Военно-инженерный институт
Учебный военный центр
Отдел «Радиолокационного вооружения РТВ ВВС»

Дисциплина
«РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ»

Часть 1. Теоретические основы радиолокации

Лекция №5

МОДЕЛИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТРАЖЕННЫХ СИГНАЛОВ, ШУМОВ И ПОМЕХ

1

Цель лекции:

Дать характеристику отраженным сигналам, шумам и помехам, раскрыв содержание основных физических факторов, определяющих параметры и модели их формального представления.

ВОПРОСЫ ЛЕКЦИИ

1. Модели и характеристики отраженных сигналов.

2. Статистические характеристики шумов и помех.

3. Структура и математическая модель мешающих отражений.

3

Литература:

Основная

Вопрос 1

Модели и характеристики отраженных сигналов

5 Информацию о РЛЦ получают из принятого отраженного от цели радиолокационного сигнала. При теоретическом решении задач радиолокации требуется математический аналог реального сигнала. В этой связи в радиолокации рассматривают ряд моделей отраженного сигнала, позволяющих в той или иной степени учитывать его параметры.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА

В зависимости от характера изменения параметров сигнала во времени различают:

а) сигналы с полностью известными параметрами

$$x(t) = X(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi(t)\right];$$

б) сигналы со случайной начальной фазой:

$$x(t,\beta) = X(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta\right],$$

где β - случайная начальная фаза модулирующего множителя;

6

в) сигналы со случайной амплитудой и начальной фазой

$$x(t,\beta,b) = b \cdot X(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi(t) + \beta\right],$$

где b, β - амплитуда и фаза случайного модулирующего множителя.
В общем случае параметр является функцией времени,
т.е. $b = b(t)$, и рассматривают комплексный модулирующий множитель ;

$$\dot{B}(t) = b(t)e^{j\beta}$$

г) сигналы вида пачки из M флуктуирующих по амплитуде радиоимпульсов со случайными начальными фазами

$$x(t,\beta_1,\beta_2,\ldots\beta_N, \quad b_1,b_2,\ldots b_N) = \sum_{k=1}^{M} b_k X_k(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi_k(t) + \beta_k\right].$$

По характеру временной структуры отраженных сигналов различают когерентные и некогерентные сигналы.

К <u>когерентным сигналам</u> относят колебания с жестко заданной структурой (жестко связанными временными элементами).

Сигналы с независимыми амплитудно-фазовыми множителями (пачка флуктуирующих по амплитуде радиоимпульсов со случайными начальными фазами) считают уже <u>некогерентными.</u>

7

Для математического описания случайных параметров вводят плотности вероятностей. Фаза β обычно распределена по равномерному закону в пределах 0,2π, т.е.

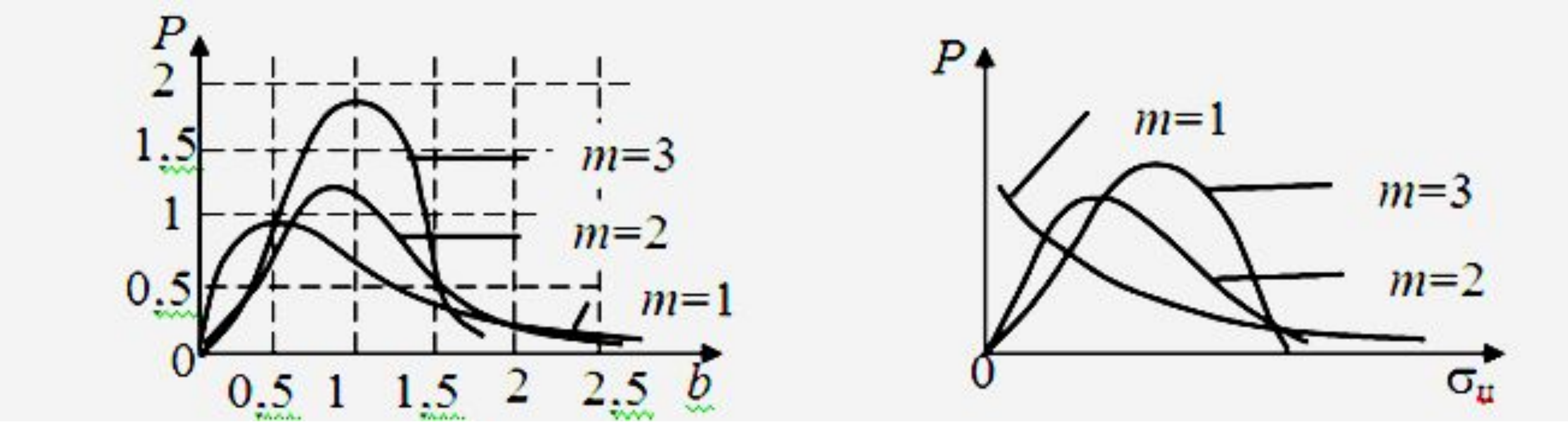
$$P(\beta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\pi}, & 0\le\beta\le 2\pi\\ 0 & \beta<0,\ \beta>2\pi\end{cases}.$$

Амплитудные флюктуации носят более сложный характер и для различных целей могут описываться различными законами распределения. Одним из них, охватывающим широкий класс РЛЦ, является закон Релея

$$P(b)=\begin{cases}2b\exp\left(-b^2\right), & b\ge 0\\ 0\ , & b<0\end{cases}.$$

Этот закон хорошо описывает флюктуации амплитуды сигнала, отраженного от целей, имеющих большое число «блестящих точек» примерно одинаковой интенсивности.

