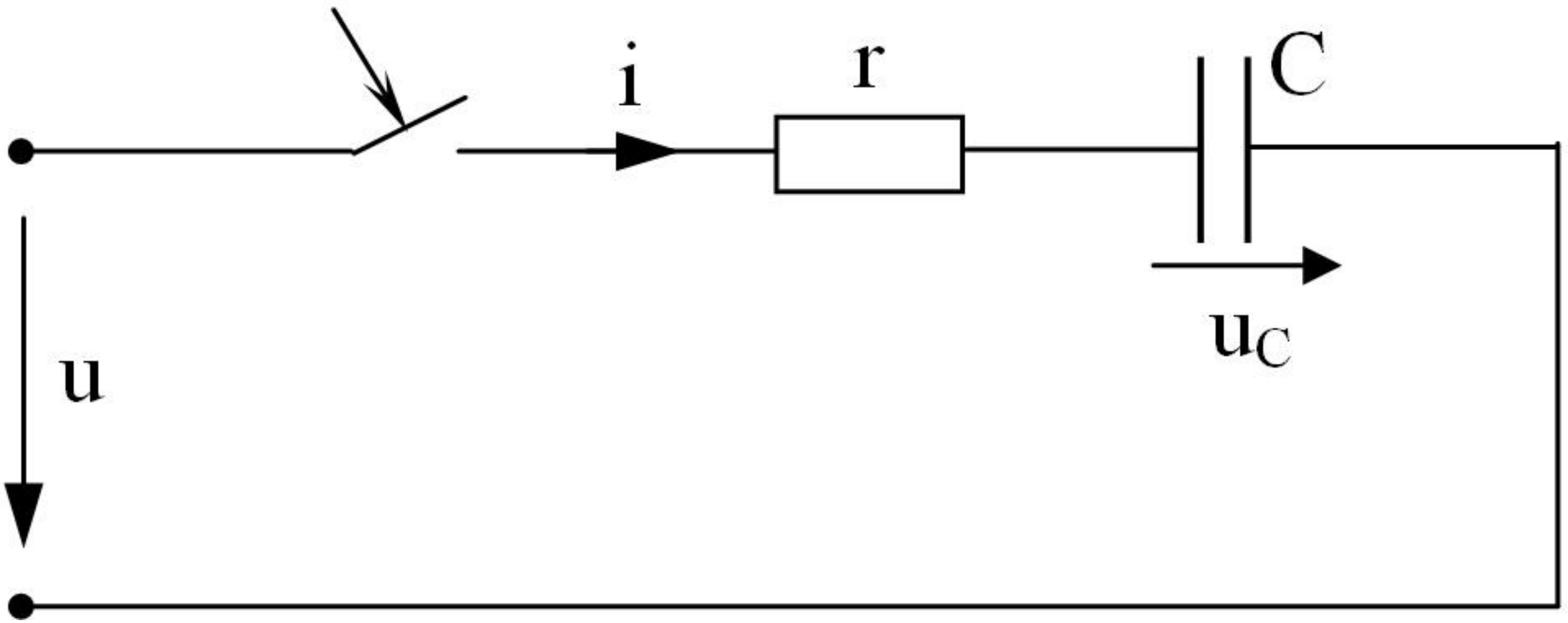
i(t
)
I
mn
p
–I
mn
p
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
t



i(t
)
I
mn
p
t
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
–I
mn
p

Включение цепи r,C на синусоидальное напряжение

В момент времени $t = 0$ цепь, состоящая из сопротивления r и емкости C, включается на синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \beta)$.



