СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Военный учебный центр

ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ И ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В АСУ

Тема № 1. Автоматизация первичной обработки РЛИ

Занятие № 5 Погрешности дискретизации радиолокационного сигнала.

Руководитель занятия:
преподаватель кафедры АСУ ВКС
майор запаса Бейльман С.В.

Учебные вопросы:

1. Погрешности дискретизации и квантования аналогового сигнала.
2. Дискретизация зоны обнаружения РЛС

Литература

1. В.Н. Ратушняк, С.В. Бейльман, И.В. Тяпкин. Основы обработки и передачи информации в автоматизированных системах управления. Часть I Первичная обработка радиолокационной информации. – Красноярск: СФУ ВУЦ, 2020 – С. 51 - 73.
2. Черенок Н.Г. Системы цифровой обработки сигналов. Основы цифровой обработки сигналов. Ч.1. - СПб: тип. ФВУ ПВО, 2002.
3. Справочник офицера воздушно-космической обороны / под. ред. С.К. Бурмистрова. – Тверь: ВА ВКО, 2008. – С.523–527.

Вопрос №1

Погрешности дискретизации и квантования аналогового сигнала.

Дискретизация и квантование аналоговых сигналов при неверном выборе параметров устройств преобразования могут привести к искажению или к потере полезной информации, заключенной в исходном сигнале. **Основным параметром**, влияющим на качество дискретизации аналогового сигнала по времени, является период дискретизации $T_д$.

В соответствии с теоремой Котельникова непрерывный сигнал $U(t)$ с ограниченным спектром полностью определяется последовательностью своих отсчетов, отстоящих друг от друга на интервал времени $T_д$, не превышающий величину $1/2f_м$, где $f_м$ – ***максимальная*** (или верхняя граничная) частота спектра сигнала $U(t)$.

Таким образом, период дискретизации $T_д$ не должен превышать половины периода T гармоники частоты $f_м$:

$$T_д \le \frac{1}{2f_м} = \frac{T_{f_м}}{2}. \qquad (1)$$

Реальные сигналы имеют конечную длительность и, следовательно, теоретически бесконечно широкий спектр. Практически, однако, всегда можно определить максимальную частоту спектра $f_м$, за пределами которой доля энергии сигнала пренебрежимо мала.

При таком допущении аналоговый сигнал длительностью τ с ограниченной полосой частот $\Delta f = f_м$ полностью определяется совокупностью своих отсчетов, число которых находится из соотношения:

$$B = \frac{\tau}{T_д} = 2\tau f_м \qquad (2)$$

Число B называют **числом степеней свободы** сигнала (иногда − **базой сигнала**).

Обсудим вопрос выбора максимальной частоты спектра $f_{\text{м}}$, а следовательно, периода дискретизации $T_{\text{д}}$.

Если рассматривать процесс на входе приемника, то при выборе $f_{\text{м}}$ необходимо ориентироваться на спектр помехи, ширина которого обычно превосходит верхнюю граничную частоту сигнала. Так, флюктуационная помеха представляет собой широкополосный случайный процесс $\left(f_{\text{м}} \to \infty\right)$, для которого период дискретизации оказывается весьма мал $\left(T_{\text{д}} \to 0\right)$

При выборе периода дискретизации процесса на выходе приемника учитывают, что спектры сигнала и помехи ограничены полосой пропускания приемника П. Согласно теореме Котельникова, радиолокационный сигнал может быть представлен своими отсчетами, следующими через интервал $T_{\text{д}} = 1/2$.

Если рассматривать процесс на выходе амплитудного детектора, то выбор максимальной частоты спектра $f_м$ связан с формой видеосигнала. Так, например, для видеосигнала прямоугольной формы длительностью $\tau_и$ значительная доля его энергии сосредоточена в интервале частот $[0,1/\tau_и]$. Отсюда находим $T_д \leq \tau_и/2$.

Строгий подход при выборе периода дискретизации случайного процесса с неограниченным спектром, к которому относится радиолокационный сигнал, связан с анализом интервала корреляции $\tau_к$. При известном интервале корреляции сигнала его период дискретизации выбирается из условия $T_д \leq \tau_к$.