На рис. 4 представлены графики законов распределения $P(b)$ и $P(\sigma_ц)$ соответственно



При m =1 $P(\sigma_ц)$ имеет экспоненциальное распределение. Наряду с указанными законами для описания, например, распределения b используют логарифмически нормальное распределение, распределение Джонсона и др.

Если цель облучается сравнительно длительное время, то необходимо учитывать зависимость флюктуаций принимаемого сигнала от времени. Для этого вводят автокорреляционную функцию (АКФ) и энергетический спектр флюктуирующего сигнала.

9 АВТОКОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ФЛЮКТУАЦИЙ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА

Эти характеристики показывают степень случайности флуктуаций отраженного сигнала, т.е. модулирующего множителя (t). АКФ задается соотношением

$$\dot{R}_B(\tau) = M\left[\dot{B}(t)\cdot \dot{B}^*(t-\tau)\right] = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \dot{B}(t)\cdot\dot{B}^*(t-\tau)\,dt,$$

где $\dot{B}(t), \dot{B}^*(t)$ - комплексно - сопряженные значения модулирующего множителя;

T - интервал усреднения. Вещественная АКФ равна $\mathrm{Re}\left\{\dot{R}_B(\tau)\right\}.$

Вводят также нормированную АКФ $\rho_B(\tau) = \dfrac{\dot{R}_B(\tau)}{\dot{R}_B(0)}.$

Энергетический спектр модулирующего множителя находится по $R_{в}$ (τ):

$$S_B(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{R}_B(\tau)\, e^{-j2\pi f\tau}\, d\tau.$$

При отражении сигнала от движущейся цели появляются флуктуации амплитуды и фазы и происходит расширение спектра сигнала. Поясним это на примере облучения цели монохроматическим сигналом, имеющим одну спектральную составляющую $f_о$ (рис.5).

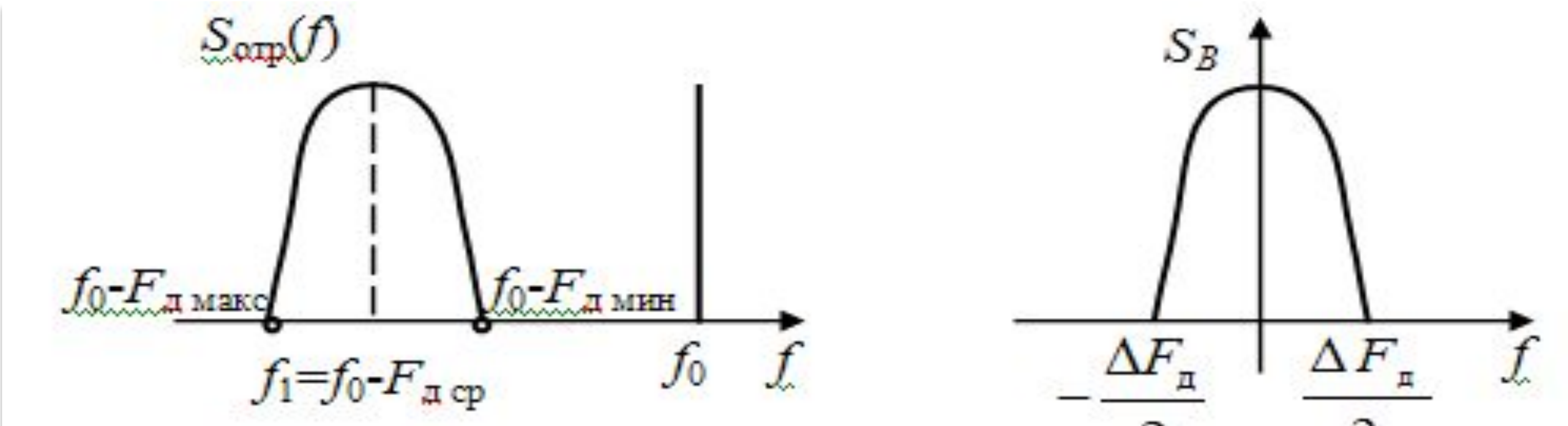


Рис. 5.

С учетом модуляции спектр отраженного сигнала $S_{отр}(f)$ имеет среднюю частоту $f_1 = f_о$-$F_{д\ ср}$ и ширину $\Delta F_д = F_{д\ макс}$-$F_{д\ мин}$.

