



Военно-инженерный институт
Военный учебный центр
Кафедра «Специальные радиотехнические
системы»

Дисциплина
«ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ
СИСТЕМ И КОМПЛЕКСОВ»

Лекция №6

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ
СИГНАЛОВ

ЦЕЛЬ ЛЕКЦИИ

Раскрыть содержание задачи оптимизации обнаружения сигналов и метода ее решения.

ВОПРОСЫ ЛЕКЦИИ

- 1. Постановка задачи оптимального обнаружения радиолокационных сигналов. Показатели качества обнаружения.**
- 2. Статистические критерии оптимизации обнаружения сигналов. Оптимальное решающее правило.**

3

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ.

Показатели качества обнаружения

Решение задачи радиолокационного обнаружения сводится к принятию решения о наличии или отсутствии цели. В реальных условиях на входе приемного устройства РЛС наблюдается смесь полезного сигнала и помех. Это приводит к случайному характеру результатов РЛ обнаружения и указывает на статистический характер задачи обнаружения.

В общем случае колебание на входе обнаружителя можно записать в такой форме:

$$y(t) = Ax(t) + n(t),$$

где A - дискретный параметр, принимающий значения 0 или 1;

$x(t)$ - полезный сигнал;

$n(t)$ - аддитивная помеха.

4 При этом задача РЛ обнаружения заключается в выяснении следующего: содержит принимаемое колебание $y(t)$ отраженный сигнал $x(t)$ или нет. Для этого необходимо принять решение \hat{A}

о значении параметра A по результату анализа принятого входного колебания $y(t)$. Вследствие случайного характера входного шума решение \hat{A} не всегда соответствует истинному значению.

Возникают ошибки принятия правильного решения, которые при обнаружении должны быть сведены к минимуму.

Таким образом, задача оптимального обнаружения состоит в отыскании оптимального в определенном смысле решающего правила

$$\hat{A} = \hat{A}_{opt} [y(t)],$$

а метод её решения сводится к совокупности операций такого поиска.

Решение о наличии или отсутствии цели может быть принято при двух заранее неизвестных и взаимно исключающих условиях:

5

условие A_1 – «цель есть»;

условие A_0 – «цели нет».

Условию A_0 соответствует случай, когда на входе приемного устройства присутствует только помеха, т.е. $A = 0$ и $y(t) = n(t)$. Для условия A_1 $A=1$ и $y(t) = x(t) + n(t)$.

Соответственно в этих условиях могут приниматься два вида решений:

решение \hat{A}_1 - «цель есть» ($\hat{A} = 1$);

решение \hat{A}_0 - «цели нет» ($\hat{A} = 0$).

При этом возможны четыре ситуации:

$\hat{A}_1 A_1$ - правильное обнаружение; |

$\hat{A}_0 A_1$ - пропуск цели;

$\hat{A}_1 A_0$ - ложная тревога;

$\hat{A}_0 A_0$ - правильное необнаружение.

6 Данным ситуациям соответствуют четыре вероятности совмещения указанных событий, составляющих полную группу, т. е.

$$P(\hat{A}_1 A_1) + P(\hat{A}_1 A_0) + P(\hat{A}_0 A_1) + P(\hat{A}_0 A_0) = 1.$$

По теореме умножения вероятностей имеем:

$$P(\hat{A}_i A_j) = P(\hat{A}_i / A_j) \cdot P(A_j), \quad i, j = 0; 1.$$

Ввиду того, что заранее определить априорные вероятности $P(A_0)$ и $P(A_1)$ практически сложно, за показатели качества обнаружения принимают условные вероятности $P(\hat{A}_i / A_j)$,

которые имеют следующие обозначения:

$D = P(\hat{A}_1 / A_1)$ – условная вероятность правильного обнаружения;

$\bar{D} = P(\hat{A}_0 / A_1)$ – условная вероятность пропуска цели;

$F = P(\hat{A}_1 / A_0)$ – условная вероятность ложной тревоги;