Исходное уравнение:

$$u_r + u_C = u,$$

где $u_r = r\,i$;

$$i = C\frac{du_C}{dt},$$

или $$r\,C\frac{du_C}{dt} + u_C = U_m \sin(\omega t + \beta).$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$rCp+1=0$$

и, соответственно, корень уравнения

$$p=-\frac{1}{rC}.$$

Переходное напряжение в цепи состоит из суммы принужденной и свободной составляющих:

$$u_{C} = u_{C\,пр} + u_{C\,св}.$$

Принужденную составляющую целесообразно рассчитывать комплексным методом:

$$\dot{U}_{Cm\,np} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_{m\,np} = U_{Cm\,np}e^{j\psi};$$

где $U_{Cm\,np}$ – амплитуда принужденной составляющей напряжения на емкости;

$\psi = \alpha - 90^{\circ}$ – начальная фаза принужденной составляющей напряжения на емкости;

$\dot{I}_{m\,np}$ – комплексная амплитуда тока;

$$I_{m\text{пр}} = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{U_m e^{j\beta}}{z\, e^{j\varphi}} = I_{m\text{пр}}\; e^{j(\beta-\varphi)} = I_{m\text{пр}}\; e^{j\alpha};$$

$Z = r - j\dfrac{1}{\omega C}$ – комплексное сопротивление;

$z = \sqrt{r^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}}$ – модуль комплексного сопротивления;

$\varphi = arctg\,\dfrac{-\dfrac{1}{\omega C}}{r}$ – аргумент комплексного сопротивления;

$I_{m\text{пр}} = \dfrac{U_m}{z}$ – амплитуда принужденной составляющей тока.

Мгновенное значение принужденной составляющей напряжения на емкости

$$u_{C\,пр} = Jm\left(U_{Cm\,пр}e^{j\psi}\,e^{j\omega t}\right) = U_{Cm\,пр}\sin\left(\omega t + \psi\right).$$

Свободная составляющая

$$u_{C\,св} = B\,e^{pt}$$

Постоянная В определяется из уравнения:

$$u_C(t) = U_{Cm\,пр}\sin\left(\omega t + \psi\right) + Be^{-\frac{1}{rC}t}$$

при t = 0+

$$u_{C}\left(0+\right) = u_{C\,св}\left(0+\right) + u_{C\,пр}\left(0+\right) = U_{Cm\,пр}\sin\psi + B.$$

Величина $u_C(0+)$ находится на основании второго правила коммутации:

$$u_C(0+) = u_C(0-) = 0.$$

Следовательно,

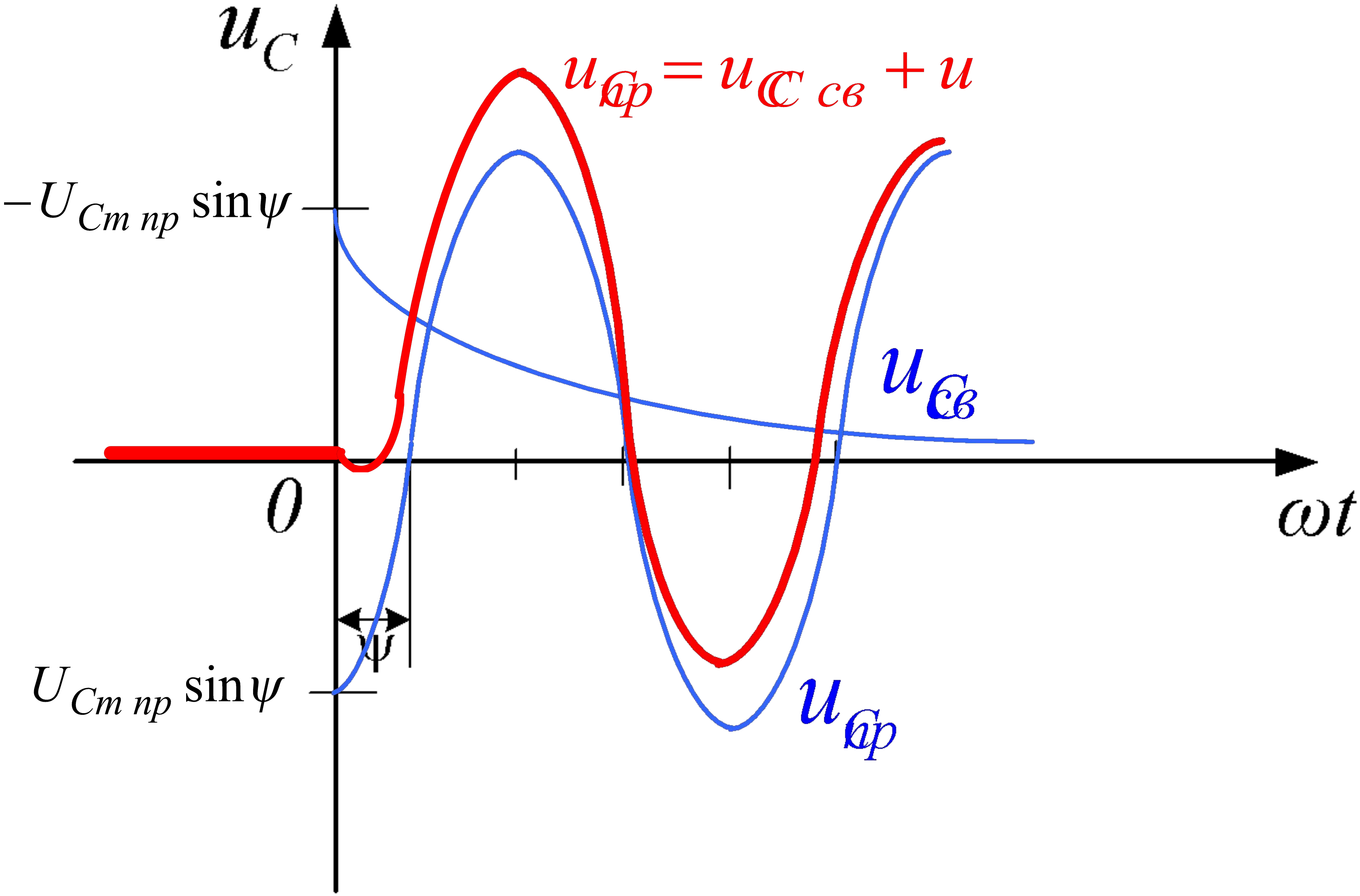
$$0 = U_{Cm\,np} \sin\psi + B,$$

откуда

$$B = -U_{Cm\,np} \sin\psi .$$