Если в пределах полосы $\Delta F_д$ в качестве примера положить $S_B(f) = S_0 = \text{const}$, то

$$\dot{R}_B(\tau) = R_B(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_B(f)\, e^{j2\pi f\tau} df = S_o \int_{-\frac{\Delta F_д}{2}}^{\frac{\Delta F_д}{2}} e^{j2\pi f\tau} df$$

$$R_B(0) = S_0 \Delta F\,, \qquad \left|\dot{\rho}_B(\tau)\right| = \rho_B(\tau) = \frac{\sin \pi \Delta F_д \tau}{\pi \Delta F_д \tau}.$$

Кривая $\rho_B(\tau)$ для рассматриваемого случая представлена на рис.6.

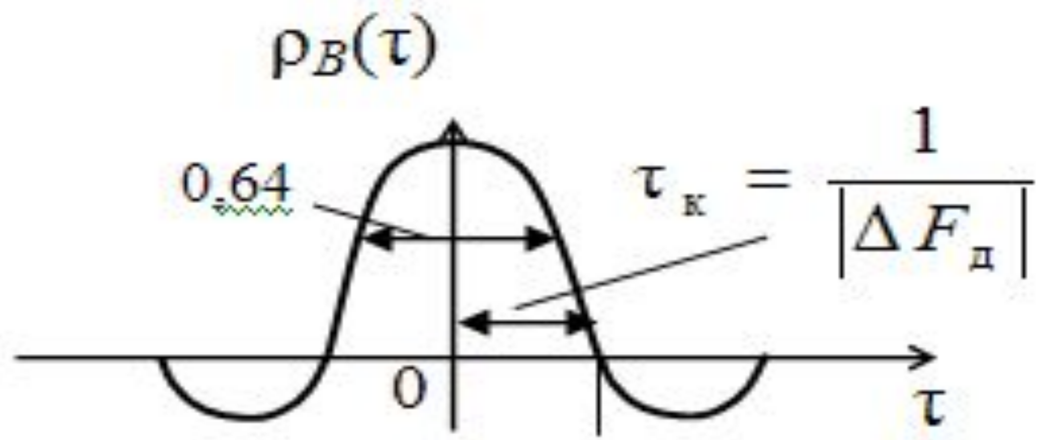


Рис. 6.

параметр $\tau_к = \dfrac{1}{\Delta F_д}$ может быть назван временем корреляции. Время корреляции связано с шириной энергетического спектра модулирующего множителя обратно пропорциональной зависимостью. В случае сильной статистической связи последовательных значений сигнала имеет место узкий спектр флюктуаций и наоборот.

Функции автокорреляции широко используются при анализе влияния флюктуаций на обнаружение и измерение параметров радиолокационных сигналов.

Выводы по первому вопросу

1. Таким образом, реальный отраженный сигнал имеет случайные амплитуду и фазу. Флюктуационные составляющие параметров отраженного сигнала называют шумом цели.

2. Для полного описания отраженного сигнала необходимо знать плотность распределения его амплитуд и фаз. Важное значение для анализа погрешности сигналов и выбора схем их обработки имеют автокорреляционная функция и энергетический спектр отраженного сигнала.

Вопрос 2

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШУМОВ И ПОМЕХ

Флуктуационная помеха является наиболее распространенной в радиолокации. К ней относятся внутренний шум приемного устройства РЛС и наиболее распространенный вид преднамеренных помех - шумовые помехи.

Одномерная плотность распределения $y(\mathrm{t}) = n(t)$ определяется выражением

$$p_{\text{п}}(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}}$$

где σ^2 - дисперсия (мощность) помехи.

Важной энергетической характеристикой шумов является спектральная плотность мощности.

Спектральная плотность мощности внутренних шумов определяется соотношением

$$N_0 = kT^0(K_{\text{ш}} + t_{\text{а}} - 1)$$

где k =1,38·10^{-23} Дж/град – постоянная Больцмана;

T_0 - абсолютная температура в град. Кельвина (обычноT_0=300 К);

$K_{\text{ш}}$ - коэффициент шума приемника;

$t_{\text{а}} = T_{\text{а}}/T_0$ - относительная шумовая температура антенны;

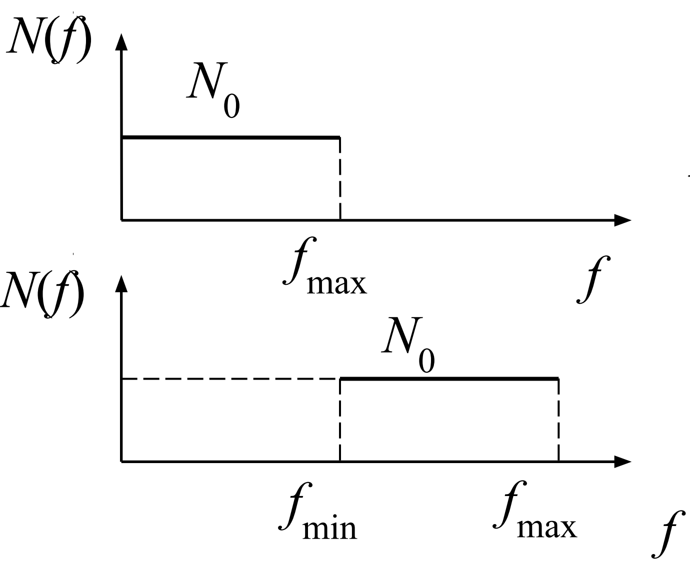
$T_{\text{а}}$ – абсолютная шумовая температура антенны.