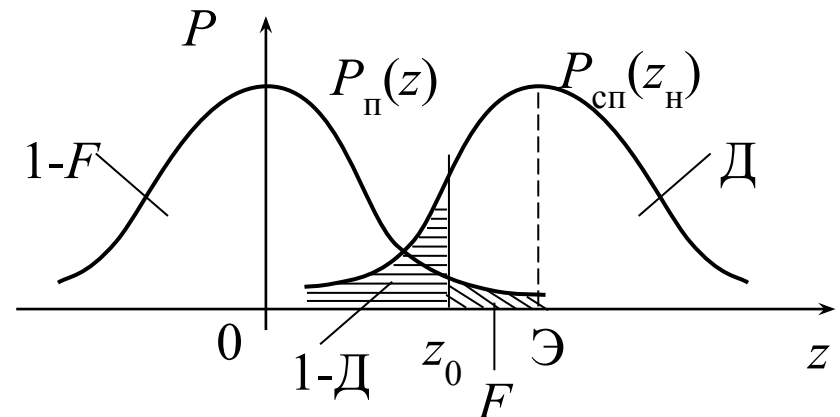
$\bar{F} = P(\hat{A}_0 / A_0)$ – условная вероятность правильного необнаружения.

7 Так как решения, соответствующие одинаковым условиям, являются взаимоисключающими, то

$$D + \bar{D} = 1 \quad F + \bar{F} = 1$$

Тем самым качество обнаружения может быть полностью охарактеризовано условными вероятностями правильного обнаружения D и ложной тревоги F .

Допустимые значения условных вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги обычно устанавливаются из практических соображений. Значения условных вероятностей ложной тревоги F и правильного неопределения \bar{D} задаются обычно для разрешаемого элемента пространства. За определенный интервал времени работы радиолокатор просматривает большое число m таких элементов.



8

В частном случае, если условные вероятности ложной тревоги для всех элементов разрешения одинаковы, получим

$$\bar{F}_m = (\bar{F})^m = (1 - F)^m,$$

откуда при $F < \frac{1}{m}$ вероятность хотя бы одной ложной тревоги для совокупности из m элементов

$$F_m = 1 - (1 - F)^m \approx mF.$$

При $m > 1$ величина $F_m > F$. Поэтому в теории обнаружения радиолокационных сигналов обычно оперируют с весьма малыми значениями допустимой вероятности ложной тревоги для каждого из разрешаемых элементов $F_{\text{доп}} = F_{m \text{ доп}}/m$.

Например, при $m = 10^5$ допустимым значениям условной вероятности ложной тревоги $F_{m \text{ доп}} = 10^{-1} \div 10^{-3}$ соответствует допустимое значение условной вероятности ложной тревоги в каждом разрешаемом объеме $F_{\text{доп}} = 10^{-6} \div 10^{-8}$.

9

Вероятность правильного обнаружения D стремятся сделать возможно большей, что особенно трудно обеспечить, когда цель находится на значительном удалении и энергия отраженных сигналов крайне мала. Границу зоны обнаружения радиолокатора определяют величиной предельной дальности, на которой условная вероятность пропуска за один цикл обзора не более некоторого допустимого значения $\bar{D}_{\text{доп}}$

$$\bar{D}_{\text{доп}} = 0,05 \div 0,5, \quad D_{\text{доп}} = 0,95 \div 0,5.$$

Иногда и завышены требования к РЛС:

$$\bar{D}_{\text{доп}} = 0,00001, \quad D_{\text{доп}} = 0,93 \div 0,9999.$$

Обобщающим показателем качества обнаружения является средний риск от ошибок обнаружения \bar{r}

Этот показатель учитывает средние потери от принятия ошибочных решений в ситуациях $(\hat{A}_0, 1) - r_{\bar{D}}$ и $(\hat{A}_1, A_0) - r_F$

$$\bar{r} = r_F P(\hat{A}_1, A_0) + r_{\bar{D}} P(\hat{A}_0, 1).$$

Критерий – существенный признак по которому производится оценка, определение или классификация чего-либо

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ. ОПТИМАЛЬНОЕ РЕШАЮЩЕЕ ПРАВИЛО