Для оценки качества дискретизации привлекается операция, обеспечивающая восстановление исходного сигнала по его отсчетам. При этом мерой качества дискретизации служит дисперсия σ разности восстановленного *U*(*t)* и исходного *U*(*t)* сигналов, значение которой при достаточно большом интервале времени *T* определяется выражением:

$$\sigma_U^2 = \frac{1}{T}\int_0^T \left[U(t) - U^{*}(t)\right]^2 dU. \qquad (3)$$

Относительную величину дисперсии с достаточной для практики точностью можно оценивать по упрощенной формуле

$$\sigma^2 = (6\gamma - 1)/12\gamma^2 \qquad (4)$$

где $\gamma = \tau_к / T_д$; $\tau_к$ - интервал корреляции сигнала.

Согласно соотношению, чем меньше период $T_д$ по сравнению с интервалом корреляции $\tau_к$, тем выше качество дискретизации. Так, например, если $T_д = \tau_к$ ($\gamma = 1$), то, $\sigma^2 \approx 0{,}42$. При уменьшении $T_д$ в пять раз ($\gamma = 5$) значение σ^2 снижается до 0,096. Поэтому для повышения верности дискретизации аналоговых сигналов период $T_д$ выбирается меньше, чем по Котельникову, примерно в 1, 5 ... 6 раз:

$$T_д \le \frac{1}{(1,\ 5\ \ldots\ 6)2f_м} \qquad (5)$$

Перейдем к рассмотрению **погрешностей квантования сигнала по уровню**. В результате данной операции получается новая последовательность отсчетов $U_k(t_j)$, отличающаяся от исходной $U(t_j)$. Разность отсчетов последовательностей

$$\delta U_j = U_k\left(t_j\right) - U\left(t_j\right) \qquad (6)$$

называется **погрешностью квантования**, или **шумом квантования**.

Мерой качества квантования по уровню служат максимальная и среднеквадратическая погрешности квантования.

Чтобы выявить характер погрешности квантования, обратимся к амплитудной характеристике квантизатора (рис. 1, *а*). При увеличении входного напряжения квантизатора от нуля до $U_{\text{макс}}$ его выходное напряжение последовательно принимает дискретные значения U_0, U_1, ... U_7. При этом наблюдается периодическое изменение погрешности квантования δU от 0 до $-\Delta U$ (рис. 1, *б*).

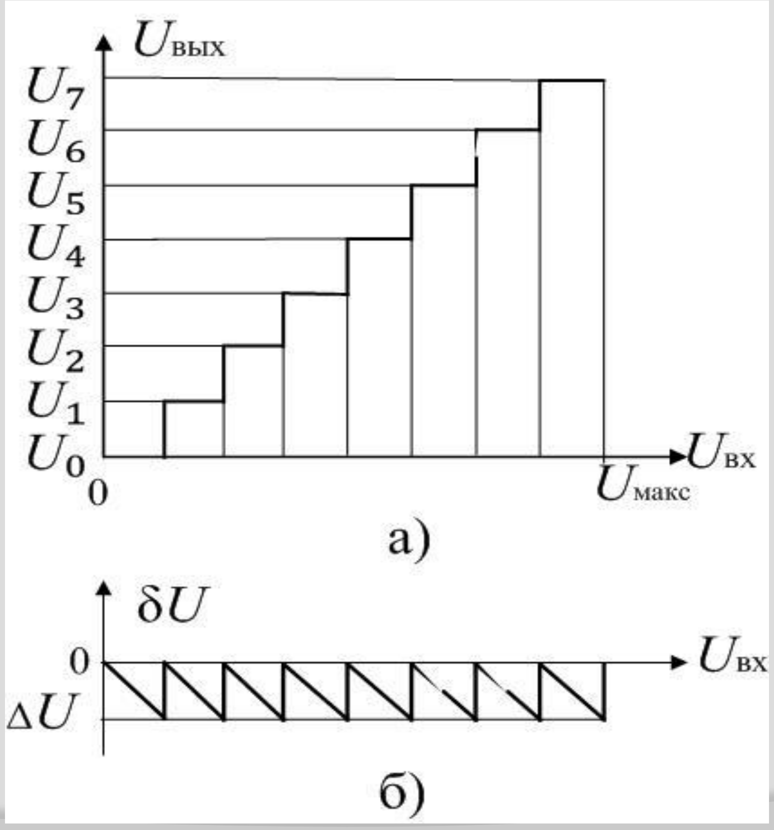

Рис. 1 Пояснение шума квантования.