При $t_{\text{а}}$=1 или $K_{\text{ш}}$ >($\mathrm{t}_{\text{а}}$-1) получим $N_0 = kT^0\,K_{\text{ш}}$.

Для решения задач синтеза и анализа в радиолокации используют две основные модели флуктуационной помехи: квазибелый и белый шум.

Квазибелый шум.

Квазибелым шумом называют шум, имеющий постоянную спектральную плотность мощности в полосе частот (рис.8):



$$N(f) = N_0, \text{при} \quad 0 \le f \le f_{max}$$

$$N(f) = N_0 \quad \text{при} \quad f_{min} \le f \le f_{max}$$

Рис. 8.

Скорость изменения мгновенных значений помехи определяется корреляционной функцией

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T n(t) n(t - \tau) dt = R(0) \rho(\tau),$$

где $\rho(\tau)$ - нормированная корреляционная функция.

Или, учитывая связь $N(f)$ и $R(\tau)$, запишем

$$R(\tau) = \int_0^\infty N(f) \cos 2\pi f \tau df.$$

Подставляя поочередно в последнее выражение значения $N(f)$ из (2) и (3) получим соответственно

$$R(\tau) = \int_0^{f_{max}} N_0 \cos 2\pi f \tau = N_0 f_{max} \frac{\sin 2\pi f_{max} \tau}{2\pi f_{max} \tau} \qquad (4)$$

и

$$R(\tau) = N_0 \int_{f_{min}}^{f_{max}} \cos 2\pi f \tau dt = N_0 \frac{\sin \pi \Pi \tau}{\pi \Pi \tau} \cos 2\pi {}_0 \tau \quad , \quad (5)$$

Из анализа последних выражений следует, что

$$R(0) = \sigma_n^2 = N_0 f_{max} \quad N\ П \qquad (0) = \sigma_n^2 = \ _0 \ ,$$

а нормированные корреляционные функции имеют вид $\sin\frac{x}{x}$, (рис 9).

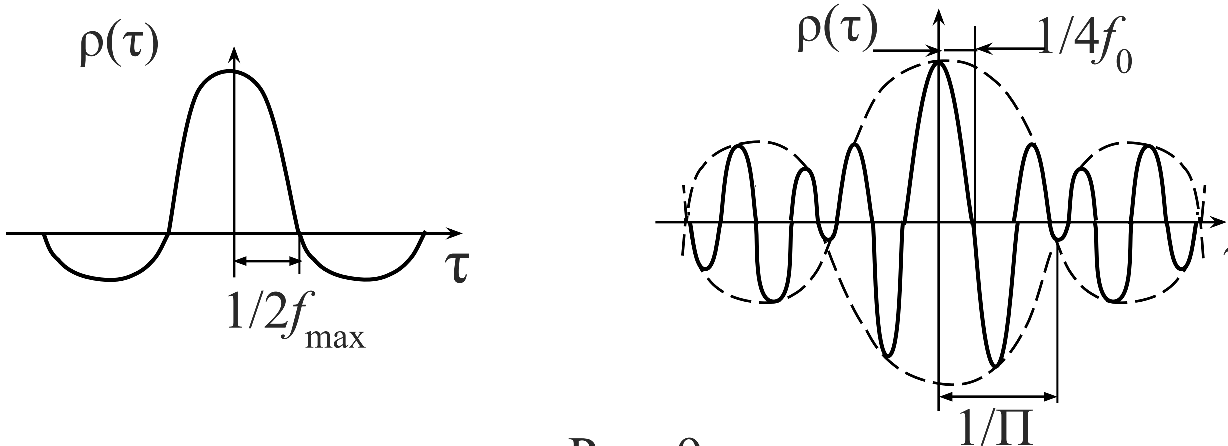


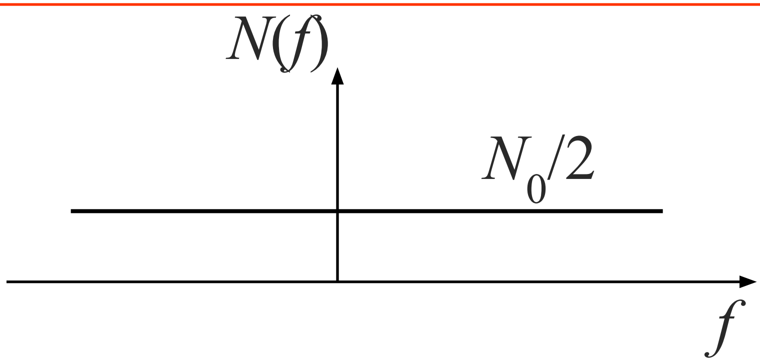
Рис. 9.