Учитывая априорные вероятности $P(A_0)$, $P(A_1)$ и введенные показатели качества обнаружения D , F , средний риск

$$\bar{A} = r_F P(A_0) F + r_{\bar{D}} P(A_1) (D - \dots)$$

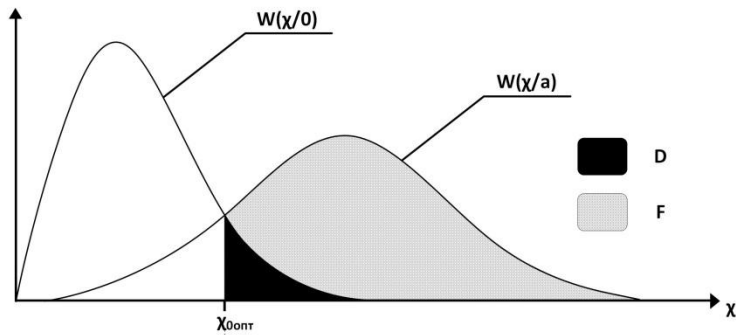
Таким образом, основными показателями качества обнаружения сигналов являются вероятности правильного и ошибочного решений, стоимости потерь (риска) от принятия ошибочных решений и средний риск.

Наиболее общим критерием оптимальности обнаружения сигналов является **критерий минимума среднего риска** (байесовский). Подбирается такой способ (алгоритм) обработки РЛИ, при котором средний риск принимает минимальное значение, т. е. $\bar{r} \Rightarrow \min$.

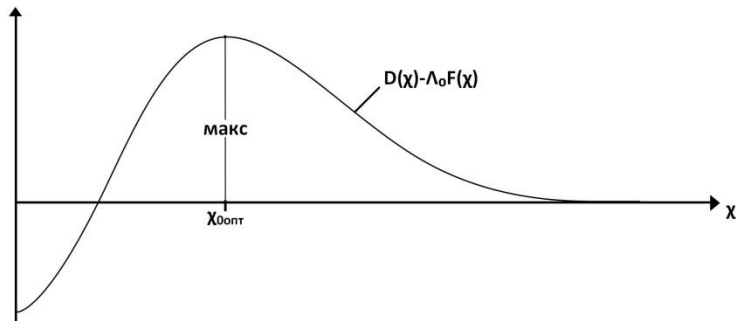
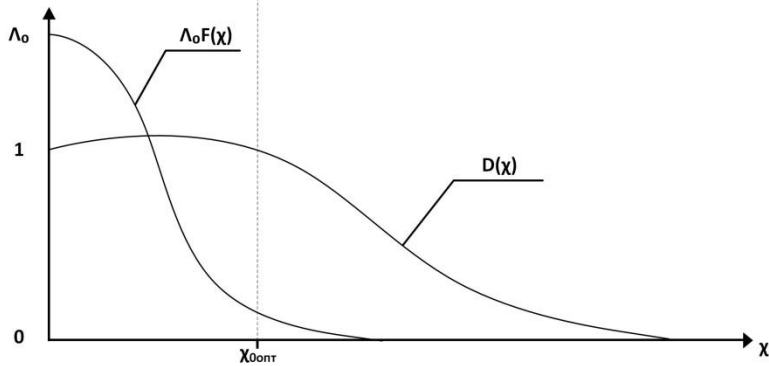
$$P = r_F F \cdot P(A_0) + r_{\bar{D}} (D - l_0) F(A_1) = \bar{D} (1) [D(A_0 - 0)],$$

$(D - l_0 F \rightarrow \max)$ – **весовой критерий**. Выражение представляет весовой критерий, согласно которому оптимизация обнаружения достигается за счет обеспечения максимума разности

$$l_0 = \frac{r_F \cdot P(A_0)}{P_{\bar{D}} \cdot A(A_1)} \text{ – весовой множитель.}$$



Какая ошибка???