Как следует из рис. 1 *б*, абсолютная величина погрешности квантования не превышает значения дискрета ΔU. Представляет интерес и знак погрешности. Поскольку квантованные значения $U_k(t_j)$ определяются уровнями, превышенными отсчетами $U(t_j)$ исходной последовательности, то знак погрешности квантования всегда отрицательный. Иначе, для принятого ранее правила преобразования имеет место систематическая ошибка квантования.

Однако если сетку уровней квантования сместить в сторону отрицательных значений на $\Delta U/2$, то систематическая ошибка исключается. Погрешность квантования при этом будет определяться случайной составляющей, максимальная величина которой становится равной половине дискрета, т. е. уменьшается в два раза:

$$\left|\delta U_{\text{макс}}\right| = \frac{\Delta U}{2} = \frac{U_{\text{макс}}}{2N} = \frac{U_{\text{макс}}}{2^{n+1}}. \qquad (7)$$

Поскольку диапазон изменения входного сигнала обычно задан ($U_{\text{макс}}$ = const), то достижение требуемой точности квантования обеспечивается выбором необходимого числа уровней квантования N, или, что то же самое, выбором числа разрядов n цифрового сигнала.

Как следует из соотношения (7), увеличение числа разрядов на z приводит к уменьшению максимальной погрешности в 2^z раз. Увеличение числа разрядов цифровых устройств в настоящее время не встречает особых трудностей. Поэтому для получения требуемой точности квантования обычно сетку уровней квантования не смещают, а используют необходимое число разрядов n. Абсолютная величина максимальной погрешности квантования $\delta U_{\text{макс}}$ в таком случае будет определяться дискретом квантования ΔU, т. е.

$$\left|\delta U_{\text{макс}}\right| = \Delta U = \frac{U_{\text{макс}}}{N} = \frac{U_{\text{макс}}}{2^n} \qquad (8)$$

Наряду с максимальной существенный интерес представляет среднеквадратическая погрешность квантования σ_u. Во многих случаях погрешность δU равновероятна на интервале дискрета ΔU (например, если дискрет значительно меньше диапазона изменения значений процесса). При равномерном законе распределения случайной величины α на интервале $[a_1, a_2]$ ее среднеквадратическое значение определяется соотношением

$$\sigma_\alpha = \frac{a_2 - a_1}{\sqrt{12}}. \qquad (9)$$

Учитывая, что в рассматриваемом случае $a_2 - a_1 = \Delta U$, находим среднеквадратическую погрешность квантования по уровню:

$$\sigma_U = \frac{\Delta U}{\sqrt{12}} = \frac{U_{\text{макс}}}{N\sqrt{12}} = \frac{U_{\text{макс}}}{2^n\sqrt{12}} \qquad (10)$$

Соотношения (8), (10) применимы для сигналов положительной полярности. Если интервал изменения сигнала задан произвольными значениями $U_{\text{мин}}$, $U_{\text{макс}}$, то в полученных соотношениях вместо диапазона $[0...U_{\text{макс}}]$ следует использовать $[U_{\text{мин}}...U_{\text{макс}}]$:

$$\left|\delta U_{\text{макс}}\right| = \Delta U = \frac{U_{\text{макс}} - U_{\text{мин}}}{N} \qquad (11)$$

$$\sigma_U = \frac{\Delta U}{\sqrt{12}} = \frac{U_{\text{макс}} - U_{\text{мин}}}{N\sqrt{12}} \qquad (12)$$

Вопрос №2

Дискретизация зоны обнаружения РЛС

Дискретизация зоны обнаружения РЛС

Реализация радиолокационного сигнала U(t) на выходе антенны РЛС является функцией пространственных координат β, ε, r зоны обнаружения РЛС, т. е. $U(t) = U[\beta(t), \varepsilon(t), r(t)]$.