Найдем время корреляции квазибелого шума. Для этого воспользуемся выражением (4). Очевидно, что ρ(τ)=0 тогда, когда $\sin 2\pi f_{max}\tau = 0$, т.е. $2\pi f_{max}\tau = n\pi$; где $n = 1,2....$ $2f_{max}\tau = 1; \Rightarrow \tau = 1/2f\text{max}$

<u>Таким образом</u>, с увеличением значения f_{max} время корреляции уменьшается, т.е. чем шире спектр помехи, тем выше скорость изменения её мгновенных значений.

Белый шум.

Белым шумом называется модель флуктуационной помехи с постоянной спектральной мощностью N_0 на бесконечном интервале частот (т.е. fмакс $\to \infty$). Для белого шума справедливы две модели спектральной плотности, представленные на рис.10.



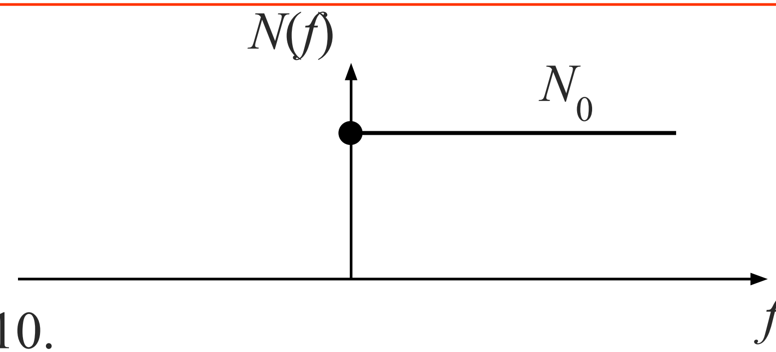


Рис. 10.

Заменив cos2$\pi f\tau$ по формуле Эйлера, найдем корреляционную функцию белого шума

$$R(\tau)=\frac{N_0}{2}\int_0^{\infty}\left(e^{j2\pi f\tau}+e^{-j2\pi f\tau}\right)df=\frac{N_0}{2}\int_0^{\infty}e^{-j2\pi f\tau}df=\frac{N_0}{2}\delta(\tau)\quad(6)$$

где $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi f\tau} df = \delta(\tau)$ дельта - функция Дирака (рис. 11), обладающая свойством

$$\delta(\tau)=\begin{cases}\infty & \text{при } \tau=0\\ 0, & \text{при } \tau\neq 0\end{cases}.$$

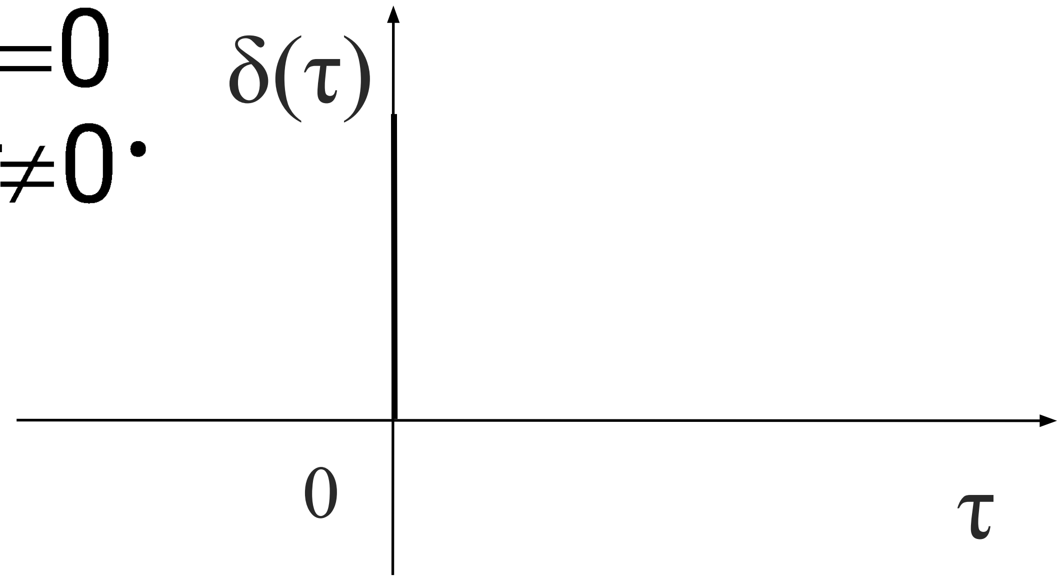


Рис. 11.

Из выражения (6) следует, что белый шум является дельта-коррелированным. Это означает бесконечно высокую скорость изменения его мгновенных значений и бесконечную мощность. Поэтому белый шум является абстракцией, удобной при анализе устройств обработки.

При синтезе оптимальных алгоритмов обработки РЛ сигналов, кроме корреляционных и спектральных характеристик помехи, требуется знание плотности вероятности её распределения.