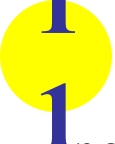
К выбору порога по весовому критерию

Критерий Неймана-Пирсона является следствием весового критерия и вытекает из следующих логических рассуждений. Если при одинаковом весовом множителе сравнить два обнаружителя, один из которых является оптимальным, то, согласно весовому критерию, справедливо неравенство:

$$D_{\text{ОПТ}} - \Lambda_0 F_{\text{ОПТ}} \geq D - \Lambda_0 F$$

$$D_{\text{ОПТ}} \geq D + \Lambda_{00} (F_{\text{ОПТ}} - F)$$

Согласно **критерию Неймана-Пирсона**, оптимальный обнаружитель обеспечит наибольшую условную вероятность правильного обнаружения из всех обнаружителей, у которых условная вероятность ложной тревоги не больше, чем у оптимального.



Отсюда следует, что оптимальный обнаружитель имеет наибольшую вероятность правильного обнаружения среди всех обнаружителей, у которых вероятность ложной тревоги $F \leq F_{\text{опт}}$.

Это свойство используется в **критерии Неймана–Пирсона**, согласно которому оптимальная система обнаружения должна максимизировать вероятность правильного обнаружения D при фиксированной вероятности ложной тревоги F , т.е. $D = \max$ при $F = \text{const}$.

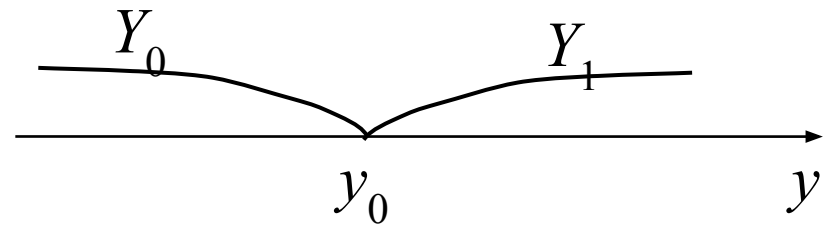
На практике также используется критерий идеального наблюдателя. Под идеальным понимается такой наблюдатель, для которого и ложная тревога, и пропуск цели имеют одинаковую стоимость $r_F = r_D = r_0$. (Применяется в теории связи при передаче цифровой информации)

При $r_0 = 1$ $P = \bar{D} \cdot (F + A) + A \cdot (0)$.

Для решения задачи оптимизации обнаружения необходимо определить взаимосвязь показателей качества D и F с характеристиками принимаемого сигнала $y(t)$ и перейти от наблюдаемых значений $y(t)$ к решению $A[y(t)]$.

Для этого следует разбить множество возможных реализаций $y(t)$ на две области: Y_1 и Y_0 .

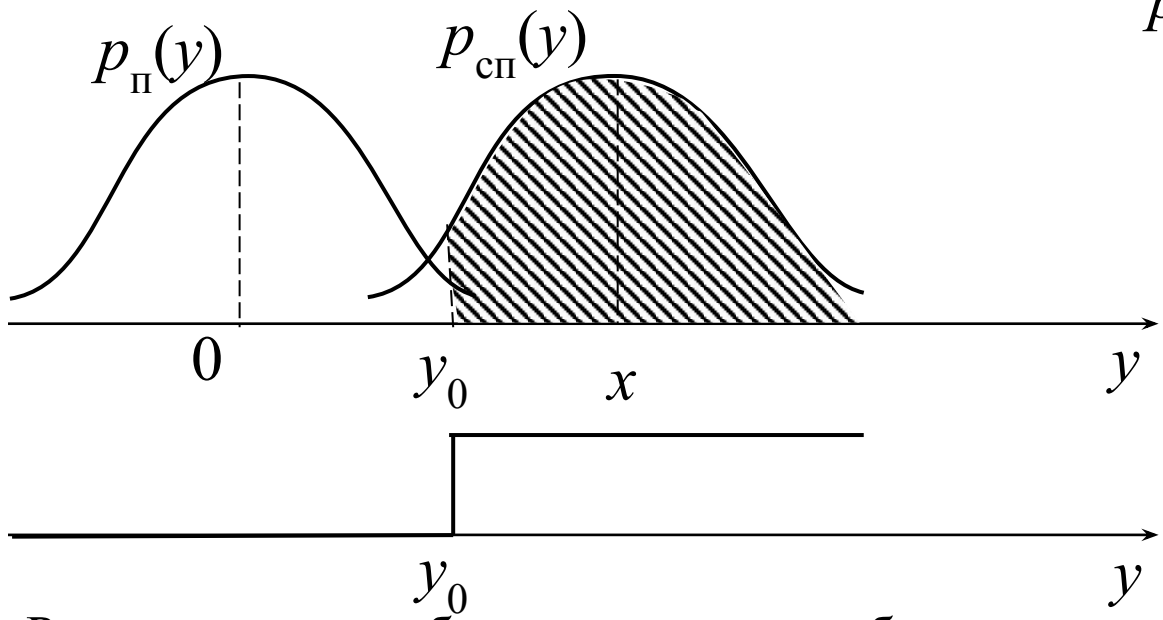
Разбиение области Y определения величины y на Y_1 и Y_0 осуществим введением некоторого порогового значения y_0