При дискретизации видеосигнала $U(t)$, поступающего от РЛС в АСУ, его значения описываются дискретной функцией $U(t_j) = U[\beta(t_j), \varepsilon(t_j), r(t_j)]$. В таком случае область определения функции $U(t_j)$ представляет собой дискретное множество $\beta_j = \beta(t_j)$, $\varepsilon_j = \varepsilon(t_j)$, $r_j = r(t_j)$, что эквивалентно дискретизации (квантованию) зоны обнаружения РЛС.

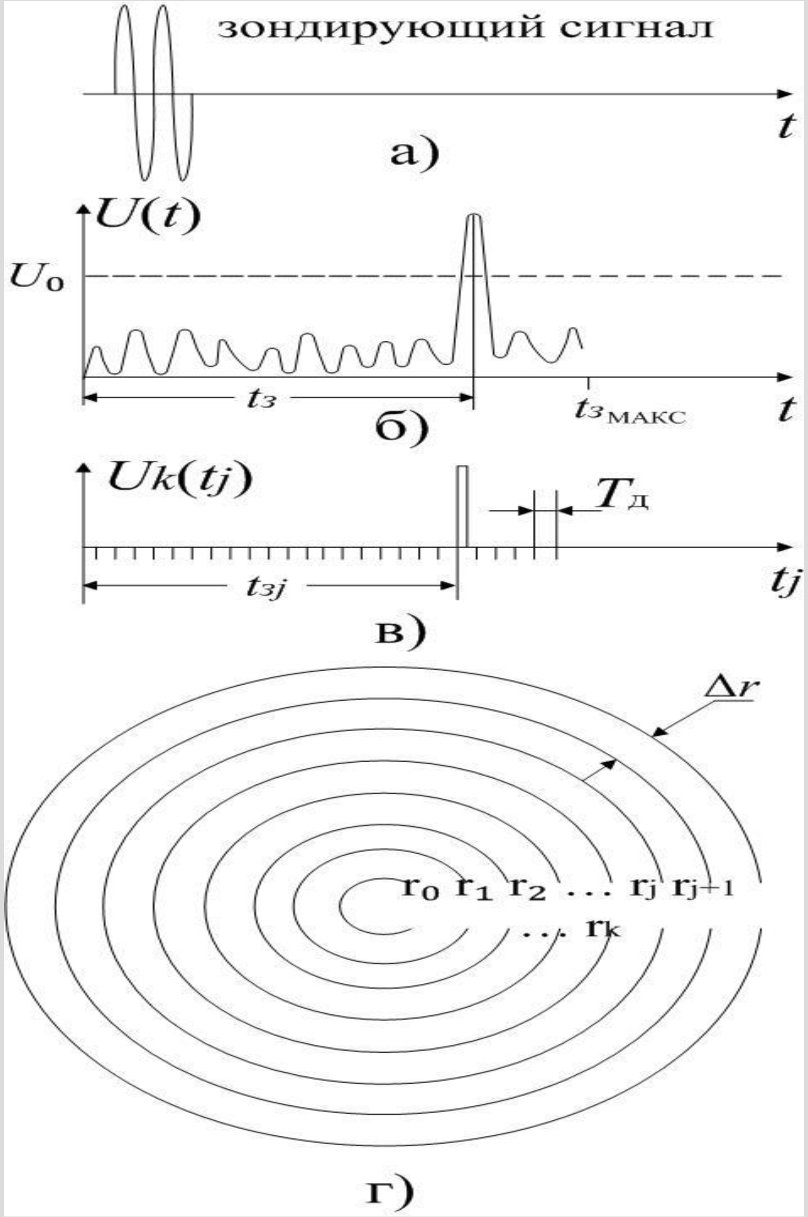

Рис. 2. Дискретизация зоны обнаружения РЛС по дальности.

2.1 Дискретизация зоны обнаружения РЛС по дальности

При аналоговой обработке дальность локационного объекта оценивается по времени запаздывания $t_з$ отраженного сигнала относительно зондирующего (рис. 2, *а, б*):

$$r = ct_з / 2. \qquad (13)$$

Поскольку параметр $t_з$ может принимать любое значение из интервала $[0,\ t_{з\ макс}]$, то оценка дальности является аналоговой величиной.