Многомерная плотность вероятности помехи

Случайную реализацию $y(t) = n(t)$ можно однозначно задавать некоторой совокупностью своих дискретных значений. В этом случае принятая реализация

$$n(t) = n(t_1, t_2, \ldots, t_m).$$

Такая замена возможна на основании теоремы Котельникова, согласно которой любая функция с ограниченным спектром полностью определяется отсчетом своих значений, взятыми через интервал

$$\Delta t = \frac{1}{2} f_{\max}.$$

В соответствии с теоремой Котельникова

$$n(t) = \sum_k n_k \psi_k(t).$$

где n_k - элемент выборки в момент времени t_k, а

$$\psi_k(t) = \frac{\sin 2\pi f_{\max}(t - t_k)}{2\pi f_{\max}(t - t_k)}.$$

Вид такой аппроксимации непрерывной функции можно проиллюстрировать с помощью рис.12.

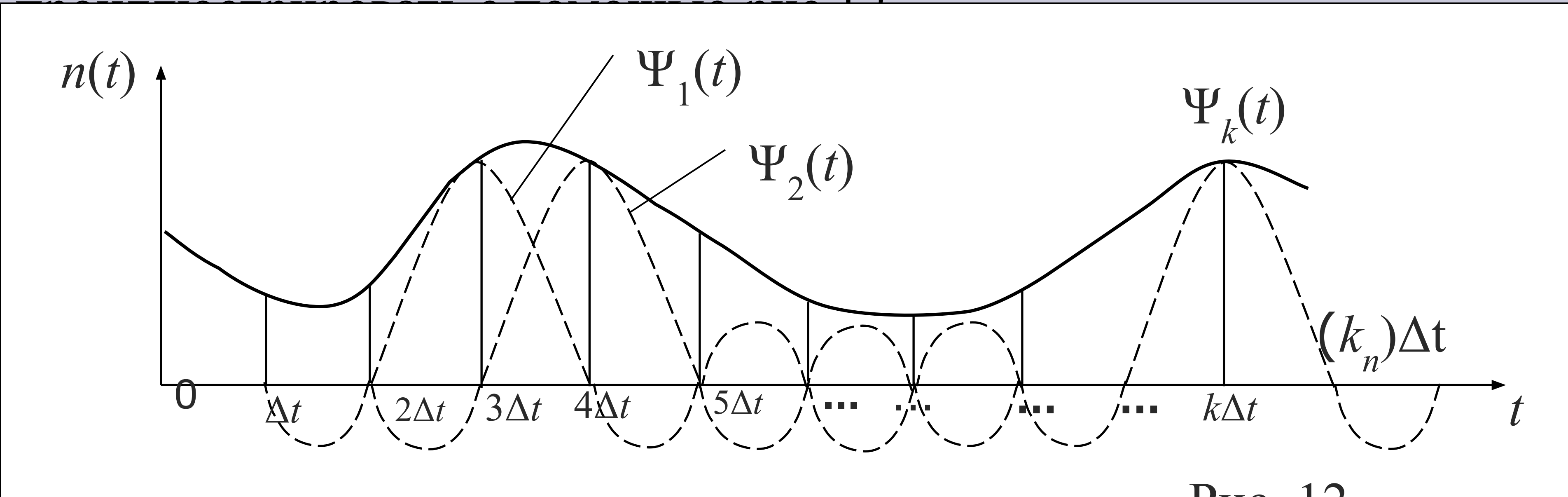


Рис. 12.

Замечательным свойством такого представления является то, что коэффициенты разложения $\psi_k(t)$ - некоррелированы, а значит отсчёты y_k независимые случайные величины. Некоррелированность объясняется тем, что интервал дискретизации $\Delta t = t_{k+1}-t_k$ равен интервалу корреляции помехи.

Поэтому при таком представлении помехи ее статистика может быть представлена плотностью вероятностей

$$\boxed{P(\vec{n}) = P(n_1, n_2, \ldots)}$$

С учетом теоремы Котельникова элементы вектора $\overline{n}$ независимы, поэтому

$$P(\vec{n}) = \prod_k P(n_k)$$

где $P(n_k)$ - одномерная плотность.

Подставляя в $P(n_k)$ значение мощности помехи, например, для квазибелого шума, получим

$$P(n_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{nk^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 f_{\max}}} e^{-\frac{n_k^2}{2N_0 f_{\max}}} = \sqrt{\frac{\Delta t}{\pi N_0}} e^{-\frac{n_k^2 \Delta t}{N_0}}.$$

В общем случае, используя векторно-матричную запись, плотность вероятности *m*-элементной выборки нормально распределенного квазибелого шума можно представить в виде:

$$P(\vec{n}) = \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{m}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\vec{n}^T\vec{n}\right).$$

Выводы по второму вопросу

Таким образом, полной статистической характеристикой колебаний помехи является плотность вероятности. Колебания помехи описывают также с помощью корреляционной функции и спектральной плотности мощности.

Вопрос 3

СТРУКТУРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕШАЮЩИХ ОТРАЖЕНИЙ

Мешающие отражения обусловлены вторичным излучением поверхностно и объёмно распределенных отражателей, которые занимают достаточно большой объем пространства, превышающий разрешаемый объем. Мешающие отражения представляют собой результат наложения случайно возникающих элементарных сигналов с флюктуирующими амплитудой и фазой и поэтому является случайным процессом с нормальной плотностью распределения вероятностей.