1 Чтобы найти оптимальное правило $\hat{A}_{\text{опт}}(y)$

2 будем полагать, что плотности вероятности распределения помехи $p_{\text{п}}(y)$ и смеси «сигнал + помеха» $p_{\text{сп}}(y)$ известны.

Если помеха распределена по нормальному закону с нулевым средним, то графики условных плотностей распределения случайной величины y при отсутствии $p_{\text{п}}(y)$ ($A = 0$) и наличии $p_{\text{сп}}(y)$ ($A = 1$) цели будут иметь вид, показанный на рис.



$$p_{\text{сп}}(y) = p_{\text{п}}(y - x).$$

График плотности распределения y при наличии полезного сигнала $p(y/A_1) = p_{\text{сп}}(y)$ сдвинут относительно графика $p(y/A_0) = p_{\text{п}}(y)$ на величину полезного сигнала x .

Решение задачи обнаружения может быть описано решающей функцией $\hat{A}_{\text{опт}}(y)$

$$3 \quad D = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(y) \cdot p_{\text{сп}}(y) dy, \quad \hat{A}(y) = \begin{cases} \text{при} & y \geq y_0 \\ \text{при} & y < y_0 \end{cases} \quad D - l_0 F = \max.$$

$$D - l_0 F = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(y) \cdot dy \cdot [l(y) - l_0] = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(y) \cdot p_{\text{сп}}(y) [l(y) - l_0] dy,$$

Введенная таким образом, послеопытная плотность вероятности $p(y)$, рассматриваемая как функция параметра y , называется **функцией правдоподобия**, которая показывает насколько одно возможное значение параметра y более «правдоподобно», чем другое. Согласно критерию максимального правдоподобия из двух гипотез есть цель или нет выбирается та, которой соответствует большее значение функции правдоподобия для наблюдаемой реализации y :

$$l(y) = \frac{p_{\text{сп}}(y)}{p_{\text{п}}(y)} \quad \text{— отношение правдоподобия.}$$

Поскольку $p_{\text{п}}(y) \geq 0$, то величина $D - l_0 F$ достигает максимума при наибольших величинах произведения:

$$\hat{A}(y) [l(y) - l_0] = \max. \quad \hat{A}_{\text{опт}}(y) = \begin{cases} \text{при} & l(y) \geq l_0, \\ \text{при} & l(y) \leq l_0. \end{cases}$$

ВЫВОД

Последнее соотношение характеризует критерий отношения правдоподобия.

Таким образом, решение о наличии цели принимается в том случае, когда отношение правдоподобия $l(y) \geq l_0$, в противном случае принимается решение об отсутствии цели.

Заключение и указания по отработке материала лекции

1. Оптимальное правило решения задачи обнаружения сводится к нахождению отношения правдоподобия и сравнению его с порогом.
2. Основными показателями качества радиолокационного обнаружения являются условные вероятности правильного обнаружения D и ложной тревоги F .
3. Основными статистическими критериями оптимизации обнаружения сигналов являются:
 - критерий минимума среднего риска;
 - весовой критерий;
 - критерий Неймана-Пирсона.

***Отработать материал лекции в соответствии с
рекомендованной литературой:***

Л 1/о с. 66-74

ООПИ ч 1