Пусть в результате дискретизации и двухуровневого (двоичного) квантования аналогового сигнала $U(t)$ получена реализация $U_k(t_j)$. Квантованные отсчеты $U_k(t_j)$ в отличие от аналогового сигнала определены в моменты, кратные периоду $T_д$ (рис.2, *в*). Данным моментам соответствуют квантованные значения возможного запаздывания $t_{зj}$, а, следовательно, и дальности

$$r_j = ct_{зj} / 2. \qquad (14)$$

Таким образом, ***дискретизация радиолокационного сигнала по времени*** приводит к квантованию зоны обнаружения РЛС по дальности. В результате аналоговый диапазон дальности заменяется конечным числом значений: r_0 … r_k. ***Графически этот ряд в полярной системе координат*** представляют концентрические окружности (рис. 2, *г*). Вместе с этим нередко используется термин **«кольца дальности»** дискретной зоны обнаружения РЛС, который в определенной степени сохраняет наше представление о непрерывности пространства.

Зона обнаружения, квантованная по дальности, характеризуется значением дискрета дальности Δr, числом колец дальности Kr, максимальной погрешностью квантования дальности $\delta r_{\text{макс}}$ и среднеквадратической погрешностью квантования дальности σ_r.

Значение дискрета дальности $\Delta r = r_{j+1} - r_j$ (см. рис. 2, *г*) весьма просто выражается через период дискретизации $T_д$ видеосигнала:

$$\Delta r = r_{j+1} - r_j = \frac{ct_{зj+1}}{2} - \frac{ct}{2} = \frac{c\left(t_{зj+1} - t_{зj}\right)}{2} = \frac{cT_д}{2}. \qquad (15)$$

Число колец дальности Kr является одним из параметров, определяющих требуемый объем памяти цифрового УПО. Значение данного параметра зависит от дальности $r_{\text{макс}}$ обнаружения РЛС и дискрета Δr:

$$K_r = r_{\text{макс}} / \Delta r. \qquad (16)$$

Измерение дальности цели сводится к оценке времени запаздывания (аналоговой величины). Результатом измерения является дискретное значение запаздывания. Возникающая при этом ошибка измерения представляет собой погрешность квантования дальности.

Максимальная погрешность квантования дальности $\delta r_{\text{макс}}$ определяется дискретом Δr:

$$\delta r_{\text{макс}} = \Delta r = \frac{cT_{\text{д}}}{2}. \qquad (17)$$

Среднеквадратическая погрешность квантования дальности σ_r характеризует статистический разброс ошибки измерения дальности, обусловленной дискретизацией радиолокационного сигнала по времени. Поскольку нет оснований считать, что локационные объекты имеют тенденцию принимать определенные значения дальности, то распределение рассматриваемой погрешности подчиняется равномерному закону. Поэтому получаем

$$\sigma_r = \frac{\Delta r}{\sqrt{12}} = \frac{\delta r_{\text{макс}}}{\sqrt{12}}. \qquad (18)$$

Переход к конечному ряду дискретных значений дальности имеет практическую значимость. В частности, при измерении координат локационного объекта значение дальности представляется не абсолютной величиной r_j, а цифровым сигналом X_j ,при котором:

значению r_0 соответствует код 0000;

значению r_j соответствует код 0001;

………………………………………...

значению $r_к$ соответствует код $X_{k(2)}$.

При необходимости код дальности может быть пересчитан в величину дальности:

$r_j = \Delta r X_{j(10)}$ – в десятичную систему счисления.

2.2. Дискретизация зоны обнаружения РЛС по азимуту

Наряду с квантованием зоны обнаружения по дальности наблюдается ее **дискретизация по угловым координатам** – азимуту и углу места.

Проанализируем причины, приводящие к дискретизации зоны обнаружения, например, по азимуту.

Пусть в зоне обнаружения импульсной РЛС, реализующей круговой способ обзора пространства по азимуту, находится локационный объект. В процессе обзора пространства антенна РЛС излучает зондирующие сигналы в дискретные моменты времени t_0, t_1, …, t_n. Отраженные от локационного объекта сигналы также принимаются в дискретные моменты времени. Этим моментам соответствуют определенные значения азимутального положения антенны РЛС, или, что то же самое, дискретные значения направления приема сигналов β_0, $\beta_1 ... \beta_k$.