Общей особенностью мешающих отражателей является прямая связь с зондирующим сигналом. Поэтому математическая модель мешающих отражений почти не отличается от математической модели полезных отраженных сигналов

$$N(t)=\sum_{k=1}^{N} b_k(t) X(t-t_k) e^{j\left[2\pi(f_0+F_{к})t+\varphi_k(t)+b_k\right]},$$

где N - количество элементарных участков пространства отражателей.

Процесс формирования отраженного сигнала от мешающих отражателей поясним с помощью следующих графиков (рис. 13).

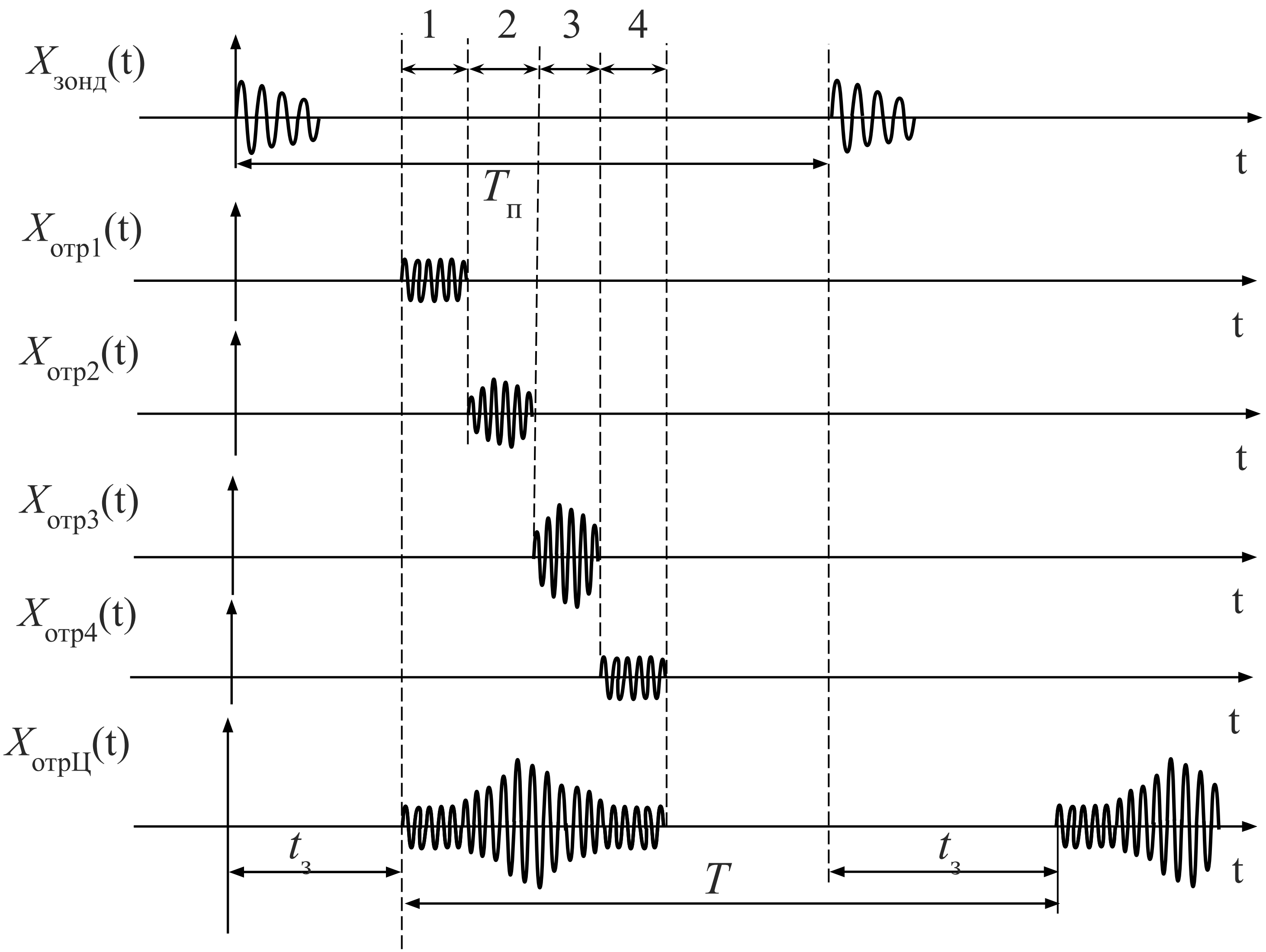


Рис. 13.

Когда отражатели сосредоточены в отдельных разрешаемых объёмах, помеха носит имитирующий характер, когда они распределены и захватывают несколько разрешаемых объемов, - маскирующий.

Внутрипериодная структура мешающих отражений подобна структуре шумового процесса, длительность которого соответствует реальной протяженности элементарных отражателей, попавших в характеристику направленности антенны РЛС.