Напряжение на емкости

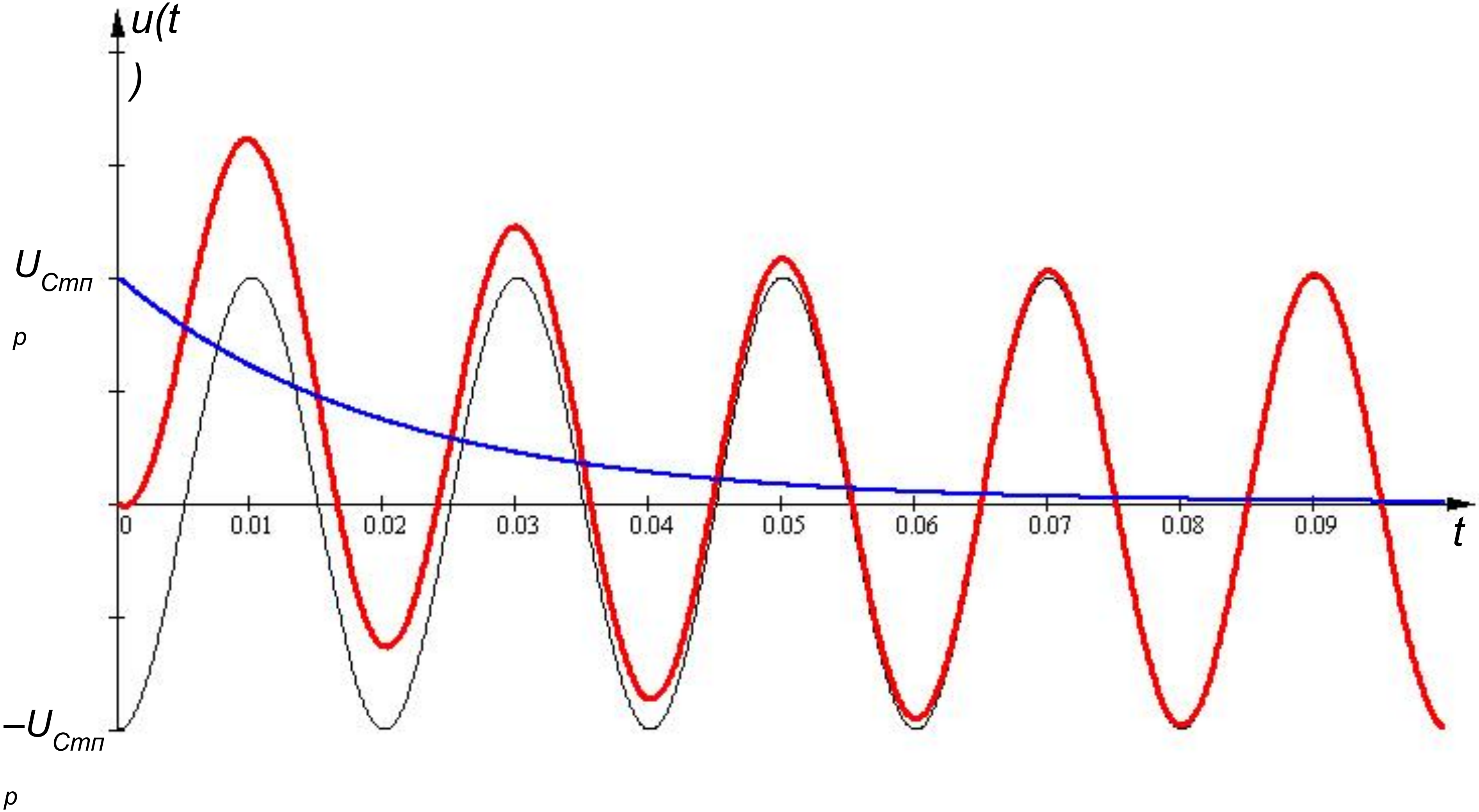
$$u_C = U_{Cm\,np} \sin(\omega t + \psi) - \left(U_{Cm\,np} \sin\psi\right) e^{-\frac{1}{rC}t}.$$