Таким образом, дискретизация направления приема сигналов по азимуту является следствием дискретного характера излучения зондирующих сигналов и изменения азимутального положения антенны РЛС. Зона обнаружения РЛС, квантованная по азимуту, представляется в виде совокупности радиусов (рис. 3), характеризующих направления приема радиолокационных сигналов.

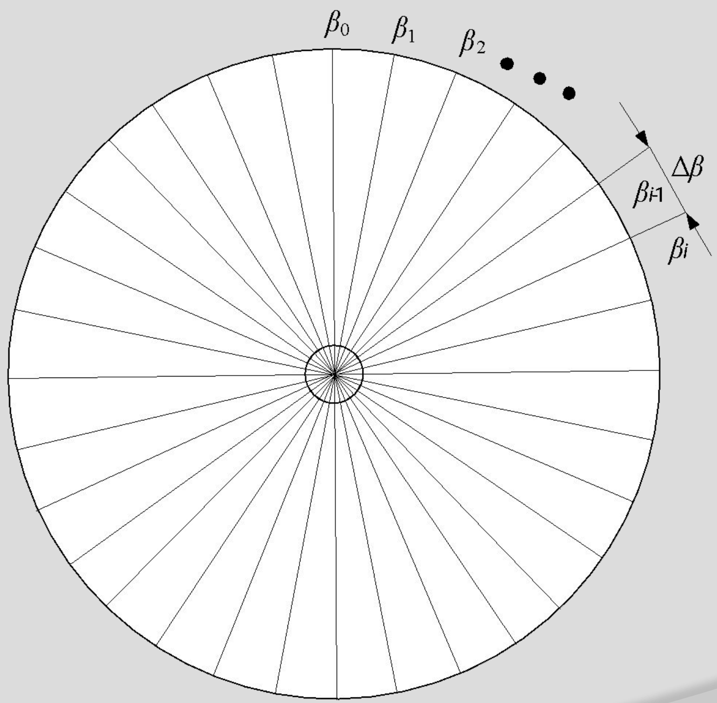

Рис. 3 Дискретизация зоны обнаружения по азимуту

Зона обнаружения РЛС, квантованная по азимуту, характеризуется значением дискрета азимута $\Delta\beta$, числом дискрет азимута K_β, максимальной погрешностью квантования азимута $\delta\beta_{\text{макс}}$ и среднеквадратической погрешностью квантования азимута σ_β.

Значение дискрета азимута $\Delta\beta = \beta_{i+1} - \beta_i$ определяется величиной измерения азимутального положения антенны за период повторения зондирующих сигналов $T_\text{п}$, т. е. $\Delta\beta = \Omega\beta T_\text{п}$, где $\Omega\beta$ – угловая скорость обзора пространства по азимуту ($\Omega\beta = 2\pi/T_0$). Поэтому

$$\Delta\beta(\text{рад}) = \frac{2\pi T_\text{п}}{T_0} \quad \text{или} \quad \Delta\beta(^\circ) = \frac{360^0 T_\text{п}}{T_0} \qquad (19)$$

Число дискрет азимута K_β можно оценить по одной из формул,

$$K_\beta = \frac{T_0}{T_\text{п}} \ \text{или} \ K_\beta = \frac{2\pi}{\Delta\beta[\text{рад}]} = \frac{360^0}{\Delta\beta[^\circ]}. \qquad (20)$$

Измерение азимута цели сводится к оценке направления приема электромагнитной волны (аналоговой величины). Результатом измерения является дискретное значение азимута. Возникающая при этом ошибка измерения является погрешностью квантования азимута.

Максимальная погрешность квантования азимута определяется дискретом $\Delta\beta$:

$$\delta\beta_{\text{макс}} = \Delta\beta = \frac{360^{\circ} T_{\text{п}}}{T_0}. \qquad (21)$$

Среднеквадратическая погрешность квантования азимута оценивается по формуле:

$$\sigma_{\beta} = \frac{\Delta\beta}{\sqrt{12}}. \qquad (22)$$

При измерении координат локационного объекта значение его азимута (как и дальности) представляется не абсолютной величиной β_i, а цифровым сигналом X_i, при котором:

значению β_0 соответствует код = 0000;

значению β_1 соответствует код = 0001;

……………………………………………………………..