При отражении ЗС от различных частей протяженного облака рассеивателей происходит «размывание» его закона модуляции. Это приводит к тому, что модель мешающих отражений нельзя представить в отличие от полезного сигнала произведением комплексной огибающей и комплексного закона модуляции ЗС ($t_{з1} \neq t_{з2} \neq t_{з3} \neq \ldots \neq t_{зk}$ и т.д.).

Энергетический спектр мешающих отражений определяется как прямое преобразование Фурье от корреляционной функции

$$S_{п}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{п}(\tau) e^{-j2\pi t\tau} dt.$$

Поэтому при использовании периодического ЗС энергетический спектр мешающих отражений оказывается гребенчатым с огибающей, определяемой энергетическим спектром одиночного зондирующего сигнала (рис. 14).

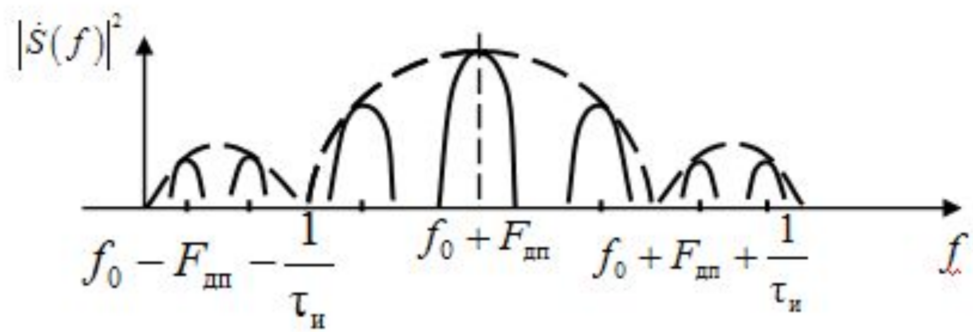


Рис. 14.

Отраженные от целей сигналы и маскирующие пассивные помехи имеют определенные отличия, связанные с различиями целей и отражателей, создающих пассивную помеху. К числу основных различий можно отнести:

- распределенный характер мешающих отражателей и близкий к сосредоточенному - блестящих элементов цели. Поэтому, повышая разрешающую способность по координатам и сокращая при этом размеры разрешаемого объема (во всяком случае, до размеров, превышающих размеры самолета), можно добиться улучшения наблюдаемости сигнала на фоне пассивных помех;

- отличия в поляризации отраженных сигналов наблюдаются, если пассивная помеха создается, например, гидрометеорами (дождь, тучи), состоящими из мелких капель, имеющих форму шара. Если гидрометеоры облучаются колебаниями с круговой поляризацией, то они отражают колебания также с круговой поляризацией, но с обратным (если смотреть в направлении распространения волны) вращением плоскости поляризации. Если приемная антенна не воспринимает колебания с такой поляризацией, она тем не менее может принимать колебания от целей, обладающих несимметрией структуры;

- различия в скорости перемещения мешающих отражателей и цели. Скорость перемещения наземных мешающих отражателей относительно наземной радиолокационной станции равна нулю, в то время как представляющие практический интерес цели перемещаются с достаточно большой скоростью.

Если пассивная помеха создается противорадиолокационными отражателями, то эти отражатели, будучи сброшены с самолета, быстро теряют первоначальную скорость, приобретая скорость, близкую к скорости ветра.
Различия в радиальных скоростях целей и отражателей могут быть использованы для селекции по скорости (иначе по эффекту движения цели) называют селекцией движущихся целей (СДЦ).

Выводы по третьему вопросу

Таким образом, из рассмотрения статистических характеристик мешающих отражений следует:

1. Корреляционные свойства мешающих отражений определяются корреляционными свойствами ЗС и корреляционными свойствами, вносимыми случайными перемещениями элементарных отражателей.

2. Энергетический спектр мешающих отражений подобен энергетическому спектру отраженного сигнала, отличается от него доплеровским сдвигом по частоте $F_{дп}$ и расширением спектра.

3. Отличия характеристик и мешающих отражений позволяют осуществлять их селекцию.

Заключение и указания по отработке материала лекции

1. При отражении от движущейся блестящей точки зондирующий сигнал претерпевает:
   - трансформацию временного масштаба;
   - трансформацию частоты.

2. При отражении от реальной цели отраженный сигнал приобретает случайный характер.

3. Основными статистическими характеристиками отраженных сигналов являются:
   - закон распределения вероятностей амплитуды и фазы;
   - автокорреляционная функция флуктуаций и энергетический спектр.

4. Основными статистическими характеристиками шумов и помех являются:
   - плотность распределения мгновенных значений;
   - корреляционная функция;
   - энергетический спектр.

5. Основными моделями внутреннего шума и флуктуационной помехи являются:
- квазибелый шум;
- белый (дельтакоррелированный) шум.

6. Основными отличиями сигналов от целей и мешающих отражений являются:
- поляризационные;
- пространственные (распределенный характер помехи и сосредоточенный - цели);
- скоростные (различия в скорости перемещения мешающих отражателей и цели).

Задание на самостоятель подготовку:

Отработать материал лекции в соответствии с рекомендованной литературой:

Л 1/о с. 49-65