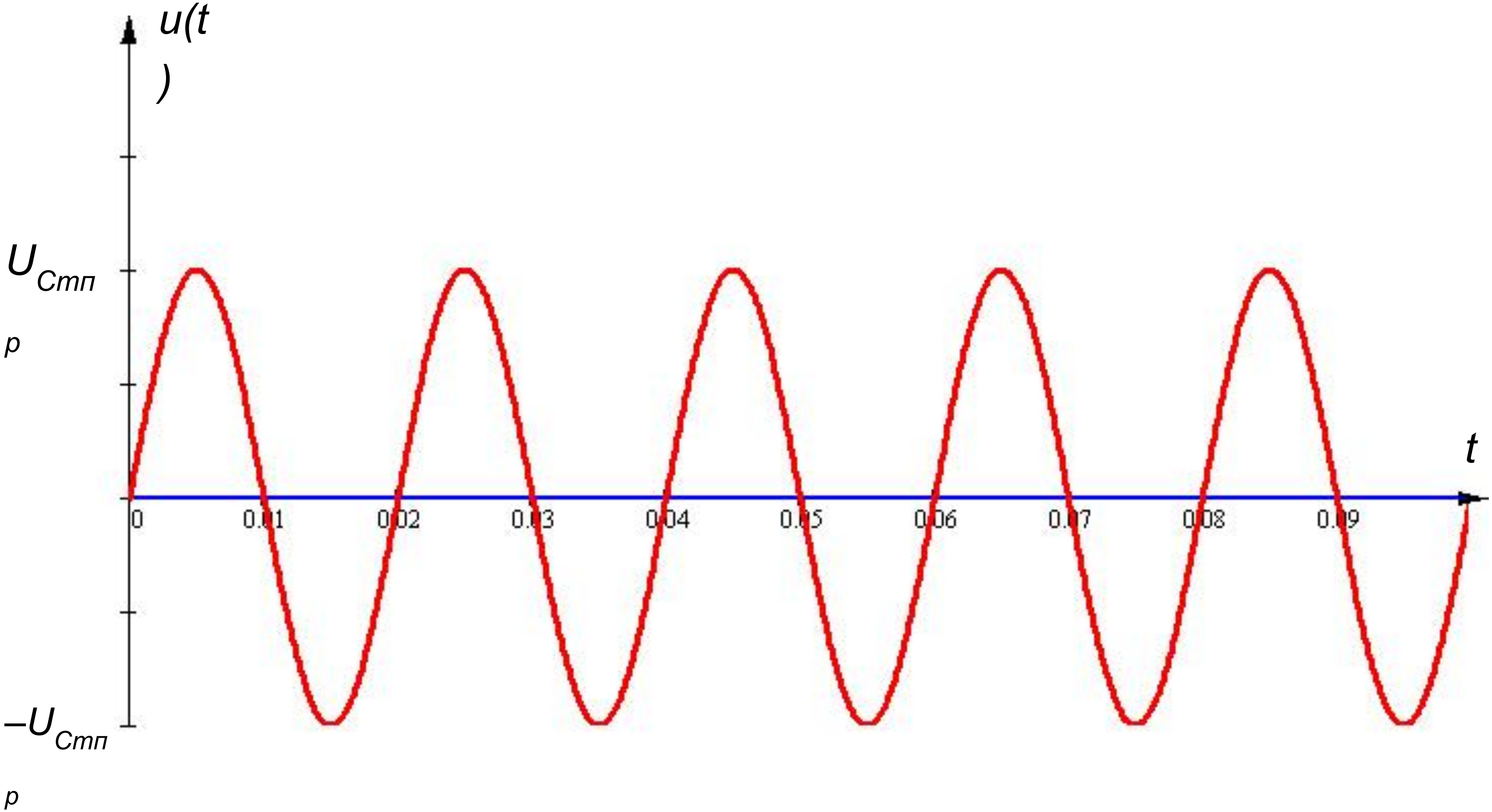


u_C
u_Cпр = u_C св + u
−U_Cm пр sinψ
U_Cm пр sinψ
0
ψ
u_Cсв
u_Cпр
ωt

Если коммутация происходит при $|\psi| = \pi/2$, то начальное значение свободной составляющей напряжения на емкости $u_{Cсв}(0)$ максимально, а именно $|u_{Cсв}(0)| = U_{Cm\,пр}$, и переходное напряжение достигает экстремального значения в конце первого полупериода.

Если же коммутация происходит при $\psi = 0$, то в цепи сразу же наступает установившийся режим без переходного процесса.


u(t
)
U Cmn
p
–U Cmn
p
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
t


u(t
)
U
Cmп
p
–U
Cmп
p
t
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09

Этапы расчета переходных процессов КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. Расчет установившегося режима в схеме до коммутации. Определение тока в индуктивности и (или) напряжения на емкости.

2. Составление дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для послекоммутационного состояния цепи.

3. Определение принужденных составляющих искомых токов и (или) напряжений из расчета установившегося режима в схеме после коммутации.

4. Формирование характеристического уравнения:

   а) непосредственно из дифференциального;

   б) через определитель алгебраизированной системы дифференциальных уравнений;

   в) по входному сопротивлению схемы.

5. Определение начальных условий – значений искомых токов и напряжений (при необходимости и их производных) при t = 0+.

6. Нахождение постоянных.