значению β_k соответствует код = X_k (2).

При необходимости код азимута может быть пересчитан в величину азимута $\beta_i = \Delta\beta\, X_{i\,(10)}$, где $X_{i(10)}$ – значение цифрового сигнала в десятичной системе счисления.

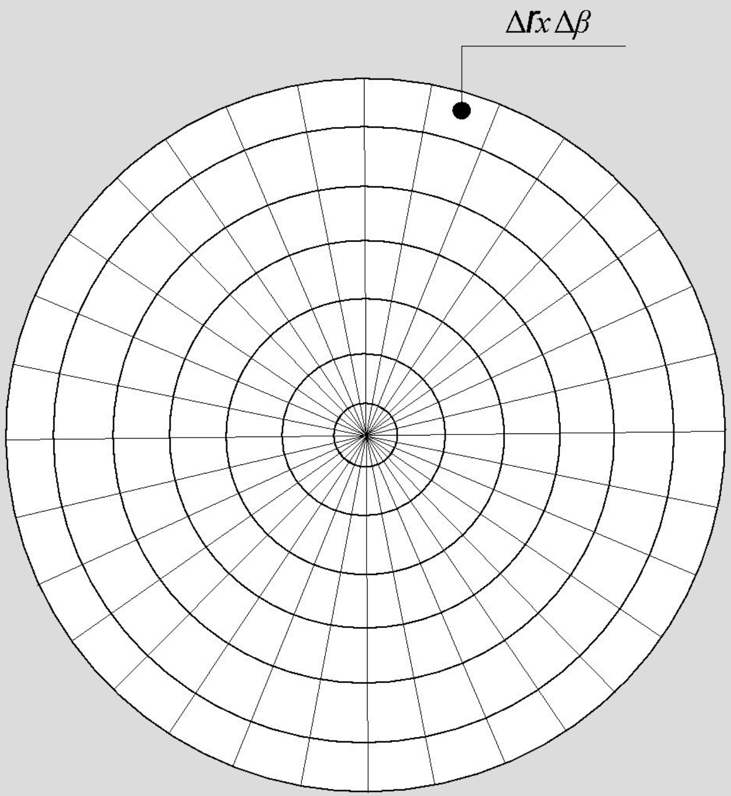

Рис. 4 Дискретизация зоны обнаружения РЛС.

Совместный результат дискретизации зоны обнаружения РЛС по дальности и азимуту представляет совокупность точек, образованных пересечениями окружностей и радиусов (рис. 4). Однако квантованную зону обнаружения обычно представляют не в виде точек, а в виде множества дискретных, элементов $\Delta\beta\Delta r$ (по аналогии замены линий дальности кольцами дальности).

Вопросы для самоконтроля

1. Во сколько раз уменьшится среднеквадратическая погрешность дискретизации, если период дискретизации сигнала уменьшится в 10 раз?
2. Рассчитайте параметры квантизатора, обеспечивающего квантование сигналов в диапазоне от –5 до 10 В со среднеквадратической погрешностью не более 0,2 В.
3. Для условий вопроса 17 рассчитайте значение цифрового сигнала, если амплитуда входного сигнала равна 1,6 В.
4. Амплитуда сигналов на входе УПО не превышает значения 5 В. Среднеквадратическое значение помехи равно 0,1 В. Определите необходимое число разрядов квантизатора, при котором в квантованных отсчетах сохраняется полезная и помеховая составляющие радиолокационного сигнала (помеховая составляющая может использоваться, например, для расчета порога обнаружения).
5. Оцените максимальную и среднеквадратическую погрешности квантования дальности, если период дискретизации $T_д = 0{,}66 \times 10^{-6}$ с.
6. Оцените максимальную и среднеквадратическую погрешности квантования азимута, если период повторения зондирующих сигналов $T_п = 10^{-3}$ с, а период обзора пространства $T_0 = 10$ с.

СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